

تم تحميل وعرض المادة من

موقع كتبي

المدرسية اونلاين



[www.ktbbby.com](http://www.ktbbby.com)

موقع كتبي يعرض لكم الكتب الدراسية الطبعة الجديدة  
وحلولها، توزيع مناهج، تحضير، أوراق عمل، عروض  
بوربوينت، نماذج إختبارات بشكل مباشر PDF

\*جميع الحقوق محفوظة للقائمين على العمل\*





# التهيئة

اكتب كل عبارة فيما يأتي بالصيغة الأسية:

$$(1) \quad 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$(2) \quad \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}$$

$$\text{ب}^6 = \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}$$

$$(3) \quad \text{م} \times \text{م} \times \text{م} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}$$

$$\text{م}^3 \text{ب}^6 = \text{م} \times \text{م} \times \text{م} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}$$

$$(4) \quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$(5) \quad \frac{و}{ع} \times \frac{و}{ع} \times \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص}$$

$$\frac{س^4 و^2}{ص^4 ع^2} = \frac{س^4}{ص^4} \times \frac{و^2}{ع^2} = \left(\frac{و}{ع}\right)^2 \times \left(\frac{س}{ص}\right)^4$$

أوجد قيمة كل عبارة فيما يأتي:

$${}^3_2 (٦)$$

$$٨ = ٢ \times ٢ \times ٢ = {}^3_2$$

$${}^2_{(٥-)} (٧)$$

$$٢٥ = (٥-) \times (٥-) = {}^2_{(5-)}$$

$${}^3_3 (٨)$$

$$٢٧ = ٣ \times ٣ \times ٣ = {}^3_3$$

$${}^3_{(٤-)} (٩)$$

$$٦٤ = (٤-) \times (٤-) \times (٤-) = {}^3_{(4-)}$$

$${}^2_{\left(\frac{2}{3}\right)} (١٠)$$

$$\frac{4}{9} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = {}^2_{\left(\frac{2}{3}\right)}$$

$${}^4_{\left(\frac{1}{2}\right)} (١١)$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = {}^4_{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

(١٢) **مدرسة:** إذا كان احتمال تخمين الإجابة الصحيحة

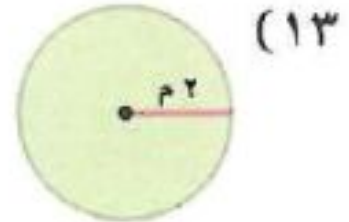
عن ٥ أسئلة من نوع الصواب والخطأ هو  $\left(\frac{1}{3}\right)$ ،

فعبّر عن هذا الاحتمال في صورة كسر اعتيادي دون

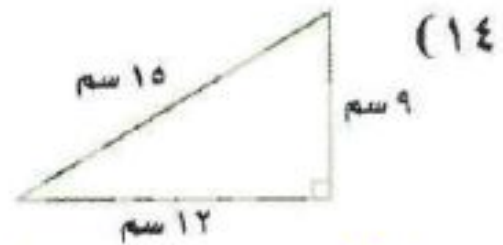
استعمال الأسس.

$$\frac{1}{32} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

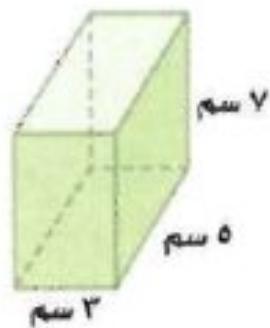
أوجد مساحة كل من الشكلين الآتيين:



$$\text{ط ن ق} = \pi \times \text{م}^2 = 4\pi \text{ م}^2$$



$$\text{ط ن ق} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2} = 54 \text{ سم}^2$$



(١٥) أوجد حجم الشكل المجاور.

$$\text{ط ن ق} = 3 \times 5 \times 7 = 105 \text{ سم}^3$$

## ضرب وحيدات الحد

١-٦

## تحقق

حدّد إذا كانت العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسّر إجابتك:

$$(أ) ٥ - س + ٥$$

لا، تتضمن هذه العبارة عملية جمع لذا فهي تحتوي على أكثر من حد

$$(ب) ٢٣ أ ب ج د ٢$$

نعم، هذا حاصل ضرب عدد ومتغيرات

$$(ج) \frac{س ص ع ٢}{٢}$$

نعم، هذا حاصل ضرب متغيرات، في ثابت في المقام

$$(د) \frac{م ف}{ن}$$

لا، تمثل هذه العبارة حاصل ضرب وقسمة أكثر من متغير

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$(i) \quad ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 7)({}^{\circ}ص{}^{\circ} 3)$$

$$({}^{\circ}ص{}^{\circ} 7 \times {}^{\circ}ص{}^{\circ} 3) = ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 7)({}^{\circ}ص{}^{\circ} 3)$$

$$({}^{\circ}ص{}^{\circ} 21) =$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} 21 =$$

$$(ii) \quad ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 4 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 2 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 3) ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 6 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 5 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 2)$$

$$({}^{\circ}ص{}^{\circ} 4 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 2 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 3) ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 6 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 5 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 2) = ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 6 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 5 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 2) ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 4 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 2 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 3)$$

$$({}^{\circ}ص{}^{\circ} 24 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 10 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 6)$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} 24 \text{ ر } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 10 \text{ ن } {}^{\circ}ص{}^{\circ} 6 =$$

بسّط العبارة:

$$(i) \quad [{}^{\circ}ص{}^{\circ} ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 2)]$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 2) = [{}^{\circ}ص{}^{\circ} ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 2)]$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} 2 =$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} 16 =$$

$$(ii) \quad [{}^{\circ}ص{}^{\circ} ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 3)]$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 3) = [{}^{\circ}ص{}^{\circ} ({}^{\circ}ص{}^{\circ} 3)]$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} 3 =$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} 12 =$$

$${}^{\circ}ص{}^{\circ} 144 =$$

٤٤) عبّر عن مساحة المربع الذي طول ضلعه  $3s$  ص  $2$  على صورة وحيدة حد.

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= (3s \text{ ص } 1) (3s \text{ ص } 1) \\ &= (3 \times 3) (s \times s) (s \times s) \\ &= 9s^2 \text{ ص } 1 \end{aligned}$$

٤٥) عبّر عن مساحة المثلث الذي ارتفاعه  $4a$  وطول قاعدته  $5b$  ص  $2$  على صورة وحيدة حد.

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= 4a \times 5b \times \frac{1}{2} \\ &= (4 \times 5 \times \frac{1}{2}) (a \times b) \\ &= 10a^1 b^1 \end{aligned}$$

٥) بسّط العبارة:  $\left(\frac{1}{2} a^2 b^2\right) \left[(-4b)^2\right]^3$ .

$$\left(\frac{1}{2} a^2 b^2\right) \left[(-4b)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right) \left[(-4b)^2\right]^3 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{8} a^2 b^2 \times 256 b^6$$

$$= 32 a^2 b^8$$

$$= 32 a^2 b^8$$





حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا" ، وفسر إجابتك:

(١) ١٥

**نعم،** الثوابت وحيدات حد.

(٢) ٢ - ٣

**لا،** تتضمن هذه العبارة عملية طرح، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد.

(٣)  $\frac{٥}{د}$

**لا،** يوجد متغير في المقام

(٤) ١٥ - ج<sup>٢</sup>

**نعم،** لأنها حاصل ضرب عدد ومتغيرات.

(٥)  $\frac{ج}{٢}$

**نعم،** لأنها حاصل ضرب عدد ومتغيرات.

(٦) ٧ب + ٩

لا، تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد.

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$(7) \quad {}^k C_3 \quad {}^k C_2 \\ {}^k C_3 + {}^k C_2 = {}^k C_4 \\ {}^k C_4 =$$

$$(8) \quad {}^m C_2 \quad {}^m C_1 \\ {}^m C_2 + {}^m C_1 = {}^m C_3 \\ {}^m C_3 =$$

$$(9) \quad {}^{2k} C_4 \quad {}^{2k} C_2 \\ {}^{2k} C_4 \times {}^{2k} C_2 = {}^{2k} C_6 \\ {}^{2k} C_6 = \\ {}^{2k} C_6 =$$

$$(10) \quad ({}^3 C_7) ({}^4 C_5) \\ {}^{3+1} C_{4+4} = {}^4 C_7 \\ {}^4 C_8 =$$

$$(11) \quad {}^2 [{}^2 ({}^2 3)] \\ {}^{2 \times 2 \times 2} (3) = {}^2 [{}^2 ({}^2 3)] \\ 6561 = {}^8 (3) =$$

$$(12) \quad ({}^6 C_4) \\ {}^{4 \times 6} C_6 = {}^6 C_4 \\ {}^{24} C_6 =$$



$$(13) \quad (-2^2 \text{ف}^2 \text{ج}^3 \text{ه}^2)^3 = (-2^6 \text{ف}^6 \text{ج}^9 \text{ه}^4)^3$$

$$= -8^3 \text{ف}^3 \text{ج}^3 \text{ه}^3$$

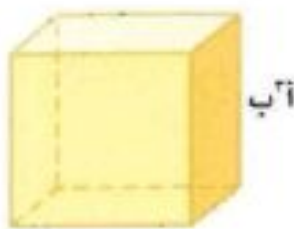
$$(14) \quad (-3^6 \text{ب}^5 \text{ن}^6)^4 = (-3^{24} \text{ب}^{20} \text{ن}^{24})^4$$

$$= -81 \text{ب}^{80} \text{ن}^{96}$$

$$(15) \quad (4^4 \text{ب}^9 \text{ج}^2)^2 = (4^8 \text{ب}^{18} \text{ج}^4)^2$$

$$= 16^2 \text{ب}^{36} \text{ج}^8$$

(16) هندسة: مساحة سطح المكعب هي  $6 \text{ض}^2$ ، حيث  $\text{م}$  مساحة سطحه،  $\text{ض}$  طول حرفه.  
 أ) عبّر عن مساحة سطح المكعب المجاور على صورة وحيدة حد.



$$6 \text{ض}^2 = 6 (\text{ب}^3)^2$$

$$= 6 \text{ب}^6$$

ب) ما مساحة سطح المكعب إذا كان  $\text{أ} = 3$ ،  $\text{ب} = 4$

$$\text{مساحة سطح المكعب} = 6 \text{ب}^6$$

$$= 6 \times 4^6 \times 3 =$$

$$= 69984 \text{ وحدة مربعة}$$

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$(17) \quad (5 \text{ص}^2 \text{ع})^2 (2 \text{س}^3 \text{ص}^3 \text{ع})^3 (4 \text{س} \text{ص} \text{ع})$$

$$= (5 \text{ص}^2 \text{ع})^2 (2 \text{س}^3 \text{ص}^3 \text{ع})^3 (4 \text{س} \text{ص} \text{ع})$$

$$= ({}^1\text{ع} \times {}^2\text{ص} \times {}^3\text{س} \times {}^4\text{ع}) ({}^1\text{ص} \times {}^2\text{س} \times {}^3\text{ع})$$

$$= ({}^1\text{ع} \times {}^2\text{ص} \times {}^3\text{س} \times {}^4\text{ع}) ({}^1\text{ص} \times {}^2\text{س} \times {}^3\text{ع})$$

$$= 800 \text{ ص } {}^1\text{ع}$$

$$(18) \quad ({}^1\text{د}^2\text{ن}^3\text{ج}) ({}^1\text{د}^2\text{ن}^3\text{ج}) = ({}^1\text{د}^2\text{ن}^3\text{ج}) ({}^1\text{د}^2\text{ن}^3\text{ج})$$

$$= ({}^1\text{د}^2\text{ن}^3\text{ج}) ({}^1\text{د}^2\text{ن}^3\text{ج})$$

$$= 6561 \text{ د } {}^1\text{ج}$$

$$= 6561 \text{ د } {}^1\text{ج}$$

$$(19) \quad ({}^1\text{ج}^2\text{ه}^3\text{ل}) ({}^1\text{ج}^2\text{ه}^3\text{ل}) = ({}^1\text{ج}^2\text{ه}^3\text{ل}) ({}^1\text{ج}^2\text{ه}^3\text{ل})$$

$$= ({}^1\text{ج}^2\text{ه}^3\text{ل}) ({}^1\text{ج}^2\text{ه}^3\text{ل})$$

$$= 6 \text{ ج } {}^1\text{ه}^2\text{ل}$$

$$= 6 \text{ ج } {}^1\text{ه}^2\text{ل}$$

$$(20) \quad ({}^1\text{ب}^2\text{ا}^3\text{ج}) ({}^1\text{ب}^2\text{ا}^3\text{ج}) = ({}^1\text{ب}^2\text{ا}^3\text{ج}) ({}^1\text{ب}^2\text{ا}^3\text{ج})$$

$$= ({}^1\text{ب}^2\text{ا}^3\text{ج}) ({}^1\text{ب}^2\text{ا}^3\text{ج})$$

$$= 21952 \text{ ب } {}^1\text{ج}$$

## تدرب وحل المسائل:



حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك:

$$(٢١) \quad ١٢٢$$

**نعم،** الثوابت وحيدات حد

$$(٢٢) \quad ٤٣$$

**نعم،** لأنها حاصل ضرب عدد ومتغيرات

$$(٢٣) \quad ٢ + ج$$

**لا،** تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد

واحد

$$(٢٤) \quad \frac{٢-ج}{٤-هـ}$$

**لا،** يوجد متغير في المقام

$$(٢٥) \quad \frac{٥ك}{١٠}$$

**نعم،** يمكن كتابة هذا على صورة حاصل ضرب عدد ومتغير.

$$(٢٦) \quad ٦م + ٣ن$$

**لا،** تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد.

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$$(27) \quad ({}^2K^2)({}^2K^2) \\ {}^{2+2}K^2 = ({}^2K^2)({}^2K^2)$$

$${}^2K^2 =$$

$$(28) \quad ({}^2ص^4ع^4)({}^9ص^6ع^6) \\ {}^{1+9}ص^4ع^4 = ({}^1ص^4ع^4)({}^9ص^6ع^6)$$

$${}^1ص^4ع^4 =$$

$$(29) \quad ({}^2ان^3ج^2ه^2)({}^2ان^3ج^2ه^2) \\ {}^{2+2}ان^3ج^2ه^2 = ({}^2ان^3ج^2ه^2)({}^2ان^3ج^2ه^2)$$

$${}^2ان^3ج^2ه^2 =$$

$$(30) \quad [{}^2({}^2K^2)]$$

$${}^1({}^2K^2) = [{}^1({}^2K^2)]$$

$${}^1K^2 =$$

$$256 =$$

$$(31) \quad [{}^3({}^2ص^2س^2ص^2)]$$

$${}^{3 \times 2}[({}^1ص^2س^2ص^2)] = [{}^3({}^2ص^2س^2ص^2)]$$

$$[{}^3({}^2ص^2س^2ص^2)] =$$

$${}^1ص^2س^2ص^2 =$$

$$(32) \quad ({}^4ل^5ك^7ص^7)$$

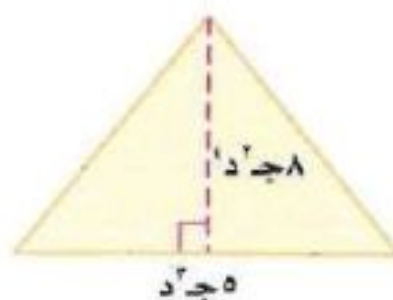
$$({}^4ل^5ك^7ص^7) = ({}^4ل^5ك^7ص^7)$$

$$({}^{4 \times 7}ل^5ك^7ص^7) =$$

$${}^{18}ل^5ك^7ص^7 =$$

هندسة: عبّر عن مساحة كل من المثلثين الآتيين على صورة وحيدة حد:

(٣٣)



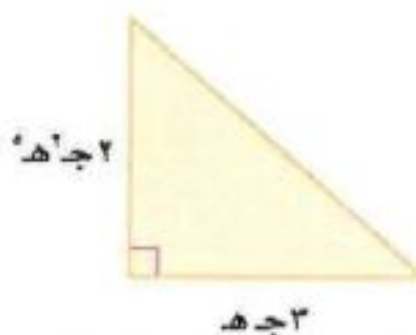
مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 8 \text{ ج د} \times 5 \text{ ه ج د}$$

$$= 20 \text{ ج}^2 \text{ د}^2$$

$$= 20 \text{ ج د}^2$$

(٣٤)



مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 2 \text{ ج ه} \times 3 \text{ ه ج}$$

$$= 3 \text{ ج ه}$$

$$= 3 \text{ ج ه}$$



بسّط كل عبارة مما يأتي :

$$(35) \quad {}^3(34)^4(342) \\ ({}^{2 \times 2 + 4 \times 2})^4 2 = {}^2(34)^4(342) \\ {}^{16} 16 =$$

$$(36) \quad {}^2(3-5)^2(3-5) \\ {}^1(3) {}^1(3-5) = {}^1(3-5) {}^1(3-5) \times {}^1(3-5) \\ {}^{1+1} 9 = \\ {}^{16} 9 =$$

$$(37) \quad {}^2[{}^3(2-4)^2] {}^2(2-4) \\ {}^2(2-4) {}^2(2-4) = {}^1[{}^2(2-4)] {}^2(2-4) \\ {}^2(2-4) {}^2(2-4) = \\ {}^{2+2} 512 = \\ {}^{18} 512 =$$

$$(38) \quad {}^2[{}^2(4^2)] {}^3(5^2) \\ {}^1(4^2 \times 4^2) ({}^2 5^2 \times 5^2) = {}^1[{}^2(4^2)] {}^2(5^2) \\ ({}^{4 \times 2} 16) ({}^2 5^2) = \\ {}^{16} 32000 =$$

$$(39) \quad ({}^2_6 \text{ب} {}^0_2) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_4) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) \\ ({}^4_7 \text{ب} {}^3_4) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_4) = ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_4) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) \\ ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2)$$

$$({}^2_6 \text{ب} {}^0_2) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_4) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) = \\ ({}^2_6)$$

$$= 6 \times 49 \times 6 = 2058$$

$$= 2058 \text{ ب} {}^0_2 \text{ ج} {}^3_4$$

$$(40) \quad ({}^2_6 \text{ب} {}^3_4) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_2) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) \\ ({}^4_7 \text{ب} {}^3_2) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_2) = ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_2) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) \\ ({}^4_7 \text{ب} {}^3_2) ({}^2_6 \text{ب} {}^3_2) ({}^4_7 \text{ب} {}^3_2)$$

$$= 6 \times 49 \times 6 \times 49 = 2058 \times 49$$

$$= 100842 \text{ ب} {}^3_4 \text{ ج} {}^0_2$$

$$(41) \quad ({}^3_5 \text{ب} {}^0_5)$$

$$= ({}^3_5 \text{ب} {}^0_5)$$

$$= 120$$

$$(42) \quad ({}^3_4 \text{ب} {}^3_4)$$

$$= ({}^3_4 \text{ب} {}^3_4)$$

$$(٤٣) \quad \left( {}^2_1 \frac{4}{5} \right)^2 = {}^{2 \times 2}_1 \left( \frac{4}{5} \right)^2 = {}^4_1 \frac{16}{25} =$$

$$(٤٤) \quad \left( {}^0_1 \frac{1}{34} \right) (ب١٧) (م٤٩)^2 \left( {}^2_1 \frac{4}{7} \right) = \left( {}^5_1 \frac{1}{34} \right) (ب١٧) (م٤٩)^2 \left( {}^2_1 \frac{4}{7} \right) = \left( {}^5_1 \frac{1}{34} \right) (ب١٧) (م٤٩)^2 \left( \frac{4}{7} \right)$$

$$٨م = ١+٥ ب = ٨م = ١ ب$$

$$(٤٥) \quad \left( {}^3_1 \frac{2}{3} \right)^2 \left( {}^0_1 \frac{4}{5} \right)^3 \left( {}^2_1 \frac{4}{7} \right)^2 \left( {}^4_1 \frac{2}{3} \right)^2 \left( {}^2_1 \frac{3}{4} \right) = \left( {}^1_1 \frac{2}{3} \right)^2 \left( {}^1_1 \frac{4}{5} \right)^3 \left( {}^1_1 \frac{4}{7} \right)^2 \left( {}^1_1 \frac{2}{3} \right)^2 \left( {}^1_1 \frac{3}{4} \right) = ٨ \times ٤ \times ٩ = ٢٨٨ = {}^3_1 \frac{2}{3} \frac{4}{5} \frac{4}{7} \frac{2}{3} \frac{3}{4}$$

هندسة: عبّر عن حجم كل مجسم مما يأتي على صورة وحيدة حد:

(٤٦)



الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع = ط نق × الارتفاع

$$= ط (٢س) \times ٣س =$$

$$= ١٢س ط$$





٥٠ تمثيلات متعددة: ستستكشف في هذه المسألة بعض نواتج القوى.

أ) جدولياً: انقل الجدول الآتي واستعمل الآلة الحاسبة لإكماله:

القوة	$3^4$	$3^3$	$3^2$	$3^1$	$3^0$	$3^{-1}$	$3^{-2}$	$3^{-3}$	$3^{-4}$
القيمة	٨١	٢٧	٩	٣	١	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$

ب) تحليلياً: ما قيمتا  $5^0$ ،  $5^{-1}$ ؟ تحقق من تخمينك باستعمال الآلة الحاسبة؟

$$1 = 5^0$$

$$\frac{1}{5} = 5^{-1}$$

ج) تحليلياً: أكمل: لأي عدد غير صفري أ، وأي عدد صحيح ن،  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

$$\frac{1}{5^n} = 5^{-n}$$

د) لفظياً: ما قيمة عدد غير الصفر مرفوع للأس صفر؟

أي عدد غير الصفر مرفوع للأس صفر يساوي ١

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٥١) تحدّد بسط العبارة  $\left(\frac{٢١}{ب} - \frac{٢١}{ب}\right)^{٢٢}$  موضّحًا كل خطوة، علّمًا بأن: أ، ب عدنان حقيقيان غير صفريين، م، ن عدنان صحيحان.

استعمل قوة القوة أولاً لتبسيط العبارة

قوة القوة

$$\frac{\left(\frac{٢١}{ب}\right)^{٢٢}}{\left(\frac{٢١}{ب}\right)^{٢٢}} = \left(\frac{٢١}{ب}\right)^{٢٢}$$

بسط

$$\frac{\left(\frac{٢١}{ب}\right)^{٢٢}}{\left(\frac{٢١}{ب}\right)^{٢٢}} =$$

(٥٢) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاث عبارات مختلفة يمكن تبسيطها إلى  $s^٦$ .  
س<sup>٤</sup> (س<sup>٢</sup>)، س<sup>٥</sup> (س)، (س<sup>٢</sup>)<sup>٣</sup>

(٥٣) اكتب: اكتب صيغتين تحوي كل منهما وحيدة حد. وفسّر كيف تستعمل كلاً منهما في مسائل من واقع الحياة.

تستعمل صيغة مساحة الدائرة  $م = \pi ر^٢$   
حيث  $ر$  نصف القطر لإيجاد مساحة أي دائرة

وتستعمل صيغة مساحة المستطيل  $م = ل \times ض$   
حيث  $ل$  الطول،  $ض$  العرض لإيجاد مساحة أي مستطيل

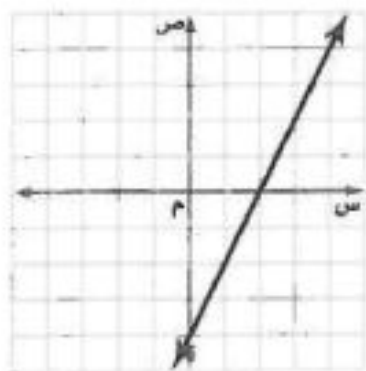
## تدريب على اختبار

٥٤) أي العبارات الآتية ليست وحيدة حد؟

(أ)  $6x^2$  - (ب)  $\frac{1}{3}$

(ج)  $2x^3$  - (د)  $5x^4$

الاختيار الصحيح: (ج)  $\frac{1}{3}$  المتغير في المقام



٥٥) إجابة قصيرة، إذا كان ميل المستقيم موجباً، ومقطعه الصادي سالباً، فماذا يحدث للمقطع السيني إذا ضوعف كل من المقطع الصادي والميل؟

لا يتغير

## مراجعة تراكمية

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

$$(56) \quad (-3, 2), \text{ ص} = \text{س} - 6$$

$$\text{ص} = \text{م س} + \text{ب}$$

$$2 = -3 + \text{ب}$$

$$\text{ب} = 2 + 3 = 5$$

$$\text{ص} = \text{س} + 5$$

$$(57) \quad (2, -1), \text{ ص} = 2\text{س} + 2$$

$$\text{ص} = \text{م س} + \text{ب}$$

$$-1 = 2 \times 2 + \text{ب}$$

$$\text{ب} = -5$$

$$\text{ص} = 2\text{س} - 5$$

$$(58) \quad (-5, -4), \text{ ص} = \frac{1}{4}\text{س} + 1$$

$$\text{ص} = \text{م س} + \text{ب}$$

$$-4 = -5 \times \frac{1}{2} + \text{ب}$$

$$\text{ب} = -4 + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ص} = \frac{1}{2}\text{س} - \frac{3}{2}$$

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$28 - = 7 \text{ س } (59)$$

$$28 - = 7 \text{ س}$$

بقسمة الطرفين

$$\frac{28}{7} - = \frac{7}{7} \text{ س}$$

على 7

$$\frac{28}{7} - = \text{ س}$$

$$4 - = \text{ س}$$

$$10 = \frac{2}{5} \text{ ص } (60)$$

$$10 = \frac{2}{5} \text{ ص}$$

بضرب الطرفين في

$$\frac{5}{2} - \times 10 = \frac{2}{5} \text{ ص } \times \frac{5}{2} -$$

$\frac{5}{2} -$

$$25 = \text{ ص}$$

$$7 = \frac{2}{3} \text{ س } (61)$$

$$7 = \frac{2}{3} \text{ س}$$



بضرب الطرفين في

$$\frac{3}{2} \times 7 = \text{س} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$$

$$\frac{21}{2} = \text{س}$$

استعد للدرس اللاحق

أوجد ناتج القسمة في كلِّ مما يأتي:

$$(62) \div 64 - (8-)$$

$$8 \div 64 = (8-) \div 64 -$$
$$8 =$$

$$1,3 \div 78 - (63)$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 13 \overline{)780} \\ \underline{78} \phantom{0} \\ 00 \end{array}$$

$$60 - = 1,3 \div 78 -$$

$$(6-) \div 42,3 (64)$$

$$\begin{array}{r} 7,05 \\ 6 \overline{)42,3} \\ \underline{42} \phantom{0} \\ 0030 \\ \underline{30} \phantom{0} \\ 00 \end{array}$$

$$7,05 - = (6-) \div 42,3$$

$$10,5 \div 23,94 - \quad (65)$$

$$\begin{array}{r}
 2,28 \\
 105 \overline{)239,4} \\
 \underline{210-} \\
 0294 \\
 \underline{210-} \\
 0840 \\
 \underline{840-} \\
 000
 \end{array}$$

$2,28 - = 10,5 \div 23,94 -$

$$(2,5-) \div 32,5- \quad (66)$$

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 25 \overline{)325} \\
 \underline{25-} \\
 075 \\
 \underline{75-} \\
 00
 \end{array}$$

$13 = (2,5-) \div 32,5-$

$$4,6 \div 98,44 - \quad (67)$$

$$\begin{array}{r}
 214 \\
 46 \overline{)984,4} \\
 \underline{92-} \\
 064 \\
 \underline{46-} \\
 184 \\
 \underline{184-} \\
 000
 \end{array}$$

$21,4 - = 4,6 \div 98,44 -$



## قسمة وحيدات الحد

٦-٢

### تحقق

بسط العبارة مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً .

$$(أ) \frac{س^٣ص^٤}{س^٢ص} = \frac{س^٣ص^٤}{س^٢ص} = س^{٣-٢}ص^{٤-١} = سص^٣$$

$$(ب) \frac{ك^٧م^{١٠}ب}{ك^٥م^٣ب} = \frac{ك^٧م^{١٠}ب}{ك^٥م^٣ب} = ك^{٧-٥}م^{١٠-٣}ب^{١-١} = ك^٢م^٧$$

بسط العبارة:

$${}^3\left(\frac{{}^4\text{س}^3}{4}\right) \text{ (أ)}$$

$$\frac{{}^{12}\text{س}^3}{4^3} = {}^3\left(\frac{{}^4\text{س}^3}{4}\right)$$

$$\frac{{}^{12}\text{س}^{27}}{64} =$$

$${}^2\left(\frac{{}^3\text{ص}^2}{6}\right) \text{ (ب)}$$

$$\frac{{}^4\text{ص}^2}{6^2} = {}^2\left(\frac{{}^3\text{ص}^2}{6}\right)$$

$$\frac{{}^4\text{ص}^4}{6^6} =$$

$${}^3\left(\frac{{}^4\text{س}^3}{5}\right) \text{ (ج)}$$

$$\frac{{}^{3 \times 3}\text{س}^3}{5^{4 \times 3}} = {}^3\left(\frac{{}^4\text{س}^3}{5}\right)$$

$$\frac{{}^9\text{س}^{64}}{125^{12}} =$$

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

$$(أ٣) \frac{ب^٤ ج^٢ د^٢}{ب^٢ ج}$$

$$ب^٤ ج^٢ د^٢ = \frac{ب^٤ ج^٢ د^٢}{ب^٢ ج^{1-2}}$$

$$= ب^٢ ج$$

$$(ب٣) \left( \frac{٢ ن^٤ ج^٧ هـ^٣}{١٥ ن^٣ ج^٩ هـ^٦} \right)$$

$$= \left( \frac{٢ ن^٤ ج^٧ هـ^٣}{١٥ ن^٣ ج^٩ هـ^٦} \right)$$

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

$$(أ٤) \frac{ف^{-٣} و س^٢}{و ص^{-٦}}$$

$$= \frac{ف^{-٣} و س^٢}{و ص^{-٦}}$$

$$= \frac{س^٢ و}{ف^{-٣}}$$

$$(ب٤) \frac{٣٢ د^{-٣} ب^٨ ج^{-٤}}{٤ د^٣ ب^٥ ج^{-٢}}$$

$$\frac{32}{4} = \frac{32 \cdot d^{-8} b^3 c^{-4}}{4 d^3 b^5 c^{-2}}$$

$$8 = d^{-11} b^1 c^{-2}$$

$$\frac{5 \cdot d^{-7} k^2 m^{-1}}{25 \cdot d^{-2} k^4 m^{-2}} \quad (ج ٤)$$

$$5 = \frac{5 \cdot d^{-3} k^3 m^{-2}}{25 \cdot d^{-4} k^4 m^{-2}}$$

$$5 = 5 \cdot d^1 k^{-1} m^0$$

٥) علم الفلك: رتبة مقدار كل من كتلة الأرض ودرج التبانة لأقرب قوى العشرة هي:  
 $10^{27}$ ،  $10^{44}$  على الترتيب. فكم مرة تساوي رتبة مقدار كتلة درج التبانة رتبة مقدار  
 كتلة الأرض؟

$$\frac{10^{44}}{10^{27}} = \frac{\text{كتلة درج التبانة}}{\text{كتلة الأرض}}$$

$$10^{44-27} =$$

$$10^{17} =$$



بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفرًا.

$$(1) \frac{h^5 l^4}{h^2 l}$$

$$h^{1-4} l^{2-5} = \frac{h^4 l^5}{h^2 l}$$

$$= h^3 l^3$$

$$(2) \frac{m^3 r^5 b^6}{m^2 r^3 b^5}$$

$$m^{3-3} r^{5-6} b^{2-5} = \frac{m^3 r^5 b^6}{m^2 r^3 b^5}$$

$$= m r^3$$

$$(3) \frac{b^4 j^6 n^8}{b^5 j^3 n^5}$$

$$b^{4-5} j^{4-4} n^{3-6} = \frac{b^4 j^6 n^8}{b^5 j^3 n^5}$$

$$= \frac{j^3 n^3}{b}$$

$$\frac{\text{ج}^{\text{ه}^{\text{م}}}}{\text{ه}^{\text{ج}}^{\text{م}}} \quad (4)$$

$$\text{ج}^{\text{ه}^{\text{م}}} = \frac{\text{ج}^{\text{ه}^{\text{م}}}}{\text{ه}^{\text{ج}}^{\text{م}}}$$

ج ه م =

$$\frac{\text{ر}^{\text{ن}^{\text{ف}}}}{\text{ن}^{\text{ر}}^{\text{ف}}} \quad (5)$$

$$\text{ر}^{\text{ن}^{\text{ف}}} = \frac{\text{ر}^{\text{ن}^{\text{ف}}}}{\text{ن}^{\text{ر}}^{\text{ف}}}$$

ر =

$$\frac{\text{س}^{\text{ع}^{\text{ص}}}}{\text{ع}^{\text{س}}^{\text{ص}}} \quad (6)$$

$$\text{س}^{\text{ع}^{\text{ص}}} = \frac{\text{س}^{\text{ع}^{\text{ص}}}}{\text{ع}^{\text{س}}^{\text{ص}}}$$

س ص ع =

$$\frac{\text{ن}^{\text{ك}^{\text{و}}}}{\text{ك}^{\text{ن}}^{\text{و}}} \quad (7)$$

$$\text{ن}^{\text{ك}^{\text{و}}} = \frac{\text{ن}^{\text{ك}^{\text{و}}}}{\text{ك}^{\text{ن}}^{\text{و}}}$$

ن ك و =

$$\frac{\text{ر}^{\text{ف}}}{\text{ن}^{\text{ر}}} \quad (8)$$

$${}^2\text{ر}^3\text{ف} = \frac{{}^2\text{ر}^3\text{ف}}{{}^7\text{ن}}$$

$$\frac{{}^3\text{ر}^7\text{ن}}{{}^2\text{ف}} =$$

$${}^0 \left( \frac{{}^2\text{ج}^3\text{د}^5}{{}^2\text{ه}^5} \right) \quad (9)$$

$${}^{5 \times 2}\text{ه} \quad {}^{5 \times 5}\text{د} \quad {}^{5 \times 3}\text{ج} \quad \frac{{}^5 2}{{}^5 5} = \left( \frac{{}^5\text{د}^3\text{ج}^2}{{}^2\text{ه}^5} \right)$$

$$\frac{{}^{25}\text{د}^{15}\text{ج}^{32}}{10\text{ه}^{3125}} =$$

$${}^0 \left( \frac{{}^3\text{س}^3\text{ص}^4\text{ع}^2}{{}^4\text{س}^3\text{ص}^4\text{ع}^2} \right) \quad (10)$$

$$1 = \left( \frac{{}^2\text{س}^3\text{ص}^4\text{ع}^2}{{}^4\text{س}^3\text{ص}^4\text{ع}^2} \right)$$

$$\frac{{}^0\text{ر}^2\text{ف}^4\text{ه}^5}{{}^3\text{ر}^2\text{ه}^3} \quad (11)$$

$${}^{3-5}\text{ه} \quad {}^{1-2}\text{ر}^2 = \frac{{}^5\text{ه}^0\text{ر}^2\text{ف}^4}{{}^3\text{ر}^2\text{ه}^3}$$

$${}^2\text{ر}^2\text{ه} =$$

$$(12) \frac{ف-ج^2}{ه-4}$$

$$ف-ج^2 = \frac{ج^3-ه^4}{ه-4}$$

$$\frac{ج^2 ه^4}{ف^3} =$$

(13) إنترنت: ارتفع عدد مستخدمي الإنترنت في المملكة من 200000 شخص عام 1421 هـ إلى 1100000 شخص عام 1431 هـ. حدّد نسبة عدد مستخدمي الإنترنت عام 1431 هـ إلى مستعمليه عام 1421 هـ باستخدام رتبة المقدار للعامين.

نسبة عدد مستخدمي الانترنت عام 1431 هـ إلى عددهم عام 1421 هـ

=

$$\frac{710}{510} \approx$$

$$\frac{\text{نسبة عدد مستخدمي الإنترنت عام 1431 هـ}}{\text{نسبة عدد مستخدمي الإنترنت عام 1421 هـ}}$$

$$\approx 10^2 \text{ تقريباً}$$



## تدرب وحل المسائل:



بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

$$\frac{m^4 n^2}{m^2 n} \quad (14)$$

$$m^{4-2} n^{2-1} = \frac{m^2 n^1}{m^2 n}$$

$$m^2 n =$$

$$\frac{j^3 d^4 h^4}{j^2 d^4 h^3} \quad (15)$$

$$j^{3-2} d^{4-4} h^{4-3} = \frac{j^1 d^0 h^1}{j^2 d^2 h^3}$$

$$j^2 =$$

$$\left( \frac{3s^3 v^4}{2e^2} \right)^2 \quad (16)$$

$$\left( \frac{8s^2 v^3}{4e^3} \right)^2 = \left( \frac{3s^4 v^3}{2e^5} \right)^2$$

$$\frac{8^2 s^4 v^6}{4^2 e^6} = \frac{9}{25 e^5}$$

$$(17) \frac{\text{ص}^4 \text{ع}^9}{\text{ع}^2}$$

$$\text{ص}^4 \text{ع}^9 = \frac{\text{ص}^4 \text{ع}^9}{\text{ع}^2}$$

$$\frac{\text{ص}^9 \text{ع}^2}{\text{ص}^4} =$$

$$(18) \frac{\text{ب}^7 \text{ج}^8}{\text{ب}^5 \text{ج}^7}$$

$$\text{ب}^7 \text{ج}^8 = \frac{\text{ب}^7 \text{ج}^8}{\text{ب}^5 \text{ج}^7}$$

$$\text{ب}^2 \text{ج} =$$

$$(19) \left( \frac{\text{ن}^5 \text{ج}^4 \text{ه}^2}{\text{ن}^3 \text{ج}^2 \text{ه}^3} \right)$$

$$= \frac{\text{ن}^2 \text{ج}^2 \text{ه}^1}{\text{ن}^0 \text{ج}^0 \text{ه}^0}$$

$$(20) \frac{\text{ل}^{12} \text{ر}^7}{\text{ل}^2 \text{ر}^7}$$

$$\text{ل}^{12} \text{ر}^7 = \frac{\text{ل}^{12} \text{ر}^7}{\text{ل}^2 \text{ر}^7}$$

$$\text{ل}^{10} =$$

$$\frac{{}^5\text{ج}^2\text{د}^0}{{}^8\text{ج}^0\text{د}^5}} - (21)$$

$${}^{5-5}\text{د}^{1-2}\text{ج}^5 = \frac{{}^5\text{ج}^2\text{د}^0}{{}^8\text{ج}^0\text{د}^5}}$$

$$\frac{{}^5\text{ج}}{8} =$$

$$\frac{{}^2\text{ن}^3\text{ج}^2\text{ه}^0}{{}^8\text{ن}^2\text{ج}^2}} - (22)$$

$$\frac{{}^{2-2}\text{ج}^{2-3}\text{ن}^2}{{}^4} = \frac{{}^0\text{ه}^2\text{ج}^3\text{ن}^2}{{}^8\text{ن}^2\text{ج}^2}}$$

$$\frac{{}^2\text{ن}}{4} =$$

$$\frac{{}^2\text{ل}^4\text{م}^{12}}{{}^9\text{ل}^3\text{م}^{15}} - (23)$$

$$\frac{{}^{9+2}\text{ل}^{3-4}\text{م}^{12}}{15} = \frac{{}^2\text{ل}^4\text{م}^{12}}{9\text{ل}^3\text{م}^{15}}$$

$$\frac{{}^{11}\text{ل}^4}{{}^7\text{م}^{15}} =$$

$$(٢٤) \left( \frac{أ^{٢-٤} ب^{٤-٥} ج^{-٥}}{أ^{٤-٤} ب^{-٤} ج^{-٣}} \right)^٢$$

$$\frac{أ^{٢ \times ٢ - ٤} ب^{٤ \times ٢ - ٥} ج^{-٥ \times ٢}}{أ^{٤ \times ٢ - ٤} ب^{-٤ \times ٢} ج^{-٣ \times ٢}} = \left( \frac{أ^{٢-٤} ب^{٤-٥} ج^{-٥}}{أ^{٤-٤} ب^{-٤} ج^{-٣}} \right)^٢$$

$$\frac{أ^{١٠} ب^{-١٠} ج^{-١٠}}{أ^{-٤} ب^{-٨} ج^{-٦}} =$$

$$= \frac{أ^{١٠+٤} ب^{-١٠+٨} ج^{-١٠+٦}}{ج^{-٦}} =$$

$$= \frac{أ^{١٤} ب^{-٢} ج^{-٤}}{ج^{-٦}}$$

$$(٢٥) \frac{ر^٣ ن^{-١} س^{-٥}}{ن س^٥}$$

$$= \frac{ر^٣ ن^{-١-٥} س^{-٥-٥}}{ن س^٥} = \frac{ر^٣ ن^{-٦} س^{-١٠}}{ن س^٥}$$

$$= \frac{ر^٣ ن^{-٦-٥} س^{-١٠}}{س^٥} =$$

$$= \frac{ر^٣}{ن^{١١} س^٥}$$

(٢٦) **حواسيب:** وصلت سرعة معالج الحاسوب عام ١٤١٤ هـ إلى  $١٠^٨$  عملية في الثانية تقريباً. وازدادت هذه السرعة إلى  $١٠^١٠$  عملية في الثانية عام ١٤٢٥ هـ. فبكم مرة يكون الحاسوب الجديد أسرع من القديم؟

$$\text{عدد المرات} = \frac{١٠^{١٠}}{١٠^٨} =$$

$$= ١٠^{١٠-٨} =$$

$$= ١٠^٢ =$$

$$= ١٠٠ =$$

تمثيلات متعددة، تستعمل الصيغة  $م = ط \text{نق}^2$  لإيجاد مساحة الدائرة، وتستعمل الصيغة  $م = ل^2$  لإيجاد مساحة المربع الذي طول ضلعه ل. استخدم الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة أ - د.



جبرياً: أوجد نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع.

$$\frac{\text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة المربع}} = \frac{\text{ط}^2}{(\text{2})^2}$$

$$= \frac{\text{ط}^2}{\text{4}}$$

$$= \frac{\text{ط}}{4}$$

ب) جبرياً: إذا ضرب كل من نصف قطر الدائرة وطول ضلع المربع في العدد ٢، فما نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟

$$\frac{\text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة المربع}} = \frac{\text{ط}^2 \cdot 4}{(\text{4})^2}$$

$$= \frac{\text{ط}^2 \cdot 4}{\text{16}}$$

$$= \frac{\text{ط}}{4}$$

ج) جدولياً: أكمل الجدول المقابل.

نصف القطر	مساحة الدائرة	مساحة المربع	النسبة
نق	ط <sup>2</sup> نق <sup>2</sup>	٤ نق <sup>2</sup>	$\frac{\text{ط}}{4}$
٢ نق	٤ ط <sup>2</sup> نق <sup>2</sup>	١٦ نق <sup>2</sup>	$\frac{\text{ط}}{4}$
٣ نق	٩ ط <sup>2</sup> نق <sup>2</sup>	٣٦ نق <sup>2</sup>	$\frac{\text{ط}}{4}$
٤ نق	١٦ ط <sup>2</sup> نق <sup>2</sup>	٦٤ نق <sup>2</sup>	$\frac{\text{ط}}{4}$
٥ نق	٢٥ ط <sup>2</sup> نق <sup>2</sup>	١٠٠ نق <sup>2</sup>	$\frac{\text{ط}}{4}$

د) تحليلياً: ما الاستنتاج الذي توصلت إليه؟

نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع تساوي دائما  $\frac{\pi}{4}$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢٨) تبرير: هل المعادلة " $s^3 \times s^2 = s^5$ " صحيحة أحيانا أم صحيحة دائما أم غير صحيحة أبدا؟ فسر إجابتك.

المعادلة صحيحة أحيانا عندما  $s = 0$ ،  $s = 2$ ،  $s = 3$

وخاطئة عندما  $s = 1$ ،  $s = 2$ ،  $s = 3$

(٢٩) مسألة مفتوحة: أعطِ مثالا لوحيدتي حد يكون ناتج قسمتهما  $24$  أو  $2$

وحيدتي الحد:  $24$  أو  $2$ ،  $24$  أو  $2$

$$\text{حيث } 24 \text{ أو } 2 = \frac{24 \text{ أو } 2}{24 \text{ أو } 2}$$

(٣٠) تحدّ: استعمل خاصية قسمة القوى لتفسير المساواة  $s^{-n} = \frac{1}{s^n}$

$$\frac{s^0}{s^n} = \frac{1}{s^n}$$

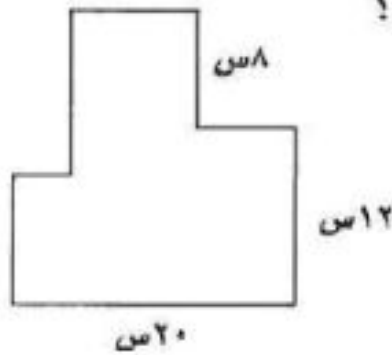


$$= \text{س} - \text{ن}$$

$$= \text{س} - \text{ن}$$

- (٣١) اكتب: وضح كيف تستعمل خاصية قسمة القوى وخاصية قوى القسمة؟  
• تستعمل خاصية ناتج قسمة القوى عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه وذلك بطرح الأسين.  
• وتستعمل خاصية قوة ناتج القسمة لإيجاد قوة ناتج القسمة وذلك بتوزيع القوة على كل من المقام والبسط.

### تدريب على اختبار



(٣٢) هندسة: ما محيط الشكل المجاور؟

(أ) ٤٠ س (ج) ١٦٠ س

(ب) ٨٠ س (د) ٤٠٠ س

الطول = ١٢ س + ٨ س = ٢٠ س

العرض = ٢٠ س

المحيط = (٢٠ س + ٢٠ س) ٢ =

= ٨٠ س

الاختيار الصحيح: (ب) ٨٠ س



(٣٣) بسطّ العبارة:  $(64 \times 0.5 \times 2^{-4})^3$

(أ)  $\frac{1}{64}$  (ج) ٣٢٠

(ب) ٦٤ (د) ١٠٢٤

$$^3\left(64 \times 1 \times \frac{1}{16}\right) = ^3(64 \times 0.5 \times 2^{-4})$$

$$^3(4) =$$

$$64 =$$

الاختيار الصحيح: (ب) ٦٤

## مراجعة تراكمية

(٣٤) علم الأرض: موجة زلزال قوته ٦ أكبر من موجة زلزال قوته ٤ بـ ١٠ مرات. وموجة زلزال قوته ٤ تساوي

١٠ أمثال موجة زلزال قوته ٣ فكم مرة تساوي موجة زلزال قوته ٦ موجة زلزال قوته ٣؟ (الدرس ١٠٦)

$$\text{موجة زلزال قوته ٦} < 10 \times \text{موجة زلزال قوته ٣}$$

$$10 < 10^3$$

حلّ كلّاً من المتباينات الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

$$(٣٥) ٥(٦ - ٢هـ) < ٤هـ$$

$$٥(٦ - ٢هـ) < ٤هـ$$

$$٥٤ < ٣٠ - ١٠هـ$$

$$٥٤ - ٥٤ < ٣٠ - ٥٤ - ١٠هـ$$

$$٣٠ < ٣٠ + ٣٠ - ١٠هـ$$

الطرفين

المتباينة الأصلية

خاصية التوزيع

ب طرح ٥٤ من الطرفين

بإضافة ٣٠ الى

بقسمة الطرفين على

$$\frac{30}{6} < \frac{6}{6}$$
$$5 < 1$$

المتباينة الأصلية  
خاصية التوزيع

$$10 + (8 - b)4 \leq 22 \quad (36)$$

$$10 + (8 - b)4 \leq 22$$

$$10 + 32 - 4b \leq 22$$

$$22 - 4b \leq 22$$

$$22 + 22 - 4b \leq 22 + 22$$

الطرفين

$$4b \leq 44$$

$$b \geq 11$$

بقسمة الطرفين على

المتباينة الأصلية  
خاصية التوزيع  
ب طرح 3 ب من

$$(10 + b)3 \geq (8 - b)5 \quad (37)$$

$$(10 + b)3 \geq (8 - b)5$$

$$30 + 3b \geq 40 - 5b$$

$$3b - 30 + 3b \geq 40 - 5b - 3b$$

الطرفين

$$40 + 30 \geq 40 - 40 + 2b$$

الطرفين

$$\frac{70}{2} \geq \frac{2b}{2}$$

$$b \geq 35$$

بقسمة الطرفين على

استعد للدرس اللاحق

بسّط كلّ عبارة فيما يأتي:

$$(38) \quad 3s + 10s$$

$$3س + 10 = 3س + 10$$

$$13س = 13س$$

$$39 - 10 - 2 = 27$$

$$2 - 11 = 2 - 11$$

$$4ص^2 + 15ص + 2ص^2 = 19ص^2 + 15ص$$

$$4ص^2 + 15ص + 2ص^2 = 19ص^2 + 15ص$$

$$19ص^2 + 15ص = 19ص^2 + 15ص$$

$$13(5 + 4) = 13 \times 9 = 117$$

$$152 + 65 = 217$$

# كثيرات الحدود

٦-٣

## تحقق

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنّفها إلى وحيدة حدّ، أو ثنائية حدّ، أو ثلاثية حدود:

(أ) س

نعم، وحيدة حد

(ب)  $٣ص^٢ - ٢ص + ٤ص - ١$

نعم، ثلاثية حدود

(ج)  $٥رس + ٧ن ف ك$

نعم، ثنائية حد

(د)  $١٠س - ٤س - ٨س$

لا،  $١٠س - ٤س$  ليست وحيدة حد و  $٨س$  له أس متغير

أوجد درجة كثيرة الحدود

$$(١٢) ٧س٥ ص٥ ع$$

$$\text{درجة الحد} = ١ + ٥ + ١ = ٧$$

$$(١٣) ١٣ - ٢م٢ ن - ٣م٣ ن - ٢م٧ ن٢ - ٢ن٣$$

$$\text{درجة الحد } ٢م٢ ن = ١ + ١$$

$$\text{درجة الحد } -٣م٣ ن = ١ + ٢$$

$$\text{درجة الحد } -٢م٧ ن٢ = ٢ + ٢$$

$$\text{درجة } -١٣ \text{ هي صفر}$$

$$\text{إذن درجة كثيرة الحدود} = ٢ + ٢ = ٤$$

اكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها.

$$(١٣) ٨ - ٢س٢ + ٤س٤ - ٣س٣$$

اكتب الحدود بترتيب

$$٤س٤ - ٢س٢ - ٣س٣ + ٨$$

تنازلي لدرجتها

$$\text{المعامل الرئيس} = ٤$$

$$(١٣) ١٠ + ٧ص١ - ٢ص٢ - ٥ص٣ + ص$$

اكتب الحدود بترتيب

$$٧ص١ - ٥ص٢ - ٢ص٣ + ص + ١٠$$

تنازلي لدرجتها

$$\text{المعامل الرئيس} = ٧$$

مصانع، تمثل المعادلة  $ع = ٣ن^٢ - ٢ن + ١٠$  عدد أطنان الأسمت بمئات الألوف التي أنتجها أحد المصانع من عام ١٤٢٦ هـ إلى ١٤٣١ هـ حيث ن عدد السنوات منذ عام ١٤٢٦ هـ فما عدد أطنان الأسمت المنتجة في عام ١٤٢٨ هـ؟

٤١) كم طنًا أنتج عام ١٤٣١ هـ؟

$$ن = ١٤٢٦ - ١٤٣١ = ٥$$

$$ع = ١٠ + (٥ \times ٢) - (٢٥ \times ٣) = ٧٥$$

$$ع = ٧٥ \dots \dots \dots \text{طن}$$

٤٢) إذا استمر هذا النمط، فكم طنًا سيتم إنتاجه عام ١٤٤١ هـ؟

$$١٥ = ١٤٢٦ - ١٤٤١$$

$$ع = ١٠ + ١٥ \times ٢ - (١٥) \times ٣$$

$$ع = ١٠ + ٣٠ - ٦٧٥$$

$$ع = ٦٥٥$$

$$ع = ٦٥٥ \dots \dots \dots \text{طن}$$



## تأكد: ✓

حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:

(١)  $٢ص - ٥ + ٣ص^٢$  (٢)  $٣س^٢$   
**نعم، ثلاثية حدود.**

(٢)  $٣س^٢$   
**نعم، وحيدة حد.**

(٣)  $٥م^٢ن^٣ + ٦$   
**نعم، ثنائية حد.**

(٤)  $٥ك - ٤ + ٦ك$

$$٥ك + ٤ = ٦ك + \frac{5}{٤ك}$$

**لا، تحتوي على متغير في المقام**

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

(٥)  $٣ -$

درجة كثيرة الحدود = **صفر**

(٦)  $٦ن^٣ - ٤ن^٤$

درجة الحد  $٦ن^٣ = ٣$ ، درجة الحد  $٤ن^٤ = ٤$

درجة كثيرة الحدود = **٤**

(٧)  $٧ع$



درجة كثيرة الحدود = ١

$$\frac{3}{4} \quad (٨)$$

درجة كثيرة الحدود = صفر

$$٨ + ٧ك٢ن + ١٢ \quad (٩)$$

درجة الحد 7ك<sup>٢</sup>ن = ١ + ٢ = ٣، درجة الحد ٨ن = ١، درجة الحد

$$١٢ = ٠$$

درجة كثيرة الحدود = ٣

$$٢٢ب + ٥ب + ٥ - أب \quad (١٠)$$

درجة الحد 2ب<sup>٢</sup> = ٢ + ٥ = ٧، درجة الحد أب = ٢، درجة الحد

$$٥ = ٠$$

درجة كثيرة الحدود = ٧

$$١ + د٢ + ٣د٢ن + ٦دن٣ \quad (١١)$$

درجة الحد 6دن<sup>٣</sup> = ٣ + ١ = ٤، درجة الحد 3د<sup>٢</sup>ن<sup>٢</sup> = ٤،

درجة الحد د٢ = ١، درجة الحد ١ = ٠

درجة كثيرة الحدود = ٤

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها:

$$٢ + ٣ص٢ - ٣ص٣ + ٣ص٣ \quad (١٢)$$

اكتب الحدود بترتيب

$$٢ - ٣ص٢ + ٣ص٣ + ٣ص٣$$

تنازلي لدرجتها

المعامل الرئيس = -١

$$٤ع٤ - ٢ع٢ - ٤ع٥ \quad (١٣)$$

اكتب الحدود بترتيب

$$-٤ع٥ - ٢ع٢ + ٤ع٤$$

تنازلي لدرجتها  
المعامل الرئيس = -٥

اكتب الحدود بترتيب

$$(١٤ - ١٢ + ١٤ - ٣٢٤ + ٢٤٥ - ١)$$

تنازلي لدرجتها  
المعامل الرئيس = ٤

(١٥) جامعات، افترض أنه يمكن تمثيل عدد الطلاب المسجلين في جامعة من عام ١٤١٩ هـ إلى ١٤٢٨ هـ بالمئات بالمعادلة  $ن = س٢ + ١,٥س + ٠,٥$ ، حيث  $س$  عدد السنوات منذ عام ١٤١٩ هـ.

(أ) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٢٤ هـ؟

$$ن = س٢ + ١,٥س + ٠,٥$$

حيث  $س$  عدد السنوات

$$ن = س٢ + ١,٥س + ٠,٥$$

حيث  $س = ٥$  حيث  $(١٤٢٤) = ٥$

$ن = ٣٣$  وبما أن  $(ن)$  بالمئات

$$\text{إذن عدد الطلاب} = ١٠٠ \times ٣٣ = ٣٣٠٠ \text{ طالب}$$

(ب) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٢٦ هـ؟

$$ن = س٢ + ١,٥س + ٠,٥$$

حيث  $س$  عدد السنوات

$$ن = س٢ + ١,٥س + ٠,٥$$

حيث  $س = ٧$  حيث  $(١٤٢٦) = ٧$

$ن = ٦٠$  وبما أن  $ن$  بالمئات

إذن عدد الطلاب =  $60 \times 100 = 6000$  طالب

## تدرب وحل المسائل:



حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:

$$(16) \quad 5ص^3 + 4س$$

لا، تحتوي على متغير في المقام

$$(17) \quad 21$$

نعم، وحيدة حد

$$(18) \quad 1 + 2ج - 4ج^2 + 1ج^3$$

نعم، ثلاثية حدود

$$(19) \quad 3د + د^3 - ج$$

لا، الأس متغير

$$(20) \quad 2أ - أ^2$$

نعم، ثنائية حد

$$(21) \quad 5ن^3 + 3ك^3$$

نعم، ثنائية حد

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(22) \quad 3أ^5 + 4أ - 13ب$$

درجة الحد 4أب = 2، درجة الحد 5أ<sup>3</sup>ب = 4، درجة الحد 13 = 0  
درجة كثيرة الحدود = 4

(23) 3س - 8  
درجة الحد 3س = 1، درجة الحد 8 = 0  
درجة كثيرة الحدود = 1

(24) - 4  
درجة الحد - 4 = صفر

(25) 17ج<sup>2</sup>هـ  
درجة الحد = 1 + 2 = 3

(26) 10 + 2ج<sup>2</sup>د<sup>4</sup> - 6د<sup>2</sup>ج  
درجة الحد 2ج<sup>2</sup>د<sup>4</sup> = 4 + 2 = 6،  
درجة الحد 6د<sup>2</sup>ج = 2 + 1 = 3  
درجة الحد 10 = 0  
درجة كثيرة الحدود = 6

(27) 2ع<sup>2</sup>ص<sup>2</sup> - 7ص<sup>3</sup>ن<sup>4</sup> + 5ص<sup>3</sup>ن<sup>4</sup>  
درجة الحد 2ع<sup>2</sup>ص<sup>2</sup> = 2 + 2 = 4،  
درجة الحد 5ص<sup>3</sup>ن<sup>4</sup> = 3 + 4 = 7  
درجة الحد 10 = 0  
درجة كثيرة الحدود = 7

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها:

(28) 5س<sup>2</sup> - 2س<sup>3</sup> + 1س  
لدرجتها

اكتب الحدود بترتيب تنازلي

لدرجتها



المعامل الرئيس = ٥

اكتب الحدود بترتيب تنازلي

$$(29) \quad 8ص^2 + 7ص^3$$

$$7ص^2 + 8ص^3$$

لدرجتها

المعامل الرئيس = ٧

اكتب الحدود بترتيب

$$(30) \quad 5ج^2 - 3ج - 4$$

$$-5ج^2 + 3ج - 4$$

تنازلي لدرجتها

المعامل الرئيس = -٥

$$(31) \quad 4د^4 - 1د^2 + 1$$

$$-4د^4 + 1د^2 + 1$$

لدرجتها

اكتب الحدود بترتيب تنازلي

المعامل الرئيس = -٤

$$(32) \quad \frac{1}{3}س - 3س^4 + 7$$

$$-\frac{1}{3}س + 3س^4 + 7$$

لدرجتها

اكتب الحدود بترتيب تنازلي

المعامل الرئيس = ٣

$$(33) \quad 9ب^2 + 10ب - 6ب^6$$

$$-6ب^6 + 9ب^2 + 10ب$$

لدرجتها

اكتب الحدود بترتيب تنازلي

المعامل الرئيس = ١

(34) ألعاب نارية، أطلق صاروخ ألعاب نارية من ارتفاع ١ م من الأرض وبسرعة ١٥٠ م/ث. ويمكن

تمثيل ارتفاع الصاروخ ع بعد ن ثانية بالمعادلة  $ع = -5٠ن^2 + ١٥٠ن + ١$

(أ) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد ٣ ثوانٍ؟

بالتعويض عن ن =

$$ع = -٥ن + ١ + ٥٠$$

$$ع = -٥(٣) + ١ + ٥٠$$

$$ع = ١٠٦ م$$

(ب) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد ٥ ثوانٍ؟

بالتعويض عن ن =

$$ع = -٥ن + ١ + ٥٠$$

$$ع = -٥(٥) + ١ + ٥٠$$

$$ع = ١٢٦ م$$

شروع: يصمم طارق وعمر هيكل صاروخ، بحيث يكون الجزء العلوي منه على شكل مخروط، وجسمه على شكل أسطوانة نصف قطرها نق، كما في الشكل المجاور. إذا علمت أن حجم المخروط يساوي  $\frac{1}{3}$  ط × مربع نصف القطر (نق) × الارتفاع (ع)، وحجم الأسطوانة يساوي ط × مربع نصف القطر (نق) × الارتفاع (ع).



(أ) اكتب كثيرة حدود تمثل حجم الصاروخ.

حجم الصاروخ = حجم المخروط + حجم الاسطوانة

$$\text{حجم الصاروخ} = \frac{1}{3} ط \cdot ع^2 + ط \cdot ع^2$$

(ب) إذا كان ارتفاع جسم الصاروخ ٨ سم، وارتفاع الجزء العلوي منه ٦ سم، ونصف قطر القاعدة ٣ سم، فما حجم الصاروخ؟

$$\text{حجم الصاروخ} = \frac{1}{3} ط \cdot (٣)^2 + ٦ \times (٣)^2$$

$$= ١٨ ط + ٧٢ ط = ٩٠ ط$$

$$\approx ٢٨٢.٦ \text{ سم}^3$$



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣٦) تحدّد إذا كان  $s$  عدداً صحيحاً، فاكتب كثيرة حدود تمثل العدد الصحيح الفردي، وفسّر ذلك.  
 $s + 1$  حيث  $s$  عدد صحيح

(٣٧) تبير: وضح إذا كانت العبارة: "يمكن أن تكون درجة ثنائية الحد صفراً" صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ وفسّر إجابتك.  
غير صحيحة أبداً يجب أن تحوي ثنائية الحد على حد تكون درجته على الأقل ١

(٣٨) مسألة مفتوحة: اكتب مثلاً على ثلاثية حدود تكعيبية.  
 $s^2 - s + 1$

(٣٩) اكتب: فسّر كيف تكتب كثيرة حدود على الصورة القياسية، وكيف تحدد المعامل الرئيس فيها؟  
أوجد درجة كل حد أولاً ثم رتب الحدود تنازلياً بحسب درجاتها فيكون المعامل الرئيس دائماً معامل أول حد وهو الحد الذي له أعلى درجة

## تدريب على اختبار

(٤٠) اجابة قصيرة: إذا كان لديك بطاقة تخفيض بقيمة ٨ ريالاً من أحد المتاجر، واشترت أرزاً بـ ٥٩,٩٥ ريالاً، وعلبة جبن بـ ١٥,٩٥ ريالاً. فكم تدفع مقابل ذلك؟

$$\begin{aligned} \text{ثمن ما اشترته} &= ١٥,٩٥ + ٥٩,٩٥ = \\ &= ٧٥,٩ \\ \text{ما دفعته بعد الخصم} &= ٨ - ٧٥,٩ = \\ &= ٦٧,٩ \text{ ريالاً} \end{aligned}$$

(٤١) ما قيمة ص التي تحقق نظام المعادلات أدناه؟

$$٢س + ص = ١٩, \quad ٤س - ٦ص = ٢$$

(أ) ٥      (ب) ٨      (ج) ٧      (د) ١٠

من المعادلة الأولى  
وبالتعويض في

$$ص = ١٩ - ٢س$$

$$٢ = ٤س - ٦(١٩ - ٢س)$$

المعادلة الثانية

$$٢ = ٤س - ١١٤ + ١٢س$$

$$١١٢ = ١٦س$$

$$س = \frac{112}{16} = ٧ \text{ وبالتعويض عن س}$$

$$\text{نجد أن ص} = ١٩ - ٧ \times ٢ = ٥$$

## مراجعة تراكمية

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفرًا:

$$(٤٢) \quad \frac{a^8 - a^4}{(a^4)^0} = a^{8-4} = a^4$$

$$1 = a^0$$

$$\frac{1}{a^4} =$$

$$(٤٣) \quad \frac{m^4 - 4j^3}{m} =$$

$$1 = \frac{m^4 - 4j^3}{m}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{m^3 - 4j^3}{m}$$

$$(٤٤) \quad \frac{n^3 - 3j^2}{n^2 - 18j^6} =$$

$$\frac{1}{n} = \frac{n^2 - 3j^2}{n^2 - 18j^6}$$

$$1 =$$

$$(٤٥) \quad \frac{k^3(1-k)}{1 - \binom{8}{k^4}} =$$

$$\frac{k^3 - k^4}{1 - \binom{8}{k^4}} =$$

$$k^{8+3-4} =$$

$$= 7^5 \text{ ك}^5$$

٤٦) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٣) والمعامد للمستقيم  $ص = ١$  بصيغة الميل والمقطع.

$$ص = ١$$

$$١ = م$$

ميل المستقيم العمودي = -١

$$ص - ١ = م(س - ١)$$

$$ص - ١ = ٣(س - ١)$$

$$ص - ١ = ٣س - ٣$$

$$ص = ٣س - ٢$$

### استعد للدرس اللاحق

بسّط كل عبارة فيما يأتي إن أمكن، وإلا فاكتب "في أبسط شكل":

$$(٤٧) ٧ب^٢ + ١٤ب - ١٠ب$$

$$= ٧ب^٢ + ٤ب$$

$$(٤٨) ٥ت + ١٢ت^٢ - ٨ت$$

$$= ١٢ت^٢ + ٣ت$$

$$(٤٩) ٣ص^٤ + ٢ص^٤ + ٢ص^٥$$

$$= ٥ص^٤ + ٢ص^٥$$

$$(٥٠) ٧هـ^٥ - ٧س^٥ + ٨ك^٥$$

في أبسط شكل

$$n \frac{2}{3} + \frac{n}{3} + n \quad (51)$$

$$n2 = n \frac{6}{3} = n \frac{2}{3} + n \frac{1}{3} + n \frac{3}{3} =$$

$${}^2J + \frac{J}{3} + J2 \quad (52)$$

$$J2 \frac{1}{2} + {}^2J =$$

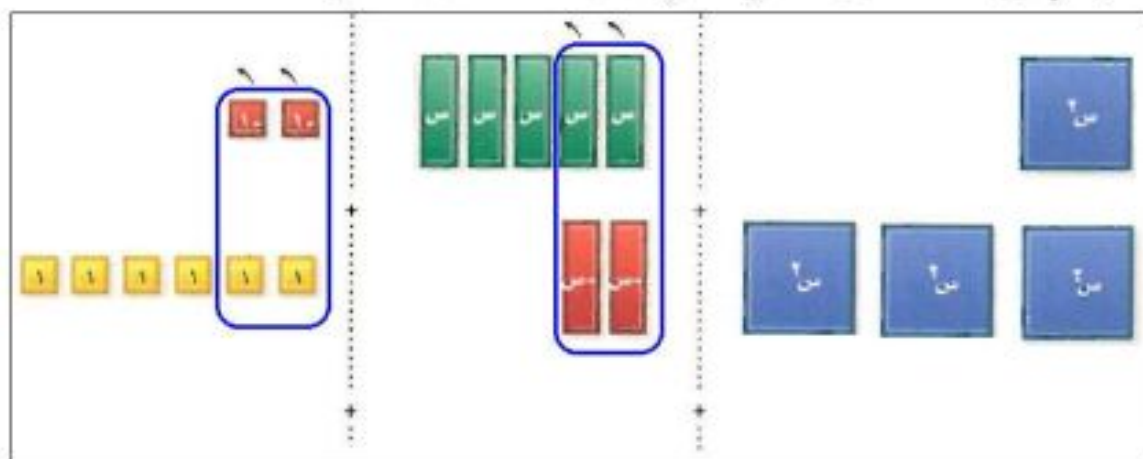


# معمل الجبر: جمع

## كثيرات الحدود وطرحها

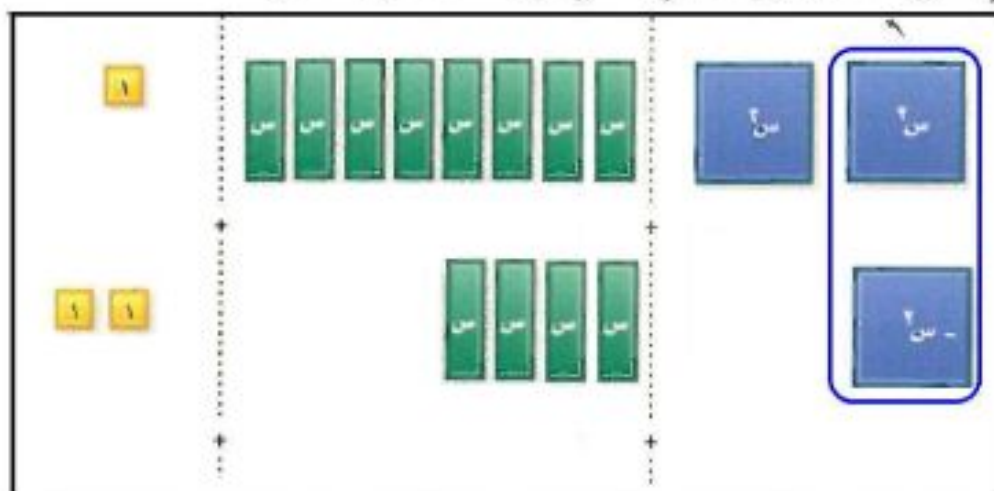
استعمل بطاقات الجبر لإيجاد المجموع أو الفرق لكل مما يأتي:

$$(1) (6 + 2s - 3s^2) + (2 - 5s + s^2)$$



$$4s + 3s^2 + 6 = (6 + 2s - 3s^2) + (2 - 5s + s^2)$$

$$(2) (2s^2 + 8s + 1) - (4s^2 - 5s - 2)$$



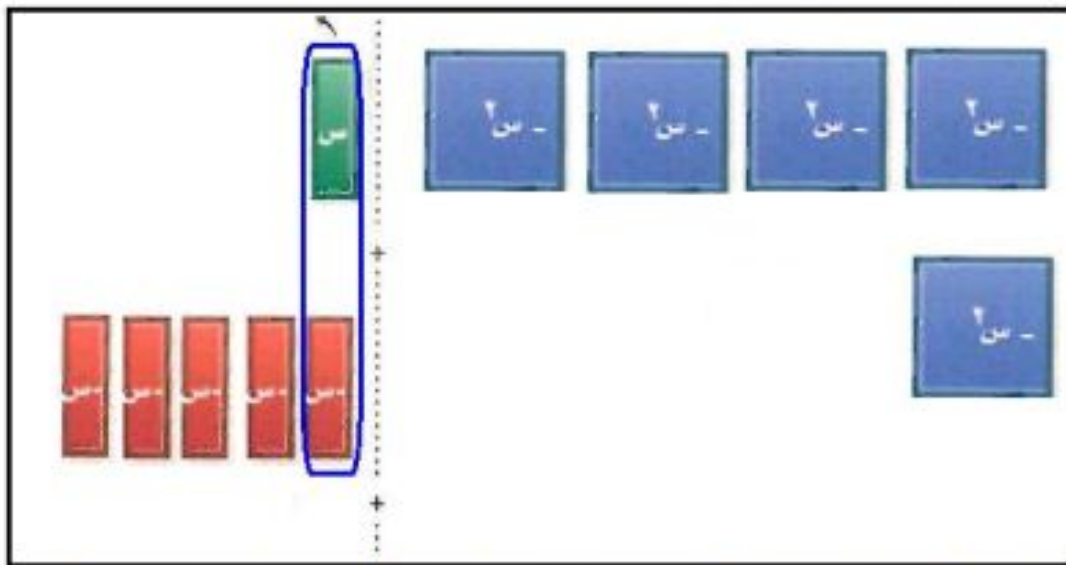
$$(2s^2 + 8s + 1) - (4s^2 - 5s - 2) =$$

$$(2s^2 + 8s + 1) + (-4s^2 + 5s + 2) =$$

$$-2s^2 + 13s + 3$$



$$(3) \quad (-4s^2 + s) - (s^2 + 5s)$$

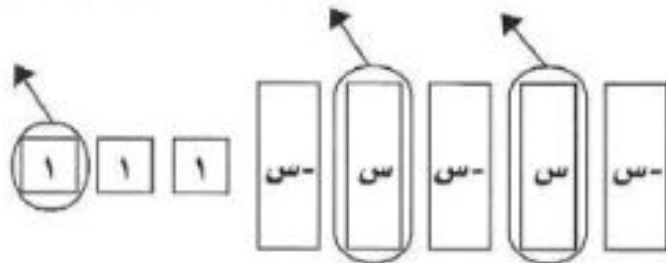
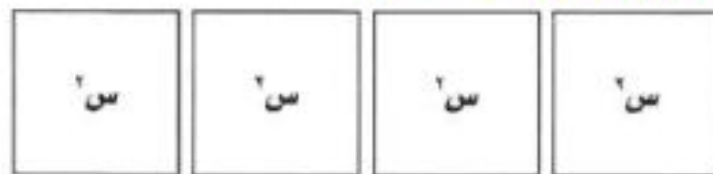


$$(-4s^2 + s) + (s^2 + 5s) = (s^2 + s) - (s^2 + s)$$

$$= -4s^2 - s$$

٤) اكتب: أوجد ناتج  $(4s^2 - s + 3) - (2s + 1)$  باستعمال طريقتي النشاطين ٢ و ٣. ومثل ذلك بمخطط، ثم فسر كيف تستعمل الأزواج الصفرية في كل حالة.

الطريقة من النشاط ٢:



$$4s^2 - s^3 + 2$$

أنت بحاجة إلى إضافة أزواج صفرية لتتمكن من حذف بطاقتين من النوع (س)،



# جمع كثيرات الحدود وطرحها

٤-٦

## تحقق

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(أ) (٥س^٢ - ٣س + ٤) + (٦س - ٣س^٢ - ٣)$$

الطريقة الأفقية:

$$١ + ٣س + ٣س^٢ = (٣ - ٤) + (٦س - ٣س^٢) + (٥س^٢ - ٣س)$$

الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r} ٤ + ٣س - ٢س^٢ \\ + \quad ٦س - ٣س^٢ + ٣ \\ \hline ١ + ٣س + ٢س^٢ \end{array}$$

$$(ب) (٧ + ٣ص - ٤ص^٢) + (٢ص^٣ + ٢ص - ١١)$$

الطريقة الأفقية:

$$٢ص^٣ + ٢ص - ٤ص^٢ = (١١ - ٧) + (٢ص + ٣ص^٣) + (٢ص^٣ - ٤ص^٢)$$

الطريقة الرأسية:

$$\frac{\begin{array}{r} \text{ص}^4 - 2\text{ص}^2 + 3\text{ص} + 7 \\ 11 - 2\text{ص}^2 + 3\text{ص}^3 \end{array}}{\begin{array}{r} -\text{ص}^4 + 2\text{ص}^3 - \text{ص} - 4 \end{array}} (+)$$

$$(i) (2\text{ص}^4 - 3\text{ص}^3 + 2\text{ص}^2 - 4\text{ص} + 7) - (3\text{ص}^3 - 2\text{ص}^2 + 6\text{ص} - 4)$$

بإضافة النظير الجمعي

$$\frac{\begin{array}{r} 2\text{ص}^4 - 3\text{ص}^3 + 2\text{ص}^2 - 4\text{ص} + 7 \\ 3\text{ص}^3 - 2\text{ص}^2 + 6\text{ص} - 4 \end{array}}{\begin{array}{r} 2\text{ص}^4 - 6\text{ص}^3 + 4\text{ص}^2 - 10\text{ص} + 11 \end{array}} (+)$$

$$(ii) (8\text{ص}^2 - 10\text{ص} + 10) - (7\text{ص}^3 - 12\text{ص} + 7)$$

بإضافة النظير الجمعي

$$\frac{\begin{array}{r} 8\text{ص}^2 - 10\text{ص} + 10 \\ 7\text{ص}^3 - 12\text{ص} + 7 \end{array}}{\begin{array}{r} 7\text{ص}^3 - 4\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 17 \end{array}} (+)$$

متجر إلكترونيات: تمثل المعادلتان أدناه عدد الهواتف المحمولة هـ، وعدد آلات التصوير الرقمية ك التي بيعت في ش شهر لمتجر بيع إلكترونيات: هـ = 7ش + 137، ك = 4ش + 78

(3) استعمل المعلومات السابقة لكتابة معادلة تمثل الفرق (ف) بين مبيعات الهواتف المحمولة وآلات التصوير شهرياً ثم استعمل المعادلة للتعويض بالفرق في المبيعات الشهرية في 24 شهراً.

$$\text{ف} = \text{ه} - \text{ك}$$

$$\text{ف} = (7\text{ش} + 137) - (4\text{ش} + 78)$$

$$\text{ف} = (7\text{ش} - 4\text{ش}) + (137 - 78)$$

$$\text{ف} = 3\text{ش} - 59$$

$$\text{المبيعات الشهرية في 24 شهراً} = (3 \times 24) - 59$$

$$= 13$$



أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(1) \quad (9 + 2^3) + (4 - 3)$$

$$5 + 4^2 = (9 + 4) + (2^3 - 3)$$

$$(2) \quad (2 + 3) - (5 + 2 - 3)$$

$$3 + 2 = 6 + (2 - 3) + (3 - 2)$$

6

$$(3) \quad (9 - 3) + (4 - 8)$$

$$1 + 3 = (3 + 8) + (9 - 4)$$

$$(4) \quad (5 - 3 + 4) - (8 + 2 - 4)$$

$$5 + 2 - 3 - 8 = (5 + 8) + 2 - (4 - 4)$$

13

$$(5) \quad (12 - 4) + (2 + 8 - 3)$$

$$20 - 6 + 2 = (12 - 8) + (4 + 2) + (3 - 3)$$

$$(6) \quad (3 + 8) - (5 - 3)$$



$${}^2n^3 - {}^1n^9 = {}^2n^3 - ({}^1n^8 + {}^1n) + {}^2n^3 - {}^1n^9 = {}^2n^3 - {}^1n^9$$

(٧) **إجازة:** يتوزع العدد الكلي للطلاب (ك) الذين يسافرون خلال الإجازة إلى مجموعتين: مجموعة تسافر إلى المنطقة (ف) بالطائرة، والمجموعة الأخرى تسافر إلى المنطقة (د) بالسيارة، ويمكن تمثيل العدد الكلي بالآلاف للطلاب (ك) الذين سافروا خلال الإجازة، وعدد الطلاب (ع) الذين سافروا للمنطقة (ف) بالمعادلتين: ك = ٢١ + ١٤ن، ع = ٧ + ٨ن، حيث (ن) عدد السنوات منذ عام ١٤١٦ هـ.

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل عدد الطلاب (ل) الذين توجهوا إلى المنطقة د في هذه الفترة.

$$ك + ع = ل$$

$$٢١ + ١٤ن + ٧ + ٨ن = ل$$

$$٠ = ل - ٧ - ٢١ + ٨ن - ١٤ن$$

$$ل = ١٤ + ٦ن$$

$$١٤ + ٦ن = ل$$

(ب) كم طالباً يُتوقع أن يتوجهوا إلى المنطقة د في عام ١٤٣٣ هـ؟

بالتعويض عن ن = ١٧ حيث ١٧ =

$$ل = ١٤ + ٦ن$$

$$(١٤٣٣ - ١٤١٦)$$

$$ل = ١٤ + ١٧ \times ٦$$

$$ل = ١١٦$$

$$١٠٠٠ \times ١١٦ =$$

$$= ١١٦٠٠٠ \text{ طالب}$$

ل بالآلاف



جد) كم طالبًا يُتوقع أن يسافروا في عام ١٤٣٦ هـ؟

$$\text{ك} = ١٤ + ٢١ \quad \text{بالتعويض عن ن} = ٢٠ \text{ حيث } ٢٠ =$$

$$(١٤٣٦ - ١٤١٦)$$

$$\text{ك} = ٢١ + ٢٠ \times ١٤$$

$$\text{ك} = ٣٠١$$

$$\text{إذن ك} = ١٠٠٠ \times ٣٠١$$

$$= ٣٠١٠٠٠ \text{ طالب}$$

## تدرب وحل المسائل:



أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(٨) \quad (٥ + \text{ص}) + (\text{ص}٢ - ٢)$$

$$\text{ص}٤ + \text{ص}٢ + ٣ = (٢ - ٥) + (\text{ص}٢ + \text{ص}) + ٣$$

$$(٩) \quad (٣ \text{ج}٣ - \text{ج}١١ + ٨) - (\text{ج}٢ + ٢ \text{ج}٢ + ٨)$$

$$٣ \text{ج}٣ - \text{ج}٢ - ٣ = (٨ - ١١) + (\text{ج}٢ - \text{ج}٢) + ٣$$

$$(١٠) \quad (١١ - \text{ع}٢) + (\text{ع}٢ + \text{ع})$$

$$١١ - \text{ع} + \text{ع}٢ = ١١ - \text{ع} + (\text{ع}٢ + \text{ع})$$

$$(١١) \quad (٢ \text{س} - \text{ص}٢ + ١) - (\text{س}٤ + \text{ص}٣)$$

$$١ + \text{س}٤ - \text{س}٢ - \text{ص}٣ = ١ + (\text{س}٤ - \text{س}٢) + (\text{ص}٣ - \text{ص}٣)$$

$$(١٢) \quad (٤ - \text{ب}٥ + ٣) + (\text{ب}٣ + ٢ - ٦)$$

$$٩ + \text{ب}٣ - \text{ب}٥ = (٦ + ٣) + (٢ - ٤) + (\text{ب}٣ - \text{ب}٥)$$

$$(13) (س^2ص - س^3ص + ص) + (س^2ص - س^3ص + ص) = (س^2ص + ص) + (س^2ص - س^3ص - س^3ص + ص)$$

$$(14) (أ^2ب + أ^3ب - أ^4ب) + (أ^2ب + أ^3ب - أ^4ب) = (أ^2ب - أ^4ب) + (أ^2ب + أ^3ب + أ^3ب - أ^4ب)$$

$$(15) (ج^2د - ج^3د + د) + (ج^2د - ج^3د + د) = (ج^2د - ج^3د + د) + (ج^2د - ج^3د + د) = 10 - ج$$

$$(16) (ع + ن^2 - ن^3) + (ع + ن^2 - ن^3) - (ع + ن^2 - ن^3) = (ع + ن^2 - ن^3) + (ع + ن^2 - ن^3) - (ع + ن^2 - ن^3) = 6 - ن - ن^2 - ن^3$$

(17) مبيعات: يُقدّر متجر بيع إلكترونيات أن تكلفة من وحدة من أجهزة التلفاز LCD بالريال تُعطى بالعبارة  $1,42س^2 + 2128س + 1500$ ، وأن الربح من بيع من تلفازاً هو  $75س$ ، حيث  $س$  بين صفر و  $800$ .

(أ) اكتب كثيرة حدود تمثل سعر بيع  $س$  وحدة.

$$\text{البيع} = \text{التكلفة} + \text{الربح}$$

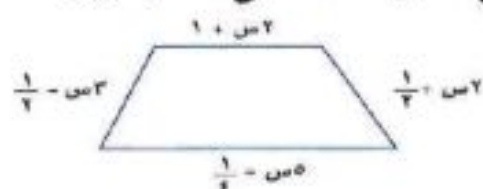
$$1,42س^2 + 2128س + 1500 + 75س = 1,42س^2 + 2203س + 1500$$

(ب) ما سعر بيع  $750$  تلفازاً؟

$$\text{سعر بيع } 750 \text{ تلفازاً} = 1,42(750)^2 + 2203(750) + 1500$$

$$= 855000 \text{ ريال}$$

(18) هندسة: اكتب كثيرة حدود تمثل محيط الشكل المجاور.



محيط شبه المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه

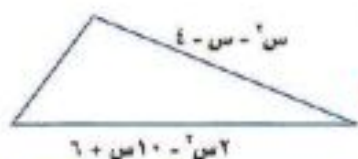
$$\frac{1}{4} + s^5 + \frac{1}{2} - s^3 + 1 + s^2 + \frac{1}{2} + s^2$$

$$(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}) + (s^5 + s^3 + s^2 + s^2) =$$

$$1\frac{1}{4} + s^2 =$$

(١٩) هندسة: تمثل العبارة  $s^3 - s^2 + 2$  محيط الشكل المقابل.

اكتب كثيرة حدود تمثل قياس الضلع الثالث.



محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

$$\text{الضلع الثالث} = (2s^2 - 10s + 6) - (s^3 - s^2 - 4) - (2s^2 + s^3 - 2)$$

$$(2s^2 - 10s + 6) - (2s^2 + s^3 - 2) =$$

$$(2 - 2) + (-10s + s^2) + (2 - s^3) =$$

$$-8s + s^2 - s^3 =$$



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢٠) اكتشف الخطأ: يجد كل من ثامر وسلطان ناتج:  $(٢س^٢ - س)$  -  $(٣س + ٣س^٢ - ٢)$ . فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

سلطان
$(٢س^٢ - س) - (٣س + ٣س^٢ - ٢)$
$(٢س^٢ - س) + (-٣س - ٣س^٢ + ٢)$
$= -٣س - ٣س^٢ + ٢ - س$

ثامر
$(٢س^٢ - س) - (٣س + ٣س^٢ - ٢)$
$(٢س^٢ - س) + (-٣س - ٣س^٢ + ٢)$
$= -٣س - ٣س^٢ + ٢ - س$

كلامهما إجابته خطأ فلم يجد أي منهما النظير الجمعي بشكل صحيح، إذ أن جميع حدود كثيرة الحدود التي تلي عملية الطرح يجب أن تضرب في -١

(٢١) مسألة مفتوحة: اكتب كثيرتي حدود الفرق بينهما  $٢س^٣ - ٧س + ٨$  و  $٣س^٢ - ٨س + ٩$ ،  $١ + س - ٢س^٢$

(٢٢) تبرير: أوجد مثلاً مضاداً للعبارة الآتية: «طرح كثيرات الحدود عملية إبدالية».

$$(٢س - ٣) - (٤س - ٣) = ٢س - ٣$$

ولكن  $(٤س - ٣) - (٢س - ٣) = ٢س$

(٢٣) اكتب: صف كيف تجمع كثيرتي حدود وتطرحهما باستعمال الطريقتين الرأسية والأفقية. وأي الطريقتين هي الأسهل في نظرك؟ ولماذا؟

- لجمع كثيرات الحدود بالصورة الأفقية اجمع الحدود المتشابهة
- وللجمع بالصورة الرأسية اكتب كثيرات الحدود بالصورة القياسية واضع الحدود المتشابهة بعضها تحت بعض واجمع الحدود المتشابهة

## تدريب على اختبار

٢٤) يمكن التعبير عن ثلاثة أعداد صحيحة متتالية بالرموز: س، س + ١، س + ٢. ما مجموع هذه الأعداد الثلاثة؟

(أ)  $s(s+1)(s+2)$  (ب)  $s^3 + 3$

(ج)  $s^3 + 3$  (د)  $s + 3$

مجموع الأعداد =  $s + (s + 1) + (s + 2)$

$$= 3s + 3$$

الاختيار الصحيح: (ج)  $s^3 + 3$

٢٥) إجابة قصيرة: ما محيط مربع طول ضلعه  $(2s + 3)$  وحدة؟

محيط المربع = طول الضلع  $\times 4$

$$= 4 \times (2s + 3)$$

$$= 8s + 12$$

## مراجعة تراكمية

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$٢٥ \quad (٢٦)$$

درجة الحد  $٢٥ =$  صفر

$$٢٧ \quad \text{ن}^٣ + ٦ \text{و}$$

درجة الحد  $٣ =$   $٢$

درجة الحد  $٦ \text{و} = ١$

درجة كل كثيرة الحدود  $= ٣$

$$٢٨ \quad ٢ + ٣أب٣ - أ٢ب + ٤أ٦$$

درجة الحد  $٤أ٦ = ٦$

درجة الحد  $٣أب = ٣$

درجة الحد  $٢أب = ٤$

درجة الحد  $٢ = ٠$

درجة كل كثيرة الحدود  $= ٦$

$$٢٩ \quad ٦ - ك٤ + ك٢ع٣ + ٦ك٣$$

درجة الحد  $ك٤ = ٤$

درجة الحد  $٦ك٣ = ٣$

درجة الحد  $ك٢ع٣ = ٥$





## استعد للدرس اللاحق

بسط كلاً ممّا يأتي:

$$(33) \text{ ل } (ل^{\circ}) (ل^{\vee})$$

$$ل = 7+5+1 \text{ ل} = 13$$

$$(34) \text{ ن } (ن^{\wedge}) (ن^{\text{ـ}}) (ن^{\text{ـ}})$$

$$ن = 3+2+3 \text{ ن} = 8$$

$$(35) \text{ (5 ت } (ت^{\circ} \text{ ف } (ت^{\text{ـ}} \text{ ف } (10 \times 5) =$$

$$50 = 5 \text{ ت } (ت^{\circ} \text{ ف } (ت^{\text{ـ}} \text{ ف } (10 \times 5) =$$

$$50 = 5 \text{ ت } (ت^{\circ} \text{ ف } (ت^{\text{ـ}} \text{ ف } (10 \times 5) =$$

$$(36) \text{ (8 و } (و^{\circ} \text{ ه } (و^{\text{ـ}} \text{ ه } (5 \times 8) =$$

$$40 = 8 \text{ و } (و^{\circ} \text{ ه } (و^{\text{ـ}} \text{ ه } (5 \times 8) =$$

$$40 = 8 \text{ و } (و^{\circ} \text{ ه } (و^{\text{ـ}} \text{ ه } (5 \times 8) =$$

(٣٧) (٢٣) ٢

$${}^6_3 = {}^{3 \times 2}_3 =$$

(٣٨) (٢٢) ٢

$${}^6_2 = {}^{2 \times 3}_2 =$$

(٣٩) (٢م٤ك٢) ٢ (٢م٣ك٢) ٢

$$\left[ {}^{3 \times 2}_{3 \times 1} \text{ك} {}^3_3 (3 -) \right] \left[ {}^{2 \times 3}_{2 \times 4} \text{ك} {}^2_2 (2) \right] =$$

$$\left( {}^6_3 \text{ك} {}^3_3 27 - \right) \left( {}^6_2 \text{ك} {}^4_2 4 \right) =$$

$$12 \text{ك} {}^{11}_2 108 - =$$

(٤٠) (٦ص٢ع٢) ٢ (٢ص٢ع٢ز٢) ٢

$$\left[ {}^{3 \times 2}_{3 \times 2} \text{ز} {}^{3 \times 2}_{3 \times 2} \text{ع} {}^{3 \times 2}_{3 \times 2} \text{ص} {}^3_2 \right] \left[ {}^2_2 \text{ع} {}^2_2 \text{ص} {}^2_2 (6) \right] =$$

$$\left( {}^6_2 \text{ز} {}^6_2 \text{ع} {}^6_2 \text{ص} {}^8_2 \right) \left( {}^2_2 \text{ع} {}^2_2 \text{ص} {}^3_2 6 \right) =$$

$${}^6_2 \text{ز} {}^8_2 \text{ع} {}^8_2 \text{ص} 288 =$$

# الفصل ٦ اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٦-١ إلى ٦-٤

بسّط كل عبارة مما يأتي:

(١) (٣س) (٤س<sup>٥</sup>)

$$4 \text{ س } 5+3 = (4 \text{ س } 5)(3 \text{ س})$$

$$4 \text{ س } 8 =$$

(٢) (٢م<sup>٢</sup>ب<sup>٥</sup>)<sup>٣</sup>

$$(3 \times 5 \text{ ب } 3 \times 2 \text{ م})^3 = (5 \text{ ب } 2 \text{ م})^3$$

$$6 \text{ م } 15 \text{ ب} =$$

(٣) (٢س<sup>٣</sup>ص<sup>٢</sup>)<sup>٣</sup>

$$2 \text{ س } 3 \text{ ص } 6 = \left[ 2 \text{ س } 3 \text{ ص } \right]^3$$

$$2 \text{ س } 6 \text{ ص } 18 =$$

$$(4) \quad (6 \text{ أ ب}^3 \text{ ج}^4) - (3 \text{ أ}^2 \text{ ب}^3 \text{ ج})$$

$$= (6 \text{ أ ب}^3 \text{ ج}^4) - (3 \text{ أ}^2 \text{ ب}^3 \text{ ج}) - 18 \text{ أ}^3 \text{ ب}^6 \text{ ج}^5$$

يا صورة

$$\text{حجم الجسم} = 2 \text{ س}^2 \times 4 \text{ س}^4 \times 1 \text{ س}^1$$

$$= 8 \text{ س}^7$$

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

$$(6) \quad \left( \frac{2 \text{ أ}^2 \text{ ب}^3 \text{ ج}^4}{\text{ج}} \right)^3$$

$$\frac{8 \text{ أ}^{12} \text{ ب}^9 \text{ ج}^{18}}{18 \text{ ج}} = \left( \frac{2 \text{ أ}^4 \text{ ب}^3 \text{ ج}^6}{3 \text{ ج}} \right)^3$$

$$(7) \quad \frac{2 \text{ س ص}^2}{\text{س}^6}$$

$$\frac{2 \text{ س ص}^0}{3 \text{ س}} = \frac{2}{3}$$

$$(8) \frac{m^7 n^4}{m^3 n^3}$$

$$m^{7-3} n^{4-3} = \frac{m^4 n^1}{m^3 n^3}$$

$$= m^1 n^1$$

$$(9) \frac{b^4 h^{-2}}{r^{-5}}$$

$$\frac{b^4 r^5}{h^2}$$

(10) **علم الفلك:** يُقدّر علماء الفلك عدد النجوم في الكون بـ  $10^{21}$ ، وعدد النجوم في درب التبانة بحوالي 100 مليار، فكم مرة تساوي رتبة مقدار عدد النجوم في الكون رتبة مقدار عدد نجوم درب التبانة؟ (الدرس ٢٠٦)

عدد نجوم درب اللبانة =  $10^{11}$

نسبة رتبة مقدار عدد النجوم في الكون الى رتبة مقدار عدد نجوم درب اللبانة =

$$10^{21} = \frac{10^{21}}{10^{11}}$$

رتبة مقدار عدد النجوم في الكون تساوي  $10^{10}$  مرة رتبة مقدار عدد نجوم درب اللبانة



حدّد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنّفها إلى وحيدة حدّ، أو ثنائية حدّ، أو ثلاثية حدود:

$$(11) \quad 3x^2 - 2$$

نعم؛ ثنائية حد

$$(12) \quad 4t^5 + 3t^2 + t$$

نعم؛ ثلاثية حدود

$$(13) \quad \frac{3s}{5v}$$

ليست كثيرة حدود

$$(14) \quad 3b^3$$

ليست كثيرة حدود

$$(15) \quad 3b^2$$

نعم؛ وحيدة حد

$$(16) \quad 2s^2 - 3s^3 + 1$$

ليست كثيرة حدود

(١٧) كثافة سكانية، الجدول أدناه يبيّن كثافة عدد السكان في

إحدى المدن. (الدرس ٦-٣)

الكثافة شخص / ميل مربع	عدد السنوات منذ عام ١٩٣٠ م	العام
١	٠	١٩٣٠
١,٧	٣٠	١٩٦٠
٧,٢	٥٠	١٩٨٠
١١,٤	٦٠	١٩٩٠

(أ) إذا كانت الدالة:  $D(s) = 0.005s^2 - 0.127s + 1$  تمثل الكثافة السكانية، حيث  $s$  عدد السنوات منذ عام ١٩٣٠ م، فحدّد نوع كثيرة الحدود.

**ثلاثية الحدود**

(ب) حدّد درجة كثيرة الحدود.

**الدرجة الثانية**

(ج) استعمل الدالة لتوقع الكثافة السكانية لعام ٢٠٢٠ م مبيّنًا خطوات الحل.

$$1 + (90)(0.127) - (90)^2(0.005) = 30 \approx \text{الكثافة السكانية عام ٢٠٢٠}$$

$\approx 30$  شخص لكل ميل مربع

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$(18) \quad ({}^3J_2 + J - {}^2J_2) + ({}^3J_5 + J_9 - {}^2J_8) =$$
$$({}^2J_2 + {}^2J_5) + (J - J_9 -) + ({}^1J_2 + {}^1J_8) =$$
$${}^2J_7 + J_{10} - {}^1J_{10} =$$

$$(19) \quad ({}^3S_3 + {}^2S_2) - ({}^3S_7 + {}^2S_3 - {}^1S_5) =$$
$${}^3S_3 - {}^1S_2 - {}^2S_7 + {}^2S_3 - {}^1S_5 =$$
$${}^3S_7 + ({}^1S_2 - {}^2S_3 -) + ({}^1S_3 - {}^1S_5) =$$
$${}^2S_7 + {}^2S_5 - {}^1S_2 =$$

$$(20) \quad ({}^2H_2 + {}^3H_2) - ({}^2H_2 - {}^4H_7) =$$
$${}^2H_2 - {}^3H_2 - {}^4H_7 =$$

## ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

٥-٦

### تحقق

أوجد ناتج:

$$(i) \quad (7 - 12 + 214 -)^2 15$$

$$7 - \times '15 + 12 \times '15 + 14 - \times '15 = (7 - 12 + 214 -)^2 15$$

$$'135 - '110 + '120 - =$$

$$'135 - '110 + '120 - =$$

$$(b) \quad (9 + d -^3 d^2 -^4 d^3)^3 d^6 -$$

$$= (9 + d -^3 d^2 -^4 d^3)^3 d^6 -$$

$$\times^2 d^6 -) + (d - \times^2 d^6 -) + (^2 d^2 - \times^2 d^6 -) + (^4 d^3 \times^2 d^6 -) =$$

(٩

$$=^2 d^5 4 -^4 d^6 +^1 d^1 2 +^2 d^1 8 - =$$

بسّط

$$(ii) \quad (3 - s^2 +^2 s^7) s - (4 - s^2 +^2 s^5)^3$$

$$\text{المقدار} = (3 - s^2 +^2 s^7) s - (4 - s^2 +^2 s^5)^3 =$$

$$+ (^2 s^7 \times s -) + (4 - \times 3) + (s^2 \times 3) + (^2 s^5)^3 =$$

$$(3 - \times s -) + (s^2 \times s -) +$$

$$= s^3 +^1 s^2 -^2 s^7 - 12 - s^6 +^1 s^5 =$$

$$=^2 s^7 -^1 s^3 +^1 s^9 - 12 =$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ب) } 15 \text{ ن} (10 \text{ ص}^3 \text{ ن}^0 + 5 \text{ ص}^2 \text{ ن}^1) - 2 \text{ ص} (2 \text{ ص}^2 \text{ ن}^1 + 4 \text{ ص}^1 \text{ ن}^0) \\
 & \text{المقدار} = 15 \text{ ن} (10 \text{ ص}^2 \text{ ن}^0 + 5 \text{ ص}^1 \text{ ن}^1) - 2 \text{ ص} (2 \text{ ص}^1 \text{ ن}^1 + 4 \text{ ص}^0 \text{ ن}^0) \\
 & = [15 \text{ ن} (10 \text{ ص}^2 \text{ ن}^0 + 5 \text{ ص}^1 \text{ ن}^1)] + [-2 \text{ ص} (2 \text{ ص}^1 \text{ ن}^1 + 4 \text{ ص}^0 \text{ ن}^0)] \\
 & = 150 \text{ ص}^2 \text{ ن}^0 + 75 \text{ ص}^1 \text{ ن}^1 - 4 \text{ ص}^2 \text{ ن}^1 - 8 \text{ ص}^1 \text{ ن}^0 \\
 & = 150 \text{ ص}^2 \text{ ن}^0 + 71 \text{ ص}^1 \text{ ن}^1 - 8 \text{ ص}^1 \text{ ن}^0
 \end{aligned}$$

٣) **مرآب:** يمثل الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب المجاور شكل شبه منحرف. إذا كان ارتفاع شبه المنحرف ١,٧٥ متر، فأوجد مساحة الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب.



$$\text{الارتفاع} = 1,75 = \text{ه}$$

$$5,75 = \text{ع} + \text{ه}$$

$$6,25 = 1 + \text{ه}^3$$

مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2}$  (مجموع طول قاعدتيه  $\times$  الارتفاع)

$$1,75 \times (6,25 + 5,75) \frac{1}{2} =$$

$$= 10,5 \text{ م}^2$$

حل المعادلة:

$$12 + (1 + s)s^2 + (8 + s) = 7 + (4 + s)s^2 \quad (أ)$$

$$12 + (1 + s)s^2 + (8 + s) = 7 + (4 + s)s^2$$

$$+ (s^2 + s^2) + (8 + s) = 7 + (4 \times s^2) + (s \times s^2)$$

12

$$20 + s^3 + s^2 = 7 + 4s + s^3$$

$$+ s^3 - s^3 + s^2 - s^2 = 7 - 7 + 4s - s^3 + s^2 - s^2$$

7 - 20

$$13 = 4s - s^3$$

$$13 = 4s$$

$$\frac{13}{4} = s$$

$$\frac{13}{4} = s$$

$$16 - d^9 = (4 - d)d - (3 + d)d \quad (ب)$$

$$16 - d^9 = (4 - d)d - (3 + d)d$$

$$16 - d^9 = 4d + d^2 - 3d - d^2 - 3d - d^2$$

$$16 - d^9 - d^9 = 4d - 3d - 3d - d^2$$

$$16 - = 4d - 3d - d^2$$

$$\frac{16 -}{2 -} = d \frac{2 -}{2 -}$$

$$8 = d$$





أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(1) \quad 5n^4(-n^3 + 2n^2 - 4)$$

$$5n^4(-n^3 + 2n^2 - 4) = (-n^3 + 2n^2 - 4) \times 5n^4$$

( $4 - \times$ )

$$= -20n^7 + 10n^6 - 20n^4$$

$$(2) \quad 6j^2(3j^3 + 4j^2 + 10j - 1)$$

$$\text{المقدار} = 6j^2(3j^3 + 4j^2 + 10j - 1)$$

$$= 6j^2(3j^3) + 6j^2(4j^2) + 6j^2(10j) - 6j^2(1)$$

( $1$ )

$$= 18j^5 + 24j^4 + 60j^3 - 6j^2$$

$$(3) \quad 3r^4(2r^2 - 6r^3 - 5)$$

$$\text{المقدار} = 3r^4(2r^2 - 6r^3 - 5)$$

$$= 3r^4(2r^2) + 3r^4(-6r^3) + 3r^4(-5)$$

( $5 - \times 3r^4$ )

$$= 6r^6 - 18r^7 - 15r^4$$

$$(4) \quad 2a^2(7a^2 + a^5 - 12)$$

$$\text{المقدار} = 2a^2(7a^2 + a^5 - 12)$$

$$\begin{aligned}
 & 2ab(17a^2b) + 2ab(a^2b) + 2ab(-2) \\
 & = 14a^3b^2 + 2a^3b^2 - 4ab \\
 & = 16a^3b^2 - 4ab
 \end{aligned}$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي :

$$(5) \quad n(4n^2 + 15n + 4) - (4 - 3n)$$

$$\text{المقدار} = n(4n^2 + 15n + 4) - (4 - 3n)$$

$$\begin{aligned}
 & = 4n^3 + 15n^2 + 4n - 4 + 3n \\
 & = 4n^3 + 15n^2 + 7n - 4
 \end{aligned}$$

$$(6) \quad 3s(4 + s^2) + 2(7s - 3)$$

$$\text{المقدار} = 3s(4 + s^2) + 2(7s - 3)$$

$$\begin{aligned}
 & = 12s + 3s^3 + 14s - 6 \\
 & = 3s^3 + 28s - 6
 \end{aligned}$$

$$(7) \quad 2d(2d^3 - 4d^2 + 2d) + (d^2 - 3d)$$

$$\text{المقدار} = 2d(2d^3 - 4d^2 + 2d) + (d^2 - 3d)$$

$$\begin{aligned}
 & = 4d^4 - 8d^3 + 4d^2 + d^2 - 3d \\
 & = 4d^4 - 8d^3 + 5d^2 - 3d
 \end{aligned}$$

$$= 4d^4 - 8d^3 + 5d^2 - 3d$$

$$= 4d^4 - 8d^3 + 5d^2 - 3d$$

(8) اشترى أحمد تليفازًا جديدًا. ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها، بالإضافة إلى 5 بوصات، وعرضها 30 بوصة. أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات.

بفرض أن عرض

$$\text{ارتفاع الشاشة} = 0,5س + 5$$

الشاشة = س

$$\text{إذن الارتفاع} = 0,5(30) + 5$$

$$= 20 \text{ بوصة}$$

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية:

$$(9) \quad 7(-2 - 2ج) = 6(-11 - 2ج)$$

$$7(-2 - 2ج) = 6(-11 - 2ج)$$

خاصية

$$7(-2 - 2ج) + (2ج)7 = 6(-11 - 2ج) + (2ج)6$$

التوزيع

اضرب

$$-14 - 14ج = -66 - 12ج$$

اجمع

$$26ج = 52$$

الحدود المتشابهة

بسط

$$\text{إذن } ج = \frac{52}{26}$$

$$ج = 2$$

$$(10) \quad 2ن(3 - ن) = 20 + ن(2 + 3)$$

$$2ن(3 - ن) = 20 + ن(2 + 3)$$

خاصية

$$2ن(3 - ن) + ن^2 = 20 + ن(2 + 3) + ن^2$$

التوزيع

اجمع

$$9 = 20 - ن$$

الحدود المتشابهة

بسط

$$ن = \frac{20 - 9}{9}$$

$$(11) \quad (7 + a)a + (5 - a)a = 35 + (6 - a)a + (3 + a)a$$

$$(7 + a)a + (5 - a)a = 35 + (6 - a)a + (3 + a)a$$

خاصية  $7a + a + 5a - a = 35 + 6a - a + 3a + a$

التوزيع

اجمع  $12a + a = 35 + 6a - a + 3a + a$

الحدود المتشابهة

$$15 = 35$$

بسط  $\frac{35}{5} = a$

$$7 = a$$

## تدرب وحل المسائل:



أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(12) \quad b(b^2 - 12b + 1)$$

$$b(b^2 - 12b + 1) = b^3 - 12b^2 + b$$

$$= b^3 - 12b^2 + b$$

$$(13) \quad 2j^2(2j + 15j^2 - 5j^3)$$

$$\text{المقدار} = 2j^2(2j + 15j^2 - 5j^3)$$

$$= 4j^3 + 30j^4 - 10j^5$$

$$= 4j^3 + 30j^4 - 10j^5$$

$$= 4j^3 + 30j^4 - 10j^5$$



$$(14) \quad 2b^2r^2(2b^2r + 5b^2r - 15b^2)$$

$$\text{المقدار} = 2b^2r^2(2b^2r + 5b^2r - 15b^2)$$

$$= 2b^2r^2(2b^2r) + 2b^2r^2(5b^2r) + 2b^2r^2(-15b^2)$$

$$= 4b^4r^4 + 10b^4r^4 - 30b^4r^2$$

$$(15) \quad 4n^3l(2n^2l^2 - 10n^2l + 2)$$

$$\text{المقدار} = 4n^3l(2n^2l^2 - 10n^2l + 2)$$

$$= 4n^3l(2n^2l^2) + 4n^3l(-10n^2l) + 4n^3l(2)$$

$$= 8n^5l^3 - 40n^5l^2 + 8n^3l$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(16) \quad 3 - (5s^2 + 2s + 9) + (2s - 3)$$

$$\text{المقدار} = 3 - (5s^2 + 2s + 9) + (2s - 3)$$

$$= 3 - 5s^2 - 2s - 9 + 2s - 3$$

$$= -5s^2 - 9 - 3$$

$$= -5s^2 - 12$$

$$(17) \quad 4 - (12 + 18a - 4) + (4 - 16a)$$

$$\text{المقدار} = 4 - (12 + 18a - 4) + (4 - 16a)$$

$$= 4 - 12 - 18a + 4 + 4 - 16a$$

$$= -4 - 34a + 4$$

$$(18) \quad (5+d)7 + (12 - 2d)4 -$$

$$\text{المقدار} = (5+d)7 + (12 - 2d)4 -$$

$$= 35 + 7d + (12)4 + (-2d)4 -$$

$$= 35 + 7d + 48 - 8d -$$

$$(19) \quad (4+j)3 + (-2j+j)9 -$$

$$\text{المقدار} = (4+j)3 + (-2j+j)9 -$$

$$= (4)3 + (j)3 + (-2j)9 + (j)9 -$$

$$= 12 + 3j - 18j + 9j -$$

$$(20) \quad (2n^2 - 3n + 5)4 + (3n^2 - 2n + 5)4 -$$

$$\text{المقدار} = (2n^2 - 3n + 5)4 + (3n^2 - 2n + 5)4 -$$

(3 +

$$= 8n^2 - 12n + 20 + 12n^2 - 8n + 20 -$$

(ب -

$$- 8n^2 + 12n^2 + 20 - 20 -$$

$$= 4n^2 - 8n + 40 - 20 -$$



(٢١) سدود: واجهة سد على شكل شبه منحرف. طول قاعدتها السفلية مثلاً ارتفاعها. وقاعدتها العليا أقل من  $\frac{1}{5}$  ارتفاعها بـ ١٠ أمتار.  
 أ) اكتب عبارة لإيجاد مساحة هذه الواجهة.



مساحة شبه المنحرف = نصف (القاعدة السفلى + القاعدة  
 الارتفاع

$$\text{القاعدة السفلى} = ٢ع$$

$$\text{القاعدة العليا} = ١٠ - \frac{١}{5}ع$$

$$\text{المساحة} = \frac{١}{2} (١٠ - \frac{١}{5}ع + ٢ع) \times ع$$

$$= \frac{١}{2} (١٠ - \frac{١١}{5}ع) \times ع$$

$$= (٥ - \frac{١١}{10}ع) \times ع$$

$$= ٥ع - \frac{١١}{10}ع^2$$

ب) إذا كان ارتفاع السد ٦٠ متراً، فأوجد هذه المساحة.

$$\text{المساحة} = \frac{١}{10} (٦٠) - (٦٠)٥$$

$$= ٣٦٦٠ \text{ م}^2$$

حلّ كلاً من المعادلات الآتية:

$$(22) \quad 13 + (2 - 7n)n = n + (9 - 5n + n^2)7$$

$$13 + (2 - 7n)n = n + (9 - 5n + n^2)7$$

$$13 + 2n - 7n^2 = n + 63 - 35n + 7n^2$$

$$13 + 2n - = 63 - 36n$$

$$63 + 13 = 36n$$

$$38 \div 36 = n$$

$$n = 2$$

$$(23) \quad 48 - (2 - 7e)e - (4 + e)e^2 = (4 - e)^2 - (6 + 4e)e$$

$$48 - (2 + 7e)e - (4 + e)e^2 = (4 + e)^2 - (6 + 4e)e$$

$$48 - 2e - 7e^2 - 4e - e^3 = 8 + 8e + e^2 - 6e - 4e^2$$

$$20 - 2e = 38 + e^3$$

$$38 - 20 - = e^3 - e$$

$$18 = e^3 - e$$

$$\frac{58 -}{16} = e$$

$$\frac{29 -}{8} = e$$

$$(24) \quad 9ج - (ج - 11) + (ج - 5)10 = (ج - 3)3 + (ج + 5)ج + (ج - 6)ج - 30$$

$$9ج - (ج - 11) + (ج - 5)10 = (ج - 3)3 + (ج + 5)ج + (ج - 6)ج - 30$$

$$30 -$$

$$9ج - 11 + 99 - 50ج + 30 = 30 - 3ج - 6ج + 15 + 3ج + 50ج - 30$$

$$9ج - 11 + 99 - 50ج + 30 = 30 - 3ج - 6ج + 15 + 3ج + 50ج - 30$$

$$0 = 9ج - 11 + 99 - 50ج + 30 - 30 + 3ج + 6ج - 15 - 3ج - 50ج$$

$$0 = 9ج - 47ج$$

$$0 = ج$$

$$(25) \quad 2ن(5-2) - (ن^2-3ن+6)10 = 8ن(4+ن) + 4(2ن^2-7ن)$$

$$2ن(5-2) - (ن^2-3ن+6)10 = 8ن(4+ن) + 4(2ن^2-7ن)$$

$$28ن$$

$$28ن - 32ن = 60 - 26ن$$

$$60 - 26ن = 28ن - 32ن$$

$$60 = 26ن + 28ن$$

$$60 = 54ن$$

$$ن = \frac{60}{54}$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(26) \quad \frac{2}{3}ن(ب^2+30ب) + 9ن(ب^2-12) - 30ب$$

$$\text{المقدار} = \frac{2}{3}ن(ب^2+30ب) + 9ن(ب^2-12) - 30ب$$

$$= 20ب^2 + 60ب - 18ب^2 - 108ن - 30ب$$





٣٠ تمثيلات متعددة: ستستكشف في هذه المسألة درجة ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

(أ) جدولياً، اكتب ثلاث وحيدات حد مختلفة الدرجات وثلاث كثيرات حدود مختلفة الدرجات، ثم حدد درجة كل وحيدة حد وكثيرة حدود، واضرب وحيدات الحد في كثيرات الحدود، وحدد درجة ناتج الضرب. وأخيراً سجل نتائجك في الجدول على النحو الآتي:

وحيدة الحد	الدرجة	كثيرة الحدود	الدرجة	ناتج الضرب	الدرجة
$٢س$	١	$س' - ١$	٢	$٢س' - ٢س$	٣
$٣س'$	٢	$س'' + ١$	٥	$٣س'' + ٣س'$	٧
$٤س''$	٣	$س''' + ١$	٦	$٤س''' + ٤س''$	٩

(ب) نفضياً: خمن درجة ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود. ما درجة ناتج ضرب وحيدة حد من الدرجة أ، في كثيرة حدود من الدرجة ب؟

**درجة ناتج الضرب هي مجموع درجتي وحيدة الحد وكثيرة الحدود أ + ب**



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣١) تحدد، أوجد قيمة ب التي تجعل  $٣س٣ = (٤س٢ + ٣س٢ + ٢س٣ - ٢) = ١٢س١٢ + ٦س١٠$

$$٣س٣ = (٤س٢ + ٣س٢ + ٢س٣ - ٢) = ١٢س١٢ + ٦س١٠$$

$$٦ + ١٢س١٢ = (٢س٣ - ٢) (٣س٣) + (٤س٢ + ٣س٢) (٣س٣)$$

س١٠

$$١٢س١٢ + ٦س١٠ = ٢س٣ + ٣س٢ + ٦س١٢ + ١٢س١٠$$

$$١٢س١٢ + ٦س١٠ = ٦س١٢ + ٣س٢ + ١٢س١٠$$

بالمقارنة نجد أن:  $١٢ = ٣ + ٣$

طرح ٣ من

$$٩ = ٣$$

الطرفين

قسمة الطرفين على

$$٣ = ٣$$

٣

(٣٢) تبرير: هل توجد قيمة للمتغير س تجعل العبارة:  $(٢ + س)٢ = ٢س٢ + ٢$  صحيحة؟ وإذا كان كذلك، فأوجد هذه القيمة. وفسر إجابتك.

نعم، صفر عند تعويض صفر بدلا من س في المعادلة فكلتا الطرفين

يساوي  $٢ = ٤$  وهذا يجعل المعادلة صحيحة

(٣٣) مسألة مفتوحة: اكتب وحيلة حد وكثيرة حدود باستخدام المتغير نفسه، وأوجد ناتج ضربهما.

$$٣ن، ٤ن + ١، ١٢ن + ٣ن$$

٣٤) اكتب: صف خطوات ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.  
لضرب وحيدة حد في كثيرة حدود استعمل خاصية التوزيع اضرب  
وحيدة الحد في كل حد في كثيرة الحدود ثم بسط بضرب المعاملات معا  
واستعمل خاصية ضرب القوي للمتغيرات

### تدريب على اختبار

٣٥) يبيع محل ملابس م بنطالاً، ن قميصاً أسبوعياً. فإذا كان ثمن  
القميص ٨٠ ريالاً، والبنطال ١٢٠ ريالاً. فأى العبارات  
الآتية تمثل المبلغ الذي يحصل عليه المحل ثمناً لذلك؟

أ)  $٨٠م + ١٢٠ن$  ج)  $٢٠٠(م + ن)$

ب)  $١٢٠م + ٨٠ن$  د)  $٩٦٠٠م ن$

الاختيار الصحيح: ب)  $١٢٠م + ٨٠ن$

٣٦) إذا كانت  $٥س + ٧ص = أ$ ،  $٢ص - ٣س = ب$ ، فأوجد  
أ + ب

أ)  $٢س - ٩ص$  ج)  $٢س + ٩ص$

ب)  $٣ص + ٤س$  د)  $٢س - ٥ص$

$أ + ب = (٥س + ٧ص) + (٢ص - ٣س)$

$= ٢س + ٩ص$

الاختيار الصحيح: ج)  $٢س + ٩ص$

## مراجعة تراكمية

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$(37) (3e^2 + e - 1) + (e^2 - 6)$$

$$\text{المقدار} = e^3 + e^2 - e - 1 - 6$$

$$= e^3 + e^2 - 7$$

$$(38) (4a^3 - a^2 + 4) - (7a^4 + 4)$$

$$\text{المقدار} = 4a^3 - a^2 + 4 - 7a^4 - 4$$

$$= -7a^4 + 4a^3 - a^2$$

$$(39) (8j^3 - 3j^2 + j - 2) - (3j^3 + 9)$$

$$\text{المقدار} = 8j^3 - 3j^2 + j - 2 - 3j^3 - 9$$

$$= 5j^3 - 3j^2 + j - 11$$

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(40) 12x$$

درجة الحد 12x: 1

$$(41) 10 -$$

درجة الحد -10: صفر

$$(٤٢) - ٣ب٤ر٥ن٢$$

$$(١) \text{ درجة الحد} - ٣ب٤ر٥ن٢ = ٤ + ٥ + ٢ = ١١$$

بسّط كلاً مما يأتي:

$$(٤٣) - \text{ص}٤ - (٢- \text{ص}٢)٣$$

$$\text{المقدار} = (- \text{ص}٤) \times (- \text{ص}٢)٣$$

$$= ٢٣٤٤$$

$$= ٢٣٤٤$$

$$(٤٤) ٢م٤ - (٤م٤)٣ - (٣م٥)٣$$

$$\text{المقدار} = ٢م٤ - ٣م٥ - ٣م٥$$

$$= ٢م٤ + ٣م٥$$

$$(٤٥) ٤ب٢ - (٢ب٢)٣ + (٥ب٢)٤$$

$$\text{المقدار} = ٤ب٢ - (٢ب٢)٣ + (٥ب٢)٤$$

$$= ٤ب٢ + ٥ب٢$$

## استعد للدرس اللاحق

بسّط كلاً مما يأتي:

$$(٤٦) \text{ ب (ب}^٢\text{) (ب}^٣\text{)}$$

$$= \text{ب}^٦$$

$$(٤٧) \text{ ٢ص (٣ص}^٢\text{)}$$

$$= 3\text{ص}^٣$$

$$(٤٨) \text{ -ص}^٤ \text{ (-٢ص}^٣\text{)}$$

$$= 2\text{ص}^٧$$

$$(٤٩) \text{ -ع}^٣ \text{ (-٥ع}^٤ \text{ + ع}^٢\text{)}$$

$$= 15\text{ع}^٧ - ٦\text{ع}^٤$$

$$(٥٠) \text{ ٢م (-٤م}^٤\text{) - ٣ (-٥م}^٣\text{)}$$

$$= 120\text{م}^٨$$

$$(٥١) \text{ ٤ب}^٢ \text{ (-٢ب}^٣\text{) + ٢ب}^٤ \text{ (٥ب}^٦\text{)}$$

$$= -8\text{ب}^٥ + 10\text{ب}^{10}$$

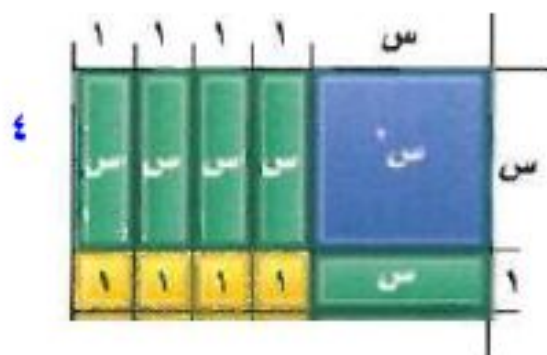


# معمل الجبر:

## ضرب كثيرات الحدود

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج ضرب كل مما يأتي:

$$(1 + s)(1 + s)(4 + s)$$



$$\text{المقدار} = 4س + 4 + س + س$$

$$(2 - s)(3 - s)(2 - s)$$



$$\text{المقدار} = 6س - 6 + س - س$$

$$(1 - s)(5 + s)(3 - s)$$



$$\text{المقدار} = 5س - 5 + س - س$$



$$(٤) (س + ٢) (٣ + س)$$

$$\text{المقدار} = ٦ + ٧س + ٢س^٢$$

$$(٥) (س - ١) (١ - س)$$

$$\text{المقدار} = ١ + ٣س - ٢س^٢$$

$$(٦) (س + ٤) (٥ - س)$$

$$\text{المقدار} = ٢٠ - ٣س + ٢س^٢$$

٧) هل العبارة  $(س + ٣) (س + ٥) = ١٥ + ٢س$  صواب أم خطأ؟ تحقق من إجابتك باستعمال بطاقات الجبر.

### العبارة خاطئة

٨) اكتب: بيّن الشكل المجاور تمثيلاً لـ  $(س + ٤) (س + ٥)$  مقسماً إلى ٤ أجزاء. فسّر كيف يظهر هذا التمثيل استعمال خاصية التوزيع لإيجاد ناتج الضرب.



باستعمال خاصية التوزيع فان

$$(س + ٤) (س + ٥) = (س + ٥) + (٤س + ٥س)$$

حيث يمثل القسم العلوي  $س (س + ٥) = ٢س^٢ + ٥س$

ويمثل القسم السفلي  $٤ (س + ٥) = ٤س + ٢٠$

# ضرب كثيرات الحدود

٦-٦

تحقق

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(أ) (٥ + م)(٤ + م٣)$$

$$\text{المقدار} = (٥ + م)(٤ + م٣)$$

$$= (٥ + م)٤ + (٥ + م)م٣$$

$$= ٢٠ + م٤ + ٥م + م٣$$

$$= ٢٠ + م٤ + ٥م + م٣$$

$$(ب) (٨ + ص)(٢ - ٥ص)$$

$$\text{المقدار} = (٨ + ص)(٢ - ٥ص)$$

$$٢ - ٥ص$$

$$٨ + \quad (\times ص)$$

$$\hline ٢ص - ٥ص٢$$

$$١٦ - ٥ص$$

$$\hline ١٦ - ٥ص + ٢ص٢$$

أوجد ناتج الضرب في كلِّ مما يأتي:

$$(٢ + ٣ب)(٥ - ٤ب)$$

$$\text{المقدار} = (٢)(٥ - ٤ب) + (٣ب)(٥ - ٤ب) =$$

$$١٠ - ٨ب + ١٥ب - ١٢ب^٢ =$$

$$١٠ - ٧ب - ١٢ب^٢ =$$

$$(٢ب + ٢ص)(٥ - ٦ص)$$

$$\text{المقدار} = (٢ب + ٢ص)(٥ - ٦ص) + (٢ب + ٢ص)(٥ - ٦ص) =$$

(٦-)

$$٣٠ + ٥ص - ١٢ص + ١٢ص^٢ =$$

$$٣٠ + ١٧ص + ١٢ص^٢ =$$

**بركة سباحة:** يحيط ممر بركة سباحة مستطيلة الشكل. إذا كان

عرض الممر هو ٥ متر.



(٣) إذا كان طول البركة ٩ م وعرضها ٧ م. فأوجد مساحة البركة والممر معًا.

المساحة = الطول × العرض

$$+ (٢س + ٧)(٩) + (٢س + ٧)(٥) = (٧ + ٢س)(٩ + ٥)$$

(٧) (٩)

$$٦٣ + ١٨س + ١٤س + ١٠س^٢ =$$

$$٦٣ + ٣٢س + ١٠س^٢ =$$



أوجد ناتج الضرب في كلِّ مما يأتي:

$$(أ٤) (٥ - ٣س) (٨ - ٧س + ٢س^٢)$$

$$\text{المقدار} = ٣س (٨ - ٧س + ٢س^٢) + (٥ - ٣س) (٨ - ٧س + ٢س^٢)$$

$$= ٢٤س^٢ + ٢١س - ٢٤س - ١٠س + ٤٠ + ٣٥س =$$

$$= ٢٤س^٢ + ١١س - ٥٨س + ٤٠ =$$

$$(ب٤) (٥ + ٧م - ٢م^٢) (٣ - ٢م + ٢م^٢)$$

$$\text{المقدار} = ٢م^٢ (٥ + ٧م - ٢م^٢) + (٣ - ٢م + ٢م^٢) (٥ + ٧م - ٢م^٢)$$

$$= ٢٠م^٢ + ١٤م^٣ - ٤م^٤ + (١٥ - ١٠م + ١٤م^٢ - ٦م^٣ + ٦م^٤ - ٢م^٥)$$

$$= ٢٠م^٢ + ١٤م^٣ - ٤م^٤ + ١٥ - ١٠م + ١٤م^٢ - ٦م^٣ + ٦م^٤ - ٢م^٥ =$$

$$١٥ - ١٠م + ٢١م^٢ - ٢م^٣ + ١٥م^٤ - ٢م^٥$$

$$= ١٥ - ١٠م + ٢١م^٢ - ٢م^٣ + ١٥م^٤ - ٢م^٥$$





أوجد ناتج الضرب في كلِّ مما يأتي:

$$(1) (س + ٥)(س + ٢)$$

$$\text{المقدار} = س(س) + س(٢) + (س)٥ + (٢)٥$$

$$= س^٢ + ٢س + ٥س + ١٠$$

$$= س^٢ + ٧س + ١٠$$

$$(2) (ص - ٢)(ص + ٤)$$

$$\text{المقدار} = ص(ص) + ص(٤) + (ص-٢)(٤)$$

$$= ص^٢ + ٤ص + ٤ص - ٨$$

$$= ص^٢ + ٨ص - ٨$$

$$(3) (ب - ٧)(ب + ٣)$$

$$\text{المقدار} = ب(ب) + ب(٣) + (ب-٧)(٣)$$

$$= ب^٢ + ٣ب + ٣ب - ٢١$$

$$= ب^٢ + ٦ب - ٢١$$

$$(4) (٤ن + ٣)(٩ + ن)$$

$$\text{المقدار} = (٤ن)٩ + (٤ن)٣ + (٩)٣ + (٩)ن$$

$$= ٣٦ن + ١٢ن + ٢٧ + ٩ن$$

$$= ٤٥ن + ٢٧$$

$$(5) (3-52)(1-58)$$

$$\text{المقدار} = (3)(1-) + (52)(1-) + (3-)58 + (52)58 =$$

$$3 + 52 - 524 - 516 =$$

$$3 + 526 - 516 =$$

$$(6) (6-15)(9+12)$$

$$\text{المقدار} = (6-)9 + (15)9 + (6-)12 + (15)12 =$$

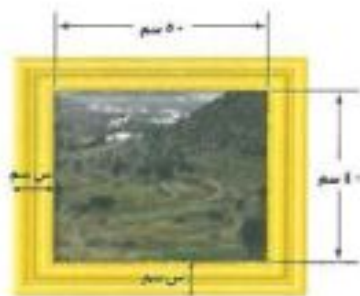
$$54 - 145 + 112 - 110 =$$

$$54 - 133 + 110 =$$

(7) إطار صورة: صمّم خالد إطارًا للصورة كما في الشكل المجاور. فإذا كان الإطار منتظمًا من جميع جهاته، فاكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للصورة والإطار معًا.

المساحة الكلية = (عرض الصورة + عرض الإطار) (طول الصورة + طول

الإطار)



$$(50 + 2س) \times (40 + 2س) =$$

$$(2س)40 + (50)(2س) + (2س)(2س) =$$

$$(50)40 +$$

$$2000 + 80س + 100س + 4س^2 =$$

$$2000 + 180س + 4س^2 =$$

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(8) (4ص^2 - 3)(4ص^2 + 7ص + 2)$$

$$\text{المقدار} = \text{ص}^4 (\text{ص}^3) + \text{ص}^4 (\text{ص}^2) + \text{ص}^4 (\text{ص}^1) + \text{ص}^4 (\text{ص}^0)$$

$$= (\text{ص}^3) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^2) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^1) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^0) (\text{ص}^4)$$

$$= \text{ص}^7 + \text{ص}^6 + \text{ص}^5 + \text{ص}^4$$

$$(9) \quad (\text{ص}^5 - \text{ص}^4 + \text{ص}^3 - \text{ص}^2 + \text{ص} - 1) (\text{ص}^5 + \text{ص}^4 - \text{ص}^3 + \text{ص}^2 - \text{ص} + 1)$$

$$\text{المقدار} = \text{ص}^5 (\text{ص}^5) + \text{ص}^5 (\text{ص}^4) + \text{ص}^5 (\text{ص}^3) + \text{ص}^5 (\text{ص}^2) + \text{ص}^5 (\text{ص}^1) + \text{ص}^5 (\text{ص}^0)$$

$$+ (\text{ص}^4) (\text{ص}^5) + (\text{ص}^4) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^4) (\text{ص}^3) + (\text{ص}^4) (\text{ص}^2) + (\text{ص}^4) (\text{ص}^1) + (\text{ص}^4) (\text{ص}^0)$$

$$+ (\text{ص}^3) (\text{ص}^5) + (\text{ص}^3) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^3) (\text{ص}^3) + (\text{ص}^3) (\text{ص}^2) + (\text{ص}^3) (\text{ص}^1) + (\text{ص}^3) (\text{ص}^0)$$

$$+ (\text{ص}^2) (\text{ص}^5) + (\text{ص}^2) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^2) (\text{ص}^3) + (\text{ص}^2) (\text{ص}^2) + (\text{ص}^2) (\text{ص}^1) + (\text{ص}^2) (\text{ص}^0)$$

$$+ (\text{ص}^1) (\text{ص}^5) + (\text{ص}^1) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^1) (\text{ص}^3) + (\text{ص}^1) (\text{ص}^2) + (\text{ص}^1) (\text{ص}^1) + (\text{ص}^1) (\text{ص}^0)$$

$$+ (\text{ص}^0) (\text{ص}^5) + (\text{ص}^0) (\text{ص}^4) + (\text{ص}^0) (\text{ص}^3) + (\text{ص}^0) (\text{ص}^2) + (\text{ص}^0) (\text{ص}^1) + (\text{ص}^0) (\text{ص}^0)$$

$$= \text{ص}^{10} + \text{ص}^9 + \text{ص}^8 + \text{ص}^7 + \text{ص}^6 + \text{ص}^5 + \text{ص}^4 + \text{ص}^3 + \text{ص}^2 + \text{ص} + 1$$

$$+ 10 \text{ص}^9 + 45 \text{ص}^8 + 105 \text{ص}^7 + 350 \text{ص}^6 + 700 \text{ص}^5 + 980 \text{ص}^4 + 1050 \text{ص}^3 + 910 \text{ص}^2 + 630 \text{ص} + 210$$

$$= \text{ص}^{10} + 11 \text{ص}^9 + 55 \text{ص}^8 + 199 \text{ص}^7 + 549 \text{ص}^6 + 1249 \text{ص}^5 + 2204 \text{ص}^4 + 3003 \text{ص}^3 + 3439 \text{ص}^2 + 3542 \text{ص} + 3543$$

## تدرب وحل المسائل:



أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(10) (5ص - 4)(3ص - 1)$$

$$\text{المقدار} = 5ص(3ص) + 5ص(-1) + (-4)(3ص) + (-4)(-1)$$

$$= 15ص^2 - 5ص - 12ص + 4$$

$$= 15ص^2 - 17ص + 4$$

$$(11) (7د - 4)(5د - 6)$$

$$\text{المقدار} = 7د(5د) + 7د(-6) + (-4)(5د) + (-4)(-6)$$

$$= 35د^2 - 42د - 20د + 24$$

$$= 35د^2 - 62د + 24$$

$$(12) (3م + 2)(5م + 3)$$

$$\text{المقدار} = 3م(5م) + 3م(3) + (2)(5م) + (2)(3)$$

$$= 15م^2 + 9م + 10م + 6$$

$$= 15م^2 + 19م + 6$$

$$(13) (5ن + 12)(5ن - 12)$$

$$\text{المقدار} = 5ن(5ن) + 5ن(-12) + (12)(5ن) + (12)(-12)$$

$$= 25ن^2 - 60ن - 60ن + 144$$

$$= 25ن^2 - 120ن + 144$$



$$(14) (7+5)(7-5)$$

$$\begin{array}{r} 7 + 5 \\ 7 - 5 \quad (\times) \\ \hline 25 - 35 \\ 49 - 35 \\ \hline 49 - 25 \\ \text{المقدار} = 25 - 49 \end{array}$$

$$(15) (8+4س)(5ل-6س)$$

$$\begin{aligned} &= 8ل(5ل-6س) + 4س(5ل-6س) \\ &= 40ل^2 - 48لس + 20لس - 24س^2 \\ &= 40ل^2 - 28لس - 24س^2 \end{aligned}$$

(16) حديقة: يحيط ممر عرضه 2 س بحديقة مستطيلة الشكل، طولها 8 أمتار، وعرضها 6 أمتار اكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة والممر.

المساحة الكلية = (طول الحديقة + عرض الحديقة + الممر) × العرض الحديقة + الممر

$$\begin{aligned} &= (8 + 2س) \times (6 + 2س) \\ &= 48 + 12س + 12س + 4س^2 \\ &= 48 + 24س + 4س^2 \end{aligned}$$

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(17) (2ص-11)(3ص^2-2ص+2)$$

$$\begin{array}{r} 2ص^2 - 3ص + 2 \\ 2ص - 11 \quad (\times) \\ \hline 2ص^3 - 6ص^2 + 4ص \\ 22ص^2 - 33ص + 22 \\ \hline 2ص^3 - 17ص^2 + 37ص - 22 \end{array}$$

$$\text{المقدار} = 2ص^3 - 17ص^2 + 37ص - 22$$



$$(v - 12 + 2^2 9)(v + 14) \quad (18)$$

$$\begin{array}{r} 7 - 12 + 2^2 9 \\ 7 + 4 \quad (\times) \\ \hline 28 - 2^2 8 + 3^3 36 \\ 49 - 14 + 2^2 63 \\ \hline 49 - 14 - 2^2 71 + 3^3 36 \end{array}$$

المقدار =  $49 - 14 - 2^2 71 + 3^3 36$

$$(1 + 6s - 2^2 5s)(1 - 5s + 2^2 s) \quad (19)$$

$$\begin{array}{r} 1 - 5s + 2^2 s \\ 1 + 6 - 2^2 5s \quad (\times) \\ \hline 2^2 s 5 - 3^3 25 + 4^4 5s \\ 6 - 6s + 2^2 30 - 3^3 6s \\ 1 - 5s + 2^2 s \\ \hline 1 - 5s + 2^2 11 + 3^3 34 - 4^4 19 + 5^4 5s \end{array}$$

المقدار =  $1 - 5s + 2^2 11 + 3^3 34 - 4^4 19 + 5^4 5s$

$$(e - 2e^2 - 3^3 e^3)(2 - 5e + 2^2 e^2) \quad (20)$$

$$\begin{array}{r} 2 - 5e + 2^2 e^2 \\ 4 - 2 - 3^3 e^3 \quad (\times) \\ \hline 3^3 e 6 - 4^4 15 - 5^5 18 \\ e 4 + 2^2 e 10 + 3^3 e 12 - \\ 8 + e 20 + 2^2 e 24 - \\ \hline 8 + e 24 + 2^2 e 14 - 3^3 e 18 - 4^4 e 15 - 5^5 e 18 \end{array}$$

$$\text{المقدار} = 8 + 24\epsilon + 14\epsilon^2 - 18\epsilon^3 - 15\epsilon^4 + 18\epsilon^5$$

(٢١) بسّط العبارة:  $(2 + m) [(4 + m^2 - m^3) + (6 - m^3 + m^2)]$

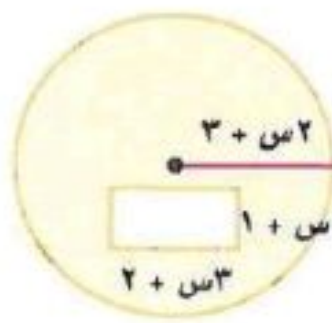
$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= (4 + m^2 - m^3 + 6 - m^3 + m^2) (2 + m) \\ &= (2 - m + m^2) (2 + m) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 - m + m^2 \\ 2 + \quad \quad \quad (\times) \\ \hline 4 - m^2 + m^3 \\ 4 - m^2 + m^3 \\ \hline 4 - m^2 + m^3 \end{array}$$

$$\text{المقدار} = 4 - m^2 + m^3$$

هندسة : اكتب عبارة تمثل مساحة كل منطقة مظللة مما يأتي:

(٢٢)



مساحة الدائرة =  $\pi r^2$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi (2s + 3)^2 = 4\pi s^2 + 12\pi s + 9\pi$$

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

$$\text{مساحة المستطيل} = (s + 1)(2 + 3s)$$

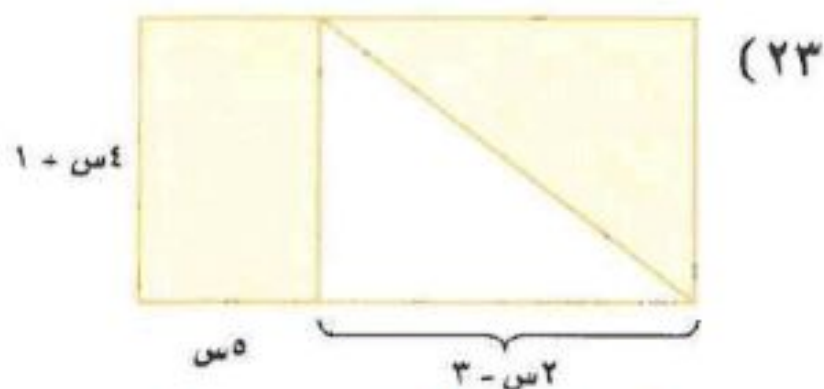
$$= 2s + 3s^2 + 2 + 3s^2$$

$$= 2 + 5s + 3s^2$$

$$\begin{aligned} \text{مساحة الشكل المظلل} &= \text{مساحة الدائرة} - \text{مساحة المستطيل} \\ \text{مساحة الشكل المظلل} &= (4\pi s + 12\pi s + 9\pi) - (3s + 5) \\ &= 16\pi s + 9\pi - 3s - 5 \end{aligned}$$

$$= 16\pi s + 9\pi - 3s - 5$$

٢ -



$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{1}{2} \times (3 - 2s) \times (1 + 4s)$$

$$= \frac{1}{2} \times (3 - 2s - 8s + 12s^2)$$

$$= \frac{3}{2} - 5s - 4s^2$$

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$= 5s \times (1 + 4s)$$

$$= 5s + 20s^2$$

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = \text{مساحة المثلث} + \text{مساحة المستطيل}$$

$$= 5s + 20s^2 + \frac{3}{2} - 5s - 4s^2$$

$$= 16s^2 + \frac{3}{2}$$

(٢٤) كرة طائرة: تمثل العبارتان: (٧ص - ٥) متر، (٨ص + ٢) متر بعدي ملعب كرة طائرة.

(أ) اكتب عبارة تمثل مساحة الملعب.

مساحة الملعب = الطول × العرض

$$\text{مساحة الملعب} = (٧ص - ٥) \times (٨ص + ٢)$$

$$= ٥٦ص^٢ + ١٤ص - ٤٠ص - ١٠$$

$$= ٥٦ص^٢ - ٢٦ص - ١٠$$

(ب) إذا كان طول ملعب كرة طائرة ١٨ م، فأوجد مساحته.

$$\text{طول الملعب} = ٨ص + ٢$$

$$١٨ = ٨ص + ٢$$

$$٨ص = ١٨ - ٢$$

$$٨ص = ١٦$$

$$ص = ٢$$

$$\text{مساحة الملعب} = ٥٦ص^٢ - ٢٦ص - ١٠$$

$$= ٥٦ \times (٢)^٢ - ٢٦ \times ٢ - ١٠$$

$$= ١٦٢ م^٢$$

(٢٥) هندسة: اكتب عبارة تمثل مساحة مثلث طول قاعدته ٢س + ٣، وارتفاعه ٣س - ١

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

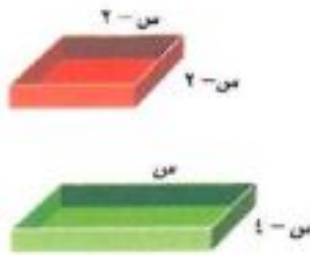
$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times (٢س + ٣) \times (٣س - ١)$$

$$\frac{1}{2} = (3 - s + 2s - 1) \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = (3 - s + 2s - 1) \frac{1}{2}$$

$$3 = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} + 2s$$

(٢) **قوالب:** تسمح القوالب المختلفة بصنع ألواح شوكولاتة مربعة أو مستطيلة الشكل كما هو مبين جانباً.



(أ) ما قيم س الممكنة؟ فسّر إجابتك.

س < ٤، إذا كانت س = ٤،

فإن عرض الصندوق سيصبح صفراً،

وإذا كانت س > ٤ فإن عرض الصندوق سيصبح سالباً.

(ب) أيّ الشكلين مساحته أكبر؟

مساحة المربع = (٢ - س)

= ٢ - س + ٤

مساحة المستطيل = س(س - ٤)

= س - ٤

بفرض س = ٥



$$\text{مساحة المربع} = ٢٥ - (٥ \times ٢) + ٤$$

$$= ١٩ \text{ وحدة}$$

$$\text{مساحة المستطيل} = ٢٥ - (٥ \times ٤)$$

$$= ٥ \text{ وحدات}$$

المساحة الأكبر هي المربع

جـ) ما الفرق بين مساحتي القائبين؟

$$\text{الفرق} = (٢ - س) - (٤ - س)$$

$$= س - ٤ + ٤ - س$$

$$= ٠$$

(٢٧) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذا السؤال قاعدة مربع مجموع حدين.

أ) جدولياً: انقل الجدول الآتي وأكمله.

العبارة	(العبارة) <sup>٢</sup>
س + ٥	س <sup>٢</sup> + ١٠س + ٢٥
٣ص + ١	٩ص <sup>٢</sup> + ٦ص + ١
ع + ك	ع <sup>٢</sup> + ٢عك + ك <sup>٢</sup>

ب) لفظياً: خمن حدود مربع مجموع حدين.

أول حد في مربع مجموع حدين، هو مربع الحد الأول.

والحد الأوسط، هو مثلي حاصل ضرب الأول بالحد الثاني.

والحد الثالث، هو مربع الحد الثاني.

ج) رمزياً: اكتب عبارة تمثل مربع مجموع الحدين أ + ب.

$${}^2\text{ب} + \text{أب} + \text{أب} + \text{أ} = ({}^2\text{ب} + \text{أ})$$

$${}^2\text{ب} + \text{أب} + \text{أ} =$$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢٨) تبرير: وضح إذا كانت العبارة

"يمكن استعمال التوزيع بالترتيب لضرب ثنائية حد في ثلاثية حدود"

صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً، وفسّر إجابتك.

**صحيحة دائماً، يمكنك تجميع كل حدين متجاورين في ثلاثية الحدود ثم**

تتعامل مع ثلاثية الحدود ثم تتعامل مع ثلاثية الحدود كمجموع عبارتين

وتطبق عليهما طريقة التوزيع بالترتيب

(٢٩) تحدّد: أوجد ناتج:  $(s^m + s^n)(s^{m-1} - s^{n-1} + s^n)$ .

$$\text{المقدار} = s^m(s^{m-1}) + s^m(-s^{n-1}) + s^m(s^n) + s^n(s^{m-1}) + s^n(-s^{n-1}) + s^n(s^n)$$

$$= s^{2m-1} - s^{m+n-1} + s^{m+n} + s^{m+n-1} - s^{2n-1} + s^{2n}$$

$$= s^{2m-1} - s^{m+n-1} + s^{m+n} + s^{m+n-1} - s^{2n-1} + s^{2n}$$

(٣٠) مسألة مفتوحة: اكتب ثنائية وثلاثية حدود تتضمن كل منهما متغيراً واحداً،

ثم أوجد ناتج ضربهما.

$$s - 1, s^2 - s - 1$$

$$(s - 1)(s^2 - s - 1) = s^3 - s^2 - s + 1$$

(٣١) اكتب: لخص الطرق التي يمكن استعمالها لضرب كثيرات الحدود. يمكن استعمال الضرب رأسياً وذلك بتوزيع الضرب وتجميع الحدود وتعمل طريقة التوزيع بالترتيب أو الطريقة الأفقية حيث تضرب كلا من الحدين

### تدريب على اختبار

(٣٢) ما ناتج ضرب العبارتين:  $٥ - ٢س$ ،  $٤ + ٣س$ ؟

(أ)  $٥س - ١$  (ج)  $٢٠ - ٦س^٢$

(ب)  $٦س^٢ - ٧س - ٢٠$  (د)  $٦س^٢ + ٧س - ٢٠$

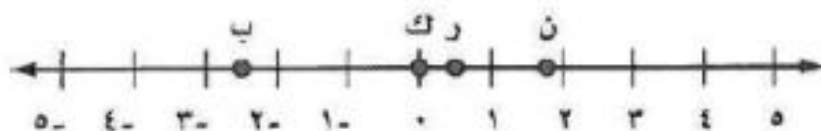
$$٢٠ - (٥س^٣) = ٤ + ٣س \times (٥ - ٢س)$$

$$٢٠ - ٥س^٣ = ٤ + ٣س \times (٥ - ٢س)$$

$$٢٠ - ٥س^٣ = ٤ + ١٥س - ٦س^٢$$

الاختيار الصحيح: (ب)  $٦س^٢ - ٧س - ٢٠$

(٣٣) اجابة قصيرة: أي نقطة على خط الأعداد تمثل عدداً مكعبه أكبر منه؟



النقطة ن

## مراجعة تراكمية

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$(34) \quad (10 + 2^2) + (5 - 2^2)$$

$$\text{المقدار} = 10 + 5 - 2^2 - 2^2 =$$

$$5 + 2^2 =$$

$$(35) \quad (2n^2 - 4n) + (2n^2 - 8n)$$

$$\text{المقدار} = 2n^2 - 4n - 2n^2 - 8n =$$

$$-12n =$$

$$(36) \quad (3a + 4ab + 8b) - (2b + 5a + 8ab)$$

$$\text{المقدار} = 3a + 4ab + 8b - 2b - 5a - 8ab =$$

$$-2a - 4ab + 6b =$$

بسِّط كلاً من العبارات الآتية:

$$(37) \quad (2n^2 - 3)^3 - (2n^2 - 3)^3$$

$$\text{المقدار} = (2n^2 - 3)^3 - (2n^2 - 3)^3 =$$

$$= (2n^2 - 3)^3 - (2n^2 - 3)^3 =$$

$$= (2n^2 - 3)^3 - (2n^2 - 3)^3 =$$

$$= 0 =$$



$$(38) \quad {}^2(3\text{هـ}-)2 - {}^3(2\text{هـ}3-) \quad {}^2(3\text{هـ}-)2 - {}^3(2\text{هـ}3-)$$

$$\text{المقدار} = {}^{3 \times 2}(2\text{هـ}-)2 - {}^{3 \times 2}(2\text{هـ}-)2 =$$

$${}^1\text{هـ}2 - {}^1\text{هـ}27 =$$

$${}^1\text{هـ}29 =$$

$$(39) \quad {}^3(3\text{ص}3-) + {}^2(3\text{ص}5-)2 \quad {}^3(3\text{ص}3-) + {}^2(3\text{ص}5-)2$$

$$\text{المقدار} = {}^3(3\text{ص}-) + {}^2(3\text{ص}5-)2 =$$

$${}^1\text{ص}27 - {}^1\text{ص}25 \times 2 =$$

$${}^1\text{ص}27 - {}^1\text{ص}50 =$$

## استعد للدرس اللاحق

بسّط كلّ مما يأتي:

$$(٤٠) \quad (٢-ت٤)^٣ - (٢-ت٣)^٤$$

$$= (٢-ت٣)^٣ - (٢-ت٤)^٣$$

$$= ٨ت١٢ - ٤٨ت١٢$$

$$= ٤٠ت١٢$$

$$(٤١) \quad (٣-ه٢)^٣ - (٣-ه٢)^٢$$

$$= ٢٧ه٦ - ٢ه٦$$

$$= ٢٩ه٦$$

$$(٤٢) \quad (٣ص٣-)^٢ + (٣ص٥-)^٢$$

$$= (٢٧ص٩-)^٢ + (٢٥ص٦-)^٢$$

$$= ٥٠ص٦ - ٢٧ص٩$$

$$(٤٣) \quad (٢ن٢-)^٢ + (٤ن٦-)^٢$$

$$= (٤ن٤)^٢ + (٣٦ن٨)^٢$$

$$= ٤ن٤ + ١٠٨ن٨$$

# حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

٦-٧

## تحقق

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(أ١) (٨ج + د٣)²$$

$$(أ + ب)² = أ² + ٢أب + ب²$$

$$(٨ج + د٣)² = (٨ج)² + ٢ × ٨ج × د٣ + (د٣)²$$

$$= ٦٤ج² + ٤٨ج د + د٩$$

$$(ب١) (٣س + ٤ص)²$$

$$(أ + ب)² = أ² + ٢أب + ب²$$

$$(٣س + ٤ص)² = (٣س)² + ٢ × ٣س × ٤ص + (٤ص)²$$

$$= ٩س² + ٢٤س ص + ١٦ص²$$

$$(أ٢) (١ - ب٦)²$$

$$(أ - ب)² = أ² - ٢أب + ب²$$

$$(١ - ب٦)² = ١ - ١٢ب + ٣٦ب²$$

$$٢(ب) (أ - ٢ب)²$$

$$١(ب - أ) = ١(أ² - ٢أب + ب²)$$

$$١(ب² - ٢أب) = ١(أ² - ٢أب + ب²)$$

(٣) **حديقة:** لدى عماد حديقة، طولها وعرضها ٣ مترًا، ويريد إضافة ٣ أمتار إلى كل من الطول والعرض.

(أ) بيّن كيف يمكن التعبير عن مساحة الحديقة الجديدة بمربع ثنائية حد.

$$\text{المساحة} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$(٣ + ل) (٣ + ل) =$$

$$١(٣ + ل) =$$

(ب) أوجد مربع ثنائية الحد السابقة.

$$١(ب + أ) = ١(أ² + ٢أب + ب²)$$

$$١(٣ + ل) = ١(٩ + ٦ل + ل²)$$

أوجد ناتج:

$$(١٤) (٢ - ن³)(٢ + ن³)$$

$$٤ - ن⁶ + ن⁶ - ن⁹ = (٢ - ن³)(٢ + ن³)$$

$$٤ - ن⁹ =$$

$$(١٤) (٤ج - د٧)(٤ج + د٧)$$

$$١(٤ج - د٧) = (٤ج + د٧)(٤ج - د٧)$$

$$١(١٦ج - د٤٩) =$$



أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(1) (s + 5)^2$$

$$\text{المقدار} = (s + 5)^2$$

$$= s^2 + 10s + 25$$

$$(2) (a - 11)^2$$

$$\text{المقدار} = (a - 11)^2$$

$$= a^2 - 22a + 121$$

$$(3) (2s + 7v)^2$$

$$\text{المقدار} = (2s + 7v)^2$$

$$= 4s^2 + 28sv + 49v^2$$

$$(4) (4 - m^3)(4 - m^3)$$

$$\text{المقدار} = (4 - m^3)(4 - m^3)$$

$$= 16 - 24m^3 + m^6$$

$$(5) (54 - j)(54 - j)$$

$$\text{المقدار} = (54 - j)(54 - j)$$

$$= 2916 - 108j + j^2$$



$$(6) \quad (3ج + د)^2$$

$$\text{المقدار} = (3ج + د)^2$$

$$= 9ج^2 + 6ج د + 3د^2$$

(7) ألعاب: تحوي لعبة القرص الطائر قرصًا على شكل دائرة نصف قطرها (س + ٤) سم.  
أ) اكتب عبارة تمثل مساحة القرص الطائر.

مساحة الدائرة =  $\pi ر^2$

$$= \pi (س + ٤)^2$$

$$= \pi (س^2 + ٨س + ١٦)$$

$$= \pi س^2 + ٨\pi س + ١٦\pi$$

ب) إذا كان قطر القرص الطائر ٢٤ سم، فما مساحته؟ ( $\pi \approx ٣,١٤$ ).

مساحة الدائرة =  $\pi (١٢)^2$

$$= ٣,١٤ \times ١٤٤ =$$

$$= ٤٥٢,١٦ \text{ سم}^2$$

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(8) \quad (3 + أ)(3 - أ)$$

$$(أ^2 - ب^2) = (أ + ب)(أ - ب)$$

$$(3 - أ) = (3 + أ)(3 - أ)$$

$$(9) \quad (5 + س)(5 - س)$$

$$(5 + س)(5 - س) = ٢٥ - س^2$$

$$(10) \quad (7 + ص)(7 - ص)$$

$$49 - 36v = (7 + 6v)(7 - 6v)$$

## تدرب وحل المسائل:



أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(11) \quad (10 + a)(10 + a)$$

$${}^1(10 + a) = (10 + a)(10 + a)$$

$${}^1(100 + 20a + a^2) = {}^1(100 + 20a + a^2)$$

$$\text{المقدار} = 100 + 20a + a^2$$

$$(12) \quad (6 - b)(6 - b)$$

$${}^1(6 - b) = (6 - b)(6 - b)$$

$${}^1(36 - 12b + b^2) = {}^1(36 - 12b + b^2)$$

$$\text{المقدار} = 36 - 12b + b^2$$

$$(13) \quad (7 + h)^2$$

$${}^1(7 + h) = (7 + h)(7 + h)$$

$${}^1(49 + 14h + h^2) = {}^1(49 + 14h + h^2)$$

$$(14) \quad (6 + s)^2$$

$${}^1(6 + s) = (6 + s)(6 + s)$$

$$\text{المقدار} = 36 + 12s + s^2$$

$$(15) \quad (m - 8)^2$$

$${}^1(m - 8) = (m - 8)(m - 8)$$

$$\text{المقدار} = 64 - 16m + m^2$$

$$(16) \quad (9 - 2\sqrt{3})^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{المقدار} = 81 - 36\sqrt{3} + 48$$

$$(17) \quad (2b + 3)^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{المقدار} = 4b^2 + 12b + 9$$

$$(18) \quad (5n - 2)^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{المقدار} = 25n^2 - 20n + 4$$

$$(19) \quad (8h - 4n)^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{المقدار} = 64h^2 - 64hn + 16n^2$$

(20) **مصارعة:** تكون سجادة المصارعة في العادة مربعة الشكل، طول ضلعها ١٢ مترًا تقريبًا، وتحتوي على دائرتين كما في الشكل المجاور. افترض أن نصف قطر الدائرة الداخلية (ر) متر، وأن نصف قطر الدائرة الخارجية يزيد على نصف قطر الدائرة الداخلية بـ ٣ أمتار. (أ) اكتب عبارة تمثل مساحة الدائرة الكبرى.

$$\text{مساحة الدائرة الكبرى} = \pi r^2$$

$$= \pi (r + 3)^2$$

$$ط = (ر^2 + ٩ + ٦ر)$$

$$ط = ٩ر + ٦ر + ر^2$$

ب) اكتب عبارة تمثل مساحة جزء المربع خارج الدائرة الكبرى.

مساحة المربع = طول الضلع  $\times$  نفسه

$$١٤٤ = ١٢ \times ١٢ =$$

$$١٤٤ = (٩ر + ٦ر + ر^2) - ١٤٤ =$$

$$١٤٤ = (٩ر + ٦ر + ر^2) - ١٤٤ =$$

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(٢١) (٣ - ل)(٣ + ل)$$

$$(أ - ب)(أ + ب) = (أ - ب)(أ + ب)$$

$$٩ - ل^2 = (٣ - ل)(٣ + ل)$$

$$(٢٢) (س - ٤)(س + ٤)$$

$$(أ - ب)(أ + ب) = (أ - ب)(أ + ب)$$

$$١٦ - س^2 = (س + ٤)(س - ٤)$$

$$(٢٣) (٥ر + ٢ك)(٥ر - ٢ك)$$

$$(أ - ب)(أ + ب) = (أ - ب)(أ + ب)$$

$$٢٥ر^2 - ٤ك^2 = (٥ر - ٢ك)(٥ر + ٢ك)$$

$$(٢٤) (٧ب + ٣أ)(٧ب - ٣أ)$$

$$(أ - ب)(أ + ب) = (أ - ب)(أ + ب)$$



$${}^2\text{ب}^2 9 - {}^2\text{ا}^2 9 = ({}^2\text{ب} - {}^2\text{ا}^3) ({}^2\text{ب} + {}^2\text{ا}^3)$$

$${}^2(7 + \text{ص} 5) \quad (25)$$

$${}^2\text{ب} + {}^2\text{ا}^2\text{ب} + {}^2\text{ا} = ({}^2\text{ب} + \text{ا})$$

$${}^2\text{ب}^2 9 + \text{ص} 70 + {}^2\text{ص} 25 = ({}^2\text{ب} + \text{ص})$$

$${}^2(10 - 8) \quad (26)$$

$${}^2\text{ب} + {}^2\text{ا}^2\text{ب} - {}^2\text{ا} = ({}^2\text{ب} - \text{ا})$$

$${}^2\text{ا}^2 100 + \text{ا}^2 60 - 64 = ({}^2\text{ا}^2 10 - 8)$$

$$(12 - \text{ن}^3)(12 + \text{ن}^3) \quad (27)$$

$$(\text{ب} + \text{ا})(\text{ب} - \text{ا}) = ({}^2\text{ب} - {}^2\text{ا})$$

$$144 - \text{ن}^9 = (12 - \text{ن}^3)(12 + \text{ن}^3)$$

$${}^2(\text{ب}^4 + \text{ا}) \quad (28)$$

$${}^2\text{ب} + {}^2\text{ا}^2\text{ب} + {}^2\text{ا} = ({}^2\text{ب} + \text{ا})$$

$${}^2\text{ب}^4 + \text{ا}^2 16 + {}^2\text{ا} = ({}^2\text{ب}^4 + \text{ا})$$

$${}^2(\text{ر}^5 - \text{ك}^3) \quad (29)$$

$${}^2\text{ب} + {}^2\text{ا}^2\text{ب} - {}^2\text{ا} = ({}^2\text{ب} - \text{ا})$$

$${}^2\text{ر}^5 + \text{ر}^3 20 - \text{ك}^9 = 2(\text{ر}^5 - \text{ك}^3)$$

$${}^2(2 - \text{ج} - \text{د}^9) \quad (30)$$

$${}^2(b - a) = {}^2a - {}^2b + {}^2b$$

$${}^2(ج٢ - د٩) = {}^2ج٤ - {}^2د١٠ + {}^2د١١$$

$$(31) \quad (b + {}^4a^3)(b - {}^4a^3)$$

$${}^2(b + a)(b - a) = ({}^2b - {}^2a)$$

$${}^2b - {}^2a = (b + {}^4a^3)(b - {}^4a^3)$$

$$(32) \quad ({}^2ص٥ - {}^2س١٠)$$

$${}^2(b - a) = {}^2a - {}^2b + {}^2b$$

$${}^2(ص١٠ - س٢٥) = ({}^2ص١٠ - {}^2س٢٥) + {}^2س٢٥$$

$$(33) \quad ({}^3ب٩ + {}^2ا٨)({}^3ب٩ - {}^2ا٨)$$

$${}^2(b + a)(b - a) = ({}^2b - {}^2a)$$

$${}^2ب٨١ - {}^2ا٦٤ = ({}^3ب٩ + {}^2ا٨)({}^3ب٩ - {}^2ا٨)$$

$$(34) \quad \left( ٨ + ك \frac{٣}{٤} \right)^2$$

$${}^2(b + a) = {}^2b + {}^2a + {}^2b$$

$$٦٤ + ١٢ك + \frac{٩}{١٦}ك^2 = \left( ٨ + ك \frac{٣}{٤} \right)^2$$

$$(35) \quad \left( ٤ - ص \frac{٢}{٥} \right)^2$$

$${}^2(b - a) = {}^2b - {}^2a + {}^2b$$

$$16 + \text{ص} \frac{16}{5} - \text{ع} \frac{4}{25} = \left(4 - \text{ص} \frac{2}{5}\right)^2$$

$$(36) \quad (2\text{ع}7 + 2\text{ص}5)(2\text{ع}7 - 2\text{ص}5)$$

$$(2\text{ع}7 + 2\text{ص}5)(2\text{ع}7 - 2\text{ص}5) = (2\text{ع}7)^2 - (2\text{ص}5)^2$$

$$28\text{ع}9 - 20\text{ص}25 = (2\text{ع}7)^2 - (2\text{ص}5)^2$$

$$(37) \quad (4 + \text{م})(3 - \text{م}^2)(3 + \text{م}^2)$$

$$\text{المقدار} = (4 + \text{م}) [(3 - \text{م}^2)(3 + \text{م}^2)]$$

$$(4 + \text{م})(9 - \text{م}^4) = (4 + \text{م})(9 - \text{م}^4)$$

$$\text{المقدار} = (4 + \text{م})(9 - \text{م}^4)$$

$$= (4)(9 - \text{م}^4) + (\text{م})(9 - \text{م}^4) + (4)\text{م}^4 + (\text{م})\text{م}^4 =$$

$$= 36 - \text{م}^4 - \text{م}^5 + \text{م}^4 =$$

$$(38) \quad (5 + \text{ر})(2 - \text{ر})(5 - \text{ر})(2 + \text{ر})$$

$$\text{المقدار} = [(5 + \text{ر})(5 - \text{ر})] [(2 - \text{ر})(2 + \text{ر})]$$

$$= (25 - \text{ر}^2)(4 - \text{ر}^2) =$$

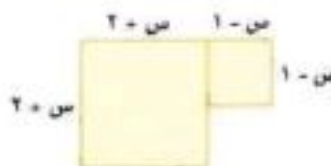
$$= (25)(4 - \text{ر}^2) + (\text{ر}^2)(4 - \text{ر}^2) + (25 - \text{ر}^2)\text{ر}^2 + (\text{ر}^2)\text{ر}^2 =$$

$$= 100 - 25\text{ر}^2 - \text{ر}^4 + 25\text{ر}^2 - \text{ر}^4 =$$

$$= 100 - 2\text{ر}^4 - \text{ر}^4 =$$

(39) هندسة: اكتب كثيرة حدود تمثل مساحة الشكل المجاور.

مساحة الشكل = مجموع مساحتي المربعين



$$\text{مساحة الشكل} = (\text{س} + 1) + (\text{س} - 1) =$$

$$(أ - ب) = أ - ٢أب + ب^٢$$

$$(أ + ب) = أ + ٢أب + ب^٢$$

$$\text{مساحة الشكل} = (س^٢ - ٢س + ١) + (س^٢ + ٤س + ٤)$$

$$= ٢س^٢ + ٢س + ٥$$

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(٤٠) (ج + د)(ج + د)(ج + د)$$

$$\text{المقدار} = (ج + د)^٣$$

$$(أ + ب) = أ + ٢أب + ب^٢$$

$$\text{المقدار} = (ج + د)^٣$$

$$= ج^٣ + ٣ج^٢د + ٣ج د^٢ + د^٣$$

$$= ج^٣ + ٣ج^٢د + ٣ج د^٢ + د^٣$$

$$(٤١) (٢ - ب)^٣$$

$$\text{المقدار} = (٢ - ب)^٣$$

$$(أ - ب) = أ - ٢أب + ب^٢$$

$$\text{المقدار} = (٢ - ب)^٣$$

$$= ٨ - ١٢ب + ٦ب^٢ - ب^٣$$

$$= ٨ - ١٢ب + ٦ب^٢ - ب^٣$$

$$(٤٢) (ج + ف)(ج - ف)(ج + ف)$$

$$(أ - ب) = (أ - ب)(أ + ب)$$

$$\text{المقدار} = (ج - ف)(ج + ف)$$

$$= (ج - ف)(ج + ف) + (ج - ف)(ج + ف) + (ج - ف)(ج + ف)$$

$$= ٣ج^٢ - ٣ف^٢$$



$$(٤٣) (ك - م)(ك + م)(م - ك)$$

$$(أ - ب)^2 = (أ + ب)(أ - ب)$$

$$\text{المقدار} = (م - ك)^2 = (م + ك)(م - ك)$$

$$= م^2 - ك^2 - م^2 + ك^2$$

$$(٤٤) (ب - ن)^2 = (ب + ن)(ب - ن)$$

$$(أ - ب)^2 = أ^2 - ٢أب + ب^2$$

$$\text{المقدار} = (ن - ب)^2 = (ن + ب)(ن - ب)$$

$$= ن^2 - ٢ن ب + ب^2 = ن^2 - ٢ن ب + ب^2$$

$$= ن^2 - ٢ن ب + ب^2$$

$$(٤٥) (ك - ر)^2 = (ك + ر)(ك - ر)$$

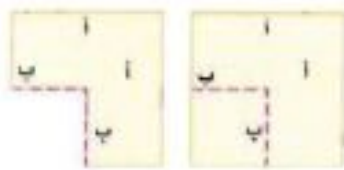
$$(أ + ب)^2 = أ^2 + ٢أب + ب^2$$

$$\text{المقدار} = (ك + ر)^2 = (ك + ر)(ك + ر)$$

$$= ك^2 + ٢ك ر + ر^2 = ك^2 + ٢ك ر + ر^2$$

$$= ك^2 + ٢ك ر + ر^2$$

(٤٦) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة قاعدة تمثل حاصل ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما، ابدأ بورقة مربعات. وارمز إلى طول كل ضلع في المربع بالرمز أ، ثم ارسم مربعًا صغيرًا في إحدى زواياه، وارمز إلى طول ضلعه بالرمز ب.



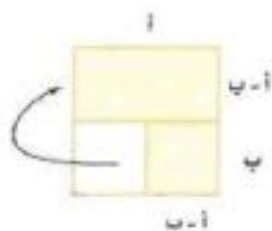
(أ) عددياً: أوجد مساحة كل مربع.

مساحة المربع الكبير تساوي أ<sup>٢</sup> ومساحة المربع الصغير تساوي ب<sup>٢</sup>

(ب) حسياً: قص المربع الصغير من الزاوية. ما مساحة الشكل

المتبقية؟

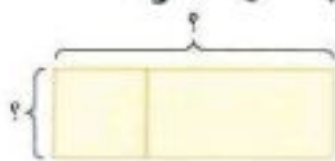




مساحة المربع أ - مساحة المربع ب

$$\text{المساحة المتبقية} = \text{أ}^2 - \text{ب}^2$$

ج) تحليلياً: افصل المستطيل الصغير السفلي، ثم دوّره واسحبه إلى جوار المستطيل العلوي. ما طول المستطيل في التمثيل الجديد؟ وما عرضه؟ وما مساحته؟



ابعاد المستطيل هي (أ + ب)، (أ - ب)

مساحة المستطيل = (أ + ب) (أ - ب)

$$= \text{أ}^2 - \text{ب}^2$$

د) تحليلياً: ما القاعدة التي توصلت إليها من الفقرتين ب، ج؟ القاعدة:

$$\text{أ}^2 - \text{ب}^2 = (\text{أ} + \text{ب}) (\text{أ} - \text{ب})$$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

٤٧) حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي:

$$(ج + د)(ج + د)$$

$$(ج + د)(ج + د)$$

$$(ج + د)(ج - د)$$

$$(ج - د)(ج - د)$$

(ج + د) (ج - د) ناتج الضرب لا يحتوي على حد أوسط

بينما الحدود الثلاثة الأخرى تحتوي على حد أوسط

٤٨) **تحديد:** هل يوجد قاعدة لمكعب المجموع  $(أ + ب)^3$ ؟  
 أ) استقصي إجابة هذا السؤال بإيجاد ناتج:  $(أ + ب)(أ + ب)(أ + ب)$ .  
**نعم،**

$$\text{المقدار} = (أ + ب)^3$$

$$(أ + ب)^3 = أ^3 + ٣أ٢ب + ٣أب٢ + ب^3$$

$$\text{المقدار} = (أ + ب)(أ + ب)(أ + ب)$$

$$= أ^3 + ٣أ٢ب + ٣أب٢ + ب^3$$

$$= أ^3 + ٣أ٢ب + ٣أب٢ + ب^3$$

$$(أ + ب)^3 = أ^3 + ٣أ٢ب + ٣أب٢ + ب^3$$

ب) استعمل القاعدة التي وجدتها في الفرع أ لإيجاد ناتج:  $(س + ٢)^3$ .

$$\text{المقدار} = (س + ٢)^3$$

$$(أ + ب)^2 = أ^2 + ٢أب + ب^2$$

$$\text{المقدار} = (س^2 + ٤س + ٢) (س^2 + ٤س + ٢)$$

$$= س^4 + ٤س^3 + ٢س^2 + ٤س^3 + ١٦س^2 + ٤س + ٢س^2 + ٨س + ٤$$

$$= س^4 + ٨س^3 + ٢٠س^2 + ١٢س + ٤$$

(٤٩) تبرير: أوجد قيمة ج التي تجعل من العبارة  $٥س^2 - ٩س + ج$  مربعًا كاملاً.

$$٩٠ = ٥ \times ج \times ٢$$

$$٩٠ = ١٠ ج$$

$$١٠ \div ٩٠ = ج$$

$$٩ = ج$$

$$٩^2 = (ج)^2$$

$$٨١ = ج$$

(٥٠) اكتب: صف كيف تجد مربع مجموع مقدارين ومربع الفرق بين مقدارين،

وكيف تجد ناتج ضرب مجموع مقدارين في الفرق بينهما.

- لإيجاد مربع المجموع طبق طريقة التوزيع بالترتيب او طبق النمط.
- مربع مجموع أحاديتي حدود هو مربع الحد الأول، زائد مثلي حاصل ضرب الحدين، زائد مربع الحد الثاني.
- ومربع الفرق بين أحاديتي حدود، هو مربع الحد الأول، ناقص مثلي حاصل ضرب الحدين، زائد مربع الحد الثاني.
- وحاصل ضرب المجموع والفرق للكمتين نفسيهما، هو مربع الحد الأول ناقص مربع الحد الثاني.

## تدريب على اختبار

٥١) ما ناتج ضرب  $(3-12)$   $(3-12)$ ؟

أ)  $9+112+144$       ب)  $9+112-144$

ج)  $9-112-144$       د)  $9-112+144$

المقدار =  $(3-12)^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$9 + 112 - 144 =$

الاختيار الصحيح: د)  $9 + 112 - 144$

٥٢) يقطع مروان مسافة ٦ كلم في م دقيقة بسيارته. كم دقيقة

سيحتاج إليها لقطع ٣٠ كلم بهذا المعدل؟

أ)  $\frac{3}{15}$  م      ب) ١٨٠ م

ج) ٥ م      د)  $\frac{2}{5}$  م

عدد الدقائق =  $\frac{30}{6} = 5$  م

الاختيار الصحيح: ج) ٥ م

## مراجعة تراكمية

$$(53) \text{ أوجد ناتج } (3-54)(7-52):$$

$$(21 + 56 - 528 - 58) = (7-52)(3-54)$$

$$21 + 534 - 58 =$$

$$(54) \text{ بسّط العبارة } 3b(6-b-4) + 2\left(\frac{1}{4}b^2 - 3b\right):$$

$$\text{المقدار} = 18b - b^2 + 2b - 8b + 2b^2 - 6b$$

$$= 19b^2 - 18b$$

(55) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (1، 1)، (4، 7).

$$\text{الميل} = \frac{1-7}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{ص} - \text{ص} = \text{م} (س - س)$$

$$\text{ص} - 1 = 2(س - 1)$$

$$\text{ص} = 2س - 2 + 1$$

$$\text{ص} = 2س - 1$$



## استعد للدرس اللاحق

حلل كلًّا من الأعداد التالية إلى عواملها الأولية:

$$٤٠ \text{ (٥٦)}$$

$$٥ \times ٢ \times ٢ \times ٢$$

$$١٢٠ \text{ (٥٧)}$$

$$٥ \times ٣ \times ٢ \times ٢ \times ٢$$

$$٩٠٠ \text{ (٥٨)}$$

$$٥ \times ٥ \times ٣ \times ٣ \times ٢ \times ٢$$

$$١٦٥ \text{ (٥٩)}$$

$$١١ \times ٥ \times ٣$$

## اختبار الفصل

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

(١) (س<sup>٢</sup>) (٧ س<sup>٨</sup>)

(س<sup>١</sup>) (٧ س<sup>٨</sup>) = ٧ س<sup>٨+٢</sup>

٧ س<sup>١٠</sup> =

(٢) (٥ أ<sup>٧</sup> ب ج<sup>٢</sup>) (-٦ أ<sup>٢</sup> ب ج<sup>٥</sup>)

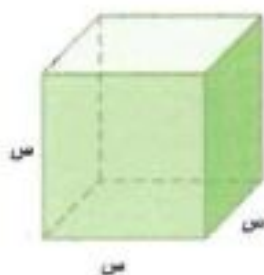
المقدار = -٣٠ أ<sup>٧+٢</sup> ب<sup>١+١</sup> ج<sup>٢+٥</sup>

= -٣٠ أ<sup>٩</sup> ب<sup>٢</sup> ج<sup>٧</sup>

(٣) اختيار من متعدد: عبّر عن حجم المجسم أدناه كوحيدة حد:

(أ) س<sup>٣</sup> (ب) ٦ س

(ج) ٦ س<sup>٣</sup> (د) س<sup>٦</sup>

الاختيار الصحيح: (أ) س<sup>٣</sup>

أوجد الناتج في كل مما يأتي:

$$(4) (س + 5) + (س^2 - 3س + 7)$$

$$\text{المقدار} = س^2 + س - 3س + 5 + 7$$

$$= س^2 - 2س + 12$$

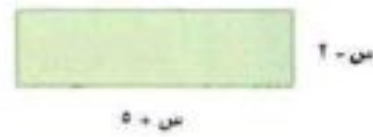
$$(5) (7م - 8ن^2 + 3ن) - (-2ن^2 + 4م - 3ن)$$

$$\text{المقدار} = 7م - 8ن^2 + 3ن + 2ن^2 - 4م + 3ن$$

$$= -8ن^2 + 2ن^2 + 3ن + 3ن + 7م - 4م$$

$$= -6ن^2 + 6ن + 3م$$

6) اختيار من متعدد: ترغب نوال في شراء سجاد لغرفتين في منزلها أبعادهما مبيئة أدناه. فما المساحة الكلية للمنطقة التي ستُغطى بالسجاد؟



(أ)  $س^2 + 3س$

(ب)  $س^2 + 3س - 5$

(ج)  $2س^2 + 6س - 10$

(د)  $8س + 12$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$\text{المساحة الكلية} = [(س + 3)(س)] + [(س - 2)(س + 5)]$$

$$= س^2 + 3س + 5س - 10 - 2س^2 + 10س$$

$$10 - 6s + 2s^2 =$$

الاختيار الصحيح: ج)  $10 - 6s + 2s^2$

بسّط كل عبارة فيما يأتي، مفترضًا أن أي مقام لا يساوي صفرًا:

$$(7) \frac{6s^2 - 6s + 10}{s^2}$$

$$6s^2 - 6s + 10 = \frac{6s^2 - 6s + 10}{s^2}$$

$$6s^2 - 6s + 10 =$$

$$(8) \left( \frac{2a^3b^4}{c^6} \right)$$

$$1 = \left( \frac{2a^3b^4}{c^6} \right)$$

$$(9) \frac{2s^2 - 6s + 10}{8s}$$

$$\frac{2s^2 - 6s + 10}{8s} = \frac{2s^2 - 6s + 10}{8s}$$

$$\frac{1}{4s} =$$

أوجد ناتج الضرب في كلِّ مما يأتي:

$$(10) (10 - 6a + 2a^2)$$

$$10 - 6a + 2a^2 = (10 - 6a + 2a^2)$$

$$(11) \quad (5 + 2^3)(5 - 2^2) \\ \text{المقدار} = 2^5 - 1^5 - 1^6 + 2^6 =$$

$$2^5 - 1^5 - 1^6 =$$

$$(12) \quad (3 - s)(5 + 2^2 s - 6)$$

$$\text{المقدار} = s^2 + 5s - 6s - 1^3 s^3 - 1^5 s + 1^8 =$$

$$s^2 + 1s - 1^3 s^3 - 1^5 s + 1^8 =$$

$$(13) \quad (3 + s)^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(3 + s)^2 = 9 + 6s + s^2$$

$$(14) \quad (5 + 2b)(5 - 2b)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(5 + 2b)(5 - 2b) = 25 - 4b^2$$

(15) هندسة: منشور رباعي قاعدته مستطيلة وأبعاده هي:

$$s, s + 3, 2s + 5$$

(أ) أوجد حجم المنشور بدلالة s.

$$\text{حجم المنشور} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم المنشور} = s \times (s + 3) \times (2s + 5)$$

$$= (s + 3)(2s + 5)s =$$

$$= 2s^2 + 5s + 6s + 15s =$$

$$= 2s^2 + 11s + 15$$



(ب) أوجد حجم المنشور بتعويض قيمتين لـ س، وكيف تقارن بين الحجمين؟

عند  $s = 1$ : إذن أبعاد المنشور هي: 1، 4، 7

$$\text{الحجم} = 1 \times 4 \times 7$$

$$= 28$$

عند  $s = 2$ : إذن أبعاد المنشور هي: 2، 5، 9

$$\text{الحجم} = 2 \times 5 \times 9$$

$$= 90$$

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(16) \quad 5(n^2 - 2n) = (2 + 3n - n^2)5$$

$$5n^2 - 10n = 10 + 5n - 5n^2$$

$$5n^2 - 10n - 5n + 10 = 10 + 5n - 5n^2$$

$$-10n - 5n + 10 = 10 + 5n - 5n^2$$

$$-15n + 10 = 10 + 5n - 5n^2$$

$$-15n = 5n - 5n^2$$

$$-15n = 5n - 5n^2$$

$$n = \frac{10}{13}$$

$$(17) \quad 3(s - 2) = (2 + s)3$$

$$3s - 6 = 6 + 3s$$

$$3s - 6 - 3s = 6 + 3s - 3s$$

$$-6 = 6$$

$$s = 1$$

١٨) هندسة : اكتب عبارة مساحة المنطقة المظللة في الشكل الآتي:

$$\text{مساحة المستطيل الكبير} = (5 + 2s)(5 - 2s) =$$

$$= 25 - 10s - 10s + 4s^2 =$$

$$= 25 - 4s^2 =$$

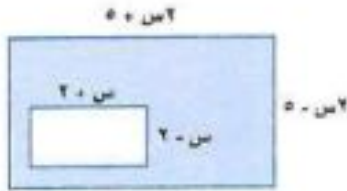
$$\text{مساحة المستطيل الصغير} = (2 + s)(2 - s) =$$

$$= 4 - 2s - 2s + s^2 =$$

$$= 4 - s^2 =$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = (4 - s^2) - (25 - 4s^2) =$$

$$= 3s^2 - 21 =$$

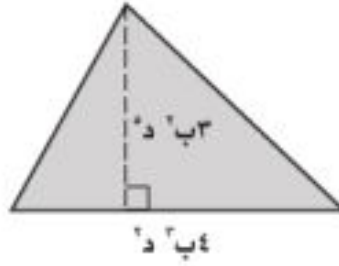


## الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤالٍ ممَّا يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة :

(١) عبّر عن مساحة المثلث أدناه في صورة وحيدة حد؟



(ج) ٦ د<sup>٦</sup> د<sup>١٠</sup>

(أ) ١٢ د<sup>٥</sup> د<sup>٧</sup>

(د) ٦ د<sup>٥</sup> د<sup>٧</sup>

(ب) ١٢ د<sup>٦</sup> د<sup>١٠</sup>

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} (4 \text{ د}^3 \text{ ب}^2) (3 \text{ د}^2 \text{ ب}^5)$$

$$= 6 \text{ د}^5 \text{ ب}^7$$

٢) بسّط العبارة  $\left(\frac{٢٤٦٥٠}{٣٣٤}\right)^٣$

(ج)  $\frac{٨٤٥٠٨}{٧٢٧}$

(د)  $\frac{١٥٦٤٢}{١٢٣}$

(ا)  $\frac{٨٤٥٠٢}{٧٣٣}$

(ب)  $\frac{١٥٦٤٨}{١٢٣}$

الاختيار ب)

٣) إذا كانت مساحة المستطيل أذناه  $٩ - ٢س$  وحدة مربعة، فكم وحدة عرضه؟



س + ٣

(ج)  $٩ - س$

(د)  $٣ - س$

(ا)  $٣ + س$

(ب)  $٩ + س$

عرض المستطيل =  $(٩ - ٢س) \div (٣ + س)$

=  $٣ - س$

٤) عبّر عن محيط المستطيل أدناه بصورة كثيرة حدود.



(أ)  $٧ + س٤ - ٢س٣$

(ب)  $٧ + س + ٢س٣$

(ج)  $١٤ + س٨ - ٢س٦$

(د)  $٧ + س٤ - ٢س٦$

محيط المستطيل =  $٢[(٣ + س - س²) + (٤ + س٣ - س)]$

$٢(٧ + س٤ - س³) =$

$١٤ + س٨ - ٢س٦ =$

٥) أوجد ناتج طرح:  $(٧س² + ٦س - ٢) - (-٤س³ + ٣س² + ٥)$

(أ)  $٧س² - ٦س + ٤س³ + ٢$

(ب)  $٧س² - ٣س + ١١$

(ج)  $٣س³ + ٦س² + ١٠س + ٣$

(د)  $٤س³ - ٧س² + ٣س$

ناتج الطرح =  $٧س² + ٦س - ٢ - (-٤س³ + ٣س² + ٥) =$

$٧س² - ٦س + ٤س³ + ٢ =$



٦) بسّط العبارة:  $\frac{٣-٢ل}{٤-٣ل}$

ج)  $٢ل$

ا)  $\frac{٦}{٦ل}$

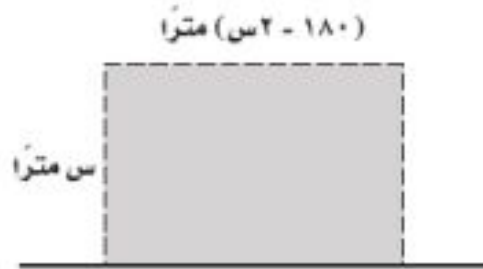
د)  $٦ل$

ب)  $\frac{٦ل}{٦}$

### إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) يريد مزارعٌ زراعة قطعة الأرض المستطيلة المبيّنة في الشكل:



ا) اكتب كثيرة حدود تعبر عن مساحة الأرض.

$$\text{مساحة الأرض} = س(١٨٠ - ٢س)$$

$$= ١٨٠س - ٢س^٢$$

ب) أوجد مساحة قطعة الأرض، إذا كان عرضها ٤٠ متراً

$$\text{مساحة الأرض} = ٤٠(١٨٠ - ٢س)$$

$$= ١٠٠ \times ٤٠ = ٤٠٠٠ \text{ م}^٢$$

٨) اكتشف المختلف: أي العبارات التالية مختلفة؟ فسّر إجابتك.

←  $٢م٩ - ٢ن٤$

$(٢ - م٣)(٢ + م٣)$

←  $٢م٩ + ٢م١٢ + ٢ن٤$

$(٢ + م٣)(٢ + م٣)$

←  $٢م٩ - ٢ن٤$

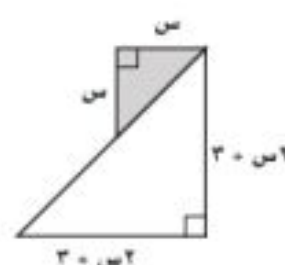
$(٢ - م٣)(٢ + م٣)$

٩) اكتب عبارة تمثل مساحة كل منطقة مظللة مما يأتي:



مساحة المنطقة المظللة = مساحة الدائرة - مساحة المثلث

$= ط(٥ + س٢) - \frac{1}{2}(١ + س)$

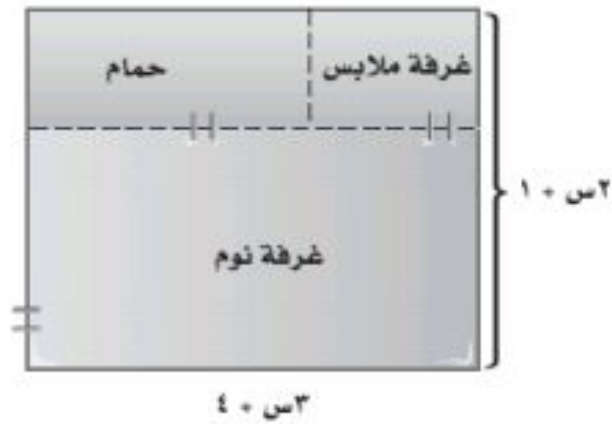


١٠) مساحة المنطقة المظللة =  $\frac{1}{2}س^2$

## إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

(١١) المخطط التالي يبيّن تفاصيل جناح نوم:



(أ) أوجد مساحة الجناح كاملاً.

$$\text{مساحة الجناح} = (س٢ + ١) (س٣ + ٤)$$

$$= س٢س٣ + ٤س٢ + س٣ + ٤$$

(ب) إذا كان عرض غرفة الملابس س، وطولها س + ١، فأوجد مساحة غرفة الملابس؟

$$\text{مساحة غرفة الملابس} = س(س + ١)$$

$$= س٢ + س$$

(ج) أوجد مساحة الحمام.

$$\text{مساحة الحمام} = س(س - ٤ + س٣)$$

$$= س(س٣ + س٢ - ٤س)$$

د) أوجد مساحة غرفة النوم.

$$\text{مساحة غرفة النوم} = 6س^2 + 11س + 4 - (س^3 + 2س^2 + س + 3س)$$

$$= 3س^2 + 7س + 4$$





# التهيئة

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة فيما يأتي:

$$(1) \text{ أ } (5 + \text{أ})$$

$$(\text{أ} \times 5) + (1 \times \text{أ}) = (5 + \text{أ}) \text{ أ}$$

$$5\text{أ} + \text{أ} =$$

$$(2) \text{ ب } (س + 3)^2$$

$$(س \times 2) + (3 \times 2) = (س + 3)^2$$

$$2س + 6 =$$

$$(3) \text{ ج } (ن - 2)^3$$

$$ن(ن - 2)^2 + (ن - 2)^3 = (ن - 2)^3$$

$$ن^2 - 4ن + 4 =$$

$$(4) \text{ د } (6 - 5س + س^2)$$

$$6 - 5س + س^2 = (6 - 5س + س^2)$$

$$36 - 30س + 3س^2 =$$

(٥) مال: ذهب خمسة أصدقاء إلى متنزه ترفيهي،  
فاشترى كل منهم بطاقة دخول بـ ٩ ريالات، وعلبة  
عصير بـ ٣ ريالات، وشطيرة بـ ٦ ريالات. فاكتب عبارة  
تمثل المبلغ الإجمالي الذي دفعوه جميعًا.

$$٩٠ \text{ ريالاً} = (٦ + ٣ + ٩) \times ٥$$

أوجد ناتج الضرب في كلِّ ممَّا يأتي:

$$(٦) (٢ + س)(٥ - س)$$

طريقة التوزيع بالترتيب  
اضرب  
اجمع الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned} (٢ + س)(٥ - س) &= س(٥ - س) + (٢)(٥ - س) \\ &= ٥س - س^٢ + ١٠ - ٢س \\ &= ١٠ - س^٢ - ٢س \end{aligned}$$

$$(٧) (٤ + س)(١ - س)$$

طريقة التوزيع بالترتيب  
اضرب  
اجمع الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned} (٤ + س)(١ - س) &= س(١ - س) + (٤)(١ - س) \\ &= س - س^٢ + ٤ - ٤س \\ &= ٤ - س^٢ - ٣س \end{aligned}$$

$$(٨) (٣ - ١٢)(٤ + ١٥)$$

طريقة التوزيع بالترتيب  
اضرب  
اجمع الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned} (٣ - ١٢)(٤ + ١٥) &= (١٥)٣ - (٤)٣ + (١٥)١٢ - (٤)١٢ \\ &= ١٥٠ - ١٨ + ١٨٠ - ٤٨ \\ &= ١٢٠ - ١٧ \end{aligned}$$

$$(٩) (٤ - س^٣)(٥ + س)$$

طريقة التوزيع بالترتيب  
اضرب  
اجمع الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned} (٤ - س^٣)(٥ + س) &= (٥)٤ - (س^٣)٤ + (٥)س^٣ + (س)٤ - (س^٣)س \\ &= ٢٠ - ٤س^٣ + ٥س^٣ + ٥س - س^٤ \\ &= ٢٠ - س^٣ + ١١س \end{aligned}$$

$$(١٠) (٧ + س)(٤ + س)$$

طريقة التوزيع بالترتيب  $(٧)٤ + (س)٤ + (٧)س + (س)س = (٧ + س)(٤ + س)$

اضرب  $٢٨ + ٤س + ٧س + س^٢ =$

اجمع الحدود المتشابهة  $٢٨ + ١١س + س^٢ =$

$$(١١) (٦ - أ٢)(٩ + أ٢)$$

طريقة التوزيع بالترتيب  $(٦)٩ + (٩)أ٢ - (أ٢)٦ - (أ٢)٩ =$

اضرب  $٥٤ + ٩أ٢ - ٦أ٢ - ٩أ٢ =$

اجمع الحدود المتشابهة  $٥٤ - ٦أ٢ - ٩أ٢ =$

(١٢) **مفرش مائدة**: مفرش مائدة مستطيل الشكل إذا

كان طوله  $(٢س + ٣)$ ، وعرضه  $(س + ١)$ ، فاكتب

عبارة تمثل مساحته.

المساحة =  $(٢س + ٣)(س + ١)$

$$= (٢س)س + (٢س)١ + (٣)س + (٣)١ =$$

$$= ٢س^٢ + ٢س + ٣س + ٣ =$$

$$= ٢س^٢ + ٥س + ٣ =$$

أوجد ناتج كلِّ مما يأتي:

$$(١٣) (أ - ٣)^٢$$

$$(أ - ٣)(أ - ٣) = (أ - ٣)^٢$$

$$= أ^٢ + ٩ - ٦أ =$$

مربع مجموع حدين

$$(١٤) (٥ + س)^٢$$

$$(٥ + س)(٥ + س) = (٥ + س)^٢$$

$$= ٢٥ + ١٠س + س^٢ =$$

مربع مجموع حدين

$$(15) (3s - 2v)^2$$

$$(3s - 2v)(3s - 2v) = (3s - 2v)^2$$

مربع مجموع حدين

$$= 9s^2 - 12sv + 4v^2$$

$$(16) (2s + 5v)(2s - 5v)$$

$$(2s + 5v)(2s - 5v) = (2s)^2 - (5v)^2 = 4s^2 - 25v^2$$

مربع مجموع حدين

$$= 4s^2 - 25v^2$$

(17) تصوير : صورة بُعدها: (س + ٦) سم،

(س - ٦) سم. فما مساحتها؟

$$\text{المساحة} = (س + ٦)(س - ٦)$$

مربع مجموع حدين

$$= (س^2 - ٣٦)$$



## تحليل وحيدات الحد

١-٧

## تحقق

حلل كل وحيدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

$$(أ١) \quad ٣٤س٣ص٤$$

$$٣٤س٣ص٤ = ٢ \times ١٧ \times س \times س \times س \times ص \times ص \times ص$$

$$(ب١) \quad -٢٥٢أ٢ب$$

$$-٢٥٢أ٢ب = -١ \times ٢ \times ٢ \times ١٣ \times أ \times ب$$

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحدّ الآتية:

$$(أ٢) \quad ٦س٣ص٣، ١٨ص٤ع$$

$$\text{حلل كل وحيدة حد تحليلًا تامًّا} \quad ٦س٣ص٣ = ٢ \times ٣ \times س \times ص \times ص \times ص$$

$$١٨ص٤ع = ٢ \times ٣ \times ٣ \times ص \times ع$$

$$\text{إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو } ٢ \times ٣ \times ص = ٦ص$$

$$(ب٢) \quad ١١أ٢ب، ٢١أ٢ب$$

$$\text{حلل كل وحيدة حد تحليلًا تامًّا} \quad ١١أ٢ب = ١ \times ١١ \times أ \times أ \times ب$$

$$٢١أ٢ب = ٣ \times ٧ \times أ \times ب \times ب$$

$$\text{إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو } أ \times ب = أ٢ب$$



٢ ج)  $٣٠ ك^٣ ر^٢ ن$ ،  $٥٠ ك^٢ ر ن$

$$٣٠ ك^٣ ر^٢ ن = ٢ \times ٣ \times ٥ \times ك \times ك \times ك \times ر \times ر \times ن$$

$$٥٠ ك^٢ ر ن = ٢ \times ٥ \times ٥ \times ك \times ك \times ر \times ن$$

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد هو  $٢ \times ٥ \times ك \times ك \times ر \times ن$   
 $= ١٠ ك^٢ ر ن$

٣) ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل الطول المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما  $٨٤$  سم<sup>٢</sup>،  $٧٠$  سم<sup>٢</sup>، علمًا بأن بُعدي كل منهما عدنان كليان؟

$$٧ \times ٣ \times ٢ \times ٢ = ٨٤$$

$$٧ \times ٥ \times ٢ = ٧٠$$

إذن (ق.م.أ)  $١٤ = ٧ \times ٢$

أكبر قيمة =  $١٤$  سم



حلّل كلّ وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

(١)  $١٢ ج^٢ ه^٤$

$١٢ ج^٢ ه^٤ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ج \times ج \times ه \times ه \times ه \times ه$

(٢)  $٣٨ ر ب^٢ ن^٢$

$٣٨ ر ب^٢ ن^٢ = ١ \times ٢ \times ١٩ \times ر \times ب \times ب \times ن \times ن$

(٣)  $١٧ س^٣ ص^٢ ع$

$١٧ س^٣ ص^٢ ع = ١ \times ١٧ \times س \times س \times س \times ص \times ص \times ع$

(٤)  $٢٣ أ ب^٣$

$٢٣ أ ب^٣ = ٢٣ \times أ \times ب \times ب \times ب$

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية:

(٥)  $٢٤ ج د^٣، ٤٨ ج د$

$٢٤ ج د^٣ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times ج \times د \times د \times د$

$٤٨ ج د = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times ج \times د$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو  $٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times ج \times د = ٢٤ ج د$

(٦)  $٧ ج ه، ١١ م ب$

$٧ ج ه = ٧ \times ج \times ه$

$١١ م ب = ١١ \times م \times ب$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو  $١ = ١ \times ١$

(٧) ٨ س<sup>٢</sup> ص<sup>٥</sup>، ٣١ س ص<sup>٣</sup>

$$٨ س^٢ ص^٥ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times س \times س \times ص \times ص \times ص \times ص \times ص$$

$$٣١ س ص^٣ = ٣١ \times ١ \times س \times ص \times ص \times ص$$

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد هو ١ س ص ص ص = س ص ص<sup>٣</sup>

(٨) ١٠ أ ب، ٢٥ أ

$$١٠ أ ب = ٢ \times ٥ \times ١ \times ب$$

$$٢٥ أ = ٥ \times ٥ \times ١$$

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد هو ٥ أ

(٩) هندسة، ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ١٥ سم<sup>٢</sup>، ١٦ سم<sup>٢</sup>، علمًا بأن بُعدي كُلٍّ منهما عددان كليان.

$$٥ \times ٣ = ١٥$$

$$٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$$

إذن أكبر قيمة هي ١ سم

## تدرب وحل المسائل:



حلّل كل وحيدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

$$(10) \quad 95 \text{ ص ص}^2$$

$$95 \text{ ص ص}^2 = 5 \times 19 \times \text{ص} \times \text{ص}$$

$$(11) \quad 35 \text{ أ ج}^3$$

$$35 \text{ أ ج}^3 = 1 \times 5 \times 7 \times 1 \times 1 \times 1 \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ج}$$

$$(12) \quad 42 \text{ ج ه}^3$$

$$42 \text{ ج ه}^3 = 2 \times 3 \times 7 \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ه} \times \text{ه} \times \text{ه}$$

$$(13) \quad 81 \text{ ن ب}^3$$

$$81 \text{ ن ب}^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ن} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}$$

$$(14) \quad 100 \text{ ك ر}^4$$

$$100 \text{ ك ر}^4 = 1 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times \text{ك} \times \text{ك} \times \text{ك} \times \text{ك} \times \text{ر} \times \text{ر} \times \text{ر} \times \text{ر}$$

$$(15) \quad 121 \text{ أ ب ج}^3$$

$$121 \text{ أ ب ج}^3 = 11 \times 11 \times \text{أ} \times \text{ب} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ج}$$

أوجد (ق. م. أ) لكل مجموعة وحيدات حد مما يأتي:

$$(16) \quad 25س^2، 45س^4، 65س^2$$

$$25س^2 = 5 \times 5 \times س \times س$$

$$45س^4 = 3 \times 3 \times 5 \times س \times س \times س \times س$$

$$65س^2 = 5 \times 13 \times س \times س$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو  $5س = 5س^1$

$$(17) \quad 26ع^2، 32ع، 44ع^4$$

$$26ع^2 = 2 \times 13 \times ع \times ع$$

$$32ع = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times ع$$

$$44ع^4 = 2 \times 2 \times 11 \times ع \times ع \times ع \times ع$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو  $2ع$

$$(18) \quad 30ج^3ه، 42ج^2ه، 66ج$$

$$30ج^3ه = 2 \times 3 \times 5 \times ج \times ج \times ج \times ه$$

$$42ج^2ه = 2 \times 3 \times 7 \times ج \times ج \times ه$$

$$66ج = 2 \times 3 \times 11 \times ج$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو  $2ج = 2ج^1$

$$(19) \quad 12ك ر، 8ر^2، 16ر ن$$

$$12ك ر = 2 \times 2 \times 3 \times ك \times ر$$

$$8ر^2 = 2 \times 2 \times 2 \times ر \times ر$$

$$16ر ن = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times ر \times ن$$

إذن (ق. م. أ) لوحيدتي الحد هو  $2ر = 2ر^1$





(٢٣) هندسة: مساحة مثلث ٢٨ سم<sup>٢</sup>، كم يمكن أن يكون طول كل من قاعدته وارتفاعه بالأعداد الكلية؟

- الارتفاع ١ سم والقاعدة ٥٦ سم،
- الارتفاع ٢ سم والقاعدة ٢٨ سم،
- الارتفاع ٤ سم والقاعدة ١٤ سم،
- الارتفاع ٧ سم والقاعدة ٨ سم،
- الارتفاع ٨ سم والقاعدة ٧ سم،
- الارتفاع ٤ سم والقاعدة ٤ سم،
- الارتفاع ٢٨ سم والقاعدة ٢ سم،
- الارتفاع ٥٦ سم والقاعدة ١ سم.

(٢٤) كتب: بكم طريقة تستطيع أسماء تنظيم ٣٦ كتاباً على رفين على الأقل، بحيث يوضع على كل رف العدد نفسه من الكتب، ولا يقل عن ٤؟

- رفان ١٨ كتاباً،
- ٣ رفوف و ١٢ كتاباً،
- ٤ رفوف و ٩ كتب،
- ٦ رفوف و ٦ كتب،
- ٩ رفوف و ٤ كتب.

(٢٥) معلبات: بكم طريقة يستطيع سعيد ترتيب ٨٠ علبة على أربعة رفوف على الأقل، بحيث يكون عدد العلب متساوياً على كل رف ولا يقل عن ٥؟

- ٥ علب على ١٦ رفاً، أو
- ٨ علب على ١٠ رفوف، أو
- ١٠ علب على ٨ رفوف، أو
- ١٦ علبة على ٥ رفوف، أو
- ٢٠ علبة على ٤ رفوف.

(٢٦) **تبرع:** اشترى صقر مجموعة اللوازم المدرسية التالية: ٢٠ قلم رصاص، ١٥٠ ورقة ملونة، ١٢٠ ملفاً أوراق، ويريد وضعها في حزم متماثلة؛ ليتبرع بها لأكبر عدد ممكن من الطلاب. كم حزمة يمكنه عملها؟ وكم قطعة من كل نوع ستكون في كل حزمة؟

$$٥ \times ٢ \times ٢ = ٢٠$$

$$٥ \times ٥ \times ٣ \times ٢ = ١٥٠$$

$$٥ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٢ = ١٢٠$$

$$١٠ = ٥ \times ٢ = (\text{ق. م. أ})$$

١٠ حزم،

تحتوي كل حزمة على قلمين رصاص و ١٥ ورقة ملونة و ١٢ ملفاً

(٢٧) **نظرية الأعداد:** العددان الأوليان التوأمان هما عددان أوليان فرديان متتاليان. أول زوجين منهما هما: ٣ و ٥، ٥ و ٧. اكتب الأزواج الخمسة التالية لهما.

١١ و ١٣، ١٧ و ١٩، ٢٩ و ٣١، ٤١ و ٤٣، ٥٩ و ٦١

(٢٨) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال طريقة تحليل عدد إلى عوامله الأولية.



(أ) تحليلياً: انسخ مخطط السلم المبيّن جانباً ٦ مرات، وسجّل في الجزء العلوي الأيمن من كل شكل عددًا كلياً، بحيث يكون اثنان منها أوليين.

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 23} \\ \underline{23} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 17} \\ \underline{17} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 21} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 15 \phantom{0} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 14 \phantom{0} \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 12 \phantom{0} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$



ب) تحليلياً: اختر عاملاً أولياً لأحد الأعداد. وسجّل العامل إلى يسار هذا العدد في الشكل، ثم قسّم العددين واكتب الناتج تحت العدد، كرر الخطوات السابقة حتى يصبح ناتج القسمة ١. وأضف أو احذف أجزاء من الشكل إذا تطلّب الأمر ذلك، ثم كرر هذه العملية مع جميع الأعداد.

متروك للطالب

ج) لفظياً: ما التحليل للعوامل الأولية لكل عدد من الأعداد الستة؟  
متروك للطالب

## مسائل مهارات التفكير العليا:

٢٩) تحدّد: أوجد أصغر زوج من الأعداد يحقق الشروط الآتية: (ق. م. أ.) للعددين يساوي ١١، أحدهما زوجي والآخر فردي، وأحدهما ليس من مضاعفات الآخر.

$$٢٢ \text{ (زوجي)} = ١١ \times ٢$$

$$٣٣ \text{ (فردي)} = ١١ \times ٣$$

$$\text{ق. م. أ.} = ١١$$

أصغر زوج يحقق الشروط هو: ٢٢، ٣٣

٣٠) تبرير: المضاعف المشترك الأصغر (م. م. أ.) لعددين أو أكثر هو أصغر عدد يكون مضاعفاً لكل عدد منها. اكتب أوجه الشبه والاختلاف بين (ق. م. أ.) و (م. م. أ.) لعددين أو أكثر.

نجد كلاً من (م. م. أ.)، (ق. م. أ.) باستعمال العوامل الأولية للأعداد:  
لإيجاد (ق. م. أ.) نضرب العوامل الأولية المشتركة بين الأعداد فقط  
لإيجاد (م. م. أ.) نضرب جميع العوامل الأولية.

٣١) تبرير: هل العبارة "القاسم المشترك الأكبر لأي وحدتي حد لا يساوي ١ أبداً" صحيحة أم خاطئة؟  
ادعم إجابتك بمثال أو مثال مضاد.

العبارة خاطئة،

(ق. م. أ.) لوحدتي الحد ٩٩ ص ١ ع ٣، ١٠١ أب ج يساوي ١

(٣٢) **تحديد** : يُسمّى العددان الصحيحان أو وحيدتا الحدّ أوليين فيما بينهما، إذا كان (ق. م. أ.) لهما هو العدد ١. انقل الجدول المجاور، ثم أكمله لتحديد أزواج وحيدات الحدّ التي تكون أولية فيما بينها.

وحيدة الحد	التحليل إلى العوامل الأولية
١٥ أ ب ج <sup>٢</sup>	٣ × ٥ × أ <sup>١</sup> ب ج <sup>٢</sup>
٦ ب ج <sup>٢</sup> د	٢ × ٣ × ب ج <sup>٢</sup> د
١٢ ج د ف	٢ × ٢ × ٣ × ج د ف
٢٢ د ف ل <sup>١</sup>	٢ × ١١ × د ف ل <sup>١</sup>
٣٠ ف ل <sup>١</sup> هـ	٢ × ٣ × ٥ × ف ل <sup>١</sup> هـ

١٥ أ ب ج<sup>٢</sup>، ٢٢ د ف ل<sup>١</sup>

(٣٣) **مسألة مفتوحة** : اكتب ثلاث وحيدات حد على أن يكون (ق. م. أ.) لها ٦ ص<sup>٣</sup>. فسّر إجابتك.

٦ ص<sup>٣</sup>، ١٢ ص<sup>١</sup>، ١٨ ص<sup>١</sup>

٦ هو أكبر عامل عددي مشترك بين وحيدات الحد الثلاث ص<sup>٣</sup> أعلى قوة مشتركة لـ ص.



(٣٤) اكتب : عرّف التحليل إلى العوامل الأولية بكلماتك الخاصة، وفسّر كيف تحلّل وحيدة الحدّ إلى عواملها الأولى، وكيف يساعدك هذا التحليل على تحديد (ق. م. أ.) لوحيدتي حدّ أو أكثر.

لتحليل عدد إلى عوامله الأولية نكتب قائمة العوامل الأولية للعدد ويوجد لذلك ثلاث

طرق:

**الطريقة الأولى:** هي إيجاد العوامل الأولية الصغرى، والاستمرار في قسمة العدد على أعداد أولية صغيرة حتى نوجد جميع الأعداد الأولية ثم كتابة هذه العوامل كحاصل ضرب.

**الطريقة الثانية:** يمكن استعمال الرسم الشجري وذلك بالبدء باختيار أي عاملين للعدد، ثم الاستمرار بإيجاد العوامل الأخرى لكل فرع من الشجرة، والانتهاء بالعوامل الأولية. ويمكن وضع دائرة حول العوامل الأولية لمتابعتها.

**الطريقة الثالثة:** استعمال مخطط السلم وذلك بالبدء بقسمة العدد على عامل أولي والاستمرار بالقسمة على عوامل أولية للوصول إلى الناتج ١

تدريب على اختبار

٣٥) ما قيمة هـ في المعادلة  $٤هـ - ٢٧ = ١٩ + ٢هـ$  ؟

(أ)  $٤ -$

(ج)  $٢٣$

(ب)  $٤$

(د)  $٤٦$

$$٤هـ - ٢٧ = ١٩ + ٢هـ$$

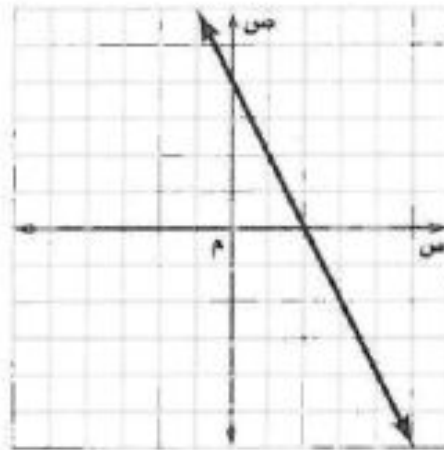
$$٤هـ - ٢هـ = ٢٧ + ١٩$$

$$٢هـ = ٤٦$$

$$هـ = ٢٣$$

الاختيار الصحيح: (ج) ٢٣

٣٧) ما المعادلة الأفضل تمثيلاً للمستقيم الذي يوازي المستقيم المُمَيَّن في الشكل؟



(أ)  $ص = ٢س + ٤$

(ب)  $ص = ٢س - ٥$

(ج)  $ص = \frac{١}{٢}س - ٦$

(د)  $ص = -\frac{١}{٢}س + ٣$

حيث الميل =  $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

ميل المستقيم في التمثيل البياني =  $\frac{٤-}{٢-} = ٢-$

الميل = معامل س

الإجابة الصحيحة: (ب)  $ص = ٢س - ٥$

## مراجعة تراكمية

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$(38) \quad (4 - a)^2$$

$$(4 - a)(4 - a) = (4 - a)^2$$

$$16 + 18 - 2a =$$

$$(39) \quad (6 + b)^2$$

$$(6 + b)(6 + b) = (6 + b)^2$$

$$36 + 12b + b^2 =$$

$$(40) \quad (5 - c)^2$$

$$(5 - c)(5 - c) = (5 - c)^2$$

$$25 + 10c - c^2 =$$

$$(41) \quad (3 + n)(3 - n)$$

$$9 - n^3 + n^3 - 2n = (3 + n)(3 - n)$$

$$9 - n^2 =$$

$$(42) \quad (2 + v)^2$$

$$(2 + v)(2 + v) = (2 + v)^2$$

$$4 + 4v + v^2 =$$

$$(43) \quad (7 + d)(7 - d)$$

$$49 - 7d + 7d - d^2 = (7 + d)(7 - d)$$

$$49 - d^2 =$$

أوجد ناتج الضرب في كل ممّا يأتي:

$$(44) \quad (4 + m)(3 - m^2)$$

$$12 - m^3 + m^3 - m^2 = (4 + m)(3 - m^2)$$

$$12 - m^2 =$$

$$(45) \quad (5 - h^3)(2 - h)$$

$$10 + h^5 + h^6 - h^3 = (5 - h^3)(2 - h)$$

$$10 + h^6 - h^3 =$$

$$(46) \quad (9 + n)(2 + n)$$

$$18 + n^9 + n^2 + n = (9 + n)(2 + n)$$

$$18 + n^9 + n =$$

$$(47) \quad (6 - r)(1 - r^8)$$

$$6 + r^48 - r - r^8 = (6 - r)(1 - r^8)$$

$$6 + r^49 - r^8 =$$

$$(48) \quad (f^3 + k)(f^3 + k)$$

$$f^9 + k^3 + f^3k + f^3k + f^3k = (f^3 + k)(f^3 + k)$$

$$f^9 + k^3 + f^3k =$$

$$(49) \quad (1 + n)(2 + n)(4 - n)$$

$$(1 + n)(8 - n^4 - n^2 + n) = (1 + n)[(2 + n)(4 - n)]$$

$$(1 + n)(8 - n^4 - n^2 + n) =$$

$$8 - n^4 - n^2 + n^8 - n^2 - n^3 =$$

$$8 - n^4 - n^3 - n^2 =$$

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة مما يأتي:

$$(50) \quad 2(4s - 7)$$

$$(7)2 - (4s)2 = (7 - 4s)2$$

$$14 - 8s =$$

$$(51) \quad \frac{1}{2}(2d + 6)$$

$$(6) \cdot \frac{1}{2} + (2) \cdot \frac{1}{2} = (6 + 2) \cdot \frac{1}{2}$$

$$3 + 1 =$$

$$(52) \quad -h(6h - 1)$$

$$1(h -) - (6h)(h -) = (1 - 6h)h -$$

$$h - 6h^2 =$$

$$(53) \quad 9m - 9b$$

$$9m - 9b = 9(m - b)$$

$$(54) \quad 5v - 10$$

$$5(v - 2) = 5v - 10$$

$$(55) \quad 3e - 6s$$

$$3(e - 2s) = 3e - 6s$$



# استعمال خاصية التوزيع

٧-٢

## تحقق

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(أ) ١٥ - ٣ف$$

$$١٥ = ٣ \times ٥ \times ١$$

$$٣ف = ٣ \times ١ \times ف$$

$$٣ = (ق.م.أ)$$

$$١٥ - ٣ف = ٣(٥ - ف)$$

$$(ب) ٧ل٢ن٢ + ٢١لن٢ - لن$$

$$٧ل٢ن٢ = ٧ \times ١ \times ل \times ل \times ن \times ن$$

$$٢١لن٢ = ٣ \times ٧ \times ل \times ن \times ن$$

$$لن = ١ \times ل \times ن$$

$$(ق.م.أ) لن = ل \times ن$$

$$٧ل٢ن٢ + ٢١لن٢ - لن = لن(٧لن + ٢١ن - ١)$$

حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

$$(أ٢) \quad ٥ - ر - ٥ن + رن$$

$$٥ - ر - ٥ن + رن = (٥ - ٥ن) + (ر - رن)$$

$$= (١ - ن)٥ + (١ - ن)ر$$

$$= (١ - ن)(٥ + ر)$$

$$(ب٢) \quad ٢٠ - ن٤ + ١٥ك - ٣ن$$

$$٢٠ - ن٤ + ١٥ك - ٣ن = (٥ + ن)٤ - (٥ + ن)٣ك$$

$$= (٤ - ٣ك)(٥ + ن)$$

حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

$$(أ٣) \quad ٤ - د٨ + ٢ج - د$$

$$٤ - د٨ + ٢ج - د = (٤ - د٢)٤ + (د٢ - ١)ج$$

$$= (١ - د٢)٤ + (١ - د٢)ج$$

$$= (١ - د٢)(٤ + ج)$$

$$= (١ - د٢)(ج - ٤)$$

$$(ب٣) \quad ٢٧ + ف١٨ - ٢ف - ٣ف$$

$$٢٧ + ف١٨ - ٢ف - ٣ف = (٩ + ف)٣ - (٩ + ف)٢$$

$$= (٩ + ف)٣ - (٩ + ف)٢$$

$$= (٩ + ف)(٩ - ف)$$

حل كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل :

$$٠ = (٢ + ن) ن^٣ \quad (١٤)$$

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

تحقق بتعويض كل من صفر، -٢ بدلا من ن

$$٠ = ن \quad \text{أو} \quad ٠ = ٢ + ن$$

$$٢ = ن$$

$$٠ = ن \quad \text{أو} \quad -٢ = ن$$

الجذران هما ٠، -٢

$$٠ = ٤ب^٢ - ٨ب \quad (٤ب)$$

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

تحقق بتعويض كل من صفر، ٥ بدلا من ب

$$٠ = ٤ب^٢ - ٨ب = ٤ب(ب - ٢)$$

$$٠ = ٤ب^٢ \quad \text{أو} \quad ٠ = ٤ب(ب - ٢)$$

$$٠ = ٤ب^٢ \quad \text{أو} \quad ٠ = ٤ب(ب - ٢)$$

الجذران هما ٠، ٥

$$٠ = ١٠س^٢ - ١٠س \quad (٤ج)$$

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

تحقق بتعويض كل من صفر، -١٠ بدلا من س

$$٠ = ١٠س^٢ + ١٠س$$

$$٠ = ١٠س(س + ١)$$

$$٠ = ١٠س^٢ \quad \text{أو} \quad ٠ = ١٠س(س + ١)$$

$$١٠ = ١٠س$$

الجذران هما ٠، -١٠

(٥) قفز الأرنب: يمكن تمثيل قفزة الأرنب بالمعادلة  $٥ = ٢ن - ٥ن^٢$ ؛ حيث تمثل (ع) ارتفاع القفزة

بالمتر، و(ن) الزمن بالثواني. أوجد قيمة ن عندما  $ع = ٥$  صفراً.

$$٠ = ٢ن - ٥ن^٢$$

$$٠ = ٢ن - ٥ن^٢$$

$$٠ = ٢ \quad ، \quad ٠ = ٥$$

$$٠، ٤ = ن$$

تحقق بتعويض كل من صفر، ٤، ٠ بدلا من ن

الجذران هما ٠، ٤



استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(1) \quad 21b - 15a$$

$$21b = 3 \times 7 \times b$$

$$15a = 3 \times 5 \times a$$

$$(ق.م.أ) = 3$$

$$21b - 15a = 3(7b - 5a)$$

$$(2) \quad 14j^2 + 2j$$

$$14j^2 = 2 \times 7 \times j \times j$$

$$2j = 2 \times j$$

$$(ق.م.أ) = 2j$$

$$14j^2 + 2j = 2j(7j + 1)$$

$$(3) \quad 12kl^2 + 6l^2k + 2l^2k$$

$$12kl^2 = 2 \times 2 \times 3 \times l \times k \times l$$

$$6l^2k = 2 \times 3 \times l \times l \times k$$

$$2l^2k = 2 \times l \times l \times k$$

$$(ق.م.أ) = 2kl$$

$$12kl^2 + 6l^2k + 2l^2k = 2kl(2l + 3l + k)$$



حلّ كلاً من كثيرات الحدود الآتية:

$$(4) \quad n^2 + m^2 + 8n + 16$$

$$n^2 + m^2 + 8n + 16 = (n + 4)^2 + m^2$$

$$= (n + 4)(n + 4) + m^2$$

$$(5) \quad 49 - 7s + 7s - s^2$$

$$49 - 7s + 7s - s^2 = (7 - s)^2$$

$$= (7 - s)(7 - s)$$

$$(6) \quad 15 + 10 - 2b - 3b - 3c$$

$$15 + 10 - 2b - 3b - 3c = (15 + 10 - 2b - 3b - 3c)$$

$$= (15 + 10 - 2b - 3b - 3c)$$

حلّ كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(7) \quad 0 = (10 + k)k^3$$

$$k = 0 \quad \text{إذن } k = 0$$

$$k = 10 + k \quad \text{إذن } k = -10$$

الجذران هما 0، -10

$$c \quad 0 = 0 \times 30 = (10 + 10)(10)^3 \quad \leftarrow \text{التحقق}$$

$$c \quad 0 = (10 + 0) \cdot 0 \times 3$$



$$0 = (9 - m^3)(2 + m^4) \quad (8)$$

$$0 = 2 + m^4$$

$$\frac{1}{2} = m^4 \quad \text{إذن } m = \frac{1}{2}$$

$$0 = 9 - m^3$$

$$3 = m^3 \quad \text{إذن } m = 3$$

الجذران هما  $3, \frac{1}{2}$

$$c \quad 0 = 0 \times 14 = [9 - (3)^3][2 + (3)^4] \leftarrow \text{التحقق}$$

$$c \quad 0 = \frac{21}{2} \times 0 = [9 - (\frac{1}{2})^3][2 + (\frac{1}{2})^4]$$

$$(9) \quad 14 = r^2$$

$$0 = 14 - r^2$$

$$0 = (14 - r)r$$

الجذران هما  $14, 0$

$$c \quad 14 \times 14 = 14 \leftarrow \text{التحقق}$$

$$c \quad 0 \times 14 = 0$$

١٠ صواريخ، أطلق صاروخ إلى أعلى بشكل مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٢ م / ثانية. وتمثل المعادلة  $٤٢ = ٥ - ن$  ارتفاع الصاروخ (ع) بالأمتار فوق مستوى سطح الأرض بعد ن ثانية.

(أ) ما ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض؟

ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض،  $٤ = ٥ - ن$

(ب) حل المعادلة  $٤٢ = ٥ - ن$

المعادلة الأصلية

$$٤٢ = ٥ - ن$$

حل باستعمال (ق. م. أ)

$$٤٢ = (٥ - ن)$$

خاصية الضرب الصفري

$$٤٢ = ٥ - ن \quad \text{أو} \quad ٤٢ = ٥ - ن$$

طرح ٤٢

$$٤٢ - ٤٢ = ٥ - ن - ٤٢$$

القسمة على ٥

$$\frac{٤٢ - ٤٢}{٥} = \frac{٥ - ن - ٤٢}{٥}$$

حل كل معادلة

$$٨.٤ = ن \quad \text{أو} \quad ٨.٤ = ن$$

الجذران هما ٨.٤ ، ٨.٤

(ج) كم ثانية يحتاج إليها الصاروخ كي يعود إلى الأرض؟

$$٤٢ = ٥ - ن$$

$$٤٢ = ٥ - ن$$

$$٨.٤ = ٥ \div ٤٢ = ن$$

الزمن اللازم كي يعود الصاروخ إلى الأرض هو: ٨.٤ ثانية

## تدرب وحل المسائل:



استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(11) \quad 16n - 40 \text{ ص}$$

$$16n - 40 \text{ ص}$$

العبارة الأصلية

$$16n = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times n$$

حل كل حد

حدد العوامل المشتركة

$$-40 = -1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2$$

$$\text{ق.م.أ} = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

أعد كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)

$$16n - 40 = 8(2n) + 8(-5)$$

خاصية التوزيع

$$16n - 40 = 8(2n - 5)$$

$$(12) \quad 30f + 50s$$

$$30f + 50s$$

العبارة الأصلية

$$30f = 2 \times 3 \times 5 \times f$$

حل كل حد

حدد العوامل المشتركة

$$50s = 2 \times 5 \times 5 \times s$$

$$\text{ق.م.أ} = 2 \times 5 = 10$$

أعد كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)

$$30f + 50s = 10(3f) + 10(5s)$$

خاصية التوزيع

$$30f + 50s = 10(3f + 5s)$$

$$(13) 2k^2 + 4k$$

العبارة الأصلية

$$2k^2 + 4k$$

حل كل حد

$$2k^2 = k \times k \times 2$$

حدد العوامل المشتركة

$$4k = k \times 2 \times 2$$

$$\text{ق.م.أ} = k \times 2 = 2k$$

أعد كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)

$$2k^2 + 4k = k(2k + 2)$$

خاصية التوزيع

$$2k^2 + 4k = k(2 + 2)$$

$$(14) 5e^2 + 10e$$

العبارة الأصلية

$$5e^2 + 10e$$

حل كل حد

$$5e^2 = e \times e \times 5$$

حدد العوامل المشتركة

$$10e = e \times 5 \times 2$$

$$\text{ق.م.أ} = e \times 5 = 5e$$

أعد كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)

$$5e^2 + 10e = e(5e + 10)$$

خاصية التوزيع

$$5e^2 + 10e = e(5 + 10)$$

$$(15) 4a^2 + 2a^2 - 10ab$$

العبارة الأصلية

$$4a^2 + 2a^2 - 10ab$$

حل وحدد العوامل المشتركة

$$4a^2 = a \times a \times 2 \times 2$$

$$2a^2 = a \times a \times 2$$

$$-10ab = a \times b \times 5 \times 2$$

$$\text{ق.م.أ} = a \times 2 = 2a$$

$$4a^2 + 2a^2 - 10ab = 2a(2a + a - 5b)$$

أعد كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)

$$4a^2 + 2a^2 - 10ab = 2a(2a + a - 5b)$$

خاصية التوزيع

$$4a^2 + 2a^2 - 10ab = 2a(2a + a - 5b)$$



$$(16) \text{ ه ج أ ف} - \text{ه ج أ ف}^2 + \text{ه ج أ ف}^3$$

العبارة الأصلية

$$\text{ه ج أ ف} - \text{ه ج أ ف}^2 + \text{ه ج أ ف}^3$$

$$\text{ه ج أ ف} = \text{ه} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ف}$$

حلل كل حد وحدد العوامل

$$- \text{ه ج أ ف}^2 = - \text{ه} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ف} \times \text{ف}$$

المشتركة

$$\text{ه ج أ ف}^3 = \text{ه} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ف} \times \text{ف} \times \text{ف}$$

$$\text{ق.م.أ} = \text{ه} \times \text{ج} \times \text{ج} \times \text{ف} = \text{ه ج أ ف}$$

$$\text{ه ج أ ف} - \text{ه ج أ ف}^2 + \text{ه ج أ ف}^3 =$$

$$= \text{ه ج أ ف} (1) + \text{ه ج أ ف} (-3) + \text{ه ج أ ف} (3) \quad \text{كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)}$$

(أ)

$$\text{ه ج أ ف} - \text{ه ج أ ف}^2 + \text{ه ج أ ف}^3 = \text{ه ج أ ف} (1 - 3 + 3) \quad \text{خاصية}$$

التوزيع

حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية:

$$(17) \text{ أ}^2 - \text{أ}^4 - 24 + 16$$

$$\text{أ}^2 - \text{أ}^4 - 24 + 16 = (\text{أ}^2 - \text{أ}^4) + (-24 + 16)$$

$$= \text{أ}(\text{أ} - \text{أ}^3) + (-8)$$

$$= \text{أ}(\text{أ} - \text{أ}) + (-8)$$

$$\text{أ}(\text{أ} - \text{أ}) + (-8) = \text{أ}(\text{أ} - \text{أ}) - 8$$

$$(18) \text{ ه ل} - \text{ه ل}^2 + 5 - 10$$

$$\text{ه ل} - \text{ه ل}^2 + 5 - 10 = (\text{ه ل} - \text{ه ل}^2) + (5 - 10)$$

$$= \text{ه ل}(\text{ه ل} - 1) + (-5)$$



$$\text{دل} - ۵۲ + ۵ل - ۱۰ = (۵ + ل) (۲ - ل)$$

$$(۱۹) \text{ س ص} - ۲\text{س} - ۲ + \text{ص}$$

$$\text{س ص} - ۲\text{س} - ۲ + \text{ص} = (\text{س ص} - ۲\text{س}) + (-۲ + \text{ص})$$

$$= \text{س} (ص - ۲) + (۱ - \text{ص})$$

$$\text{س ص} - ۲\text{س} - ۲ + \text{ص} = (\text{س} + ۱) (ص - ۲)$$

$$(۲۰) ۳ - ۲۴\text{ن ص} - ۱۸\text{ن} + ۴\text{ص} - ۳$$

$$۳ - ۲۴\text{ن ص} - ۱۸\text{ن} + ۴\text{ص} - ۳ = (۳ - ۴\text{ص}) + (۱۸\text{ن} - ۲۴\text{ن ص})$$

$$= (۳ - ۴\text{ص}) (۱) + (۳ - ۴\text{ص}) ۶\text{ن}$$

$$۳ - ۲۴\text{ن ص} - ۱۸\text{ن} + ۴\text{ص} - ۳ = (۳ - ۴\text{ص}) (۱ + ۶\text{ن})$$

$$(۲۱) ۳\text{د ن} - ۲۱\text{د} + ۳۵ - ۵\text{ن}$$

$$۳\text{د ن} - ۲۱\text{د} + ۳۵ - ۵\text{ن} = (۲۱\text{د} - ۳\text{د ن}) + (۳۵ - ۵\text{ن})$$

$$= ۳(۷ - \text{ن}) + (۳۵ - ۵\text{ن})$$

$$= ۳(۷ - \text{ن}) - (۷ - \text{ن}) ۵$$

$$۳\text{د ن} - ۲۱\text{د} + ۳۵ - ۵\text{ن} = (۳ - ۵\text{د}) (۷ - \text{ن})$$

$$(۲۲) ۸\text{ر} + ۱۲\text{ر}$$

$$۸\text{ر} + ۱۲\text{ر} = (۲\text{ر}) + (۳\text{ر})$$

$$۸\text{ر} + ۱۲\text{ر} = (۲ + ۳)\text{ر}$$

$$(23) \quad 5 + 35 - 3 - 21$$

$$(5 + 35 - 3 - 21) + (3 - 21) = 5 + 35 - 3 - 21$$

$$(1 + 7 - 1 - 7) 3 =$$

$$(1 - 7) 3 - (1 - 7) 3 =$$

$$(1 - 7) (3 - 3) = 5 + 35 - 3 - 21$$

$$(24) \quad 96 + 8 + 12 + 8$$

$$(96 + 8) + (12 + 8) = 96 + 8 + 12 + 8$$

$$(12 + 8) 8 + (12 + 8) 8 =$$

$$(12 + 8) (8 + 8) = 96 + 8 + 12 + 8$$

$$(25) \quad 10 - 2 + 25 - 5$$

$$(10 - 2) + (25 - 5) = 10 - 2 + 25 - 5$$

$$(5 - 2) 2 + (5 - 2) 5 =$$

$$(5 - 2) (2 + 5) = 10 - 2 + 25 - 5$$

$$(26) \quad 12 - 3 + 8 - 2$$

$$(12 - 3) + (8 - 2) = 12 - 3 + 8 - 2$$

$$(4 - 3) 3 + (4 - 2) 2 =$$

$$2n - 8 + 3n - 12 = (2 + 3) (n - 4)$$

$$(27) \quad 5 \text{ ج ف}^2 + \text{ج}^2 \text{ ف} + 15 \text{ ج ف}$$

$$5 \text{ ج ف}^2 + \text{ج}^2 \text{ ف} + 15 \text{ ج ف} = \text{ج ف} (5 \text{ ج} + \text{ج}^2 \text{ ف} + 15) + \text{ج ف}$$

(15)

$$5 \text{ ج ف}^2 + \text{ج}^2 \text{ ف} + 15 \text{ ج ف} = \text{ج ف} (5 \text{ ج} + \text{ج}^2 \text{ ف} + 15)$$

$$(28) \quad 81 - 9\text{ف} + 9\text{ر} - \text{رف}$$

$$\text{رف} - 9\text{ف} + 9\text{ر} - 81 = (\text{رف} - 9\text{ف}) + (9\text{ر} - 81)$$

$$= 9(9 - \text{ف}) + 9(\text{ر} - 9)$$

$$\text{رف} - 9\text{ف} + 9\text{ر} - 81 = 9(\text{ر} - \text{ف})$$

$$(29) \quad 18\text{ار}^3\text{ن}^2 + 12\text{ار}^2\text{ن}^2 - 6\text{ار}^2\text{ن}$$

$$18\text{ار}^3\text{ن}^2 + 12\text{ار}^2\text{ن}^2 - 6\text{ار}^2\text{ن} = 6\text{ار}^2\text{ن} (3\text{ار} + 2\text{ن} - 1)$$

$$18\text{ار}^3\text{ن}^2 + 12\text{ار}^2\text{ن}^2 - 6\text{ار}^2\text{ن} = 6\text{ار}^2\text{ن} (3\text{ار} + 2\text{ن} - 1)$$

$$(30) \quad 16\text{ج ه} + 24\text{ج ه} - 2\text{ه} - 3$$

$$16\text{ج ه} + 24\text{ج ه} - 2\text{ه} - 3 = (16\text{ج ه} + 24\text{ج ه}) - (2\text{ه} + 3)$$

$$= 8\text{ج ه} (2 + 3) - (2\text{ه} + 3)$$

$$16\text{ج ه} + 24\text{ج ه} - 2\text{ه} - 3 = 8\text{ج ه} (2 + 3) - (2\text{ه} + 3)$$

حلّ كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(31) \quad 0 = (27 - 9b) \cdot 3$$

$$0 = (27 - 9b) \cdot 3$$

$$0 = 27 - 9b \quad \text{أو} \quad 0 = 3b$$

$$27 = 9b \quad \text{أو} \quad 0 = b$$

$$3 = b \quad \text{أو} \quad 0 = b$$

الجذران هما: 0، 3

$$c \quad 0 = 0 \times 9 = [27 - (3)9] (3)3 \leftarrow \text{التحقق}$$

$$(32) \quad 0 = (3 + n^3) \cdot 2n$$

$$0 = (3 + n^3) \cdot 2n$$

$$0 = 3 + n^3 \quad \text{أو} \quad 0 = 2n$$

$$3 = -n^3 \quad \text{أو} \quad 0 = n$$

$$1 = -n \quad \text{أو} \quad 0 = n$$

الجذران هما: 0 و -1

$$c \quad 0 = 0 \times 2 = [3 + (1-)^3] (1-)^2 \leftarrow \text{التحقق}$$

$$c \quad 0 = 3 \times 0 = [3 + (0)^3] 0 \times 2$$



$$٠ = (١٠ + ع٥)(٤ + ع٨) \quad (٣٣)$$

$$٠ = (١٠ + ع٥)(٤ + ع٨)$$

$$٠ = ١٠ + ع٥ \quad \text{أو} \quad ٠ = ٤ + ع٨$$

$$١٠ - = ع٥ \quad \text{أو} \quad ٤ - = ع٨$$

$$٢ - = ع \quad \text{أو} \quad \frac{1}{2} - = ع$$

الجذران هما:  $\frac{1}{2} -$  و  $٢ -$

$$c \quad ٠ = (٠) (١٢ -) = [١٠ + (٢ -)٥] [٤ + (٢ -)٨] \leftarrow \text{التحقق}$$

$$c \quad ٠ = \frac{15}{2} \times ٠ = [١٠ + (\frac{1}{2} -)٥] [٤ + (\frac{1}{2} -)٨]$$

$$٠ = (٦ - س٢)(٣ + س٧) \quad (٣٤)$$

$$٠ = (٦ - س٢)(٣ + س٧)$$

$$٠ = ٦ - س٢ \quad \text{أو} \quad ٠ = ٣ + س٧$$

$$٦ = س٢ \quad \text{أو} \quad ٣ - = س٧$$

$$٣ = س \quad \text{أو} \quad \frac{3}{7} - = س$$

الجذران هما:  $\frac{3}{7} -$  ،  $٣$

$$c \quad ٠ = (٠) (٢٤) = [٦ - (٣)٢] [٣ + (٣)٧] \leftarrow \text{التحقق}$$

$$c \quad ٠ = \frac{48}{7} - \times ٠ = [٦ - (\frac{3}{7} -)٢] [٣ + (\frac{3}{7} -)٧]$$



$$(35) \quad b^2 = 3 - b$$

$$b^2 = 3 - b$$

$$b^2 + b = 3$$

$$b(b + 1) = 3$$

$$b = 3 \quad \text{أو} \quad b = -1$$

$$b = 3 \quad \text{أو} \quad b = -1$$

الجزران هما: 3، -1

c التحقق  $(-1)^2 = 3 - (-1)$

c  $3^2 = 3 - 3$

$$(36) \quad a^2 = 4 - a$$

$$a^2 = 4 - a$$

$$a^2 + a = 4$$

$$a(a + 1) = 4$$

$$a = 4 \quad \text{أو} \quad a = -1$$

$$a = 4 \quad \text{أو} \quad a = -1$$

الجزران هما: 4، -1

c التحقق  $(-1)^2 = 4 - (-1)$

c  $4^2 = 4 - 4$

(٣٧) **فروسية**: يمكن تمثيل ارتفاع قفزة فرس في سباق الحواجز بالمعادلة  $e = -5n^2 + 5n$ ؛ حيث  $n$  تمثل الزمن بالثواني.

(أ) اكتب عبارة تمثل الارتفاع على صورة حاصل ضرب عوامل.

$$e = -5n^2 + 5n$$

$$e = 5n(-n + 1)$$

(ب) أوجد قيم  $n$  عندما  $e = 0$ ؟

$$e = 0$$

$$0 = 5n(-n + 1)$$

$$0 = 5n \quad \text{أو} \quad 0 = -n + 1$$

$$0 = 5n \quad \text{أو} \quad 1 = n$$

$$0 = 5n \quad \text{أو} \quad 1 = n$$

**قيم  $n$  عندما  $e = 0$  هي  $0, 1$**

(ج) ما الارتفاع الذي يكون عليه الفارس بعد ٣ ثوانٍ من بداية القفز؟ وهل هذا ممكن؟ فسّر إجابتك.

$$e = -5n^2 + 5n$$

$$e = -5(3)^2 + 5(3)$$

$$e = -45 + 15$$

$$e = -30$$

$$e = -30$$

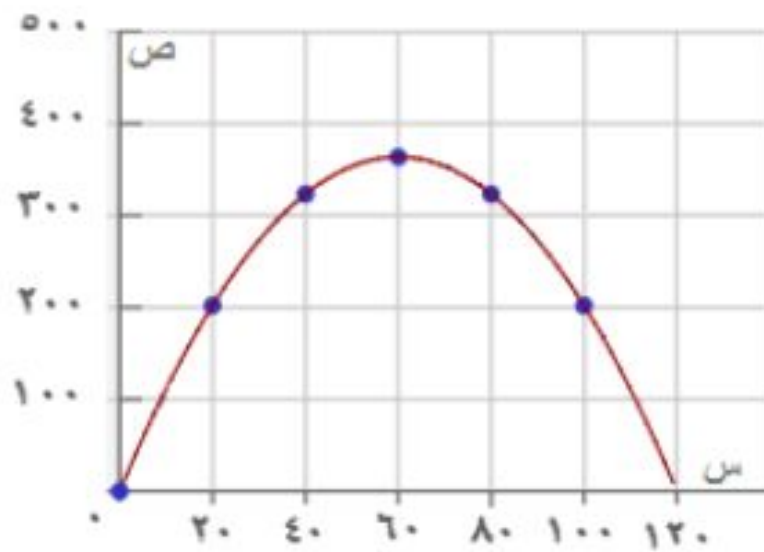
**وهذا غير ممكن لأن الارتفاع لا يمكن أن يكون سالب**

(٣٨) هندسة عمارة: يمكن تمثيل إطار قوس بوابة بالمعادلة  $v = -s^2 + 12s$ ، حيث  $s$ ،  $v$  بالستمر. ومحور السينات يمر بطرفي القوس على الأرض.  
 (أ) كوّن جدولاً لارتفاع القوس إذا كان  $s = 0, 20, 40, 60, 80, 100$  سم.

$$v = -s^2 + 12s$$

س	0	20	40	60	80	100
ص	0	200	320	360	320	0

(ب) مثل نقاط الجدول في المستوى الإحداثي، ووصل بين النقاط لتكوّن منحنى يمثل القوس.



(ج) ما ارتفاع قوس الباب؟  
 ارتفاع القوس = 360 سم

(٣٩) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة طريقة الصندوق للتحليل، ممثلاً لتحليل  $s^2 + s - 6$ ، اكتب أول حد في الزاوية اليمنى العليا من الصندوق، ثم اكتب آخر حد في الزاوية السفلى اليسرى.

	?	?
?	?	$s^2$
?	$-6$	?

(أ) تحليلياً: حدّد أي عاملين ناتج ضربهما  $-6$ ، وناتج جمعهما  $1$ .

$$-6 = (-2) \times 3$$

$$1 = (-2) + 3$$

العاملين هما  $-2$ ،  $3$

(ب) رمزياً: اكتب كل عامل منهما في المربع الفارغ، متضمنًا المتغير وإشارته الموجبة أو السالبة.

	?	?
?	$3s$	$s^2$
?	$-6$	$-2s$

(ج) تحليلياً: أوجد عوامل كل صف وعمود في الصندوق، ثم أوجد عوامل  $s^2 + s - 6$ .

	?	?
?	$3 \times s$	$s \times s$
?	$3 \times (-2)$	$s \times (-2)$

(د) لفظياً: صف كيف تستعمل طريقة الصندوق لتحليل  $s^2 - 3s - 40$ .

ضع  $s^2$  في الزاوية العليا اليمنى و  $-40$  في الزاوية السفلى اليسرى وحدد أي عاملين ناتج ضربهما  $-40$  ومجموعهما  $-3$  ثم ضع العوامل في الصندوق مع المتغير وأوجد العوامل لكل صف وعمود

## مسائل مهارات التفكير العليا:

٤٠) اكتشف الخطأ: يحل كل من حمد وراشد المعادلة  $٢م = ٤$  م. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

حمد

$$٢م = ٤$$

$$\frac{٢م}{٢} = \frac{٤}{٢}$$

$$٢ = م$$

راشد

$$٢م = ٤$$

$$٠ = م٤ - ٢م$$

$$٠ = (٢ - م)م$$

$$٠ = ٢ - م \text{ أو } ٠ = م٢$$

$$٢ = م \text{ أو } ٠ = م$$

إجابة راشد هي الصحيحة

لأنه لا بد أن يجعل أحد طرفي المعادلة صفراً، وأيضاً لا يصح القسمة على متغير لأنه قد تكون قيمة هذا المتغير صفراً.

٤١) مسألة مفتوحة: اكتب كثيرة حدود بأربعة حدود، يمكن تحليلها بتجميع الحدود، ثم حلّها.

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة  
حل كل عامل بإخراج (ق. م. أ)  
خاصية التوزيع

$$س١ + ٢س٢ + ٣س٣ + ٦ص$$

$$= (س١ + ٢س٢ + ٣س٣) + (٦ص)$$

$$= س(س + ٢س + ٣س) + (٦ص)$$

$$= (س + ٣) (٦ص)$$

٤٢) تبرير: في المعادلة  $ج = أ٢ - أب$ ، ما قيم أ، ب التي تجعل  $ج = ٠$ ؟

نضع  $ج = ٠$   
التحليل باستخراج (ق. م. أ)  
خاصية الضرب الصفري  
حل كل معادلة

$$ج = أ٢ - أب$$

$$٠ = أ٢ - أب$$

$$٠ = (أ - ب)أ$$

$$٠ = أ - ب \text{ أو } ٠ = أ$$

$$٠ = أ \text{ أو } ٠ = ب$$

القيم التي تجعل  $ج = ٠$  هي:  $٠ = أ$  أو  $٠ = ب$  لأي عدد حقيقي أ



(٤٣) اكتب، وضح كيف تحل معادلة تربيعية باستعمال خاصية الضرب الصفري

أعيد كتابة المعادلة وأجعل أحد طرفيها صفراً ثم أحلل الطرف الآخر إلى عوامله، وأساوي أي عامل بالصفر، ثم أحل كل معادلة من المعادلتين الناتجتين عن ذلك

## تدريب على اختبار

(٤٤) أي مما يأتي يمثل عاملاً لكثيرة الحدود:

$$٦ع^٢ - ٣ع - ٢ + ٤ع؟$$

(ج)  $٢ + ٤$

(أ)  $١ + ٤٢$

(د)  $١ - ٤٢$

(ب)  $٢ - ٤٣$

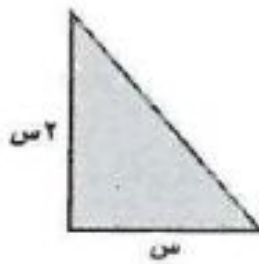
$$٦ع^٢ - ٣ع - ٢ + ٤ع = ٤ع + ٢ - ٤٣ - ٦ع^٢$$

$$= (٢ + ٤٣)(١ - ٤٢)$$

الاختيار الصحيح: (د)  $١ - ٤٢$

(٤٥) هندسة، إذا كانت مساحة المثلث القائم الزاوية المبين

أدناه ٥ سم<sup>٢</sup>، فما ارتفاعه؟



(ج) ٨ سم

(أ) ٢ سم

(د) ١٠ سم

(ب) ٥ سم

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$\frac{1}{2} \times ٢س \times س = ٥س$$

$$س = ٥س$$

$$٠ = ٥س - س$$

$$٠ = (٥ - س)س$$

$$س = ٥ \quad \text{أو} \quad س = ٠$$

الارتفاع لا يمكن أن يساوي صفر إذن  $٥ =$

## مراجعة تراكمية

أوجد (ق.م.أ) لكل مجموعة وحيدات حدود مما يأتي:

$$(٤٦) \quad ٣٠أ٢، ٥٠أب٢$$

$$٣٠أ٢ = ٢ \times ٣ \times ٥ \times ١ \times ١$$

$$٥٠أب٢ = ٢ \times ٥ \times ٥ \times ١ \times ب \times ب$$

$$(ق.م.أ) = ١٠$$

$$(٤٧) \quad ٨ج٢د٣، ١٦ج٣د$$

$$٨ج٢د٣ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ج \times ج \times د \times د \times د$$

$$١٦ج٣د = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ج \times ج \times ج \times د$$

$$(ق.م.أ) = ٨ج٣د$$

$$(٤٨) \quad ٤ص، ١٨ص٢، ٦ص٣$$

$$٤ص = ٢ \times ٢ \times ص$$

$$١٨ص٢ = ٢ \times ٣ \times ٣ \times ص \times ص$$

$$٦ص٣ = ٢ \times ٣ \times ص \times ص \times ص$$

$$(ق.م.أ) = ٢ص$$

بسّط كلّ عبارة فيما يأتي:

$${}^4C_2 ({}^2A_1) ({}^4A_1) ({}^4A_1)$$

$${}^{1+4}P_{1+1} = ({}^2A_1) ({}^4A_1)$$

$${}^1P_1 =$$

$$(50) ({}^3C_4) ({}^4C_7) ({}^3C_4)$$

$${}^{1+3}P_{1+3} \times 7 = ({}^3C_4) ({}^4C_7)$$

$${}^7P_4 =$$

$$(51) ({}^9C_7) ({}^7C_9)$$

$${}^9P_7 = ({}^7C_9)$$

$${}^9P_7 =$$

$$(52) [{}^3C_2] ({}^2C_4)$$

$${}^{2 \times 3 \times 2}C_4 = [{}^2C_4]$$

$$16777216 =$$

(53) حلّ المتباينة  ${}^3C_3 - < 4 - < 37$ ، وتحقق من صحة الحل.

$${}^3C_3 - < 4 - < 37$$

$${}^3C_3 + 37 - < 37$$

$${}^3C_3 - < 37$$

$$11 - < 37$$

$${}^3C_3 + 37 - < (10 - )^3 \leftarrow \text{التحقق}$$

c

$${}^3C_3 - < 30 -$$

أوجد ناتج الضرب في كلِّ مما يأتي:

$$(54) (ب + 2) (ب + 5)$$

$$= ب^2 + 7ب + 10$$

$$(55) (د + 4) (د + 10)$$

$$= د^2 + 14د + 40$$

$$(56) (ع - 1) (ع - 8)$$

$$= ع^2 - 9ع + 8$$

$$(57) (ج + 9) (ج - 3)$$

$$= ج^2 + 6ج - 27$$

$$(58) (س - 7) (س - 6)$$

$$= س^2 - 13س + 42$$

$$(59) (هـ - 2) (هـ + 11)$$

$$= هـ^2 + 9هـ - 22$$

# معمل الجبر:

## تحليل ثلاثية الحدود

استعمل بطاقات الجبر لتحليل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

$$(1) \quad 2 + 3s + s^2$$



$$s^2 + 3s + 2 = (s + 1)(s + 2)$$

$$(2) \quad 8 + 6s + s^2$$



$$s^2 + 6s + 8 = (s + 2)(s + 4)$$

$$(3) \quad 4 - 3s + s^2$$



$$s^2 - 3s + 4 = (s - 1)(s + 4)$$

$$(4) \quad 12 + 7s - s^2$$



$$s^2 - 7s + 12 = (s - 3)(s - 4)$$



# واجباتي

استعمل الرسم بمخطط لتبيّن إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي قابلة للتحليل أم لا:

$$(5) \text{ س}^2 + 3\text{س} + 6$$

لا يمكن رسم مستطيل يحقق المطلوب

$$(6) \text{ س}^2 - 5\text{س} - 6$$

نعم،

س	س	س	س	س	س	س	س <sup>2</sup>
1-	1-	1-	1-	1-	1-	1-	س

} 1 + س

$$(7) \text{ س}^2 - 4$$

نعم،

س	س	س <sup>2</sup>
1-	1-	س-
1-	1-	س-

} 2 - س

$$(8) \text{ س}^2 - 3\text{س} - 4$$

لا يمكن رسم مستطيل يحقق المطلوب

(9) اكتب كيف يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتحديد إذا كانت ثلاثية حدود قابلة للتحليل؟

يمكن تحليل ثلاثية الحدود إذا أمكن تمثيلها بمستطيل

مثال: س<sup>2</sup> + 4س + 4 قابلة للتحليل

س<sup>2</sup> + 3س + 4 غير قابلة للتحليل

## المعادلات التربيعية:

٣-٧

$$س^٢ + ب س + ج = ٠$$

تحقق

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

$$٢٤ + د١١ + د^٢ \text{ (أ)}$$

$$د^٢ + د١١ + ٢٤$$

عاملين موجبين مجموعهما ١١ وناتج ضربهما ٢٤

$$(١١ = ٨ + ٣, ٢٤ = ٨ \times ٣)$$

$$د^٢ + د١١ + ٢٤ = (٨ + د)(٣ + د)$$

$$٩ + ن١٠ + ن^٢ \text{ (ب)}$$

$$ن^٢ + ن١٠ + ٩$$

عاملين موجبين مجموعهما ١٠ وناتج ضربهما ٩

$$١٠ = ٩ + ١, ٩ = ٩ \times ١$$

$$٩ + ن١٠ + ن^٢ = (ن + ٩)(ن + ١)$$

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

$$(i) 21 - 22m + m^2$$

$$21 - 22m + m^2 = m^2 + m - 22 + 21$$

عاملين سالبين مجموعهما - 22 وناتج ضربهما 21

$$[ 21 = 21 \times 1 - , 22 = (21 -) + 1 - ]$$

$$m^2 - 22m + 21 = (m - 21)(1 - m)$$

$$(ii) 28 + 11w - w^2$$

$$28 + 11w - w^2 = -w^2 + 11w + 28$$

عاملين سالبين مجموعهما 11 وناتج ضربهما 28

$$28 = 7 \times 4 - , 11 = (7 -) + 4 -$$

$$-w^2 + 11w + 28 = (w - 7)(4 - w)$$

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(i) 48 - 13v + v^2$$

$$48 - 13v + v^2 = v^2 - 13v + 48$$

عاملين مجموعهما 13 وناتج ضربهما - 48

$$- 48 , 13 (إشارتان مختلفتان)$$

$$v^2 - 13v + 48 = (v - 3)(v + 16)$$

$$(ii) 24 - 2r - r^2$$

$$24 - 2r - r^2 = -r^2 - 2r + 24$$

عاملين مجموعهما 2 وناتج ضربهما - 24

$$- 24 , 2 (إشارتان مختلفتان)$$

$$-r^2 - 2r + 24 = (r - 8)(r + 6)$$

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

	$٧٠ = ع٣ - ٢ع$ (١٤)
المعادلة الأصلية	$٧٠ = ع٣ - ١ع$
طرح ٧٠	$٠ = ٧٠ - ع٣ - ١ع$
حلل إلى عوامل	$٠ = (٧ + ع)(١٠ - ع)$
خاصية الضرب الصفري	$٠ = ٧ + ع$ أو $٠ = ١٠ - ع$
حل كل معادلة	$٧- = ع$ أو $١٠ = ع$
	الجذران هما: ١٠، ٧-

التحقق:  $٧٠ = ٣٠ - ١٠٠ = (١٠)٣ - ١٠$  ←

التحقق:  $٧٠ = ٢١ + ٤٩ = (٧-)٣ - ١(٧-)$

	$٠ = ١٨ - س٣ + ٢س$ (٤ب)
المعادلة الأصلية	$٠ = ١٨ - س٣ + ١س$
حلل إلى عوامل	$٠ = (٦ + س)(٣ - س)$
خاصية الضرب الصفري	$٠ = ٦ + س$ أو $٠ = ٣ - س$
حل كل معادلة	$٦- = س$ $٣ = س$

التحقق:  $٠ = ١٨ - ٩ + ٩ = ١٨ - (٣)٣ + ١٣$  ←

التحقق:  $٠ = ١٨ - ١٨ - ٣٦ = ١٨ - (٦-)٣ + ١(٦-)$

(٥) هندسة: متوازي أضلاع ارتفاعه أقل من قاعدته بـ ١٨ سم، ومساحته ١٧٥ سم<sup>٢</sup>. فما ارتفاعه؟

طول القاعدة = س، الارتفاع = س - ١٨

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

$$١٧٥ = (س - ١٨) س$$

المعادلة

$$١٧٥ = س١٨ - س^٢$$

طرح ١٧٥

$$٠ = ١٧٥ - س١٨ - س^٢$$

حلل إلى عوامل

$$٠ = (س - ٢٥) (س + ٧)$$

خاصية الضرب الصفري

$$٠ = س - ٢٥ \quad \text{أو} \quad ٠ = س + ٧$$

حل كل معادلة

$$س = ٢٥ \quad \text{أو} \quad س = -٧$$

وبما أن الأبعاد موجبة دائماً فإن س (طول القاعدة) = ٢٥ سم

$$\text{الارتفاع} = ١٨ - ٢٥ = ٧ \text{ سم}$$





حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(1) \quad 24 + 14s + s^2$$

$$24 + 14s + s^2$$

عاملين موجبين مجموعهما 14 وناتج ضربهما 24

$$14 = 12 + 2, \quad 24 = 12 \times 2$$

$$24 + 14s + s^2 = (2 + s)(12 + s)$$

$$(2) \quad 30 - 7v - v^2$$

$$30 - 7v - v^2$$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما 7 وناتج ضربهما 30

$$30 = 3 \times 10, \quad 7 = 3 + 4$$

$$30 - 7v - v^2 = (3 - v)(10 - v)$$

$$(3) \quad 21 - 4n + n^2$$

$$21 - 4n + n^2$$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما 4 وناتج ضربهما 21

$$21 = 3 \times 7, \quad 4 = 3 + 1$$

$$21 - 4n + n^2 = (3 - n)(7 + n)$$

$$(4) \quad m^2 - 15m + 50$$

$$m^2 - 15m + 50$$

عاملين سالبين مجموعهما - 15 وناتج ضربهما 50

$$15 - = (5 -) + 10 - \quad , \quad 50 = 5 - \times 10 -$$

$$m^2 - 15m + 50 = (m - 5)(m - 10)$$

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(5) \quad s^2 - 4s - 21 = 0$$

$$s^2 - 4s - 21 = 0$$

المعادلة الأصلية

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$s = (s + 3)(s - 7)$$

$$s = 3 + \text{أو} \quad s = 7 -$$

$$s = 3 - \quad s = 7$$

الجذران هما: 3، 7

$$C \quad \text{التحقق:} \quad 0 = 21 - 28 - 49 = 21 - (7)4 - 7^2$$

$$C \quad 0 = 21 - 12 + 9 = 21 - (3-)4 - (3-)^2$$

$$(6) \quad n^2 - 3n + 2 = 0$$

$$n^2 - 3n + 2 = 0$$

المعادلة الأصلية

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$n = (n - 1)(n - 2)$$

$$n = 1 - \text{أو} \quad n = 2 -$$

$$n = 1 \quad \text{أو} \quad n = 2$$

الجذران هما: 1، 2

$$C \quad \text{التحقق:} \quad 0 = 2 + 6 - 4 = 2 + (2)3 - 2^2$$

$$C \quad 0 = 2 + 3 - 1 = 2 + (1)3 - (1)^2$$

$$(7) \text{ س}^2 - 15\text{س} + 54 = 0$$

المعادلة الأصلية

$$\text{س}^2 - 15\text{س} + 54 = 0$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (\text{س} - 6)(\text{س} - 9)$$

خاصية الضرب الصفري

$$\text{س} - 6 = 0 \text{ أو } \text{س} - 9 = 0$$

حل كل معادلة

$$\text{س} = 6 \quad \text{س} = 9$$

الجذران هما: 6، 9

C      التحقق:  $0 = 54 + 135 - 81 = 54 + (9)15 - 9^2$  ←

C       $0 = 54 + 90 - 36 = 54 + (6)15 - 6^2$

$$(8) \text{ س}^2 + 12\text{س} - 32 = 0$$

المعادلة الأصلية

$$\text{س}^2 + 12\text{س} - 32 = 0$$

إضافة 32

$$0 = 32 + 12\text{س} + \text{س}^2$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (\text{س} + 8)(\text{س} - 4)$$

خاصية الضرب الصفري

$$\text{س} + 8 = 0 \text{ أو } \text{س} - 4 = 0$$

حل كل معادلة

$$\text{س} = -8 \quad \text{س} = 4$$

الجذران هما: -8، 4

C      التحقق:  $32 = 48 - 16 = (-8)12 + (-8)^2$  ←

C       $32 = 96 - 64 = (8)12 + (8)^2$

$$(9) \text{ س}^2 - \text{س} - 72 = 0$$

$$\text{س}^1 - \text{س} - 72 = 0$$

المعادلة الأصلية

حلل إلى عوامل

$$0 = (\text{س} + 8)(9 - \text{س})$$

خاصية الضرب الصفري

$$\text{س} - 9 = 0 \text{ أو } \text{س} + 8 = 0$$

حل كل معادلة

$$\text{س} = 9 \text{ أو } \text{س} = -8$$

الجذران هما: 9، -8

$$C \quad \text{التحقق: } 0 = 72 - 9 - 81 = 72 - (9) + 1(9) \leftarrow$$

$$C \quad 0 = 72 - 8 + 64 = (-8) - 1(-8)$$

$$(10) \text{ س}^2 - 10\text{س} - 24 = 0$$

$$\text{س}^1 - 10\text{س} - 24 = 0$$

المعادلة الأصلية

إضافة 24

$$0 = 24 + \text{س} - 10\text{س}$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (\text{س} - 4)(\text{س} - 6)$$

خاصية الضرب الصفري

$$\text{س} - 4 = 0 \text{ أو } \text{س} - 6 = 0$$

حل كل معادلة

$$\text{س} = 4 \text{ أو } \text{س} = 6$$

الجذران هما: 4، 6

$$C \quad \text{التحقق: } 24 - 40 = -16 = (4)10 - 1(4) \leftarrow$$

$$C \quad 24 - 60 = -36 = (6)10 - 1(6)$$



(١١) إطار صورة: اشترت لطيفة إطاراً للصورة، إلا أن الصورة كانت أكبر من الإطار، لذا فإنها بحاجة إلى تصغير طول الصورة وعرضها بالمقدار نفسه، على أن تصبح مساحتها نصف مساحتها الأصلية. فإذا كان بُعد الصورة الأصلية ١٢، ١٦ سم. فما بُعد الصورة المصغرة؟

مساحة الصورة بعد التصغير =  $\frac{1}{2}$  مساحتها الأصلية

$$٩٦ = ١٩٢ \times \frac{1}{2} = (١٦ \times ١٢) \frac{1}{2} =$$

طول الصورة بعد التصغير = ١٦ - ص، عرضها = ١٢ - ص

مساحة الصورة بعد التصغير = (١٦ - ص) (١٢ - ص) = ٩٦

كتابة المعادلة

$$٩٦ = ٢٨ - ص + ص$$

طرح ٩٦ وترتيب المعادلة

$$٠ = ٩٦ + ص - ٢٨$$

حلل إلى عوامل

$$٠ = (٢٤ - ص) (٤ - ص)$$

خاصية الضرب الصفري

$$٠ = ٢٤ - ص \quad \text{أو} \quad ٠ = ٤ - ص$$

حل كل معادلة

$$٢٤ = ص \quad \text{أو} \quad ٤ = ص$$

البعد دائماً موجب لذا قيمة ص = ٤

طول الصورة بعد التصغير = ١٦ - ٤ = ١٢

عرض الصورة بعد التصغير = ١٢ - ٤ = ٨



## تدرب وحل المسائل:



حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(12) \quad 42 + 17s + 2s^2$$

$$42 + 17s + s^2$$

عاملين موجبين مجموعهما 17 وناتج ضربهما 42

$$17 = 14 + 3, \quad 42 = 14 \times 3$$

$$42 + 17s + s^2 = (14 + s)(3 + s)$$

$$(13) \quad 72 - 17s + 2s^2$$

$$72 - 17s + s^2$$

عاملين سالبين مجموعهما -17 وناتج ضربهما 72

$$17 = (9 -) + 8 -, \quad 72 = 9 - \times 8 -$$

$$72 - 17s + s^2 = (9 - s)(8 - s)$$

$$(14) \quad 48 - 18a + 2a^2$$

$$48 - 18a + a^2$$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما 18 وناتج ضربهما -48

$$18 = (4 -) + 12, \quad 48 = 4 - \times 12$$

$$48 - 18a + a^2 = (4 - a)(12 + a)$$

$$(15) \quad 2- \text{ن} - 2- \text{ن} - 35-$$

$$\text{ن}^1 - 2- \text{ن} - 35-$$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما - 2 وناتج ضربهما - 35

$$2- = 5 + 7- , \quad 35- = 5 \times 7-$$

$$\text{ن}^1 - 2- \text{ن} - 35- = (5 + \text{ن}) (7- \text{ن})$$

$$(16) \quad 44 + 515 + 5^2$$

$$44 + 515 + 5^2 = 5^2 + 515 + 44$$

عاملين موجبين مجموعهما 15 وناتج ضربهما 44

$$15 = 4 + 11 , \quad 44 = 4 \times 11$$

$$44 + 515 + 5^2 = (4 + 5) (11 + 5)$$

$$(17) \quad 40 - 22\text{س} + \text{س}^2$$

$$40 - 22\text{س} + \text{س}^2 = \text{س}^1 + \text{س}^1 - 22\text{س} - 40$$

عاملين سالبين مجموعهما - 22 وناتج ضربهما 40

$$22- = (2-) + 20- , \quad 40 = 2- \times 20-$$

$$\text{س}^1 - 22- = (\text{س} - 2) (20- \text{س})$$

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(18) \quad 0 = 12 + 7s - 2s^2$$

المعادلة الأصلية

$$0 = 12 + 7s - 2s^2$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (3 - s)(4 - s)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 3 - s \quad \text{أو} \quad 0 = 4 - s$$

حل كل معادلة

$$3 = s \quad \text{أو} \quad 4 = s$$

الجذران هما: 3، 4

C      التحقق:  $0 = 12 + 28 - 16 = 12 + (4)7 - (4)^2$  ←

C       $0 = 12 + 21 - 9 = 12 + (3)7 - (3)^2$

$$(19) \quad 20 = 5 + v^2$$

المعادلة الأصلية

$$20 = 5 + v^2$$

طرح 5

$$0 = 20 - 5 + v^2$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (5 + v)(4 - v)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 5 + v \quad \text{أو} \quad 0 = 4 - v$$

حل كل معادلة

$$5 - = v \quad \text{أو} \quad 4 = v$$

الجذران هما: 4، -5

C      التحقق:  $20 = 4 + 16 = (4) + (4)^2$  ←

C       $20 = 5 - 25 = (5 -) + (5 -)^2$

$$(20) \quad 27 = 6^2 - 3^2$$

المعادلة الأصلية

$$27 = 6^2 - 3^2$$

طرح ٢٧

$$0 = 27 - 6^2 + 3^2$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (3 + 6)(3 - 6)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 3 + 6 \quad \text{أو} \quad 0 = 3 - 6$$

حل كل معادلة

$$3 = 6 \quad \text{أو} \quad 3 = 6$$

الجذران هما: ٩، -٣

C      التحقق:  $0 = 27 - 54 - 81 = 27 - (9)6 - (9)^2$  ←

C       $0 = 27 - 18 + 9 = 27 - (3)6 - (3)^2$

$$(21) \quad 0 = 9 + 10j + j^2$$

المعادلة الأصلية

$$0 = 9 + 10j + j^2$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (1 + j)(9 + j)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 1 + j \quad \text{أو} \quad 0 = 9 + j$$

حل كل معادلة

$$1 = -j \quad \text{أو} \quad 9 = -j$$

الجذران هما: ٩-، -١

C      التحقق:  $0 = 9 + 90 - 81 = 9 + (9-)10 + (9-)^2$  ←

C       $0 = 9 + 10 - 1 = 9 + (1-)10 + (1-)^2$

$$(22) \text{ ن}^2 - 120 = 7 \text{ ن}$$

المعادلة الأصلية

$$\text{ن}^2 - 120 = 7 \text{ ن}$$

طرح 7 ن

$$\text{ن}^2 - 7 \text{ ن} - 120 = 0$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (\text{ن} + 8)(\text{ن} - 15)$$

خاصية الضرب الصفري

$$\text{ن} - 15 = 0 \quad \text{أو} \quad \text{ن} + 8 = 0$$

حل كل معادلة

$$\text{ن} = 15 \quad \text{أو} \quad \text{ن} = -8$$

الجذران هما: 15، -8

C

$$\text{التحقق:} \leftarrow (-8)^2 - 120 = 7(-8) = -56$$

C

$$15^2 - 120 = 7(15) = 105$$

$$(23) \text{ ه}^2 + 48 = 16 \text{ ه}$$

المعادلة الأصلية

$$\text{ه}^2 + 48 = 16 \text{ ه}$$

طرح 16 ه

$$\text{ه}^2 - 16 \text{ ه} + 48 = 0$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (\text{ه} - 12)(\text{ه} - 4)$$

خاصية الضرب الصفري

$$\text{ه} - 12 = 0 \quad \text{أو} \quad \text{ه} - 4 = 0$$

حل كل معادلة

$$\text{ه} = 12 \quad \text{أو} \quad \text{ه} = 4$$

الجذران هما: 12، 4

C

$$\text{التحقق:} \leftarrow (4)^2 + 48 = 16(4) = 64$$

C

$$12^2 + 48 = 16(12) = 192$$



(٢٤) هندسة: مساحة مثلث ٣٦ سم<sup>٢</sup>، ويزيد ارتفاعه ٦ سم على طول قاعدته. فما ارتفاعه؟ وما طول قاعدته؟

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \text{ طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

بفرض القاعدة ق

$$\text{الارتفاع (ع)} = ق + ٦$$

$$٣٦ = \frac{1}{2} ق (ق + ٦)$$

$$٣٦ = \frac{1}{2} ق^٢ + ٣ ق$$

$$٧٢ = ق^٢ + ٦ ق$$

$$٠ = (ق - ١٢) (ق + ٦)$$

$$٠ = ق - ١٢ \quad \text{أو} \quad ٠ = ق + ٦$$

$$ق = ١٢ \quad \text{أو} \quad ق = -٦$$

القاعدة = ٦ سم

الارتفاع = ٦ + ٦ = ١٢ سم

خاصية التوزيع

الضرب في ٢ والترتيب

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

(٢٥) هندسة: تمثل العبارة (س<sup>٢</sup> - ٤س - ١٢) سم<sup>٢</sup> مساحة مستطيل طوله (س + ٢) سم. فما عرضه؟

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$س^٢ - ٤س - ١٢ = (س + ٢) \times \text{عرض}$$

$$س^٢ - ٤س - ١٢ = (س + ٢) (س - ٦)$$

القسمة على (س + ٢)

$$س - ٦ = \text{عرض}$$

$$\text{العرض} = س - ٦$$

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(26) \quad 11k^2 + r^2 + 18r^2 \\ k^2 + 11k + r^2$$

عاملين موجبين مجموعهما 11r و ناتج ضربيهما 18r<sup>2</sup>

$$11r = r^2 + r^9, \quad 18r^2 = r^2 \times r^9$$

$$k^2 + 11k + r^2 = (k + r^9)(r^2 + r^2)$$

$$(27) \quad 6s^2 - 5s + 5s^2$$

$$s^2 - 6s + 5$$

عاملين سالبين مجموعهما -6s و ناتج ضربيهما 5s<sup>2</sup>

$$-6s = (-5s) + (-s), \quad 5s^2 = (-5s) \times (-s)$$

$$s^2 - 6s + 5 = (s - 5)(s - 1)$$

$$(28) \quad 10a^2 - 39ab + 39b^2$$

$$a^2 + 10a - 39b^2$$

عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما 10a و ناتج ضربيهما -39b<sup>2</sup>

$$10a = 13b + (-3b), \quad -39b^2 = (-3b) \times 13b$$

$$a^2 + 10a - 39b^2 = (a + 13b)(a - 3b)$$

(٢٩) سباحة: يزيد طول حوض سباحة دولي مستطيل الشكل ٢٩ مترًا عن عرضه، ومساحة سطحه ١٠٥٠ م<sup>٢</sup>.

(أ) عرّف متغيرًا، واكتب معادلة تمثل مساحة سطحه.

بفرض العرض س

$$\text{الطول} = \text{س} + ٢٩$$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$١٠٥٠ = \text{س} (\text{س} + ٢٩)$$

(ب) حل المعادلة.

$$١٠٥٠ = \text{س} (\text{س} + ٢٩)$$

$$١٠٥٠ = \text{س}^٢ + ٢٩ \text{س}$$

$$٠ = ١٠٥٠ - \text{س}^٢ - ٢٩ \text{س}$$

$$٠ = (\text{س} + ٥٠) (\text{س} - ٢١)$$

$$\text{س} + ٥٠ = ٠ \quad \text{أو} \quad \text{س} - ٢١ = ٠$$

$$\text{س} = -٥٠ \quad \text{س} = ٢١$$

$$\text{العرض} = ٢١$$

$$\text{الطول} = ٢٩ + ٢١ = ٥٠$$

خاصية التوزيع

ترتيب المعادلة

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

(ج) فسّر الإجابتين، وهل هناك معنى لكلٍّ منهما؟

العرض = ٢١ لأن البعد لا يمكن أن يكون سالب لذا س = ٢١

(٣٠) هندسة: اكتب عبارة تمثل محيط المستطيل الذي مساحته  $م = س^2 + ١٣س - ٩٠$ .

$$م = س^2 + ١٣س - ٩٠$$

$$= (س - ٥) (س + ١٨) \text{ حلل إلى عوامل}$$

بعدا المستطيل هما:  $س - ٥$  ،  $س + ١٨$

$$\text{محيط المستطيل} = ٢ (\text{الطول} + \text{العرض})$$

$$= ٢ [(س + ١٨) + (س - ٥)]$$

$$= ٢ [(س + ١٨) + (س - ٥)]$$

$$= ٢ (١٣ + س)$$

$$= ٢٦ + ٢س$$

(٣١) تمثيلات متعددة: سنكتشف في هذا السؤال، طريقة التحليل عندما لا يساوي المعامل الرئيس ١

(أ) جدولياً، انقل الجدول الآتي، ثم أكمله:

ضرب ثنائي الحد	أس م + س + ن + س + ح	أس + ب + س + ح	م × ن	أ × ح
$(س + ٤) (س + ٣)$	$٢س^٢ + ٨س + ١٢$	$٢س^٢ + ١١س + ١٢$	٢٤	٢٤
$(س + ٥) (س + ١)$	$٣س^٢ + ٥س + ٥$	$٣س^٢ + ٨س + ٥$	١٥	١٥
$(س + ٤) (س + ١)$	$٨س^٢ + ٤س - ١$	$٨س^٢ - ٢س - ١$	٨-	٨-
$(س + ٥) (س + ٢)$	$١٢س^٢ + ٦س + ١٠$	$١٢س^٢ + ١٤س + ١٠$	١٢٠-	١٢٠-

(ب) تحليلياً: كيف يرتبط العدان م، ن بالعددين أ، ج؟

$$م \times ن = أ \times ج$$

(ج) تحليلياً: كيف يرتبط العدان م، ن بالعدد ب؟

$$م + ن = ب$$

(د) لفظياً: صف إجراءً يمكن استعماله لتحليل كثيرة حدود على الصورة  $أس^٢ + بس + ج$ .

ابحث عن عددين صحيحين م، ن حيث يكون:  $م = ن = أ ج$  ،  $م + ن = ب$



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣٢) اكتشف الخطأ: حلل كل من خليل وماجد العبارة:  $s^2 + 6s - 16$ . فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

<p>خليل</p> $s^2 + 6s - 16 = (s - 2)(s + 8)$
--

<p>ماجد</p> $s^2 + 6s - 16 = (s + 2)(s - 8)$
--

إجابة خليل هي الصحيحة لأنه حلل إلى عاملين مجموعهما ٦ وناتج ضربهما - ١٦

$$- 16 = 8 \times 2 - , - 6 = 8 + 2 -$$

أما ماجد فحاصل جمع العاملين = - ٦

تحذير: أوجد جميع قيم ه التي تجعل كل كثيرة حدود في كل مما يأتي قابلة للتحليل باستعمال الأعداد الصحيحة:

(٣٣)  $s^2 + 5s - 19$

$$s^2 + 5s - 19$$

$$h = 18$$

(٣٤)  $s^2 + 5s + 14$

$$s^2 + 5s + 14$$

$$h = 9$$

(٣٥)  $s^2 - 8s + 7 < 0$

$$s^2 - 8s + 7 < 0 , h = 7$$

$$h = 16$$



(٣٦) تحدّد: حلّل العبارة:  $(٤ - ص)٢ + ٣(٤ - ص) - ٧٠$ .

$$(٤ - ص)٢ + ٣(٤ - ص) - ٧٠$$

نوجد عاملين مختلفي الإشارة مجموعهما ٣ وناتج ضربيهما  $٧٠ - (١٠, ٧)$

حلل إلى عوامل

$$[١٠ + (٤ - ص)] [٧ - (٤ - ص)] =$$

تجميع

$$(١٠ + ٤ - ص) (٧ - ٤ + ص) =$$

تبسيط

$$(١٤ - ص) (٣ + ص) =$$

$$(٤ - ص) (٣ - ص) (٤ + ص) = \text{ق.م.أ}$$

### تدريب على اختبار

(٣٧) هندسة: ما العبارة التي تمثّل طول

المستطيل في الشكل المجاور؟

$\left. \begin{array}{l} 3 \\ + \\ 2 \end{array} \right\}$	$١٨ - ص٣ - ٢ص - ٣$	(أ) $٥ + ص$	(ج) $٦ - ص$
		(ب) $٦ + ص$	(د) $٥ - ص$

$$ص٣ - ٢ص - ٣ = (٦ - ص) (٣ + ص)$$

الاختيار الصحيح: (ج)  $(٦ - ص)$

(٣٨) إذا كان الفرق بين ٢١ والعدد  $ن$  هو ٦، فما المعادلة التي

تبيّن هذه العلاقة؟

$$(أ) ٦ = ن - ٢١ \quad (ج) ٦ = ن + ٢١$$

$$(ب) ٦ = ن٢١ \quad (د) ٢١ - ن = ٦$$

الاختيار الصحيح: (أ)  $٦ = ن - ٢١$

## مراجعة تراكمية

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(39) \quad 2m^3l^2 - 16m^2l + 8m$$

$$2m^3l^2 = 2 \times m \times m \times m \times l \times l$$

$$16m^2l = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times m \times l$$

$$8m = 2 \times 2 \times 2 \times m$$

$$ق.م. = 2m$$

$$2m^3l^2 - 16m^2l + 8m = 2m(l^2 - 8l + 4)$$

$$(40) \quad 2a^2s + 6as + 3ab + 3a + 3b$$

$$2a^2s + 6as + 3ab + 3a + 3b = (2a^2s + 6as + 3a) + (3ab + 3b)$$

(ج)

$$2a^2s + 6as + 3a = a(2as + 6s + 3)$$

$$3ab + 3b = 3b(a + 1)$$

$$(41) \quad s^2 - s - s + s + s^2$$

$$s^2 - s - s + s + s^2 = s^2 - s + s + s^2$$

$$= s^2 + s^2 - s + s$$

$$= 2s^2$$

(42) **تبليط:** يريد خالد تبليط غرفة معيشة بعناها ٤٢٠ سم، ولديه قطع بلاط أبعادها ٢٠ سم، ٣٠ سم، ٣٠ سم، ٣٠ سم؛

٢٠ سم، ١٥ سم، ٢٢ سم، ٣٠ سم. فأبّ الأنواع يمكنه استعمالها دون قص أي قطعة؟ فسر إجابتك. (الدرس ٧-١)

$$\text{مساحة الغرفة} = 420 \times 330 = 138600 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة قطع البلاط: } 400 \text{ سم}^2, 900 \text{ سم}^2, 300 \text{ سم}^2, 660 \text{ سم}^2$$

$$11 \times 7 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 138600$$

$$5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 400$$

$$5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 900$$

$$5 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 300$$

$$5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 660$$

واضح ان كل العوامل لمساحات البلاط موجودة بعوامل مساحة الغرفة عدا

٤٠٠ بها عامل زائد.

لذا البلاط الممكن استخدامه هو ٣٠، ٣٠؛ ٢٠، ٢٠؛ ١٥، ٢٢؛ ٣٠، ٣٠

### استعد للدرس اللاحق

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(٤٣) \quad ٦م٣ - ٤م + ٣ر٣ - ٢ر$$

$$= (٦م٣ + ٣ر٣) - (٤م + ٢ر)$$

$$= ٣م(٢م + ١) - ٢(٢م + ١)$$

$$= (٢م - ٢)(٢م + ١)$$

$$(٤٤) \quad ٣أ٣ - ٦ب٣ + ٨ب - ٤أ$$

$$= (٣أ٣ - ٦ب٣) - (٤أ - ٨ب)$$

$$= ٣أ(أ٢ - ٢ب٢) - ٤(أ - ٢ب)$$

$$= (أ - ٢ب)(٣أ٢ + ٦أب + ٤ب٢)$$

$$(٤٥) \quad ٢د٢ج + ٢فج + ٤د٢ه + ٤فه$$

$$= (٢د٢ج + ٢فج) + (٤د٢ه + ٤فه)$$

$$= ٢ج(د٢ + ف) + ٤ه(د٢ + ف)$$

$$= (د٢ + ف)(٢ج + ٤ه)$$





أوجد (ق.م.أ) لكل مجموعة وحيدات حدّ فيما يأتي:

(٦)  $١٠ب$ ،  $٢٠ب^٢$ ،  $٢٥ب$

$$١٠ب = ٢ \times ٥ \times ب$$

$$٢٠ب^٢ = ٢ \times ٢ \times ٥ \times ب \times ب$$

$$٢٥ب = ٥ \times ٥ \times ب$$

$$ق.م.أ = ٥ \times ب = ٥ب$$

(٧)  $١٣ج$ ،  $٢٥د$

$$١٣ج = ١٣ \times ج$$

$$٢٥د = ٥ \times ٥ \times د$$

$$ق.م.أ = ١$$

(٨)  $٢١بج$ ،  $٣٥ب$ ،  $٥٦بج^٣$

$$٢١بج = ٣ \times ٧ \times ب \times ج$$

$$٣٥ب = ٥ \times ٧ \times ب$$

$$٥٦بج^٣ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٧ \times ب \times ج \times ج \times ج$$

$$ق.م.أ = ٧ب$$



٩) **ترتيب:** يريد عامل ترتيب ٢٤ زوجًا من الأحذية على أرفف محل، بحيث يضع نفس عدد الأزواج على كل رف، ويضع على الأقل ٤ أزواج على كل رف، ويستخدم رفين على الأقل، اذكر عدد الأزواج الممكنة على كل رف، وعدد الأرفف.

$$(٦، ٤)، (٨، ٣)، (١٢، ٢)$$

عدد الأزواج	عدد الأرفف
١٢	٢
٨	٣
٦	٤

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود التالية:

$$(١٠) \text{ ٣س ص - ٩س}$$

$$= ٣س(ص - ٣)$$

$$(١١) \text{ ٦ب ج + ١٢ب ج + ١٨ج}$$

$$= ٦ج(ب + ٢ب ج + ٣)$$

١٢) اختيار من متعدد: إذا كانت مساحة المستطيل أذناه تساوي  $3س^2 + 6س - 12$  وحدة مربعة، فكم وحدة عرضه؟ (الدرس

٢٠٧)



$3س^2 + 6س - 12$

(أ) وحدتان

(ب) ٤ وحدات

(ج) ٦ وحدات

(د) ٣ وحدات

$$3س^2 + 6س - 12 = (3س^2 + 6س - 12) \times 4$$

$$\frac{(3س^2 + 6س - 12) \times 3}{3س^2 + 6س - 12} = \text{عرض المستطيل}$$

= ٣ وحدات

حلّل كلّ كثيرة حدودٍ ممّا يأتي:

$$13س^5 + 40س - 5$$

$$= 5(س^8 + ٨س)$$

$$(14) \quad 2 + س + 3س^2 + 6س + 2س^3$$

$$(2 + س) + (3س^2 + 6س) =$$

$$(2 + س) + (2 + س)3س =$$

$$(1 + 3س)(2 + س) =$$

$$(15) \quad 5 + ب - 2ب^2 - 5ب$$

$$(5 - ب) - (2ب^2 - 5ب) =$$

$$(5 - ب) - (5 - ب)ب =$$

$$(1 - ب)(5 - ب) =$$

حُلُّ كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(16) \quad 0 = 2س(س - 5)$$

$$0 = 2س \quad 0 = س - 5$$

$$0 = س \quad 5 = س$$

التحقق:

$$C \quad 0 = (5 - 0)0 = (5 - 0)(0)^2$$

$$C \quad 0 = 0 \times 10 = (5 - 5)(5)^2$$

$$0 = 6b^2 - 3b^3 \quad (17)$$

$$0 = (1 - 2b)b^3$$

$$0 = 1 - 2b \quad 0 = b^3$$

$$\frac{1}{2} = b \quad 0 = b$$

التحقق:

$$c \quad 0 = (0)3 - (0)^2(6)$$

$$\frac{3}{2} - \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2(6)$$

$$c \quad 0 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} =$$

$$(18) \quad 15 = 2j$$

$$0 = 15 - j^2$$

$$0 = (15 - j)j$$

$$0 = 15 - j \quad 0 = j$$

$$15 = j$$

التحقق:

$$(0)15 = (0)^2(0)$$

$$c \quad 0 = 0$$

$$(15)15 = (15)^2(15)$$

$$c \quad 225 = 225$$

حلّل كلّ كثيرة حدودٍ ممّا يأتي:

$$(19) \text{ س}^2 - 4\text{س} - 21$$

عددان حاصل ضربهما ٢١ و الفرق بينهما ٤ ← ٧، ٣

$$= (\text{س} - 7)(\text{س} + 3)$$

$$(20) \text{ س}^2 - 10\text{س} + 24$$

عددان حاصل ضربهما ٢٤ و مجموعهما ١٠ ← ٦، ٤

$$= (\text{س} - 6)(\text{س} - 4)$$

$$(21) \text{ س}^2 + 4\text{س} - 21$$

عددان حاصل ضربهما ٢١ و الفرق بينهما ٤ ← ٧، ٣

$$= (\text{س} + 7)(\text{س} - 3)$$

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(22) \text{ س}^2 - 5\text{س} = 14$$

$$\text{س}^2 - 5\text{س} - 14 = 0$$

$$0 = (\text{س} + 2)(\text{س} - 7)$$

$$\text{س} = 7 \quad \text{س} = -2$$

$$\text{س} = 7 \quad \text{س} = -2$$

التحقق:

$$14 = (7)5 - 2(7)$$

C

$$14 = 35 - 14$$



$$14 = (2-)^2 5 - (2-)^2$$

$$C \quad 14 = 10 + 4$$

$$\bullet = 18 - 3س - 2س^2$$

$$\bullet = (3 + س)(6 - س)$$

$$\bullet = 3 + س \quad \bullet = 6 - س$$

$$3 - = س \quad 6 = س$$

التحقق:

$$0 = 18 - (6)3 - 2(6)$$

$$C \quad \bullet = 36 - 36 = 18 - 18 - 36$$

$$0 = 18 - (3-)^2 3 - 2(3-)$$

$$C \quad \bullet = 18 - 18 = 18 - 9 + 9$$

$$(24) \quad 10 = 2س + 2س^2$$

$$\bullet = 24 + 10س - 1س^2$$

$$\bullet = (6 - س)(4 - س)$$

$$\bullet = 6 - س \quad \bullet = 4 - س$$

$$6 = س \quad 4 = س$$

التحقق:

$$(4)10 = 2(4) + 24$$

$$C \quad 40 = 16 + 24$$

$$(6)10 = 2^2(6) + 24$$

$$C \quad 60 = 36 + 24$$

(٢٥) اختيار من متعدد، يزيد طول مستطيل على عرضه بمقدار ٢ سم، فما طول المستطيل، إذا كانت مساحته ٤٨ سم<sup>٢</sup>؟

(ج) ٦ سم

(ا) ٤٨ سم

(د) ٢ سم

(ب) ٨ سم

نفرض عرض المستطيل = س

∴ طول المستطيل = س + ٢

$$س(س + ٢) = ٤٨$$

$$س^٢ + ٢س = ٤٨$$

$$س(س + ٦) = ٤٨$$

$$س = ٦ - س \quad س = ٨ + س$$

$$س = ٦ \quad س = ٨ - س$$

## المعادلات التربيعية:

٤-٧

$$أ س^٢ + ب س + ج = ٠$$

## تحقق

حلل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

$$(أ) ٥ س^٢ + ١٣ س + ٦$$

$$٥ س^٢ + ١٣ س + ٦$$

$$٥ = أ ، ١٣ = ب ، ٦ = ج$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $٥ \times ٦ = ٣٠$  ومجموعهما ١٣

$$٣٠ = ٣ \times ١٠ ، ١٣ = ٣ + ١٠$$

$$٥ س^٢ + ١٣ س + ٦ = ٥ س^٢ + ١٠ س + ٣ س + ٦$$

$$= (٥ س^٢ + ١٠ س) + (٣ س + ٦)$$

$$= ٥ س (٢ س + ٢) + ٣ (٢ س + ٢)$$

$$= (٢ س + ٢) (٥ س + ٣)$$

$$(ب) ٦ س^٢ + ٢٢ س - ٨$$

$$٦ س^٢ + ٢٢ س - ٨$$

$$٦ = أ ، ٢٢ = ب ، -٨ = ج$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $٦ \times -٨ = -٤٨$  ومجموعهما ٢٢

$$-٤٨ = -٢ \times ٢٤ ، ٢٢ = -٢ + ٢٤$$

$$٦ س^٢ + ٢٢ س - ٨ = ٦ س^٢ - ٢ س + ٢٤ س - ٨$$

$$= (٦ س^٢ - ٢ س) + (٢٤ س - ٨)$$

$$= ٢ س (٣ س - ١) + ٨ (٣ س - ١)$$

$$= (٣ س - ١) (٢ س + ٨)$$

$$= (٣ س - ١) (٢ س + ٨)$$

$$(i2) \quad 1 - n - n^2$$

$$1 - n - n^2$$

$$1 = a, \quad 2 = b, \quad 1 = c$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $2 \times 1 = 2$  ومجموعهما  $1$

$$(1 - n - n^2) = (1 - n) + (n^2 - n)$$

$$1 - n - n^2 = 1 - n + n^2 - n$$

$$(1 - n) + (n^2 - n) =$$

$$(1 - n) + (1 - n)n =$$

$$(1 - n)(1 + n) =$$

$$(ii) \quad 30 + 35 - 10$$

$$30 + 35 - 10$$

$$30 = a, \quad 35 = b, \quad 10 = c$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $30 \times 10 = 300$  ومجموعهما  $35$

$$35 - 10 = (20 - 5) + 15, \quad 300 = 20 \times 15$$

$$30 + 35 - 10 = 30 + 20 - 5 + 15$$

$$(30 + 20 - 5) + (15) =$$

$$(3 + 2 - 5) 10 + (3 - 5) 15 =$$

$$(3 - 5) 10 - (3 - 5) 15 =$$

$$(3 - 5) (10 - 15) =$$

$$(3 - 5) (5 - 10) =$$

$$(iii) \quad 7 + r - r^2$$

$$7 + r - r^2$$

$$7 = a, \quad 1 = b, \quad r = c$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $7 \times 1 = 7$  ومجموعهما  $1$

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما  $7$  ومجموعهما  $1$

لذا فالعبارة  $7 + r - r^2$  أولية



$$3 \text{ ب) } 2s^2 + 3s - 5$$

$$2s^2 + 3s - 5$$

$$1 = 2, 3 = 3, 5 = -5$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $2 \times 5 = 10$  ومجموعهما 3

$$-2 = 5 + 3, 10 = 5 \times 2$$

$$2s^2 + 3s - 5 = 2s^2 - 2s + 5s - 5$$

$$= (2s^2 - 2s) + (5s - 5)$$

$$= 2s(s - 1) + 5(s - 1)$$

$$= (s - 1)(2s + 5)$$

4) فيزياء، قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها 20 م. والمعادلة

$$e = -5n^2 + 16n + 20$$
 تمثل ارتفاع الكرة، (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة

ارتفاعها 4 م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

معادلة الارتفاع

$$l = -5n^2 + 16n + 20$$

عوض عن ل = 4

$$4 = -5n^2 + 16n + 20$$

طرح 4

$$0 = -5n^2 + 16n + 16$$

الضرب في -1

$$0 = 5n^2 - 16n - 16$$

جمع الحدود المتشابهة

$$0 = 16 - 16n - 16$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (5n - 16)(n + 1)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 5n - 16 \text{ أو } 0 = n + 1$$

$$5n = 16 \text{ أو } n = -1$$

حل كل معادلة

$$n = \frac{16}{5} \text{ أو } n = -1$$

بقيت الكرة في الهواء 4 ثوان لأن الزمن لا يمكن أن يكون سالبا



## تأكد: ✓

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(1) \quad 2س^2 + 22س + 56$$

$$2س^2 + 22س + 56$$

$$2 = أ، 22 = ب، 56 = ج$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $56 = 2 \times 28$  ومجموعهما 22

$$28 = 8 + 20، \quad 56 = 8 \times 7$$

$$2س^2 + 22س + 56 = 2س^2 + 14س + 8س + 56$$

$$= (2س^2 + 14س) + (8س + 56)$$

$$= 2س(س + 7) + 8(س + 7)$$

$$= (س + 7)(2س + 8)$$

$$= (س + 7)2(س + 4)$$

$$(2) \quad 5س^2 - 3س + 4$$

$$5س^2 - 3س + 4$$

$$5 = أ، -3 = ب، 4 = ج$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $4 = 5 \times 0.8$  ومجموعهما -3

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما 4 ومجموعهما -3

لذا  $5س^2 - 3س + 4$  أولية

$$(3) \quad 3س^2 - 11س - 20$$

$$3س^2 - 11س - 20$$

$$3 = أ، -11 = ب، -20 = ج$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $-20 = 3 \times -6.67$  ومجموعهما -11

$$-20 = 4 \times -5، \quad -20 = 5 \times -4$$

$$3س^2 - 11س - 20 = 3س^2 + 15س - 4س - 20$$

$$= (3س^2 + 15س) + (-4س - 20)$$

$$= 3س(س + 5) - 4(س + 5)$$

$$= (س + 5)(3س - 4)$$

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(4) \quad 0 = 9 + 2س + 9س^2$$

المعادلة الأصلية

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$0 = 9 + 2س + 9س^2$$

$$0 = (3 + س)(3 + 2س)$$

$$0 = 3 + س \quad \text{أو} \quad 0 = 3 + 2س$$

$$3 - = س \quad \text{أو} \quad 3 - = 2س$$

$$3 - = س \quad \text{أو} \quad \frac{3}{2} - = س$$

الجذران هما:  $3 -$ ،  $\frac{3}{2} -$

C

$$\text{التحقق:} \leftarrow 0 = 9 + \left(\frac{3}{2} -\right) 9 + \left(\frac{3}{2} -\right)^2$$

C

$$0 = 9 + (3 -) 9 + (3 -)^2$$

$$(5) \quad 0 = 8 + 3س - 10س^2$$

المعادلة الأصلية

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$0 = 8 + 3س - 10س^2$$

$$0 = (2 - س)(4 - 3س)$$

$$0 = 2 - س \quad \text{أو} \quad 0 = 4 - 3س$$

$$2 = س \quad \text{أو} \quad 4 = 3س$$

$$2 = س \quad \text{أو} \quad \frac{4}{3} = س$$

الجذران هما:  $2$ ،  $\frac{4}{3}$

C

$$\text{التحقق:} \leftarrow 0 = 8 + \left(\frac{4}{3}\right) 10 - \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

C

$$0 = 8 + (2) 10 - (2)^2$$

$$٠ = ٣٠ + ١٧س - ٢س^٢ \quad (٦)$$

المعادلة الأصلية

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$٠ = ٣٠ + ١٧س - ٢س^٢$$

$$٠ = (٦ - س) (٥ - س)$$

$$٠ = ٦ - س \quad \text{أو} \quad ٠ = ٥ - س$$

$$٦ = س \quad \quad \quad ٥ = س$$

$$٦ = س \quad \quad \quad \frac{5}{2} = س$$

الجذران هما:  $\frac{5}{2}$  ، ٦

C

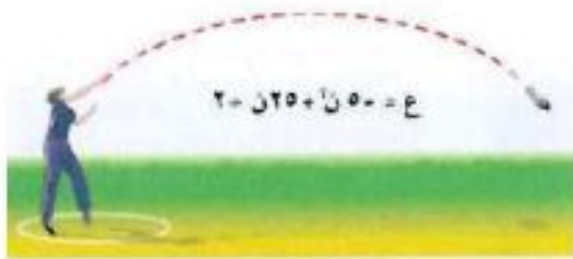
$$٠ = ٣٠ + \left(\frac{5}{2}\right) ١٧ - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \leftarrow \text{التحقق:}$$

C

$$٠ = ٣٠ + (٦) ١٧ - (٦)^2$$

(٧) رمي القرص: يرمي خالد القرص المعدني كما في

الشكل المجاور.



معادلة الارتفاع

عوض عن ن = ٠

(أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

الارتفاع الابتدائي للقرص عند ن = ٠

$$٢ = ٥٠ن + ٢٥ن^٢ - ٢$$

$$٢ = ٥٠(٠) + ٢٥(٠)^٢ - ٢$$

$$٢ = ٢ \quad (\text{الارتفاع الابتدائي للقرص} = ٢)$$

(ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي

قذف منه؟

$$٢ = ٥٠ن + ٢٥ن^٢ - ٢$$

$$٠ = ٥٠ن + ٢٥ن^٢ - ٤$$

$$٠ = ٥٠(٠) + ٢٥(٠)^٢ - ٤$$

$$٠ = ٥٠ن \quad \text{أو} \quad ٠ = ٥٠ن^٢$$

طرح ٢ من كلا الطرفين

حلل إلى عوامل

حل كل معادلة

يصل القرص لنفس الارتفاع بعد ٥ ثوان



## تدرب وحل المسائل:



حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكناً باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(8) \quad 5s^2 + 34s + 24$$

$$5s^2 + 34s + 24$$

$$5 = أ، 34 = ب، 24 = ج$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $24 \times 5 = 120$  ومجموعهما 34

$$34 = 4 + 30، \quad 120 = 4 \times 30$$

$$5s^2 + 34s + 24 = 5s^2 + 4s + 30s + 24$$

$$= (5s^2 + 4s) + (30s + 24)$$

$$= 5s(s + 6) + 6(s + 4)$$

$$= (5s + 6)(s + 4)$$

$$(9) \quad 4s^2 + 38s + 70$$

$$4s^2 + 38s + 70$$

$$4 = أ، 38 = ب، 70 = ج$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $70 \times 4 = 280$  ومجموعهما 38

$$38 = 10 + 28، \quad 280 = 10 \times 28$$

$$4s^2 + 38s + 70 = 4s^2 + 10s + 28s + 70$$

$$= (4s^2 + 10s) + (28s + 70)$$

$$= 2s(2s + 5) + 7(2s + 5)$$

$$= (2s + 5)(2s + 7)$$

$$= (2s + 7)(2s + 5)$$

$$(10) \quad 2 \text{ س } 2 - 3 \text{ س } 9 -$$

$$2 \text{ س } 1 - 3 \text{ س } 9 -$$

$$2 = \text{أ} ، 3 = \text{ب} ، 9 = \text{ج}$$

$$\text{أجد عددين ناتج ضربهما } 2 \times 9 = 18 \text{ ومجموعهما } 3 -$$

$$18 - = 3 \times 6 - ، \quad 3 - = 3 + 6 -$$

$$2 \text{ س } 1 - 3 \text{ س } 9 - = 2 \text{ س } 1 - 6 \text{ س } 3 + \text{ س } 9 -$$

$$= (2 \text{ س } 1 - 6 \text{ س } 3) + (3 \text{ س } 9 -)$$

$$= 2 \text{ س } (3 -) + (3 \text{ س } 9 -)$$

$$= (3 + 2 \text{ س } 3) (3 -) =$$

$$(11) \quad 4 \text{ س } 4 - 13 \text{ س } 10 +$$

$$4 \text{ س } 1 - 13 \text{ س } 10 +$$

$$4 = \text{أ} ، 13 = \text{ب} ، 10 = \text{ج}$$

$$\text{أجد عددين ناتج ضربهما } 4 \times 10 = 40 \text{ ومجموعهما } 13 -$$

$$40 - = 5 - \times 8 - ، \quad 13 - = (5 -) + 8 -$$

$$4 \text{ س } 1 - 13 \text{ س } 10 + = 4 \text{ س } 1 - 8 \text{ س } 5 - \text{ س } 10 +$$

$$= (4 \text{ س } 1 - 8 \text{ س } 5 -) + (5 - \text{ س } 10 +)$$

$$= 4 \text{ س } (5 -) + (5 - \text{ س } 10 +)$$

$$= 4 \text{ س } (5 -) - (5 - \text{ س } 10 +)$$

$$= (5 - 4 \text{ س } 5) (5 -) =$$

$$(12) \quad 2 \text{ س } 2 + 3 \text{ س } 6 +$$

$$2 \text{ س } 1 + 3 \text{ س } 6 +$$

$$2 = \text{أ} ، 3 = \text{ب} ، 6 = \text{ج}$$

$$\text{أجد عددين ناتج ضربهما } 2 \times 6 = 12 \text{ ومجموعهما } 3$$

$$\text{لا يوجد عاملان حاصل ضربهما } 12 \text{ ومجموعهما } 3$$

$$\text{لذا } 2 \text{ س } 1 + 3 \text{ س } 6 + \text{ أولية}$$



$$(13) \quad 45 + 69s + 12s^2$$

$$45 + 69s + 12s^2$$

$$45 = \text{ج}، 69 = \text{ب}، 12 = \text{أ}$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $45 \times 12 = 540$  ومجموعهما 69

$$69 = 9 + 60، \quad 540 = 9 \times 60$$

$$45 + 69s + 12s^2 = 45 + 9s + 60s + 12s^2$$

$$(45 + 9s) + (60s + 12s^2) =$$

$$(5 + 9s) + (5 + 12s) =$$

$$(9 + 12s)(5 + s) =$$

$$(3 + 4s)(5 + s) =$$

$$(14) \quad 7 + 5s - 4s^2$$

$$7 + 5s - 4s^2$$

$$7 = \text{ج}، 5 = \text{ب}، -4 = \text{أ}$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $7 \times 4 = 28$  ومجموعهما -5

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما 28 ومجموعهما -5

لذا  $7 + 5s - 4s^2$  أولية

$$(15) \quad 24 + 23s + 5s^2$$

$$24 + 23s + 5s^2$$

$$24 = \text{ج}، 23 = \text{ب}، 5 = \text{أ}$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $24 \times 5 = 120$  ومجموعهما 23

$$23 = 8 + 15، \quad 120 = 8 \times 15$$

$$24 + 23s + 5s^2 = 24 + 8s + 15s + 5s^2$$

$$(24 + 8s) + (15s + 5s^2) =$$

$$(3 + 8s)(3 + 5s) =$$

$$(8 + 5s)(3 + s) =$$

$$(16) \quad 3س^3 - 2س^2 - 8س + 15$$

$$3س^3 - 2س^2 - 8س + 15$$

$$3 = أ، 2 = ب، 8 = ج، 15 = د$$

أجد عددين ناتج ضربهما  $3 \times 15 = 45$  ومجموعهما  $8$

لا يوجد عاملان حاصل ضربهما  $45$  ومجموعهما  $8$

لذا  $3س^3 - 2س^2 - 8س + 15$  أولية

(17) صيد، أطلق صياد طلقة نارية ارتفاعها تمثلها المعادلة  $ع = -5ن^2 + 9ن + 2$ . بعد كم ثانية تصل الطلقة إلى الأرض؟

معادلة الارتفاع

$$ع = 0$$

الضرب في  $-1$

حلل إلى عوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$ع = -5ن^2 + 9ن + 2$$

$$0 = -5ن^2 + 9ن + 2$$

$$0 = 2 - 9ن - 5ن^2$$

$$0 = (2 - 9ن) (1 + 5ن)$$

$$0 = 2 - 9ن \quad \text{أو} \quad 0 = 1 + 5ن$$

$$2 = 9ن \quad \text{أو} \quad 1 = -5ن$$

$$2 = 9ن \quad \text{أو} \quad -\frac{1}{5} = ن$$

تصل الطلقة إلى الأرض بعد  $2$  ثانية

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(18) \quad 2س^2 + 9س - 18 = 0$$

$$2س^2 + 9س - 18 = 0$$

$$0 = (2س - 3) (س + 6)$$

$$0 = 2س - 3 \quad \text{أو} \quad 0 = س + 6$$

$$2س = 3 \quad \text{أو} \quad س = -6$$

$$س = \frac{3}{2} \quad \text{أو} \quad س = -6$$

الجذران هما:  $\frac{3}{2}$ ،  $-6$

C

$$\text{التحقق:} \quad 0 = 18 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

C

$$0 = 18 - (-6)^2 + (-6)^2$$

$$(19) \quad 0 = 15 + 17s + 2s^2$$

المعادلة الأصلية

$$0 = 15 + 17s + 2s^2$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (3 + s)(5 + s)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 3 + s \quad \text{أو} \quad 0 = 5 + s$$

حل كل معادلة

$$3 = -s \quad \text{أو} \quad 5 = -s$$

$$3 = -s \quad \text{أو} \quad \frac{5}{4} = -s$$

الجذران هما:  $3 = -$  ،  $\frac{5}{4} = -$

C التحقق:  $0 = 15 + \left(\frac{5}{4}\right)17 - 2\left(\frac{5}{4}\right)^2$  ←

C  $0 = 15 + (3)17 - 2(3)^2$

$$(20) \quad 16 = 26s + 3s^2$$

المعادلة الأصلية

$$16 = 26s + 3s^2$$

معادلة صفرية

$$0 = 16 + 26s + 3s^2$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (8 - s)(2 - 3s)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 8 - s \quad \text{أو} \quad 0 = 2 - 3s$$

حل كل معادلة

$$8 = s \quad \text{أو} \quad 2 = 3s$$

$$8 = s \quad \text{أو} \quad \frac{2}{3} = s$$

الجذران هما:  $8$  ،  $\frac{2}{3}$

C التحقق:  $16 = \left(\frac{2}{3}\right)26 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^2$  ←

C  $16 = (8)26 + 3(8)^2$

المعادلة الأصلية  
معادلة صفرية  
حلل إلى عوامل  
خاصية الضرب الصفري  
حل كل معادلة

$$(21) \quad 15 = 2x^2 + 13x$$

$$15 = 2x^2 + 13x$$

$$0 = 15 + 13x - 2x^2$$

$$0 = (5-x)(3-2x)$$

$$0 = 5-x \quad \text{أو} \quad 0 = 3-2x$$

$$5 = x \quad \quad \quad 3 = 2x$$

$$5 = x \quad \quad \quad \frac{3}{2} = x$$

الجذران هما:  $\frac{3}{2}$  ، 5

C

$$\text{التحقق:} \quad 15 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 13\left(\frac{3}{2}\right)$$

C

$$15 = (5)^2 + 13(5)$$

$$(22) \quad 2 = 5x + 3x^2$$

$$2 = 5x + 3x^2$$

$$0 = 2 - 5x - 3x^2$$

$$0 = (2-x)(1+3x)$$

$$0 = 2-x \quad \text{أو} \quad 0 = 1+3x$$

$$2 = x \quad \quad \quad 1 = 3x$$

$$2 = x \quad \quad \quad \frac{1}{3} = x$$

الجذران هما:  $\frac{5}{2}$  ، 2

C

$$\text{التحقق:} \quad 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{3}\right)$$

C

$$2 = (2)^2 + 5(2)$$



$$(23) \quad 30 - = 4س^2 + 19س -$$

المعادلة الأصلية

$$30 - = 4س^2 + 19س -$$

معادلة صفرية

$$0 = 30 - 4س^2 - 19س$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (4س + 5)(س - 6)$$

خاصية الضرب الصفري

$$4س + 5 = 0 \quad \text{أو} \quad 4س - 6 = 0$$

حل كل معادلة

$$4س = -5 \quad 4س = 6$$

$$س = -\frac{5}{4} \quad س = \frac{6}{4}$$

الجزران هما:  $-\frac{5}{4}$  ،  $\frac{6}{4}$

C

$$0 = 30 + \left(\frac{5}{2}\right) 17 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

C

$$0 = 30 + (6) 17 - (6)^2$$

(24) نظرية الأعداد: ستة أمثال مربع العدد س مضافاً إليها 11 مثلاً للعدد يساوي 2. ما القيم الممكنة لـ س؟

كتابة المعادلة

$$2 = 6س^2 + 11س$$

معادلة صفرية

$$0 = 2 - 6س^2 - 11س$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (2س + 1)(س - 6)$$

خاصية الضرب الصفري

$$2س + 1 = 0 \quad \text{أو} \quad 2س - 6 = 0$$

حل كل معادلة

$$2س = -1 \quad 2س = 6$$

$$س = -\frac{1}{2} \quad س = \frac{6}{2}$$

قيم س الممكنة هي:  $-\frac{1}{2}$  ،  $\frac{6}{2}$



حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(25) \quad 6x^2 - 23x - 20$$

$$6x^2 - 23x - 20 = (6x + 5)(x - 4)$$

$$= [(6x + 5) + (x - 4)] - =$$

$$= [(5 + 2x) + (x - 4)] - =$$

$$= [(5 + 2x)(x - 4)] - =$$

$$(26) \quad 4x^2 - 15x - 14$$

$$4x^2 - 15x - 14 = (4x + 7)(x - 2)$$

$$= [(4x + 7) + (x - 2)] - =$$

$$= [(2 + 4x) + (x - 2)] - =$$

$$= [(2 + 4x)(x - 2)] - =$$

$$(27) \quad 5x^2 + 18x + 8$$

$$5x^2 + 18x + 8 = (5x + 2)(x + 4)$$

$$= [(5x + 2) + (x + 4)] - =$$

$$= [(5x + 2) + (x + 4)] - =$$

$$= [(5x + 2)(x + 4)] - =$$

$$(28) \quad 6x^2 + 31x - 35$$

$$6x^2 + 31x - 35 = (6x - 5)(x + 7)$$

$$= [(6x - 5) + (x + 7)] - =$$

$$= [(6x - 5) + (x + 7)] - =$$

$$= [(6x - 5)(x + 7)] - =$$

$$(29) \quad 4s^2 + 5s - 12$$

$$- 4s^2 + 5s - 12$$

لا يوجد عدنان حاصل ضربهما ٨٤ ومجموعهما ٥

لذا:  $- 4s^2 + 5s - 12$  أولية

$$(30) \quad 12s^2 + s + 20$$

$$- 12s^2 + s + 20 = - 12s^2 + 16s - 15s + 20$$

$$= - [12s^2 - 16s + 15s - 20]$$

$$= - [4s(3s - 4) + 5(3s - 4)]$$

$$= - [(3s - 4)(4s + 5)]$$

(31) **تخطيط:** خطت بلدية إحدى المدن لبناء منتزه جديد مستطيل الشكل، يمكن التعبير عن مساحته بالعبارة:  $660s^2 + 524s + 85$ . حلل هذه العبارة لإيجاد ثنائيي حد بمعاملات أعداد صحيحة تمثل البعدين الممكنين للمنتزه. وإذا كانت  $s = 8$ ، فما محيط المنتزه؟

$$660s^2 + 524s + 85 = 660s^2 + 150s + 374s + 85$$

$$= (660s^2 + 150s) + (374s + 85)$$

$$= 30s(22s + 5) + 17(22s + 5)$$

$$= (22s + 5)(30s + 17)$$

بعدا المنتزه هما:  $30s + 17$  ،  $22s + 5$

$$\text{محيط المنتزه} = 2(30s + 17) + 2(22s + 5)$$

$$= 2(52s + 39) = 104s + 78$$

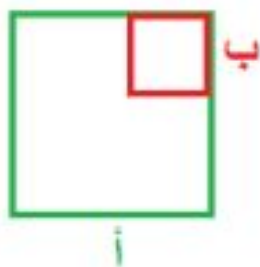
$$= 104(8) + 78 = 832 + 78 = 910$$

محيط المنتزه =  $910$  وحدة طول



تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة. تحليل أنواع خاصة من كثيرات الحدود.

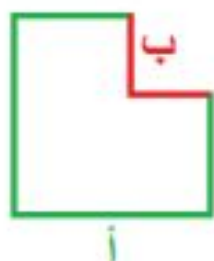
(أ) هندسيًا، ارسم مربعًا طول ضلعه أ. ثم ارسم داخله مربعًا أصغر يشترك معه في أحد الرؤوس. طول ضلعه ب. ما مساحة كل من المربعين؟



مساحة المربع الكبير = طول الضلع في نفسه =  $a^2 = a \times a$

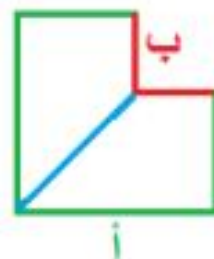
مساحة المربع الصغير = طول الضلع في نفسه =  $b^2 = b \times b$

(ب) هندسيًا، قصّ المربع الصغير. ما مساحة المنطقة الباقية؟



مساحة المنطقة الباقية =  $a^2 - b^2$

(ج) تحليليًا، ارسم خطًا قطريًا بين رأس المربع الكبير ورأس المربع الصغير في الشكل المتبقي. وقصّ على طول هذا الخط للحصول على قطعتين متطابقتين، ثم أعد ترتيب القطعتين لتشكلا مستطيلًا. ما بُعدا المستطيل الناتج؟



بعدا المستطيل =  $(a - b)(a + b)$

(د) تحليليًا، اكتب مساحة المستطيل على صورة ناتج ضرب ثنائي حد.

مساحة المستطيل =  $(a - b)(a + b)$

(هـ) لفظيًا، أكمل العبارة  $a^2 - b^2 = \dots$ . لماذا هذه العبارة صحيحة؟

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

كلا الطرفين يمثلان المساحة نفسها



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣٣) اكتشف الخطأ، حل كل من زكريا وسامي المعادلة  $6س^2 - 12س = 12$ . فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

سامي	زكريا
$6س^2 - 12س = 12$	$6س^2 - 12س = 12$
$12س(س - 1) = 12$	$6س^2 - 12س - 12 = 0$
$12س = 12$ أو $12س = 1$	$0 = (4س + 3)(س - 2)$
$س = 1$ أو $س = \frac{1}{12}$	$0 = 4س + 3$ أو $0 = س - 2$
	$س = -\frac{3}{4}$ أو $س = 2$

إجابة زكريا هي الصحيحة لأنه أعاد كتابة المعادلة بحيث أحد طرفيها يساوي الصفر ثم استخدم خاصية الضرب الصفري.

(٣٤) مسألة مفتوحة، اكتب معادلة تربيعية معاملات حدودها أعداد صحيحة على أن يكون:  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{3}{5}$

حليّن لها، فسّر ذلك

$$0 = 10س^2 + س - 3$$

حلل إلى عوامل

$$0 = (5س + 3)(2س - 1)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 5س + 3 \text{ أو } 0 = 2س - 1$$

$$5س = -3 \text{ أو } 2س = 1$$

حل كل معادلة

$$س = -\frac{3}{5} \text{ أو } س = \frac{1}{2}$$

(٣٥) اكتب، فسّر كيف تحدد القيم التي يجب اختيارها لـ م و ن عند تحليل كثيرة الحدود على الصورة  $أس^2 + ب س + ج$ .

أوجد عددين م، ن يحققان الشرطين:  $م = ن = أ ج$ ،  $م + ن = ب$

## تدريب على اختبار

(٣٦) إجابة قصيرة: لدى سلمى أختان: إحداهما أكبر منها بـ ٨ سنوات، والأخرى أصغر منها بستين، وناتج ضرب عمري أختيها ٥٦. فكم سنة عمر سلمى؟

نفرض أن عمر سلمى = س

الأولى: س + ٨

الثانية = س - ٢

$$٥٦ = (٨ + س) (س - ٢)$$

$$٥٦ = ١٦ - ٨س + ٢س - ٢س^٢$$

$$٠ = ٥٦ - ١٦ - ٨س + ٢س^٢$$

$$٠ = ٤٠ - ٨س + ٢س^٢$$

$$٠ = (٢س - ٨) (س + ٥)$$

$$٠ = ٢س - ٨ \quad ٠ = س + ٥$$

إذن عمر سلمى = ٦ سنوات

(٣٧) ما مجموعة حل المعادلة  $٢س^٢ + ٢س - ٢٤ = ٠$ ؟

(ج)  $\{-٣، ٨\}$

(أ)  $\{-٤، ٦\}$

(د)  $\{-٤، ٦\}$

(ب)  $\{-٣، ٨\}$

$$٠ = ٢س^٢ + ٢س - ٢٤$$

$$٠ = (٢س - ٤) (س + ٦)$$

$$٠ = ٢س - ٤ \quad ٠ = س + ٦$$

$$٦ = ٢س - ٤ \quad ٠ = س + ٦$$

الاختيار الصحيح: (د)  $\{-٤، ٦\}$



## مراجعة تراكمية

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(38) \quad 14 + 9s - 2s^2$$

$$\begin{aligned} 14 + 9s - 2s^2 &= 14 + 9s - 2s^2 \\ &= (2 - s)7 - (2 - s)s \\ &= (2 - s)(7 - s) \end{aligned}$$

$$(39) \quad 24 - 5s - 2s^2$$

$$\begin{aligned} 24 - 5s - 2s^2 &= 24 - 5s - 2s^2 \\ &= (3 + s)8 - (3 + s)s \\ &= (3 + s)(8 - s) \end{aligned}$$

$$(40) \quad 36 + 15e + 2e^2$$

$$\begin{aligned} 36 + 15e + 2e^2 &= 36 + 15e + 2e^2 \\ &= (3 + e)12 + (3 + e)e \\ &= (3 + e)(12 + e) \end{aligned}$$

حلّل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(41) \quad 0 = (9 - a)a$$

$$0 = a$$

$$0 = 9 - a$$

$$9 = a$$

الجذران هما: 0، 9

$$C \quad \text{التحقق: } 0 = (9 - 0)0$$

$$C \quad 0 = (9 - 9)9$$

$$٠ = (١ - ص)(٦ + ٢ص) \quad (٤٢)$$

$$٠ = ٦ + ٢ص$$

$$٦ - = ٢ص$$

$$٣ - = ص$$

$$٠ = ١ - ص$$

$$١ = ص$$

الجذران هما: ٠، ١

C

$$٠ = (٩ - ٠)٠ \leftarrow \text{التحقق:}$$

C

$$٠ = (٩ - ٩)٩$$

$$٠ = ١٠س - ٢٠س^٢ \quad (٤٣)$$

$$٠ = (٢ - س)١٠$$

$$٠ = ١٠س$$

$$٠ = س$$

$$٠ = ٢ - س$$

$$٢ = س$$

الجذران هما: ٠، ٢

C

$$٠ = (٠)٢٠ - (٠)١٠ \leftarrow \text{التحقق:}$$

C

$$٠ = (٢)٢٠ - (٢)١٠$$

(٤٤) حلّ المتباينة المركبة  $١٢ < ٢ + ك$  و  $١٨ \geq ٢ + ك$ ، ثمّ مثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

$$١٢ < ٢ + ك$$

$$٢ - ١٢ < ك$$

$$١٠ < ك$$

$$٢ - ١٨ \geq ك$$

$$١٦ \geq ك$$

$$\{ك: ١٠ < ك \leq ١٦\}$$



## استعد للدرس اللاحق

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$\sqrt{16} \quad (٤٥)$$

$$4 \pm = \sqrt{16}$$

$$\sqrt{64} \quad (٤٦)$$

$$8 \pm = \sqrt{64}$$

$$\sqrt{121} \quad (٤٧)$$

$$11 \pm = \sqrt{121}$$

$$\sqrt{100} \quad (٤٨)$$

$$10 \pm = \sqrt{100}$$

# المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين

٥-٧

## تحقق

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(أ) ٨١ - ج٢$$

$$٨١ - ج٢ = (٩ - ج)(٩ + ج)$$

$$= (ج - ٩)(ج + ٩)$$

اكتب العبارة على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

$$(ب) ٦٤ ج٢ - ه٢$$

$$٦٤ ج٢ - ه٢ = (٨ ج - ه)(٨ ج + ه)$$

$$= (ه - ٨ ج)(ه + ٨ ج)$$

اكتب العبارة على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

$$(ج) ٩ س٣ - ٤ س$$

$$٩ س٣ - ٤ س = س(٩ س٢ - ٤)$$

$$= س(٣ س - ٢)(٣ س + ٢)$$

$$= س(٣ س + ٢)(٣ س - ٢)$$

حلل بإخراج ق.م.أ

اكتب العبارة على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

$$(د) ٤ ص٣ + ٩ ص$$

$$٤ ص٣ + ٩ ص = ص(٤ ص٢ + ٩)$$

$$= ص(٢ ص + ٣)(٢ ص - ٣)$$

$$= ص(٢ ص - ٣)(٢ ص + ٣)$$

حلل بإخراج ق.م.أ

اكتب العبارة على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$١٢ (١٢ - ٤)$$

اكتب ص<sup>٤</sup> - ١ على صورة أ<sup>١</sup> - ب<sup>١</sup>

تحليل فرق مربعين

تحليل فرق مربعين

$$ص^٤ - ١ = (ص^٢ - ١)(ص^٢ + ١)$$

$$= (ص - ١)(ص + ١)(ص^٢ + ١)$$

$$= (ص - ١)(ص + ١)(ص^٢ + ١)$$

$$٢٤ (٢٤ - ٤)$$

اكتب ٤أ<sup>٤</sup> - ب<sup>٤</sup> على صورة أ<sup>١</sup> - ب<sup>١</sup>

تحليل فرق مربعين

$$٤(٢٤ - ٤) = ٤(٢٤ - ٤)$$

$$= ٤(٢٤ - ٤)$$

$$٨١ (٨١ - ٤)$$

اكتب ٨١ - س<sup>٤</sup> على صورة أ<sup>١</sup> - ب<sup>١</sup>

تحليل فرق مربعين

تحليل فرق مربعين

$$٨١ - س^٤ = (٩ - س^٢)(٩ + س^٢)$$

$$= (٩ - س^٢)(٩ + س^٢)$$

$$= (٣ - س)(٣ + س)(٩ + س^٢)$$

$$= (٣ - س)(٣ + س)(٩ + س^٢)$$

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$١٣ (١٣ - ٤)$$

حلل بإخراج ق.م.أ

اكتب ص<sup>٢</sup> - ٥٠ على صورة أ<sup>١</sup> - ب<sup>١</sup>

تحليل فرق مربعين

$$٢ص^٢ - ٥٠ = ٢(ص^٢ - ٢٥)$$

$$= ٢(ص^٢ - ٥)(ص + ٥)$$

$$= ٢(ص - ٥)(ص + ٥)$$

$$٣ (٣ - ٤)$$

حلل بإخراج ق.م.أ

اكتب س<sup>٦</sup> - ٩٦ على صورة أ<sup>١</sup> - ب<sup>١</sup>

تحليل فرق مربعين

تحليل فرق مربعين

$$٦(٣ - ٤) = ٦(٣ - ٤)$$

$$= ٦(٣ - ٤)$$

$$= ٦(٤ + س)(٤ - س)$$

$$= ٦(٤ + س)(٢ + س)(٢ - س)$$



$$3 \text{ ج) } 25 - m^5 - m^2 + m^3$$

تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة  $(25 - m^5) + (m^2 + m^3) = 25 - m^5 - m^2 + m^3$

حلل بإخراج ق.م.أ

$$(1 + m^2)25 - (1 + m^2)m^2 =$$

$2 + m$  عامل مشترك

$$(1 + m^2)(25 - m^2) =$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$(1 + m^2)(5 - m)(5 + m) =$$

$$3 \text{ د) } 66 + r + r^2 + r^3$$

تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة  $(66 + r) + (r^2 + r^3) = 66 + r + r^2 + r^3$

حلل بإخراج ق.م.أ

$$(6 + r)11 + (6 + r)r^2 =$$

$6 + r$  عامل مشترك

$$(6 + r)(11 + r^2) =$$

٤) حُلِّ المعادلة:  $18s^3 = 50s$  ؟

أ)  $0, \frac{5}{3}$       ب)  $\frac{5}{3}, \frac{5}{3}$       ج)  $\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, 0$       د)  $\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, 1$

$$18s^3 = 50s$$

$$0 = 50s - 18s^3$$

$$0 = 2s(25 - 9s^2)$$

$$0 = 2s(5 + 3s)(5 - 3s)$$

$$0 = 5 + 3s \quad \text{أو} \quad 0 = 5 - 3s \quad \text{أو} \quad 0 = 2s$$

$$5 = -3s \quad \text{أو} \quad 5 = 3s \quad \text{أو} \quad 0 = 2s$$

$$\frac{5}{3} = -s \quad \text{أو} \quad \frac{5}{3} = s \quad \text{أو} \quad 0 = 2s$$

الاختيار الصحيح: ج)  $0, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}$

طرح  $50s$  من الطرفين

حلل بإخراج ق.م.أ

تحليل الفرق بين مربعين

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة



حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(1) \quad 9 - s^2$$

اكتب العبارة  $s^2 - 9$  على صورة أ - ب

$$s^2 - 9 = (s - 3)(s + 3)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= (s - 3)(s + 3)$$

$$(2) \quad 25 - 4a^2$$

اكتب العبارة  $25 - 4a^2$  على صورة أ - ب

$$25 - 4a^2 = (5 - 2a)(5 + 2a)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= (5 - 2a)(5 + 2a)$$

$$(3) \quad 162 - 2l^3$$

حلل بإخراج ق.م.أ

$$162 - 2l^3 = 2l^3(81 - l^3)$$

اكتب العبارة  $81 - l^3$  على صورة أ - ب

$$81 - l^3 = (9 - l)(9 + l)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= 2l^3(9 - l)(9 + l)$$

(٤) و٤-٨١

اكتب العبارة و٤-٨١ على صورة أ١-ب١

$$٨١ - ٤ = (٩) - (١)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$(٩ + ١) (٩ - ١) =$$

تحليل الفرق بين مربعين (٩ - ١)

$$(٩ + ١) (٣ + ١) (٣ - ١) =$$

(٥) ٣٢-٤د٢

حلل بإخراج ق.م.أ

$$٣٢ - ٤د٢ = ٤(٨ - د٢)$$

اكتب العبارة د٢-٣٢ على صورة أ١-ب١

$$٣٢ - ٤د٢ = [٤(٨ - د٢)]$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$٤(٨ + د٢) (٨ - د٢) =$$

تحليل الفرق بين مربعين (٨ - د٢)

$$٤(٨ + د٢) (٢ + د٢) (٢ - د٢) =$$

(٦) ٢٠-٤ر٢

حلل بإخراج ق.م.أ

$$٢٠ - ٤ر٢ = ٤(٥ - ر٢)$$

اكتب العبارة ر٢-٢٠ على صورة أ١-ب١

$$٢٠ - ٤ر٢ = ٤(٥ - ر٢)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$٤(٥ + ر٢) (٥ - ر٢) =$$

(٧) ٢٥٦-٤ج٢

اكتب العبارة ٢٥٦-٤ج٢ على صورة أ١-ب١

$$٢٥٦ - ٤ج٢ = ٤(٦٤ - ج٢)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$٤(٦٤ + ج٢) (٦٤ - ج٢) =$$

$$٤(٦٤ + ج٢) (٤ - ج٢) =$$

تحليل الفرق بين مربعين (٤ - ج٢)

$$٤(٤ + ج٢) (٤ - ج٢) (٤ + ج٢) =$$

$$(8) \quad 2ج^2 + 3ج - 2ج^2 - 3ج - 3ج - 3ج$$

تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة  $(3 - ج^2) + (ج^2 + 3ج) = 3 - ج^2 - 3ج + 3ج$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad ج(3 + ج^2) - (3 + ج^2) =$$

$$2ج + 3 \text{ عامل مشترك} \quad (ج - 1)(3 + ج^2) =$$

$$\text{تحليل الفرق بين مربعين} \quad (ج - 1)(ج + 1)(3 + ج^2) =$$

$$(9) \quad 3ن^3 + 2ن^2 - 48ن - 32$$

$$(3ن^3 + 2ن^2) + (-48ن - 32) = 3ن^3 + 2ن^2 - 48ن - 32$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad 2ن(3ن^2 + ن) - 16(3ن + 2) =$$

$$2ن + 3 \text{ عامل مشترك} \quad (3ن^2 + ن - 16)(2ن + 3) =$$

$$\text{تحليل الفرق بين مربعين} \quad (3ن^2 + ن - 16)(2ن + 3) =$$

(10) سيارات: قد يكون الأثر الذي تتركه عجلات السيارة ناجمًا عن وقوفها المفاجيء. والمعادلة  $\frac{1}{24}ع^2 = ف$  تعبر عن سرعة السيارة التقريبية (ع) بالميل / ساعة، علمًا بأن (ف) هو طول الأثر الذي تتركه الإطارات بالقدم على سطح جاف. إذا كان طول أثر الإطارات 54 قدمًا، فكم كانت سرعة السيارة عند استعمال الكوابح؟

كتابة المعادلة

$$ف = \frac{1}{24}ع^2$$

عوض عن ف = 54

$$54 = \frac{1}{24}ع^2$$

الضرب في 24

$$1296 = ع^2$$

$$ع = \sqrt{1296} = 36$$

سرعة السيارة عند استعمال الكوابح = 36 ميلاً / ساعة



## تدرب وحل المسائل:



حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(11) \quad 121 - 2l$$

$$121 - 2l = 11^2 - 2l$$

$$= (11 - l)(11 + l)$$

اكتب العبارة ل<sup>2</sup> - 121 على صورة أ<sup>2</sup> - ب<sup>2</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

$$(12) \quad r^4 - k^4$$

$$r^4 - k^4 = (r^2)^2 - (k^2)^2$$

$$= (r^2 - k^2)(r^2 + k^2)$$

$$= (r - k)(r + k)(r^2 + k^2)$$

اكتب العبارة ر<sup>4</sup> - ك<sup>4</sup> على صورة أ<sup>2</sup> - ب<sup>2</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

تحليل الفرق بين مربعين

$$(13) \quad 6 - n^6$$

$$6 - n^6 = 6 - (n^3)^2$$

$$= [6 - (n^3)^2]$$

$$= (1 - n^3)(1 + n^3)$$

$$= (1 - n)(1 + n)(1 + n^3)$$

حلل بإخراج ق. م. أ

اكتب العبارة ن<sup>6</sup> - 1 على صورة أ<sup>2</sup> - ب<sup>2</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

تحليل الفرق بين مربعين

$$(14) \quad 9n^2 - r^2$$

$$9n^2 - r^2 = (3n)^2 - r^2$$

$$= (3n - r)(3n + r)$$

اكتب العبارة ر<sup>2</sup> - 9ن<sup>2</sup> على صورة أ<sup>2</sup> - ب<sup>2</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

$$(15) \quad 2ج^2 - 32د^2$$

$$2ج^2 - 32د^2 = 2(ج^2 - 16د^2)$$

$$= 2[ج^2 - (4د)^2]$$

حلل بإخراج ق. م. أ

اكتب العبارة ج<sup>2</sup> - 16د<sup>2</sup> على صورة أ<sup>2</sup> - ب<sup>2</sup>

تحليل الفرق بين مربعين

$$= 2(ج - 4د)(ج + 4د)$$



(١٦) هـ<sup>٣</sup> - ١٠٠ هـ

حلل بإخراج ق. م. أ

$$هـ^3 - 100ه = ه(ه^2 - 100)$$

اكتب العبارة ه<sup>٣</sup> - ١٠٠ ه على صورة أ<sup>٣</sup> - ب<sup>٣</sup>

$$ه[ه^2(100) - ه] =$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$ه(ه - 10)(ه + 10) =$$

(١٧) هـ<sup>٤</sup> - ٢٥٦اكتب العبارة ه<sup>٤</sup> - ٢٥٦ ه على صورة أ<sup>٤</sup> - ب<sup>٤</sup>

$$ه^4 - 256ه = ه(ه^3 - 256)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$ه(ه + 16)(ه - 16) =$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$ه(ه - 4)(ه + 4)(ه + 16) =$$

(١٨) ٨١ + ن<sup>٢</sup> - ن<sup>٣</sup> - ١٦٢ نتجميع الحدود ذات العوامل المشتركة  
 $(٨١ + ن^٢ - ن^٣ - ١٦٢ن) = (٨١ + ن^٢) - (ن^٣ - ١٦٢ن)$ 

$$حلل بإخراج ق. م. أ  $٨١ + ن^٢ - ن^٣ - ١٦٢ن = (٨١ + ن^٢) - (ن^٣ - ١٦٢ن)$$$

$$٨١ + ن^٢ - ن^٣ - ١٦٢ن = (٨١ - ن^٣) + (ن^٢ - ١٦٢ن)$$

$$(٨١ - ن^٣) + (ن^٢ - ١٦٢ن) = (٨١ - ن^٣)(١ - ن)$$

$$تحليل الفرق بين مربعين  $(٨١ - ن^٣)(١ - ن) = (٩ + ن)(٩ - ن)(١ - ن)$$$

(١٩) س<sup>٢</sup> - ٤ص<sup>٢</sup>اكتب العبارة س<sup>٢</sup> - ٤ص<sup>٢</sup> ه على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>

$$س^2 - 4ص^2 = (س - 2ص)(س + 2ص)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$(س - 2ص)(س + 2ص) =$$

(٢٠) هـ<sup>٤</sup> ل<sup>٧</sup> - هـ<sup>٤</sup> ل<sup>٧</sup>

حلل بإخراج ق. م. أ

$$ه^4 ل^7 - ه^4 ل^7 = ه^4 ل^7 (ل - ه)$$

اكتب العبارة ه<sup>٤</sup> ل<sup>٧</sup> - هـ<sup>٤</sup> ل<sup>٧</sup> ه على صورة أ<sup>٤</sup> - ب<sup>٤</sup>

$$ه^4 ل^7 (ل - ه) = ه^4 ل^7 (ل - ه)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$ه^4 ل^7 (ل - ه) = ه^4 ل^7 (ل - ه)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$7 = (ل + هـ) (ل - هـ)$$

$$(21) \quad 6ك^2هـ - 5ك^4$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$6ك^2هـ - 5ك^4 = (ك^2هـ - 5ك^4)$$

$$= (ك^2هـ - 5ك^4) = (ك^2هـ - 5ك^4)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= (ك^2هـ - 5ك^4) = (ك^2هـ - 5ك^4)$$

$$(22) \quad 5هـ^3 - 20هـ$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$5هـ^3 - 20هـ = 5هـ(هـ^2 - 4)$$

اكتب العبارة هـ - 4 على صورة أ - ب

$$= 5هـ(هـ^2 - 4)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= 5هـ(هـ + 2)(هـ - 2)$$

$$(23) \quad 3ف^3 + 2ف^2 - 64ف - 128$$

$$= 3ف^3 + 2ف^2 - 64ف - 128$$

$$= 3ف^3 + 2ف^2 - 64ف - 128$$

$$= 3ف^3 + 2ف^2 - 64ف - 128$$

$$= 3ف^3 + 2ف^2 - 64ف - 128$$

$$(24) \quad 3ر^3 - 192ر$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$3ر^3 - 192ر = 3ر(ر^2 - 64)$$

$$= 3ر(ر^2 - 64)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= 3ر(ر + 8)(ر - 8)$$

$$(25) \quad 10ك^3 - 1210ك$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$10ك^3 - 1210ك = 10ك(ك^2 - 121)$$

$$= 10ك(ك^2 - 121)$$

تحليل الفرق بين مربعين  $10ك (ك + 11) (ك - 11) =$

$$(26) \quad 3س^3 ن^4 - 27س^3$$

حلل بإخراج ق. م. أ  $3س^3 ن^4 - 27س^3 = 3س^3 (ن^4 - 9س^0)$

اكتب العبارة ك<sup>١</sup> - ١٢١ على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>  $3س^3 [ن^4 - 9س^0] = 3س^3 [(ن^2)^2 - (3س^0)^2]$

تحليل الفرق بين مربعين  $3س^3 (ن^2 + 3س^0) (ن^2 - 3س^0) =$

$$(27) \quad 3ل^3 ر^5 - 3ل^3 ر$$

حلل بإخراج ق. م. أ  $3ل^3 ر^5 - 3ل^3 ر = 3ل^3 ر (ر^4 - 1)$

اكتب العبارة ر<sup>١</sup> - ١ على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>  $3ل^3 ر [ر^4 - 1] = 3ل^3 ر [(ر^2)^2 - (1)^2]$

تحليل الفرق بين مربعين  $3ل^3 ر (ر^2 + 1) (ر^2 - 1) =$

تحليل الفرق بين مربعين  $3ل^3 ر (ر^2 + 1) (ر + 1) (ر - 1) =$

$$(28) \quad 8ج^3 - 8ج$$

حلل بإخراج ق. م. أ  $8ج^3 - 8ج = 8ج (ج^2 - 1)$

اكتب العبارة ج<sup>١</sup> - ١ على صورة أ<sup>٢</sup> - ب<sup>٢</sup>  $8ج [(ج^2)^2 - (1)^2] =$

تحليل الفرق بين  $8ج (ج + 1) (ج - 1) =$

ب<sup>١</sup>  
مربعين

$$(29) \quad 5ر^3 - 5ر^2 - 10ر + 5$$

$$(5ر^3 + 5ر^2 - 10ر - 5) + (5ر^3 - 5ر^2) = 5ر^3 + 5ر^2 - 10ر - 5 + 5ر^3 - 5ر^2$$

حلل بإخراج ق. م. أ  $5ر^3 + 5ر^2 - 10ر - 5 + 5ر^3 - 5ر^2 = 5(ر^3 + ر^2 - 2ر - 1) + 5(ر^3 - ر^2)$

ر - ٥ عامل مشترك  $5(ر^3 + ر^2 - 2ر - 1) + 5(ر^3 - ر^2) = 5(ر^3 + ر^2 - 2ر - 1) + 5(ر^3 - ر^2)$

تحليل الفرق بين مربعين  $5(ر^3 + ر^2 - 2ر - 1) + 5(ر^3 - ر^2) = 5(ر^3 + ر^2 - 2ر - 1) + 5(ر^3 - ر^2)$

$$(30) \quad 7ن^3 - 3ن^3 - 7ن^2 + 3ن^2$$

$$(7ن^3 + 7ن^2 - 3ن^3 - 3ن^2) + (7ن^3 - 3ن^3) = 7ن^3 + 7ن^2 - 3ن^3 - 3ن^2 + 7ن^3 - 3ن^3$$

حلل بإخراج ق. م. أ  $7ن^3 + 7ن^2 - 3ن^3 - 3ن^2 + 7ن^3 - 3ن^3 = 7ن^3 + 7ن^2 - 3ن^3 - 3ن^2 + 7ن^3 - 3ن^3$

عامل مشترك (7 - 3)  $7ن^3 + 7ن^2 - 3ن^3 - 3ن^2 + 7ن^3 - 3ن^3 = 7ن^3 + 7ن^2 - 3ن^3 - 3ن^2 + 7ن^3 - 3ن^3$



$$= (1 + n)(1 - n)(n^2 - 7) \text{ تحليل الفرق بين مربعين}$$

$$(31) \quad 81 - m^3 + 9m^2 + 4m^3$$

$$(81 - m^3) + (9m^2 + 4m^3) = 81 - m^3 - 9m^2 + 4m^3$$

$$= m^3(4 - 9m) - (9 - m^3) \text{ حلل باخراج ق. م. ا}$$

$$= (4 - m)(9 + m^3) \text{ عامل مشترك } 9 + m^3$$

$$= (4 + m)(4 - m)(9 + m^3) \text{ تحليل الفرق بين مربعين}$$

$$(32) \quad 243 + 3m^4$$

$$\text{حلل باخراج ق. م. ا} \quad 3(81 + m^4)$$

$$(33) \quad 216s^4 + 6s^3 - 36s^2 - 16s$$

$$= s(216s^3 + 6s^2 - 36s - 16)$$

$$= s[(216s^3 - 36s) + (6s^2 - 16)]$$

$$= s[36s(6s^2 - 1) + 2(3s^2 - 8)]$$

$$= s[36s(6s - 1)(6s + 1) + 2(3s - 4)(3s + 4)]$$

$$= s(6s - 1)(6s + 1)(3s - 4)(3s + 4)$$

$$(34) \quad 300 - 375m^2 + 12m^3 + 15m^4$$

$$= 15m^4 + 12m^3 - 375m^2 - 300 \text{ حلل باخراج ق. م. ا}$$

$$= 15m^2(m^2 + 4m - 25) - 300$$

$$= 15m^2[(m^2 + 4m - 25) - 20] \text{ حلل باخراج ق. م. ا}$$

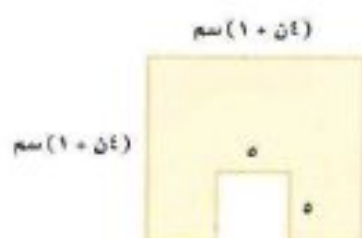
$$= 15m^2(m + 5)(m - 5) \text{ عامل مشترك } m + 5$$

$$= 15m^2(m - 5)(m + 5) \text{ تحليل الفرق بين مربعين}$$

٣٥ هندسة: يمثل الشكل المجاور مربعاً قُطِعَ منه مربع آخر.

(أ) اكتب عبارة تمثل مساحة المنطقة المظللة.

مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع الكبير - مساحة المربع الصغير



$${}^1(1 + 4n) - {}^1n =$$

$$25 - 1 + 8n + 16n =$$

$$24 - 8n + 16n =$$

(ب) أوجد بُعدي مستطيل له مساحة المنطقة المظللة نفسها، مفترضاً

أنهما يُمثَلان بثنائيتي حد بمعاملات صحيحة.

$$24 - 8n + 16n = 24 - 2n + 16n =$$

$$(24 - 8n) + (2n + 16n) =$$

$$24 - 8n + 2n + 16n =$$

حلل بإخراج ق. م. أ

٤ن + ٦ عامل مشترك

$$(4 - 8n)(2n + 16n) =$$

البعدان هما: ٤ن + ٦ ، ٤ - ٨ن

٣٦ مبانٍ: أراد زياد بناء ملحق في باحة منزله الخلفية، بُعدها ٨ م ، ٨ م .

ثم قرَّر تقليص طول أحد البعدين وزيادة البعد الآخر بالعدد نفسه من الأمتار. فإذا كانت مساحة الملحق

بعد تقليصه تساوي ٦٠ م<sup>٢</sup>، فما بُعدها؟

البعدان الجديدان ٨ + س ، ٨ - س

المساحة بعد التقليص = (٨ + س)(٨ - س)

$$60 = 64 - س^2$$

$$س^2 = 64 - 60 = 4$$

$$س = 2$$

$$س = 2 \text{ أو } س = -2$$

$$س = 2 \text{ أو } س = 2$$

$$س = 2 \text{ أو } س = -2$$

البعدان بعد التقليص هما : ٨ + ٢ ، ٨ - ٢

تحليل الفرق بين مربعين

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة



البعدان بعد التقليل هما : ١٠ م، ٦ م

(٣٧) كتب: نشرت إحدى دور النشر كتابًا جديدًا، وتمثل المعادلة  $ع = -٢٥م + ١٢٥$  م مبيعات الكتاب،

حيث (ع) تمثل عدد النسخ المباعة، و (م) عدد الأشهر التي بيع فيها الكتاب.

(أ) في أي شهر يُتوقع أن تنفذ النسخ المعروضة من الكتاب؟

تنفذ الكتب عند  $ع = ٠$

$$٠ = -٢٥م + ١٢٥$$

$$٢٥م = (٥ + م)$$

$$٢٥م = ٥ + م$$

$$٢٥م = م$$

تنفذ الكتب في الشهر الخامس ( $م = ٥$ )

خاصية الضرب الصفري

(ب) متى وصلت المبيعات إلى ذروتها؟

وصلت المبيعات ذروتها في منتصف الشهر الثالث ( $م = ٢.٥$ )

(ج) ما عدد النسخ المباعة في الذروة؟

عدد النسخ المباعة في الذروة نعوض عن  $م = ٢.٥$

$$ع = -٢٥(٢.٥) + ١٢٥$$

$$ع = -٦٢.٥ + ١٢٥$$

$$ع = ٥٦.٥$$

$$ع = ٥٦.٥$$

ع  $\approx ٥٦$

حل كل معادلة مما يأتي بالتحليل، ثم تحقق من صحة الحل:

$$(38) \quad 121 = 36l^2$$

المعادلة الأصلية

$$121 = 36l^2$$

أساوي أحد الطرفين بالصفر

$$0 = 121 - 36l^2$$

تحليل فرق مربعين

$$0 = (11 - 6l)(11 + 6l)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 11 - 6l \quad \text{أو} \quad 0 = 11 + 6l$$

$$11 = 6l \quad \text{أو} \quad 11 = -6l$$

حل كل معادلة

$$\frac{11}{6} = l \quad \text{أو} \quad \frac{11}{6} = -l$$

الجذران هما:  $-\frac{11}{6}$  و  $\frac{11}{6}$

$$(39) \quad 25s^2 = 100$$

المعادلة الأصلية

$$25s^2 = 100$$

أساوي أحد الطرفين بالصفر

$$0 = 100 - 25s^2$$

تحليل فرق مربعين

$$0 = (10 - 5s)(10 + 5s)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 10 - 5s \quad \text{أو} \quad 0 = 10 + 5s$$

$$10 = 5s \quad \text{أو} \quad 10 = -5s$$

حل كل معادلة

$$\frac{10}{5} = s \quad \text{أو} \quad \frac{10}{5} = -s$$

الجذران هما:  $-2$  و  $2$

$$٠ = \frac{٩}{١٦} - ٢ص٤ \quad (٤٠)$$

$$٠ = \frac{٩}{١٦} - ٢ص٤$$

اكتب العبارة ج' - ١ على صورة أ' - ب'

$$٠ = ٢ص\left(\frac{٣}{٤}\right) - ٢$$

تحليل فرق مربعين

$$٠ = \left(\frac{٣}{٤} + ٢ص\right) \left(\frac{٣}{٤} - ٢ص\right)$$

خاصية الضرب الصفري

$$٠ = \frac{٣}{٤} + ٢ص \quad \text{أو} \quad ٠ = \frac{٣}{٤} - ٢ص$$

$$٢ \div \frac{٣}{٤} - = ص$$

$$٢ \div \frac{٣}{٤} = ص$$

حل كل معادلة

$$\frac{٣}{٨} - =$$

$$\frac{٣}{٨} = ص$$

الجذران هما:  $\frac{٣}{٨}$  و  $-\frac{٣}{٨}$

$$١٦ = ٢ص\frac{١}{٤} \quad (٤١)$$

$$١٦ = ٢ص\frac{١}{٤}$$

المعادلة الأصلية

$$٦٤ = ٢ص$$

الضرب في ٤

$$٠ = ٦٤ - ٢ص$$

أساوي أحد الطرفين بالصفر

$$٠ = (٨ + ص) (٨ - ص)$$

تحليل فرق مربعين

$$٠ = ٨ + ص \quad \text{أو} \quad ٠ = ٨ - ص$$

$$٨ - = ص$$

$$٨ = ص$$

الجذران هما: ٨ ، -٨

$$٠ = \frac{1}{25}س^2 - ٨١ \quad (٤٢)$$

$$٠ = س^2 - ٨١$$

المعادلة الأصلية

$$٠ = (س \frac{1}{5} - ٩) (س \frac{1}{5} + ٩)$$

تحليل فرق مربعين

$$٠ = س \frac{1}{5} - ٩ \quad \text{أو} \quad ٠ = س \frac{1}{5} + ٩$$

خاصية الضرب الصفري

$$٩ = س \frac{1}{5} \quad \text{أو} \quad ٩- = س \frac{1}{5}$$

الضرب في ٥

$$٤٥ = س \quad \text{أو} \quad ٤٥- = س$$

الجذران هما: ٤٥، ٤٥-

$$٠ = ٨١ - ٩د^2 \quad (٤٣)$$

$$٠ = ٨١ - ٩د^2$$

المعادلة الأصلية

$$٠ = (٩ - ٣د) (٩ + ٣د)$$

تحليل فرق مربعين

$$٠ = ٩ - ٣د \quad \text{أو} \quad ٠ = ٩ + ٣د$$

خاصية الضرب الصفري

$$٩ = ٣د \quad \text{أو} \quad ٩- = ٣د$$

حل كل معادلة

$$٣ = د \quad \text{أو} \quad ٣- = د$$

الجذران هما: ٣، ٣-



(٤٤) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة ثلاثية الحدود التي تمثل مربعًا كاملاً.

(أ) جدوئياً: انسخ الجدول أدناه وأكمه بتحليل كل ثلاثية حدود، ثم اكتب أول وآخر حد في كثيرة الحدود على صورة مربعات كاملة.

كثيرة الحدود	تحليل كثيرة الحدود	الحد الأول	الحد الأخير	الحد الأوسط
$٤س٢ + ١٢س + ٩$	$(٣+س٢)(٣+س٢)$	$٤س٢ = (٢س)٢$	$٩ = ٣٢$	$١٢ = ٢ \times ٢ \times ٣$
$٩س٢ - ٢٤س + ١٦$	$(٤-س٣)(٤-س٣)$	$٩س٢ = (٣س)٢$	$١٦ = ٤٢$	$٢٤ = ٢ \times ٣ \times ٤$
$٤س٢ - ٢٠س + ٢٥$	$(٥-س٢)(٥-س٢)$	$٤س٢ = (٢س)٢$	$٢٥ = ٥٢$	$٢٠ = ٢ \times ٢ \times ٥$
$١٦س٢ + ٢٤س + ٩$	$(٣+س٤)(٣+س٤)$	$١٦س٢ = (٤س)٢$	$٩ = ٣٢$	$٢٤ = ٢ \times ٤ \times ٣$

(ب) تحليلياً: اكتب الحد الأوسط في كل كثيرة حدود باستعمال الجذور التربيعية للمربعات الكاملة للحددين الأول والأخير.

الحد الأوسط
$١٢ = ٢ \times ٢ \times ٣$
$٢٤ = ٢ \times ٣ \times ٤$
$٢٠ = ٢ \times ٢ \times ٥$
$٢٤ = ٢ \times ٤ \times ٣$

(ج) جبرياً: اكتب قاعدة لثلاثية الحدود التي تمثل مربعًا كاملاً.

$$(أ + ب) (أ + ب) = أ٢ + ٢أب + ب٢$$

$$(أ - ب) (أ - ب) = أ٢ - ٢أب + ب٢$$

(د) نفضياً ما الشروط الواجب توافرها في ثلاثية حدود لتصنف على أنها مربع كامل؟

الشروط الواجب توافرها في ثلاثية حدود لتصنف على أنها مربع كامل هي:

١- الحدان الأول والأخير مربعين كاملين

٢- الحد الأوسط يساوي مثلي ناتج ضرب الجذرين التربيعيين للحددين الأول

والأخير بإشارة موجبة أو سالبة



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٤٥) اكتشف الخطأ: حللت كل من هلا ومنى العبارة الآتية، فأيهما إجابتها صحيحة؟ فسّر ذلك.

$$\begin{aligned} & \text{منى} \\ & = ١٦س٤ - ٢٥ص٢ \\ & (١٦س٤ - ٢٥ص٢)(١٦س٤ + ٢٥ص٢) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{هلا} \\ & = ١٦س٤ - ٢٥ص٢ \\ & (١٦س٤ - ٢٥ص٢)(١٦س٤ + ٢٥ص٢) \end{aligned}$$

إجابة منى هي الصحيحة، لأنه عند التحقق من إجابة هلا يكون ناتج الضرب  $١٦س٤ - ٢٥ص٢$ .

(٤٦) تحدّد: بسّط العبارة:  $٩ - (٣ + ك)^٢$  بتحليلها بالفرق بين مربعين.

العبارة الأصلية  
تحليل فرق مربعين  
التبسيط ثم التوزيع

$$\begin{aligned} & ٩ - (٣ + ك)^٢ \\ & [(٣ + ك) - ٣] [(٣ + ك) + ٣] \\ & (٦ + ك) (ك - ٦) = -٦(ك - ٦) \end{aligned}$$

(٤٧) تحدّد: حلّل:  $٨١ - ١٦س$

$$\begin{aligned} & ٨١ - ١٦س = (٩ + ٤س)(٩ - ٤س) \\ & = (٩ + ٤س)(٣ - ٤س) \end{aligned}$$

(٤٨) تبرير: حدّد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وأعطِ مثالا مضادا للتحقق من إجابتك:  
"أي ثنائية حد جميع حدودها مربعات كاملة قابلة للتحليل."

العبارة خاطئة

مثال:  $١ + ب$  ثنائية حد جميع حدودها مربعات كاملة وغير قابلة للتحليل

(٤٩) مسألة مفتوحة: أعطِ مثالاً لثنائية حد نحتاج عند تحليلها تحليلاً تاماً إلى تكرار قاعدة الفرق بين مربعين، ثم حلّها.

$$\text{ص}^2 - ٨١ = (\text{ص} + ٩) (\text{ص} - ٩)$$

$$= (\text{ص} + ٣) (\text{ص} - ٣)$$

(٥٠) اكتب: لماذا لا تتضمن قاعدة الفرق بين مربعين حدّاً متغيراً في الوسط؟

لا تتضمن قاعدة الفرق بين مربعين حدّاً متغيراً في الوسط لأنه عند ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب يكون كل من الحدين الأوسطين والطرفين معكوساً للآخر وعند جمع هذين الحدين فإن مجموعهما يساوي صفراً.

## تدريب على اختبار

٥١) إذا كان أحد جذري المعادلة  $2س^2 + 13س + 24 = 0$  هو  $-\frac{2}{3}$  فما الجذر الآخر؟

(ج)  $-\frac{2}{3}$

(أ)  $-\frac{3}{2}$

(د)  $-\frac{2}{3}$

(ب)  $\frac{3}{2}$

$$2س^2 + 13س + 24 = 0$$

$$0 = (س + 8)(س + 3)$$

$$س = -3$$

$$س = -\frac{3}{2}$$

الاختيار الصحيح: (ب)  $-\frac{3}{2}$

٥٢) أي مما يأتي يمثل مجموع حلّي المعادلة  $س^2 + 3س + 54 = 0$ ؟

(ج) 3

(أ) -3

(د) 21

(ب) -21

$$س^2 + 3س + 54 = 0$$

$$0 = (س + 9)(س + 6)$$

$$س = -9 ، س = -6$$

$$-15 = (-9) + (-6)$$

الاختيار الصحيح: (أ) -3

## مراجعة تراكمية

حلل كل ثلاثية حدود فيما يأتي، وإذا لم يمكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة، فاكتب "أولية":

$$(53) \quad 5s^2 - 17s + 14$$

$$\begin{aligned} 5s^2 - 17s + 14 &= 5s^2 - 10s - 7s + 14 \\ &= (5s^2 - 10s) - (7s - 14) \\ &= 5s(s - 2) - (7s - 14) \\ &= (s - 2)(5s - 7) \end{aligned}$$

$$(54) \quad 15 + 13 - 25$$

$$\begin{aligned} 15 &= 3 \times 5, \quad 13 = 13 \\ &\text{أجد عددين ناتج ضربيهما } 15 \times 5 = 75 \text{ ومجموعهما } 3 + 5 \\ &\text{لا يوجد عاملان حاصل ضربيهما } 75 \text{ ومجموعهما } 3 \\ &\text{لذا فالعبارة } 15 + 13 - 25 \text{ أولية} \end{aligned}$$

$$(55) \quad 10s^2 - 20s + 10$$

$$\begin{aligned} 10s^2 - 20s + 10 &= 10(s^2 - 2s + 1) \\ &= 10(s - 1)^2 \end{aligned}$$

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلّك:

$$(56) \quad 18 - n^2 = 9n$$

$$18 - n^2 = 9n$$

$$0 = 18 + 9n - n^2$$

$$0 = (6 - n)(3 - n)$$

$$0 = 6 - n \quad \text{أو} \quad 0 = 3 - n$$

$$6 = n \quad \text{أو} \quad 3 = n$$

الجذران هما: 3، 6

$$(57) \quad 17 - i = 2i + 10$$

$$17 - i = 2i + 10$$

$$0 = 10 + 17 + i$$

$$0 = (5 + i)(2 + i)$$

$$0 = 5 + i \quad \text{أو} \quad 0 = 2 + i$$

$$5 - = i \quad \text{أو} \quad 2 - = i$$

الجذران هما:  $2 -$  ،  $5 -$

$$(58) \quad 96 = 22s - s^2$$

$$0 = 96 + 22s - s^2$$

$$0 = (16 - s)(6 - s)$$

$$0 = 16 - s \quad \text{أو} \quad 0 = 6 - s$$

$$16 = s \quad \text{أو} \quad 6 = s$$

الجذران هما:  $6$  ،  $16$

أوجد ناتج كلاً مما يأتي:

$$(59) \quad (3 + s)(3 + s)$$

$$(3 + s) = (3 + s)(3 + s)$$

$$9 + 3s + 3s + 2s =$$

$$9 + 6s + 2s =$$



$$(60) \quad (5 - 2s)^2$$

$$25 + [(2 \times 5s)^2] + 4s^2 = (5 - 2s)^2$$

$$25 + 20s + 4s^2 =$$

$$(61) \quad (1 - 6s)^2$$

$$1 + [(1 \times 6s)^2] + 36s^2 = (1 - 6s)^2$$

$$1 + 12s + 36s^2 =$$

$$(62) \quad (5 + 4s)(5 + 4s)$$

$$25 + [(5 \times 4s)^2] + 16s^2 = (5 + 4s)(5 + 4s)$$

$$25 + 40s + 16s^2 =$$

استعد للدرس اللاحق

أوجد ناتج الضرب في كلِّ ممَّا يأتي:

$$(63) \quad (6 - s)^2$$

$$= 36 + 12s + s^2$$

$$(64) \quad (2 - s)(2 - s)$$

$$= 4 + 4s + s^2$$

$$(65) (s+3)(s+3)$$

$$= s^2 + 6s + 9$$

$$(66) (s^2-5)$$

$$= [s^2(s^2-5)] =$$

$$= (s^4 - 5s^2)$$

$$- = s^4 - 5s^2 + 20000s^2 - 6000s + 960s^0 - 64s^1 = 15625 + 37500s$$

$$(67) (s-1)^2$$

$$= s^2 - 2s + 1$$

$$(68) (s+5)(s+5)$$

$$= s^2 + 10s + 25$$

# المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

٦-٧

## تحقق

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها.

$$(أ) ٩ص^٢ + ٢٤ص + ١٦$$

$$٩ص^٢ + ٢٤ص + ١٦$$

الحد الأول:  $٩ص^٢$  مربع كامل  $[٩ص^٢ = (٣ص)^٢]$

الحد الأخير:  $١٦$  مربع كامل  $[١٦ = (٤)^٢]$

الحد الأوسط:  $٢٤ص = ٢(٣ص)(٤)$

العبارة  $٩ص^٢ + ٢٤ص + ١٦$  تشكّل مربعاً كاملاً

$$٩ص^٢ + ٢٤ص + ١٦ = (٣ص + ٤)^٢$$

$$(ب) ١٢ص^٢ + ١٠ص + ٢٥$$

$$١٢ص^٢ + ١٠ص + ٢٥$$

الحد الأول:  $١٢ص^٢$  ليس مربعاً كاملاً

العبارة  $١٢ص^٢ + ١٠ص + ٢٥$  لا تشكّل مربعاً كاملاً

حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب "أولية":

$$(i) 2x^2 - 32$$

حلل بإخراج ق.م.أ

تحليل فرق مربعين

$$2x^2 - 32 = 2(x^2 - 16)$$

$$= 2(x - 4)(x + 4)$$

$$(ii) 12x^2 + 5x - 25$$

$$12x^2 + 5x - 25$$

ليست مربعاً كاملاً، لذا نحلل باستعمال النمط  $ax^2 + bx + c$

$$12x^2 + 5x - 25 = 12x^2 + 20x - 15x - 25$$

$$= (12x^2 + 20x) + (-15x - 25)$$

حلل بإخراج ق.م.أ

عامل مشترك  $3x + 5$

$$= 5x(3x + 4) - 5(3x + 5)$$

$$= (3x + 5)(5x - 5)$$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(i) x^2 + 11x + 36 = 0$$

$$x^2 + 11x + 36 = 0$$

$$x^2 + 6x + 5x + 36 = 0$$

$$= (x + 6)(x + 6)$$

$$= (x + 6)^2$$

$$= x + 6$$

$$x = -6$$

الجذران هما:  $-6, -6$

$$C \quad \text{التحقق: } 0 = 36 + (-6)(-6) + 36 = 36 + (-6)(-12) + (-6)(-6)$$

المعادلة الأصلية

ثلاثية الحدود مربع كامل

التحليل على صورة مربع كامل

كتابة  $(x + 6)^2$  كحاصل ضرب عاملين

ضع أحد العوامل المكررة = 0

طرح 6 من الطرفين



$$x^3 - 2x + \frac{4}{9} = 0$$

المعادلة الأصلية

$$x^3 - 2x + \frac{4}{9} = 0$$

$$\text{ثلاثية الحدود مربع كامل} \quad x^3 - 2x + \frac{4}{9} = 0 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right) - 1 = \frac{4}{9} + 2x - x^3$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$x^3 - 2x + \frac{4}{9} = 0 \quad \left(\frac{2}{3} - x\right)^2$$

كتابة  $\left(\frac{2}{3} - x\right)^2$  كحاصل ضرب عاملين

$$x^3 - 2x + \frac{4}{9} = 0 \quad \left(\frac{2}{3} - x\right)\left(\frac{2}{3} - x\right)$$

ضع أحد العوامل المكررة = 0

$$x^3 - 2x + \frac{4}{9} = 0 \quad \left(\frac{2}{3} - x\right)$$

إضافة  $\frac{2}{3}$  للطرفين

$$\frac{2}{3} = x$$

الجذران هما:  $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$ 

$$c \quad x^3 - 2x + \frac{4}{9} = 0 \quad \left(\frac{2}{3} - x\right)^2 \left(\frac{2}{3} + x\right) = 0 \quad \left(\frac{2}{3} - x\right)^2 \left(\frac{2}{3} + x\right) = 0$$

حل كلًا من المعادلات الآتية ، وتحقق من صحة الحل:

$$121 = (10 - a)^2 \quad (14)$$

$$121 = (10 - a)$$

$$\sqrt{121} \pm = 10 - a$$

$$11 \pm = 10 - a$$

$$11 \pm 10 = a$$

$$11 - 10 = a \quad \text{أو} \quad 11 + 10 = a$$

$$1 = a \quad \text{أو} \quad 21 = a$$

الجذران هما: 1، 21

$$c \quad 121 = (11)^2 = (10 - 21)^2 \quad \left(\frac{2}{3} - x\right)^2 \left(\frac{2}{3} + x\right) = 0$$

$$c \quad 121 = (11)^2 = (10 - 1)^2$$

المعادلة الأصلية

خاصية الجذر التربيعي

إضافة 10 للطرفين



المعادلة الأصلية  
خاصية الجذر التربيعي  
طرح

$$٢٦ = \sqrt{٣ + ع} \quad (ب٤)$$

$$\sqrt{٢٦} = \sqrt{٣ + ع}$$

$$\sqrt{٢٦} \pm = \sqrt{٣ + ع}$$

$$\sqrt{٢٦} \pm \sqrt{٣} = ع$$

٣ من الطرفين

$$\sqrt{٢٦} - \sqrt{٣} = ع \quad , \quad \sqrt{٢٦} + \sqrt{٣} = ع$$

$$٨.١ - \approx ع \quad , \quad ٢.١ \approx ع$$

الجذران هما: ٨.١، ٢.١

$$C \quad ٢٦ \approx \sqrt{٥.١} = \sqrt{٣ + ٢.١} \quad \leftarrow \text{التحقق:}$$

$$C \quad ٢٦ \approx \sqrt{٥.١-} = \sqrt{٣ + ٨.١-}$$

٥) أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض إذا أسقطت من سطح مبنى ارتفاعه نصف الارتفاع المذكور أعلاه.

عند مستوى الأرض  $ل = ٠$ ، والارتفاع الابتدائي  $٣٤ (ل = ٣٤)$

المعادلة الأصلية

$$٠ = ل + ٥ ن^٢$$

عوض عن  $ل = ٠$ ،  $٣٤ = ل$

$$٣٤ + ٥ ن^٢ = ٠$$

طرح  $٣٤$  من الطرفين

$$٥ ن^٢ = -٣٤$$

القسمة على  $٥$

$$ن^٢ = -٦.٨$$

خاصية الجذر التربيعي

$$ن = \pm ٢.٦$$

الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض  $= ٢.٦$  ثانية تقريباً (استبعاد العدد السالب)

## تأكد:

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّها:

$$(1) \quad 25س^2 + 60س + 36$$

$$25س^2 + 60س + 36$$

الحد الأول:  $25س^2$  مربع كامل  $[25س^2 = (5س)^2]$

الحد الأخير:  $36$  مربع كامل  $[36 = (6)^2]$

الحد الأوسط:  $60س = 2(5س)(6)$

العبارة  $25س^2 + 60س + 36$  تشكّل مربعاً كاملاً

$$25س^2 + 60س + 36 = (5س + 6)^2$$

$$(2) \quad 6س^2 + 30س + 36$$

$$6س^2 + 30س + 36$$

الحد الأول:  $6س^2$  ليس مربعاً كاملاً

العبارة  $6س^2 + 30س + 36$  لا تشكّل مربعاً كاملاً

حلّل كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية":

$$(3) \quad 2س^2 - س - 28$$

$$2س^2 - س - 28$$

العبارة ليست مربعاً كاملاً، لذا نحلل باستخدام النمط  $أس^2 + بس + ج$

$$2س^2 - س - 28 = 2س^2 - 8س + 7س - 28$$

$$= (2س^2 - 8س) + (7س - 28)$$

$$= 2س(س - 4) + 7(س - 4)$$

$$= (س - 4)(2س + 7)$$

س - 4 عامل مشترك

$$(4) \quad 64 + 2x^2$$

حلل بإخراج ق.م.أ

$$4x^2 + 64 = 4(x^2 + 16)$$

$$(5) \quad 16 - 9x^2 + 2x^2$$

$$16 - 9x^2 + x^2$$

العبرة ليست مربعاً كاملاً، ولا يمكن التحليل باستعمال النمط أس<sup>2</sup> + ب س + ج  
لا يوجد عدنان ناتج ضربهما  $16 - 9 = 7$  ومجموعهما 9  
كثيرة الحدود  $16 - 9x^2 + x^2$  أولية

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(6) \quad 36 = 2x^2$$

$$36 = x^2$$

$$9 = x$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

الجذران هما: 3، -3

$$36 = (3)^2 \leftarrow \text{التحقق:}$$

$$36 = (-3)^2$$

المعادلة الأصلية

القسمة على 2

خاصية الجذر التربيعي

C

C

$$(7) \quad 9 = 18 + 8x - 64x^2$$

$$9 = 18 + 8x - 64x^2$$

$$0 = 9 + 8x - 64x^2$$

$$9 = 18 + 8x - 64x^2 \quad \text{ثلاثية الحنود مربع كامل} \quad (3)^2 + (8x) - (8x)^2 = 9 + 8x - 64x^2$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$0 = (3 - 8x)$$

كتابة (8 - 3) كحاصل ضرب عاملين

$$0 = (3 - 8x)(3 - 8x)$$

ضع أحد العوامل المكررة = 0

$$0 = 3 - 8x$$

إضافة 8 للطرفين

$$3 = 8x$$

القسمة على 8

$$x = \frac{3}{8}$$

C

$$9 = 18 + \left(\frac{3}{8}\right) 8 - \left(\frac{3}{8}\right)^2 64 \leftarrow \text{التحقق:}$$



$$47 = (5 + e)^2 \quad (8)$$

المعادلة الأصلية

$$47 = (5 + e)$$

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{47} \pm = 5 + e$$

طرح 5 من الطرفين

$$\sqrt{47} \pm - 5 = e$$

$$\sqrt{47} - 5 = e \quad \text{أو} \quad \sqrt{47} + 5 = e$$

الجذران هما: 1.86، -11.86

C

$$47 \approx (5 + 1.86)^2 \quad \leftarrow \text{التحقق:}$$

C

$$47 \approx (5 + 11.86)^2$$

(9) طلاء: سقطت فرشاة الدهان من نايف أثناء قيامه بطلاء غرفة نومه، من ارتفاع 2 م. استعمل المعادلة  $e = 5 - n^2$  لإيجاد العدد التقريبي للثواني التي تستغرقها الفرشاة للوصول إلى الأرض.

عند مستوى الأرض  $e = 0$ ، والارتفاع الابتدائي  $(e = 2)$

المعادلة الأصلية

$$e = 5 - n^2$$

عوض عن  $e = 0$ ،  $e = 2$ 

$$2 = 5 - n^2$$

طرح 2 من الطرفين

$$-3 = -n^2$$

القسمة على -

$$n^2 = 3$$

خاصية الجذر التربيعي

$$n = \pm \sqrt{3}$$

الزمن الذي تستغرقه الفرشاة للوصول إلى الأرض = 1.7 ثانية تقريباً

(استبعاد العدد السالب)

## تدرب وحل المسائل:



حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّها:

$$(10) \quad 4س^2 - 2س + 110$$

الحد الأول:  $4س^2$  مربع كامل  $[2س]^2$

الحد الأخير: 110 ليس مربعاً كاملاً

العبارة  $4س^2 - 2س + 110$  لا تشكل مربعاً كاملاً

$$(11) \quad 16س^2 - 56س + 49$$

الحد الأول:  $16س^2$  مربع كامل  $[4س]^2$

الحد الأخير: 49 مربع كامل  $[7]^2$

الحد الأوسط:  $56س = 2(4س)(7)$

العبارة  $16س^2 - 56س + 49$  تشكل مربعاً كاملاً

$$16س^2 - 56س + 49 = (4س - 7)^2$$

$$(12) \quad 81س^2 - 90س + 25$$

الحد الأول:  $81س^2$  مربع كامل  $[9س]^2$

الحد الأخير: 25 مربع كامل  $[5]^2$

الحد الأوسط:  $90س = 2(9س)(5)$

العبارة  $81س^2 - 90س + 25$  تشكل مربعاً كاملاً

$$81س^2 - 90س + 25 = (9س - 5)^2$$



حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية":

$$(13) \quad 18 - d^3 + 2d^2$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad (6 - d^3 + 2d^2) \cdot 3 = 18 - d^3 + 2d^2$$

نحلل باستخدام النمط أس<sup>3</sup> + ب س + ج العبارة ليست مربعاً كاملاً،

$$(6 - d^3 - d^2 + 2d) \cdot 3 = (6 - d^3 + 2d^2) \cdot 3$$

$$\text{جميع الحدود ذات العوامل المشتركة} \quad [(6 - d^3 - d^2) + (2d)] \cdot 3 =$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad [(2 + d) \cdot 3 - (2 + d) \cdot d] \cdot 3 =$$

$$d + 2 \text{ عامل مشترك} \quad (3 - d) \cdot (2 + d) \cdot 3 =$$

$$(14) \quad 21 - s^3 + 8s^2$$

$$21 - s^3 + 8s^2$$

العبارة ليست مربعاً كاملاً، ولا يمكن التحليل باستخدام النمط أس<sup>3</sup> + ب س + ج

لا يوجد عدنان ناتج ضربهما 8 × 21 = 168 - ومجموعهما 10 كثيرة الحدود 8س<sup>2</sup> + 10س - 21 أولية

$$(15) \quad 24 - b^3 + 12b^2$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad (12 - b^3 + 12b^2) \cdot 2 = 24 - b^3 + 12b^2$$

$$(16) \quad 16a^2 - 121b^2$$

$$\text{اكتب العبارة على صورة أ<sup>2</sup> - ب<sup>2</sup>} \quad (16a^2 - 121b^2) = (4a)^2 - (11b)^2$$

$$\text{تحليل الفرق بين مربعين} \quad (4a - 11b)(4a + 11b) =$$

$$(17) \quad 12m^3 - 22m^2 - 70m$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad (35 - m^3 - m^2) \cdot m^2 = 70m - 22m^2 - 12m^3$$

$$(35 - m^3 - m^2 + m^2 + 10m - 10m) \cdot m^2 =$$

$$\text{جميع الحدود ذات العوامل المشتركة} \quad [(35 - m^3 - m^2) + (10m - 10m)] \cdot m^2 =$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad [(5 + m^3) \cdot 7 - (5 + m^3) \cdot m] \cdot m^2 =$$

م<sup>3</sup> + 5 عامل مشترك

$$= 2m^2(m^3 + 5)(m^2 - 7)$$

$$(18) \quad 8ج^2 - 88ج + 242$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$8ج^2 - 88ج + 242 = 2(4ج^2 - 44ج + 121)$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$= 2(2ج - 11)^2$$

$$(19) \quad w^4 - w^2$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$w^4 - w^2 = w^2(w^2 - 1)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= w^2(w - 1)(w + 1)$$

$$(20) \quad 12l^3 - 3l^3$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$12l^3 - 3l^3 = 3l^3(4 - 1)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= 3l^3(2 - 1)(2 + 1)$$

$$(21) \quad 16k^3 - 48k^2 + 36k$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$16k^3 - 48k^2 + 36k = k(16k^2 - 48k + 36)$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$= k(4k - 3)^2$$

$$(22) \quad 4n^3 + n^2 - 10n - 8$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$4n^3 + n^2 - 10n - 8 = n^2(4n + 1) - 2(5n + 4)$$

$$= n^2(4n + 1) - 2(5n + 4)$$

تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= n^2(4n + 1) - 2(5n + 4)$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$= n^2(4n + 1) - 2(5n + 4)$$

ن + 6 عامل مشترك

$$= n^2(4n + 1) - 2(5n + 4)$$

$$(23) \quad 2a^2b^2 - 2a^2b - 2ab^2 + 2ab$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$2a^2b^2 - 2a^2b - 2ab^2 + 2ab = 2ab(a^2b - a^2 - b^2 + 1)$$

تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= 2ab(a^2b - a^2 - b^2 + 1)$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$= 2ab(a^2b - a^2 - b^2 + 1)$$

$$= 2ab(a^2b - a^2 - b^2 + 1)$$

ب - 1 عامل مشترك

$$= 2ab(a^2b - a^2 - b^2 + 1)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$12 = (1 + b)(1 - b)(a - b)$$

$$(24) \quad 36 + r72 - r^2 - r^3$$

$$(36 + r72 -) + (r^2 - r^3) = 36 + r72 - r^2 - r^3$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad (1 + r^2 -) 36 + (1 - r^2) r^2 =$$

$$(1 - r^2) 36 - (1 - r^2) r^2 =$$

$$r^2 - 1 \text{ عامل مشترك} \quad (36 - r^2)(1 - r^2) =$$

$$\text{تحليل الفرق بين مربعين} \quad (6 - r)(6 + r)(1 - r^2) =$$

$$(25) \quad 48k + 24k^2 - 3k^3$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad (16 + k -) 3k = 48k + 24k^2 - 3k^3$$

$$\text{التحليل على صورة مربع كامل} \quad 3k(4 - k) =$$

$$(26) \quad 4h + 3h^2 - 2j + j^2$$

$$(4h + 3h^2 -) + (2j + j^2) = 4h + 3h^2 - 2j + j^2$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad (4 + h^3 -) h + (2 + j) j =$$

لا توجد عوامل مشتركة لذا كثيرة الحدود  $4h + 3h^2 - 2j + j^2$  أولية

$$(27) \quad 200e - 8v^2$$

$$\text{حلل بإخراج ق. م. أ} \quad 8(25e - v^2) = 200e - 8v^2$$

$$\text{تحليل الفرق بين مربعين} \quad 8(e^5 - v) = 8(e^5 + v)(e^5 - v)$$



حلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$٢٨ \quad ٠ = ٣٦ + م٢٤ - ٢م٤$$

المعادلة الأصلية

$$٠ = ٣٦ + م٢٤ - ٢م٤$$

ثلاثية الحدود مربع كامل

$$٠ = ٣٦ + م٢٤ - ٢م٤ = (٦) + (٦) (م٢) - (٦) (م٢)$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$٠ = (٦ - م٢)$$

كتابة (٦ - م٢) كحاصل ضرب عاملين

$$٠ = (٦ - م٢) (٦ - م٢)$$

ضع أحد العوامل المكررة = ٠

$$٠ = ٦ - م٢$$

إضافة ٦ للطرفين

$$٦ = م٢$$

القسمة على ٢

$$٣ = م$$

C

$$التحقق: \leftarrow ٠ = ٣٦ + (٣)٢٤ - (٣)٤$$

$$٢٩ \quad ٧ = ٢(٤ - ص)$$

المعادلة الأصلية

$$٧ = ٢(٤ - ص)$$

خاصية الجذر التربيعي

$$٧ \sqrt{٤} = ٤ - ص$$

إضافة ٤ من الطرفين

$$\sqrt{٤} = ٤ - ص$$

الجذران هما:  $\sqrt{٤} + ٤$  ،  $\sqrt{٤} - ٤$

C

$$التحقق: \leftarrow ٧ = \sqrt{٧} = \sqrt{٤ - \sqrt{٤} + ٤}$$

C

$$٧ = \sqrt{٧} = \sqrt{٤ - \sqrt{٤} - ٤}$$

$$* = \frac{25}{49} + i \frac{10}{7} + i^2 \quad (30)$$

المعادلة الأصلية

$$* = \frac{25}{49} + i \frac{10}{7} + i^2$$

ثلاثية الحدود مربع كامل

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 + (i) \left(\frac{5}{7}\right)^2 + i^2 = \frac{25}{49} + i \frac{10}{7} + i^2$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$* = \left(\frac{5}{7} + i\right)^2$$

كتابة  $\left(\frac{5}{7} - i\right)^2$  كحاصل ضرب عاملين

$$* = \left(\frac{5}{7} + i\right) \left(\frac{5}{7} + i\right)$$

ضع أحد العوامل المكررة =

$$* = \frac{5}{7} + i$$

إضافة  $\frac{5}{7}$  للطرفين

$$\frac{5}{7} - = i$$

C

$$* = \frac{25}{49} + \left(\frac{5}{7} - \times \frac{10}{7}\right) + i^2 \left(\frac{5}{7} -\right) \leftarrow \text{التحقق:}$$

$$* = \frac{9}{16} + س \frac{3}{2} - س^2 \quad (31)$$

المعادلة الأصلية

$$* = \frac{9}{16} + س \frac{3}{2} - س^2$$

ثلاثية الحدود مربع كامل

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (س) \left(\frac{3}{4}\right)^2 - س^2 = \frac{9}{16} + س \frac{3}{2} - س^2$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$* = \left(\frac{3}{2} - س\right)^2$$

كتابة  $\left(\frac{3}{2} - س\right)^2$  كحاصل ضرب عاملين

$$* = \left(\frac{3}{2} - س\right) \left(\frac{3}{2} - س\right)$$

ضع أحد العوامل المكررة =

$$* = \left(\frac{3}{2} - س\right)$$

إضافة  $\frac{3}{4}$  للطرفين

$$\frac{3}{4} = س$$

C

$$* = \frac{9}{16} + \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}\right) - س^2 \left(\frac{3}{4}\right) \leftarrow \text{التحقق:}$$



$$(32) \quad 25 = 16 + 8s + s^2$$

$$25 = 16 + 8s + s^2$$

$$0 = 9 - 8s + s^2$$

$$0 = (1 - s)(9 + s)$$

$$0 = 1 - s \quad \text{أو} \quad 0 = 9 + s$$

$$s = 1 \quad \text{أو} \quad s = -9$$

الجذران هما:  $1, -9$

$$\text{التحقق:} \leftarrow 25 = 16 + (-9)8 + (-9)^2$$

$$25 = 16 + (-9)8 + (-9)^2$$

C

C

المعادلة الأصلية

طرح 25 من الطرفين

نحلل باستخدام النمط  $أس + ب + ج$

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$(33) \quad 180 = 60s - 5s^2$$

$$180 = 60s - 5s^2$$

$$0 = 180 + 60s - 5s^2$$

$$0 = (36 + s)(12 - s)$$

$$\text{ثلاثية الحدود مربع كامل} \quad 0 = (36 + s)(12 - s)$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$0 = (6 - s)(6 + s)$$

كتابة  $(6 - s)$  كحاصل ضرب عاملين

$$0 = (6 - s)(6 + s)$$

ضع أحد العوامل المكررة = 0

$$s = 6$$

إضافة 6 للطرفين

$$s = 6$$

$$\text{التحقق:} \leftarrow 25 = (6)60 - (6)^5$$

C

المعادلة الأصلية

إضافة 180 للطرفين

حلل بإخراج ق.م.أ

ثلاثية الحدود مربع كامل

التحليل على صورة مربع كامل

كتابة  $(6 - s)$  كحاصل ضرب عاملين

ضع أحد العوامل المكررة = 0

إضافة 6 للطرفين

$$(34) \quad 400 - 80s = 4s^2$$

$$400 - 80s = 4s^2$$

$$0 = 400 + 80s - 4s^2$$

$$0 = (100 + 20s - s^2)$$

$$(100 + 20s - s^2) = (100 + 20s) - s^2 = (100 + 20s) - (10)^2$$

$$0 = (10 - s)^2$$

$$0 = (10 - s)(10 - s)$$

$$0 = 10 - s$$

$$s = 10$$

$$\text{التحقق:} \quad 400 - (10)80 = (10)4$$

$$400 - 800 = 400$$

C

المعادلة الأصلية

طرح 80 س وإضافة 400 للطرفين

حل بإخراج ق. م. أ

ثلاثية الحدود مربع كامل

التحليل على صورة مربع كامل

كتابة (س - 10) كحاصل ضرب عاملين

ضع أحد العوامل المكررة = 0

إضافة 10 للطرفين

$$(35) \quad 81 - 54s = 9s^2$$

$$81 - 54s = 9s^2$$

$$0 = 9 + 54s - 9s^2$$

$$81 - 54s + 9s^2 = 9 + 54s - 9s^2$$

$$0 = (9 - 3s)^2$$

$$0 = (3 - s)(3 - s)$$

$$0 = 3 - s$$

$$s = 3$$

$$\frac{3}{9} = s$$

$$\frac{1}{3} = s$$

$$\text{التحقق:} \quad \left(\frac{1}{3}\right)81 - = \left(\frac{1}{3}\right)54 - 9$$

$$9 - = 18 - 9$$

$$9 - = 9 -$$

C

المعادلة الأصلية

إضافة 180 للطرفين

ثلاثية الحدود مربع كامل

التحليل على صورة مربع كامل

كتابة (س - 3) كحاصل ضرب عاملين

ضع أحد العوامل المكررة = 0

إضافة 3 للطرفين

القسمة على 9 والتبسيط

$$(36) \quad 10 = 1 + 4j + 4j^2$$

المعادلة الأصلية

$$10 = 1 + 4j + 4j^2$$

ثلاثية الحدود مربع

$$10 = 1 + 4j + 4j^2 = (1 + 2j)^2$$

كامل

التحليل على صورة مربع

$$10 = (1 + 2j)^2$$

كامل

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{10} \pm = 1 + 2j$$

طرح 1 من الطرفين

$$\sqrt{10} \pm - 1 = 2j$$

$$\frac{\sqrt{10} - 1}{2} = j \quad \frac{\sqrt{10} + 1}{2} = j$$

$$C \quad 10 = 1 + \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{2}\right)^2 \times 4 + \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{2}\right)^2 \times 4 \leftarrow \text{التحقق:}$$

$$C \quad 10 = 1 + \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{2}\right)^2 \times 4 + \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{2}\right)^2 \times 4$$

(37) **شيزياء:** أسقط بالون ماء في تجربة من نافذة في المدرسة. ارتفاعها 9 م. ما الزمن الذي يستغرقه البالون ليصل إلى الأرض؟ قرب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

عند مستوى الأرض  $0 = 9$ ، والارتفاع الابتدائي  $9 = 0$

المعادلة الأصلية

$$0 = 9 + 9.8t^2$$

عوض عن  $0 = 9$ ،  $9 = 0$ 

$$9 = 9.8t^2$$

طرح 9 من الطرفين

$$0 = 9.8t^2$$

القسمة على 9.8

$$t^2 = 0.918$$

خاصية الجذر التربيعي

$$t = \pm 0.958$$

الزمن الذي يستغرقه البالون للوصول إلى الأرض = ١.٣٤ ثانية تقريباً  
(استبعاد العدد السالب)

(٣٨) هندسة: مُثلت مساحة مربع بالعلاقة  $٩س^٢ - ٤٢س + ٤٩$ . أوجد طول ضلع المربع.

مساحة المربع = (طول الضلع)<sup>٢</sup>

التحليل على صورة مربع

$$٩س^٢ - ٤٢س + ٤٩ = (٣س - ٧)^٢$$

كامل

$$\text{طول ضلع المربع} = ٣س - ٧$$

(٣٩) هندسة إذا كانت العبارة  $٨ص^٣ + ٤٠ص^٢ + ٥٠ص$  تمثل حجم منشور رباعي قاعدته مستطيلة. فأوجد أبعاد المنشور الممكنة على صورة كثيرات الحدود بمعاملات أعداد صحيحة.

$$٨ص^٣ + ٤٠ص^٢ + ٥٠ص =$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$= ٢ص(٤ص^٢ + ٢٠ص + ٢٥)$$

التحليل على صورة مربع كامل

$$= ٢ص(٢ص + ٥)(٢ص + ٥)$$

أبعاد المنشور هي:  $٢ص$  ،  $٢ص + ٥$  ،  $٢ص + ٥$



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٤٠) اكتشف الخطأ، حلّ منصور وفيصل العبارة  $s^8 - s^4$ ، تحليلًا تامًا، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

فيصل
$s^8 - s^4 = s^4(s^2 + 1)(s^2 - 1)(s^2 + 1)$

منصور
$s^8 - s^4 = s^4(s^2 + 1)(s^2 - 1)$

إجابة فيصل هي الصحيحة، لأن منصور لم يحلل العبارة تحليلًا تامًا لم يحلل الفرق بين مربعين في المرة الثانية

(٤١) تحدّد: حلّ  $s^6 + s^3 + 1$  تحليلًا تامًا.

$s^6 + s^3 + 1 = (s^2 + 1)(s^4 - s^2 + 1)$  التحليل بإخراج ق. م. أ

(٤٢) مسألة مفتوحة: اكتب معادلة ثلاثية حدود تشكل مربعًا كاملًا يكون معامل الحد الأوسط سالبًا والحد الأخير كسرًا اعتياديًا، ثم حلّ المعادلة

المعادلة المطلوبة  $x^2 - 2x + \frac{81}{16} = 0$

التحليل على صورة مربع كامل  $(x - \frac{9}{4})^2$

كتابة العبارة  $(x - \frac{9}{4})^2 = 0$  كحاصل ضرب عاملين

ضع أحد العوامل المكررة = 0  $x - \frac{9}{4} = 0$

إضافة  $\frac{9}{4}$  للطرفين  $x = \frac{9}{4}$

القسمة على 2  $x = \frac{9}{8}$



(٤٣) تبرير: اكتب مثلاً مضاداً للعبارة:

"لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة ثلاثة حلول حقيقية دائماً".

$$س^٣ + س^٢ + س + ١ = ٠$$

لها حل حقيقي واحد وتحليلها إلى عواملها هو  $(س + ١)(س^٢ + ١)$  وبمساواة هذين العاملين بالصفر نحصل على حل واحد فقط هو  $س = -١$ ، لأن  $س^٢ + ١$  ليس لها حل حقيقي

(٤٤) اكتب: فسّر كيف تحلل كثيرة حدود تحليلًا تامًا.

• لتحليل كثيرة حدود تحليلًا تاماً نبحث أولاً عن (ق. م. أ) لجميع الحدود ونحلل بإخراج (ق. م. أ) لكل الحدود.

• وإذا كان أحد العوامل ثنائية حد فأتحقق إذا كان الحدان يمثلان فرق بين مربعين وأحلل إلى العوامل في هذه الحالة.

• وإذا كان أحد العوامل ثلاثية حدود فأتأكد إذا كانت تمثل مربعاً كاملاً أم لا وأحلله.

• وإذا كان أحد العوامل يحتوي على أربعة حدود أو أكثر فأحلل بتجميع الحدود.

• أما إذا لم يكن لكثير الحدود (ق. م. أ) ولم تكن قابلة للتحليل فإنها تكون أولية.

(٤٥) حدّد ثلاثية الحدود التي تختلف عن كثيرات الحدود الأخرى فيما يأتي، وفسّر إجابتك:

$$٨١ + س٣٦ - س^٢$$

$$١ + س١٠ + س^٢$$

$$٤ + س١٠ + س^٢$$

$$١٦ + س٢٤ - س^٢$$

ثلاثية الحدود المختلفة هي:  $٤ + س^٢ + س١٠$  لأنها ثلاثية حدود لا تشكل مربعاً كاملاً، فيما العبارات الثلاث الأخرى تشكل مربعات كاملة.

(٤٦) اكتب: فسّر كيف تحدّد إذا كانت ثلاثية الحدود تشكل مربعاً كاملاً.

أحدد إذا كانت ثلاثية الحدود تشكل مربعاً كاملاً

أولاً: الحدان الأول والأخير يشكلان مربعات كاملة

ثانياً: الحد الأوسط يساوي  $\pm$  مثلي حاصل ضرب الجذر الأساسي للحددين الأول والأخير

فإذا تحققت الشروط السابقة فإن ثلاثية الحدود تشكل مربعاً كاملاً

### تدريب على اختبار

$$(٤٧) \text{ حُلِّ المعادلة (س - ٣) = ٢٥.}$$

$$\text{(ج) } ١٤,٤$$

$$\text{(أ) } ٢,٨-$$

$$\text{(د) } ١٤,٤-$$

$$\text{(ب) } ٨,٢-$$

$$\text{س - ٣} = \pm \sqrt{25}$$

$$\text{س - ٣} = ٥$$

$$\text{س} = ٣ + ٥ = ٨$$

$$\text{س - ٣} = -٥$$

$$\text{س} = ٣ + (-٥) = -٢$$

الاختيار الصحيح: **(ب) - ٨, ٢-**

(٤٨) هندسة إذا كان محيط دائرة  $\frac{٦\pi}{٥}$  وحدة، فما مساحتها؟

$$\text{(ج) } \frac{٩\pi}{٢٥} \text{ وحدة مربعة}$$

$$\text{(أ) } \frac{٣\pi}{٥} \text{ وحدة مربعة}$$

$$\text{(د) } \frac{٣٠\pi}{٢٥} \text{ وحدة مربعة}$$

$$\text{(ب) } \frac{١٢\pi}{٥} \text{ وحدة مربعة}$$

$$\text{محيط الدائرة} = ٢\pi \text{ نق}$$

$$٢\pi \text{ نق} = \frac{6\pi}{5}$$

$$٢ \text{ نق} = \frac{6}{5}$$

$$\text{نق} = \frac{6}{5} \div ٢ = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

مساحة الدائرة =  $\pi r^2$ 

$$\frac{9\pi}{25} = \pi \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$$

الاختيار الصحيح: ج)  $\frac{9\pi}{25}$  وحدة مربعة

## مراجعة تراكمية

حلّ كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(49) \quad 81x^2 - 49x^2$$

$$49x^2 - 81x^2 = (7x)^2 - (9x)^2$$

$$= (7x + 9x)(7x - 9x) =$$

$$(50) \quad 100x^2 - 1$$

$$100x^2 - 1 = (10x)^2 - 1^2$$

$$= (10x + 1)(10x - 1) =$$

$$(51) \quad 20x^2 - 13x$$

لا يمكن كتابتها على الصورة  $ax^2 - b$  لذا فهي أولية

$$(52) \quad 25x^2 - 1$$

$$25x^2 - 1 = (5x)^2 - 1^2$$

$$= (5x + 1)(5x - 1) =$$

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، و تحقق من صحة الحل:

$$(53) \quad 6x^2 - 48x + 90 = 0$$

$$6x^2 - 48x + 90 = 0$$

$$6(x^2 - 8x + 15) = 0$$

$$6(x - 5)(x - 3) = 0$$



$$س = 3 \quad \text{أو} \quad س = 5$$

الجذران هما: 3 ، 5

C التحقق:  $0 = 90 + (3)48 - (3)^2$  ←

C  $0 = 90 + (5)48 - (5)^2$

$$(54) \quad 28 = س١٤ + س٢١٤$$

$$28 = س١٤ + 2س١٤$$

$$0 = 28 - س١٤ + س٢١٤$$

$$0 = (2 - س + س٢)١٤$$

$$0 = (2 + س)(1 - س)١٤$$

$$س = 1 \quad \text{أو} \quad س = 2$$

الجذران هما: 1 ، 2

C التحقق:  $28 = (1)١٤ + (1)١٤$  ←

C  $28 = (2-)١٤ + (2-)١٤$

$$(55) \quad 48 = س١٠ - س٢٢$$

$$0 = (24 - س٥ - س٢)٢$$

$$0 = (8 - س)(3 + س)٢$$

$$س = 3 + س \quad \text{أو} \quad س = 8$$

$$س = 3- \quad س = 8$$

الجذران هما: 3- ، 8

C التحقق:  $48 = (8)١٠ - (8)٢$  ←

C  $48 = (3-)١٠ - (3-)٢$

(56) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (7، 5) (3-، 2-).

ميل المستقيم = فرق الصادات على فرق السينات

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{(3-) - 7}{(2-) - 5} = \frac{10}{7}$$

## استعد للدرس اللاحق

أوجد ميل المستقيم المارّ بكلّ زوج من النقاط في كلّ ممّا يأتي:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(٥٧)  $(-2, 3) (0, 7)$

$$m = \frac{7 - 3}{0 - (-2)} = \frac{4}{-2} = -2$$

(٥٨)  $(0, -3) (2, -1)$

$$m = \frac{-1 - (-3)}{2 - 0} = \frac{2}{2} = 1$$

(٥٩)  $(-1, 0) (0, 4)$

$$m = \frac{4 - 0}{0 - (-1)} = \frac{4}{1} = 4$$

ليس له معنى

(٦٠)  $(8, 3) (-2, 3)$



واجباتي

$$0 = \frac{0}{10} = \frac{3-3}{2+8} = 0$$

# اختبار الفصل

حلّل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

$$(1) 25س^2ص^4$$

$$25س^2ص^4 = 5 \times 5 \times س \times س \times ص \times ص \times ص \times ص$$

$$(2) 17أب^2$$

$$17أب^2 = 17 \times أ \times ب \times ب$$

$$(3) 18ج^3د^3$$

$$18ج^3د^3 = 1 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 \times ج \times ج \times ج \times د \times د \times د$$

(4) **حديقة**: زرع مالك 140 نبتة مرتبة على صورة مستطيل في حديقة منزله. فبكم طريقة يمكنه ترتيبها ليكون لديه على الأقل 4 صفوف، وعدد النباتات نفسه في كل صف، على ألا يقل عن 6 نباتات.

كل وحيدة 4 صفوف في كل منها 35 نبتة، 5 صفوف في كل منها 28 نبتة،  
7 صفوف في كل منها 20 نبتة، 10 صفوف في كل منها 14 نبتة، 20 صفا في كل  
منها 7 نباتات، 4 صفا في كل منها 10 نباتات  
من الجدول عدد الطرق الممكنة للترتيب = 6 طرق

الصفوف	4	5	7	10	20	14
النباتات	35	28	20	14	7	10

أوجد (ق. م. أ) المشترك الأكبر لكل مجموعة وحيدات حد فيما يأتي:

$$(5) \quad 12, 18, 116$$

$$1 \times 2 = 12$$

$$1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 18$$

$$1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 116$$

$$\text{ق. م. أ} = 12$$

$$(6) \quad 7, 24, 24$$

$$1 \times 7 = 7$$

$$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

$$\text{ق. م. أ} = 1$$

$$(7) \quad 50, 120, 120$$

$$5 \times 2 \times 5 = 50$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$\text{ق. م. أ} = 10$$

$$(8) \quad 8, 36, 36$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$\text{ق. م. أ} = 4$$

$$\text{ق. م. أ} = 4$$

٩) اختيار من متعدد: إذا كانت مساحة المستطيل أدناه  $2س - ١٥$  وحدة مربعة، فما عرضه؟



$٥ + ٥$

ج)  $٣ - س$

أ)  $٥ - س$

د)  $٣ - ٢س$

ب)  $٣ + س$

نحلل المقدار:

$٢س - ١٥ = س - ١٥$  إلى عاملين أحدهما  $٢س + ٥$  (الطول)

$٢س - ١٥ = (س - ٣)(٢س + ٥)$

العرض هو:  $٣ - س$  (الإجابة الصحيحة ج)

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرتي الحدود الآتيتين:

١٠)  $٥س ص - ١٠س$

$٥س ص - ١٠س$

$٥س ص = ٥س \times ص$

$١٠س = ١ \times ٢ \times ٥ \times س$

ق.م.أ =  $٥س$

$٥س ص - ١٠س = ٥س(ص - ٢)$

١١)  $٧أب + ١٤أب + ٢١أب$

$٧أب + ١٤أب + ٢١أب$

$٧أب = ٧ \times أ \times ب$

$١٤أب = ٢ \times ٧ \times أ \times ب$

$٢١أب = ٣ \times ٧ \times أ \times ب$

ق.م.أ =  $٧أب$

$٧أب + ١٤أب + ٢١أب = ٧أب(١ + ٢ + ٣)$

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

$$(12) \quad 2 + س + س^2 + 8س + 4س^2$$

$$4س^2 + 8س + 2 + (س^2 + 8س + 2) = 2 + س + س^2 + 8س + 4س^2$$

$$= 4س(س + 2) + (س + 2) \quad \text{حلل بإخراج ق. م. أ}$$

$$= (س + 2)(4س + 1) \quad \text{س + 2 عامل مشترك}$$

$$(13) \quad 5 + أ - 10أ - 100أ^2$$

$$= (5 + أ - 10أ) + (100أ - 100أ^2) \quad \text{تجميع الحدود ذات العوامل المشتركة}$$

$$= (5 - أ) - (5 - أ)10أ \quad \text{حلل بإخراج ق. م. أ}$$

$$= (5 - أ)(1 - 10أ) \quad \text{أ - 5 عامل مشترك}$$

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(14) \quad ص(ص - 14) = 0$$

$$ص(ص - 14) = 0$$

$$ص = 0 \quad \text{أو} \quad ص = 14$$

$$ص = 0 \quad \text{أو} \quad ص = 14$$

الجذران هما: 0، 14

$$C \quad \leftarrow \text{التحقق:} \quad 0 = (14 - 0) \times 0$$

$$C \quad 0 = (14 - 14) \times 14$$

المعادلة الأصلية

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

المعادلة الأصلية

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$(15) \quad 3س(س + 6) = 0$$

$$3س(س + 6) = 0$$

$$3س = 0 \quad \text{أو} \quad 3س + 6 = 0$$

$$س = 0 \quad \text{أو} \quad س = -2$$

الجذران هما: 0، -2

$$C \quad \leftarrow \text{التحقق:} \quad 0 = (6 + 0) \times 0 \times 3$$

$$C \quad 0 = (6 + (-2)) \times (-2) \times 3$$



$$(١٦) \quad ١٢ = ٢٤ - أ$$

$$١١٢ = أ$$

$$٠ = أ - ١٢$$

$$٠ = (١٢ - أ)$$

$$٠ = ١٢ - أ \quad \text{أو} \quad ٠ = أ$$

$$١٢ = أ \quad \text{أو} \quad ٠ = أ$$

الجذران هما: ١٢، ٠

C التحقق:  $٠ = (٠ \times ١٢) = ٠$  ←

C  $(١٢ \times ١٢) = ١٤٤$

(١٧) اختيار من متعدد: ترغب نوال في فرش غرفة مساحتها

(س<sup>٢</sup> - ٩) متر مربع بالسجاد، إذا كان عرض الغرفة

(س - ٣) مترًا، فما طولها بالأمتار؟

(ج) س + ٣

(١) س - ٣

(د) ٣

(ب) س - ٩

نحلل المقدار:

س<sup>٢</sup> - ٩ إلى عاملين أحدهما س - ٣ (العرض)

$$س^٢ - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$$

$$س^٢ - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$$

الطول هو: س + ٣ (الإجابة الصحيحة ج)

المعادلة الأصلية

طرح ١٢ من الطرفين

حلل بإخراج ق. م. أ

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

يشكل فرق مربعين

حلل فرق المربعين

حلل كلاً من ثلاثيات الحدود الآتية:

$$(18) \quad 6 + 7s + s^2$$

اكتب القاعدة

$$(s + 6)(s + 1) = 6 + 7s + s^2$$

$$m = 6, n = 1$$

$$= (s + 6)(s + 1)$$

$$(19) \quad 28 - 3s - s^2$$

اكتب القاعدة

$$(s - 7)(s + 4) = 28 - 3s - s^2$$

$$m = -7, n = 4$$

$$= (s - 7)(s + 4)$$

$$(20) \quad 10s^2 - 3s - 3$$

$$10s^2 - 3s - 3 = 10s^2 + 3s - 3s - 3$$

استخدم القاعدة أس<sup>١</sup> + م + ن + س + ج

$$m = 5, n = -3$$

$$= 10s^2 + 5s - 3s - 3$$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= (10s^2 + 5s) - (3s + 3)$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$= 5s(2s + 1) - (3s + 3)$$

٢ + س عامل مشترك

$$= (2s + 1)(5s - 3)$$

$$(21) \quad 15s^2 + 7s - 2$$

$$15s^2 + 7s - 2 = 15s^2 + 10s - 3s - 2$$

استخدم القاعدة أس<sup>١</sup> + م + ن + س + ج

$$m = 10, n = -3$$

$$= 15s^2 + 10s - 3s - 2$$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= (15s^2 + 10s) - (3s + 2)$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$= 5s(3s + 2) - (3s + 2)$$

٣ س + ٢ عامل مشترك

$$(1 - 5s)(2 + 3s) =$$

$$(22) \quad 25 - 2s$$

اكتب س' - ٢٥ على صورة أ' - ب'

$$5 - (س) = 25 - 2$$

حلل فرق مربعين

$$(5 - س)(5 + س) =$$

$$(23) \quad 81 - 2س٤$$

اكتب ٤س' - ٨١ على صورة أ' - ب'

$$9 - (س٢) = 81 - 2س٤$$

حلل فرق مربعين

$$(9 - س٢)(9 + س٢) =$$

$$(24) \quad ٤س٩ - ١٢س + ٤$$

ثلاثية الحدود تشكل مربعاً كاملاً

$$٢(٢) + (س٣)(٢) - (س٣) = ٤س٩ - ١٢س + ٤$$

تحليل المربع الكامل

$$٢(٢ - س٣) =$$

$$(25) \quad ٢٥س١٦ + ٤٠س + ٢٥$$

$$٢(٥) + (س٤)(٥) + (س٤) = ٢٥س١٦ + ٤٠س + ٢٥$$

تحليل المربع الكامل

$$٢(٥ + س٤) =$$

حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(26) \quad ٢١س - ٤س = ٢١$$

$$س' - ٤س = ٢١$$

$$٠ = ٢١ - ٤س$$

$$٠ = (٣ + س)(٧ - س)$$

$$٠ = ٣ + س \quad \text{أو} \quad ٠ = ٧ - س$$

$$٣ - = س \quad \quad \quad ٧ = س$$

الجذران هما: ٧، ٣-

المعادلة الأصلية

طرح ٢١ من الطرفين

$$٣ = م - ٧، ن = ٣$$

خاصية الضرب الصفري

C

$$التحقق: \leftarrow (٧)٤ - (٧) = ٢٨ - ٤٩ = ٢١$$

C

$$21 = 12 + 9 = (3-)\epsilon - '(3-)$$

المعادلة الأصلية

$$\epsilon = 6, \text{ م} = 6$$

خاصية الضرب الصفري

$$(27) \text{ س } 2 - 2 \text{ س } - 24 = 0$$

$$\text{س } 2 - 2 \text{ س } - 24 = 0$$

$$0 = (\epsilon + \text{س}) (6 - \text{س})$$

$$0 = \epsilon + \text{س} \quad \text{أو} \quad 0 = 6 - \text{س}$$

$$\epsilon - = \text{س} \quad \text{س} = 6$$

الجذران هما: 6، -

C

$$\text{التحقق: } \leftarrow 0 = 24 - 12 - 36 = 24 - (6)2 - '(6)$$

C

$$0 = 24 - 8 + 16 = 24 - (\epsilon -)2 - '( \epsilon -)$$

$$(28) \text{ س } 6 \text{ س } 6 - 5 \text{ س } - 6 = 0$$

$$0 = 6 \text{ س } 6 - 5 \text{ س } - 6 = 0$$

المعادلة الأصلية

استخدم القاعدة (م = 6، ن = 6)

$$0 = (6 - \text{س } 9) + (\text{س } 6 + \text{س } 6)$$

حل بإخراج ق. م. أ

$$0 = (2 + \text{س } 3)3 - (2 + \text{س } 3)2$$

3 + س 2 عامل مشترك

$$0 = (3 - \text{س } 2) (2 + \text{س } 3)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 3 - \text{س } 2 \quad \text{أو} \quad 0 = 2 + \text{س } 3$$

$$3 = \text{س } 2 \quad \text{أو} \quad 2 = -\text{س } 3$$

حل كل معادلة

$$\frac{3}{2} = \text{س}$$

$$\frac{2}{3} = -\text{س}$$

الجذران هما:  $\frac{3}{2}$ ،  $-\frac{2}{3}$ 

C

$$\text{التحقق: } \leftarrow 0 = 6 - \left(\frac{2}{3}\right)5 - ^2\left(\frac{2}{3}\right)6$$

C

$$0 = 6 - \left(\frac{3}{2}\right)5 - ^2\left(\frac{3}{2}\right)6$$



$$(29) \quad 0 = 20 + 13s - 2s^2$$

المعادلة الأصلية

$$0 = 20 + 13s - 2s^2$$

استخدم القاعدة (م = ٨، ن = ٥)

$$0 = (20 + 5s) + (8s - 2s^2)$$

حلل بإخراج ق. م. أ

$$0 = (5 - 2s)(4 + s)$$

س - ٤ عامل مشترك

$$0 = (5 - 2s)(4 + s)$$

خاصية الضرب الصفري

$$0 = 5 - 2s \quad \text{أو} \quad 0 = 4 + s$$

$$5 = 2s \quad \text{أو} \quad 4 = -s$$

حل كل معادلة

$$s = \frac{5}{2} \quad \text{أو} \quad s = -4$$

الجزران هما: ٤،  $\frac{5}{2}$

التحقق: ←  $0 = 20 + (4)13 - 2(4)2$  C

C  $0 = 20 + \left(\frac{5}{2}\right)13 - 2\left(\frac{5}{2}\right)^2$

(٣٠) اختيار من متعدد: أي مما يأتي يُعدُّ عاملاً من عوامل

س<sup>٤</sup> - ١ عند تحليلها تحليلًا تامًا؟

(أ) س<sup>٢</sup> - ١ (ج) س

(ب) س - ١ (د) ١

تحليل فرق مربعين

$$s^4 - 1 = (s^2 + 1)(s^2 - 1)$$

تحليل فرق مربعين

$$= (s + 1)(s - 1)(s^2 + 1)$$

الاختيار الصحيح: (ب) س - ١



## الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤالٍ ممَّا يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة :

(١) جهِّز زياد الأعداد المدوَّنة في الجدول لكل نوعٍ من أنواع الكعك، إذا أراد وضع العدد نفسه من كل نوعٍ من الكعك في كل سلةٍ، بحيث تحوي السلة أكبر عددٍ ممكن من كل نوعٍ من أنواع الكعك جميعها، فما عدد السلال اللّازمة؟  
"تلميح: لا يشترط استخدام جميع قطع الكعك".

العدد	نوع الكعك
٥٤	بالشوكولاتة
٤٥	بالفراولة
٣٦	بالفواكة
٦٠	بالكراميل

(ج) ١٢

(أ) ١٨

(د) ١٠

(ب) ١٦

٢) باستعمال المعلومات في السؤال ١، كم قطعة كعك من كل نوع ستحتوي كل سلة؟

٢ (أ)

٤ (ج)

٣ (ب)

٦ (د)

٣) حلل:  $م + ن + ٥ - م - ٣ - ن - ١٥$

(أ)  $(٣ - م)(٥ - ن)$

(ج)  $(٣ + ن)(٥ - م)$

(ب)  $(٣ - ن)(٥ + م)$

(د)  $(٥ + ن)(٣ - م)$

$$= (١٥ + ٣) - (م + ن + ٥)$$

$$= (٥ + ن)٣ - (٥ + م)$$

$$= (٣ - م)(٥ + ن)$$

٤) أي مما يأتي يمثل حلًا للمعادلة:  $س^٢ + ٦س - ١١٢ = ٠$ ؟

١٤ - (أ)

٦ (ج)

٨ - (ب)

١٢ (د)

$$٠ = (١٤ + س)(٨ - س)$$

$$٠ = ١٤ + س \quad ٠ = ٨ - س$$

$$١٤ - = س \quad ٨ = س$$

٥) أيُّ من كثيرات الحدود الآتية، كثيرة حدود أولية؟

(أ)  $5س^٢ + ٣٤س + ٢٤$

(ب)  $٤س^٢ + ٢٢س + ١٠$

(ج)  $٤س^٢ + ٣٨س + ٧٠$

(د)  $٥س^٢ + ٣س + ٤$

٦) أيُّ ممَّا يأتي لا يُعدُّ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود

$٤٥س^٢ - ٨٠س - ٢٠$ ؟

(أ)  $٥س$

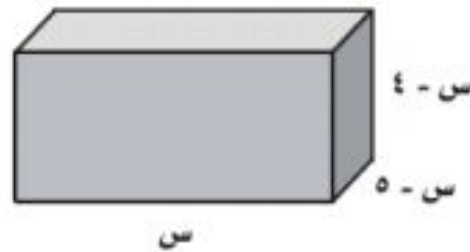
(ب)  $٣س - ٤$

(ج)  $٢س - ٥$

(د)  $٣س + ٤$

(هـ)  $٣س - ٤$

٧) إذا كان حجم متوازي المستطيلات أدناه يساوي  $٥٦س$  سنتمراً مكعباً،



فأيُّ من الأعداد التالية، لا يمثل بُعداً لمتوازي المستطيلات؟

(أ)  $٦س$

(ب)  $٧س$

(ج)  $٨س$

(د)  $١٢س$

٨) عند تحليل كثيرة الحدود:  $ص^٢ - ٩ص + ٢٠$ ، نحصل على:

أ)  $(ص - ٢)(ص - ١٠)$

ب)  $(ص - ٤)(ص - ٥)$

ج)  $(ص - ٢)(ص - ٧)$

د)  $(ص + ٢)(ص - ٥)$

### إجابات قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

عبر عن كلِّ ممَّا يأتي في صورة وحيدة حدِّ.

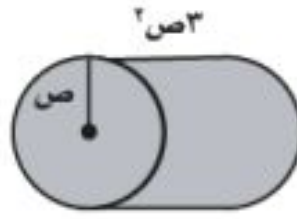
٩) مساحة المثلث:



مساحة المثلث =  $\frac{1}{2} (٣ص² ص) (٢ص² هـ)$

=  $٣ص³ هـ$

(١٠) حجم الأسطوانة:



$$\text{حجم الأسطوانة} = \text{طص} (3\text{ص})^2$$

$$= 3 \text{ طص}^4$$

بسّط كلّ عبارة ممّا يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

$$(11) \frac{٢٣م}{م}$$

$$= م$$

$$(12) \left( \frac{٣ج٢ه٢س}{٢س} \right)$$

$$= \frac{27ج٢ه٢س}{٢س}$$

$$(13) \left( \frac{٩ص٢س٣}{٢ص٢س٣ه٢س} \right)$$

$$= ١$$



(١٤) المعادلة:  $ع = -16n^2 + 40n + 3$  تمثل ارتفاع بالون فوق سطح الأرض بالقدم بعد  $n$  ثانية من إطلاقه، أوجد ارتفاعه بعد ثابنتين من إطلاقه.

$$ع = -16(2)^2 + 40(2) + 3$$

$$ع = -64 + 80 + 3$$

$$ع = 19 \text{ قدم}$$

### إجابات مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضِّحًا خطوات الحل:

(١٥) المعادلة:  $ع = -16n^2 + 200n$  تمثل ارتفاع كرة تمَّ ركلها من الأرض لأعلى.

(أ) عبّر عن الارتفاع بصورة كثيرة حدود بعد تحليلها تحليلًا تامًا.

$$ع = n(200 - 16n)$$

(ب) في أي وقت يكون ارتفاع الكرة عن الأرض مساويًا للصفر؟ وضح معنى ذلك.

يكون الارتفاع مساويًا للصفر عندما  $ع = 0$

$$0 = n(200 - 16n)$$

$$0 = 200 - 16n \quad 0 = 16n$$

$$12.5 = n \quad 0 = n$$

ج) ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟ ومتى يكون ذلك؟

أقصى ارتفاع نصف المسافة بين ٠ و ١٢.٥

$$\text{أي } n = \frac{25}{8}$$

$$e = \left(\frac{25}{8}\right)^2 \cdot 16 - \left(\frac{25}{8}\right) \cdot 200$$

$$e = 468.75$$

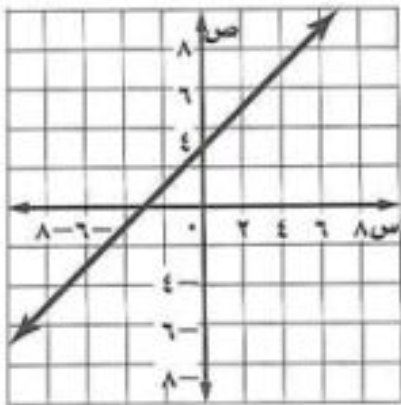
واجباتي



# التهيئة

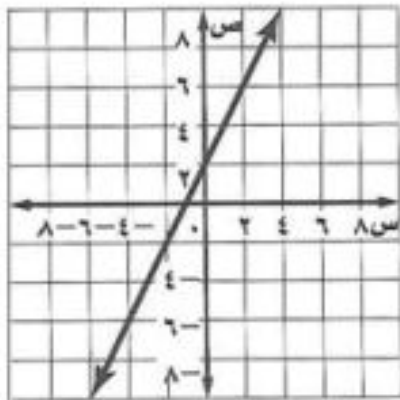
استعمل جدول القيم لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًا:

(١)  $ص = س + ٣$



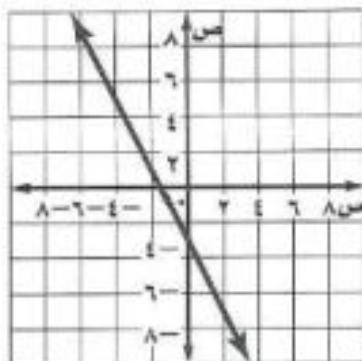
س	$ص = س + ٣$	ص
-٨	$ص = -٨ + ٣ = -٥$	-٥
-٦	$ص = -٦ + ٣ = -٣$	-٣
-٤	$ص = -٤ + ٣ = -١$	-١
-٢	$ص = -٢ + ٣ = ١$	١
٠	$ص = ٠ + ٣ = ٣$	٣
٢	$ص = ٢ + ٣ = ٥$	٥
٤	$ص = ٤ + ٣ = ٧$	٧
٦	$ص = ٦ + ٣ = ٩$	٩
٨	$ص = ٨ + ٣ = ١١$	١١

(٢)  $ص = ٢س + ٢$



س	$ص = ٢س + ٢$	ص
-٤	$ص = ٢(-٤) + ٢ = -٨ + ٢ = -٦$	-٦
-٢	$ص = ٢(-٢) + ٢ = -٤ + ٢ = -٢$	-٢
٠	$ص = ٢(٠) + ٢ = ٠ + ٢ = ٢$	٢
٢	$ص = ٢(٢) + ٢ = ٤ + ٢ = ٦$	٦
٤	$ص = ٢(٤) + ٢ = ٨ + ٢ = ١٠$	١٠
٦	$ص = ٢(٦) + ٢ = ١٢ + ٢ = ١٤$	١٤
٨	$ص = ٢(٨) + ٢ = ١٦ + ٢ = ١٨$	١٨

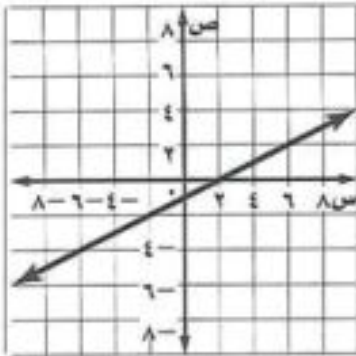
(٣)  $ص = -٢س - ٣$



س	$ص = -٢س - ٣$	ص
-٨	$ص = -٢(-٨) - ٣ = ١٦ - ٣ = ١٣$	١٣
-٦	$ص = -٢(-٦) - ٣ = ١٢ - ٣ = ٩$	٩
-٤	$ص = -٢(-٤) - ٣ = ٨ - ٣ = ٥$	٥
-٢	$ص = -٢(-٢) - ٣ = ٤ - ٣ = ١$	١
٠	$ص = -٢(٠) - ٣ = ٠ - ٣ = -٣$	-٣
٢	$ص = -٢(٢) - ٣ = -٤ - ٣ = -٧$	-٧
٤	$ص = -٢(٤) - ٣ = -٨ - ٣ = -١١$	-١١
٦	$ص = -٢(٦) - ٣ = -١٢ - ٣ = -١٥$	-١٥
٨	$ص = -٢(٨) - ٣ = -١٦ - ٣ = -١٩$	-١٩

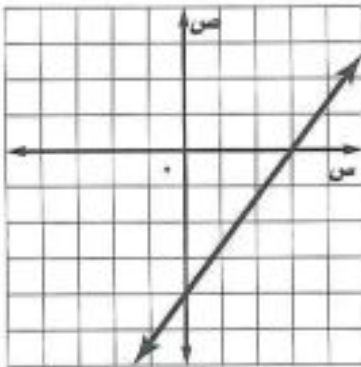
# واجباتي

(٤) ص = ٠,٥س - ١



س	ص = ٠,٥س - ١	ص
١-	ص = -٠,٥ - ١	١,٥-
٠	ص = ١ - ٠	١-
١	ص = ٠,٥ - ١	٠,٥-
٢	ص = ١ - ٢ × ٠,٥	٠

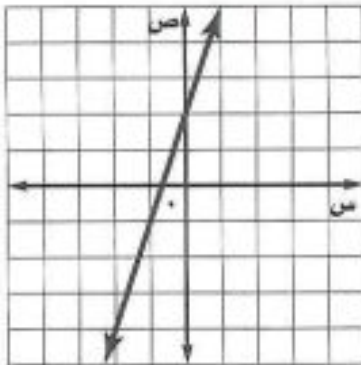
(٥) ١٢ = ص٣ - س٤



س	ص
١-	٥,٣-
٠	٤-
١	٢,٧-
٢	١,٣

(٦) ص٣ = ٦ + ٩س

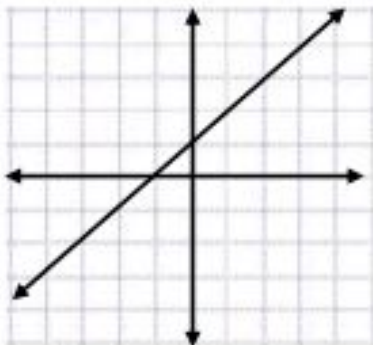
بقسمة الطرفين على ٣  
ص = ٢ + ٣س



س	ص
١-	١-
٠	٢
١	٥
٢	٨

(٧) ص - س = ١

بإضافة س إلى الطرفين  
ص = ١ + س

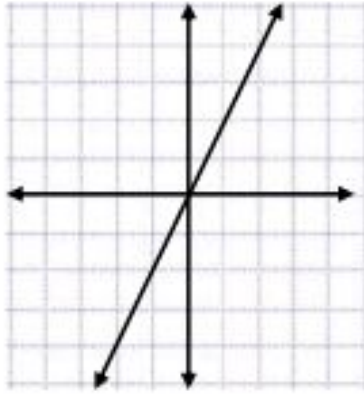


س	ص
١-	٠
٠	١
١	٢
٢	٣

(٨) ص٣ = ٦س



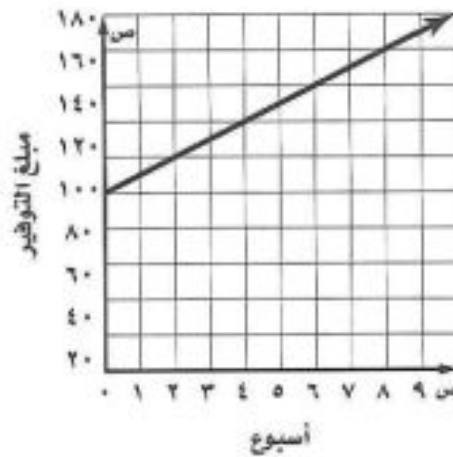
# واجباتي



بقسمة الطرفين على ٢  
ص = ٢س

س	ص
١-	٢-
٠	٠
١	٢
٢	٤

٩) توفير: مع محسن ١٠٠ ريال، ويخطط لتوفير ١٠ ريالات أسبوعيًا، مثل بيانيًا معادلة تبين المبلغ الكلي (م) الذي سيوفره محسن في (س) أسبوعًا.



حدّد إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكل مربعًا كاملًا، اكتب "نعم" أو "لا"، وإذا كانت كذلك فحلّلها:

$$١٠٠ + ١٢ + ٣٦$$

نعم،  $(٦ + ا)^2$

الحد الأول مربع كامل وكذلك الحد الثالث وبما أن  $٢ \times$  جذر الحد الأول  $\times$  جذر الحد الثالث = ١٢ إذن الحد الأوسط مربع كامل أيضًا إذن ثلاثية الحدود تشكل مربعًا كاملًا

$$١١) س^٢ + ٥س + ٢٥$$

لا

$$(12) \text{ س } 12 - 2 \text{ س } 32 + 32$$

لا

$$(13) \text{ س } 20 + 2 \text{ س } 100 + 100$$

نعم، (س + 10)<sup>2</sup>

الحد الأول مربع كامل وكذلك الحد الثالث وبما أن  $2 \times \text{جذر الحد الأول} \times \text{جذر الحد الثالث} = 20$  إذن الحد الأوسط مربع كامل أيضا إذن ثلاثية الحدود تشكل مربعا كاملا.

$$(14) \text{ س } 28 + 2 \text{ س } 49 + 49$$

نعم، (س + 7)<sup>2</sup>

الحد الأول مربع كامل وكذلك الحد الثالث وبما أن  $2 \times \text{جذر الحد الأول} \times \text{جذر الحد الثالث} = 28$  إذن الحد الأوسط مربع كامل أيضا إذن ثلاثية الحدود تشكل مربعا كاملا.

$$(15) \text{ ك } 16 - 2 \text{ ك } 64 + 64$$

نعم، (ك - 8)<sup>2</sup>

الحد الأول مربع كامل وكذلك الحد الثالث وبما أن  $2 \times \text{جذر الحد الأول} \times \text{جذر الحد الثالث} = 16$  إذن الحد الأوسط مربع كامل أيضا إذن ثلاثية الحدود تشكل مربعا كاملا.

$$(16) \text{ أ } 121 - 2 \text{ أ } 22 + 22$$

نعم، (أ - 11)<sup>2</sup>

الحد الأول مربع كامل وكذلك الحد الثالث وبما أن  $2 \times \text{جذر الحد الأول} \times \text{جذر الحد الثالث} = 22$  إذن الحد الأوسط مربع كامل أيضا إذن ثلاثية الحدود تشكل مربعا كاملا.

$$(17) \text{ ت } 12 - 2 \text{ ت } 25 + 25$$

لا

# واجباتي

$$(18) \text{ س } 9 - 2$$

نعم، (س - 3)<sup>2</sup>

$$(19) \text{ س } 1 + 2\text{س} + 2$$

نعم، (س + 1)<sup>2</sup>

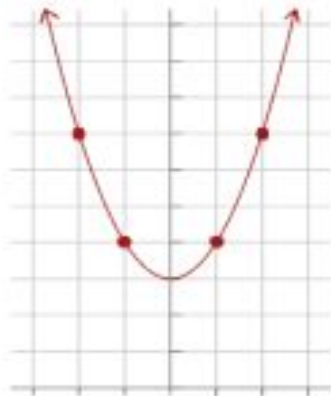
الحد الأول مربع كامل وكذلك الحد الثالث وبما أن  $2 \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}} = 2$  إذن الحد الأوسط مربع كامل أيضا إذن ثلاثية الحدود تشكل مربعا كاملا

# تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

١-٨

## تحقق

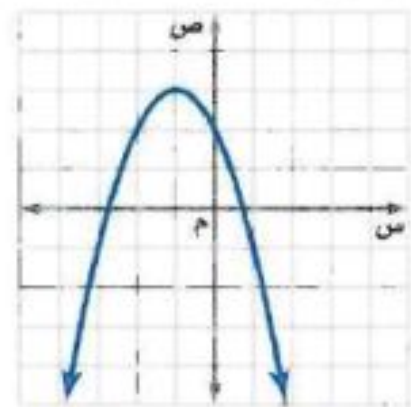
(١) استعمل جدول القيم لتمثيل الدالة  $ص = س^٢ + ٣س$  بيانياً، وحدد مجالها ومداهما.



٢	١	٠	١-	٢-	س
٧	٤	٣	٤	٧	ص

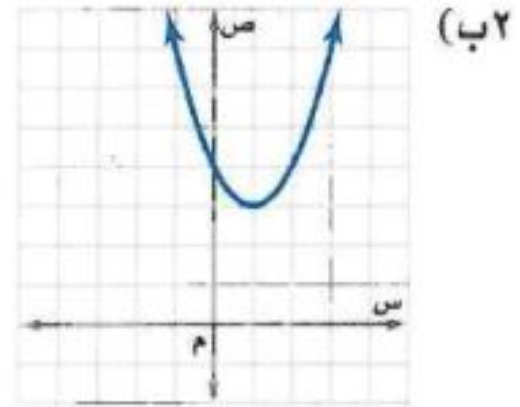
المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى =  $\{ص | ص \geq ٣\}$

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للتمثيل البياني الآتي:



(١٢)

الرأس =  $(-٣, ٤)$ ، محور التماثل  $س = -١$ ، المقطع الصادي  $٢ =$



الرأس = (٣ ، ١) ، محور التماثل  $s = ١$  ، المقطع الصادي = ٤

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للدالة:

$$٣ \text{ ص} = ٣ - ٢ \text{ س} + ٦ \text{ س} - ٥$$

$$\text{ص} = \frac{٢ - ٣}{١}$$

$$\text{ص} = \frac{٦ - ٣}{٢} = \frac{٣}{٢}$$

معادلة محور التماثل هي  $s = ١$

$$\text{عند } s = ١$$

$$\text{ص} = ٣ - ٢ + ٦ - ٥ = ٢$$

إذن الرأس هي (١ ، ٢)

وبما أن المقطع الصادي هو عند النقطة (٠ ، ج) إذن المقطع الصادي هو -٥



$$٣ب) ص = ٢س + ٢س + ٢ = ٢ + ٢س$$

$$س = \frac{٢-ب}{٢}$$

$$س = \frac{٢-}{٢ \times ٢} = \frac{١-}{٢}$$

معادلة محور التماثل هي  $س = \frac{١-}{٢}$

$$س = \frac{١-}{٢} \text{ وعند } س$$

$$ص = ٢ + \frac{١}{٢} \times ٢ - \frac{١}{٤} \times ٢ = \frac{٣}{٢}$$

إذن الرأس هي  $(\frac{٣}{٢}, \frac{١-}{٢})$

وبما أن المقطع الصادي هو عند النقطة (٠، ج) إذن المقطع الصادي هو ٢

$$\text{ليكن د (س) = } ٢س - ٤س - ١$$

٤أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة عظمى أم قيمة صغرى.

قيمة صغرى لأن  $٢ = ٤$  وهي قيمة موجبة إذن المنحنى مفتوح لأعلى

٤ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة.

القيمة الصغرى هي -٣

$$س = \frac{٢-ب}{٢}$$

$$١ = \frac{(٤-)-}{٢ \times ٢} =$$

$$ص = ٢ - ٤ - ١ = -٣$$

٤ جـ) حدد مجال الدالة ومداهما.

**المجال** = مجموعة الأعداد الحقيقية

**المدى** =  $\{ص \mid ص \leq -3\}$

مثل الدالة بيانياً.

$$٥ ا) د(س) = -2س^2 + 2س - 1$$

$$س = \frac{-ب}{٢ا}$$

$$س = \frac{-2}{2 \times (-2)} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

معادلة محور التماثل هي  $س = \frac{1}{2}$

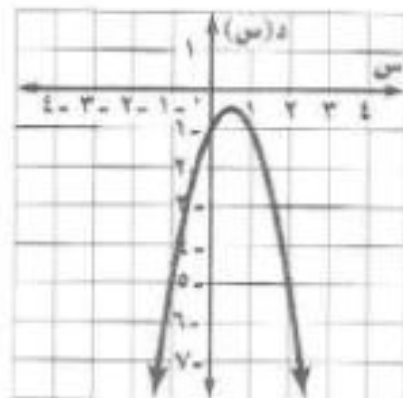
وعند  $س = \frac{1}{2}$

$$ص = -2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \left(\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{1}{2}$$

إذن الرأس هي  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

وبما أن أ قيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = -1$



# واجباتي

$$٥ ب) د(س) = ٣س^٢ - ٦س + ٢$$

$$س = \frac{٦-٣}{١٢}$$

$$س = \frac{(٦-٣)}{٣ \times ٢} = ١$$

معادلة محور التماثل هي  $س = ١$

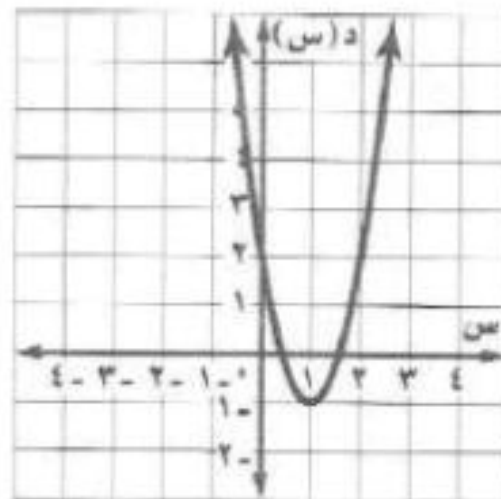
وعند  $س = ١$

$$ص = ١ - ٦ + ٣ = ٢$$

إذن الرأس هي  $(١, ٢)$

وبما أن أ قيمة موجبة فالتمثيل مفتوح لأعلى لذا الرأس تمثل قيمة صغرى

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = ٢$



# واجباتي

٦) رمي الرمح: يشارك علي في مسابقة رمي الرمح، ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح (ص) بالأقدام بعد (س) ثانية، بالمعادلة  $ص = -١٦س^٢ + ٦٤س + ٦$ .

أ) مثل مسار هذا الرمح بيانياً.

$$ص = \frac{-ب}{٢ا}$$

$$ص = \frac{-٦٤}{٢ \times -١٦} = ٢$$

معادلة محور التماثل هي  $ص = ٢$

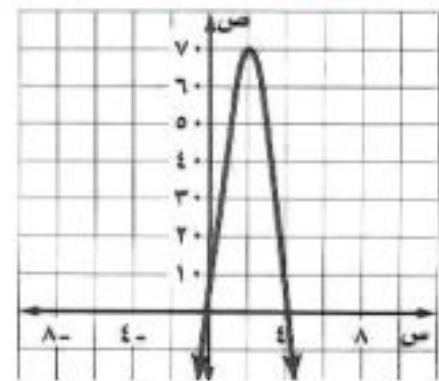
وعند  $ص = ٢$

$$٧٠ = ٦ + ٢ \times ٦٤ + ٤ \times -١٦ = ص$$

إذن الرأس هي  $(٢, ٧٠)$

وبما أن أ قيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = ٦$



ب) ما الارتفاع الذي أُطلق منه الرمح؟  
٦ أقدام

ج) ما أقصى ارتفاع يصله الرمح؟

٧٠ قدما

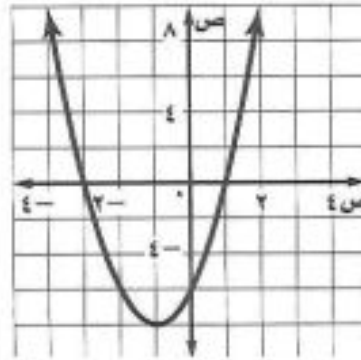
## تأكد: ✓

استعمل جدول القيم، لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانًا، وحدد مجالها ومداهما:

$$(1) \text{ ص} = 2\text{س}^2 + 4\text{س} - 6$$

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\text{المدى} = \{ \text{ص} \mid \text{ص} \geq -8 \}$$

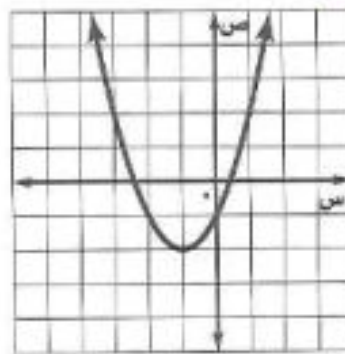


س	3-	2-	1-	0	1	2
ص	0	6-	8-	6-	0	10

$$(2) \text{ ص} = 3\text{س}^2 + 2\text{س} - 1$$

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\text{المدى} = \{ \text{ص} \mid \text{ص} \geq -2 \}$$



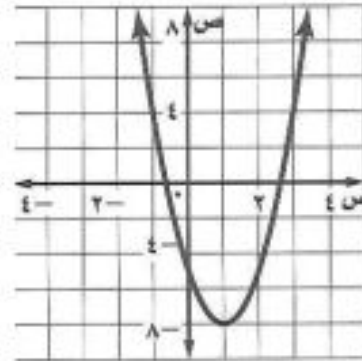
س	3-	2-	1-	0	1	2
ص	2	1-	2-	1-	2	7

$$(3) \text{ ص} = 3\text{س}^2 - 6\text{س} - 5$$



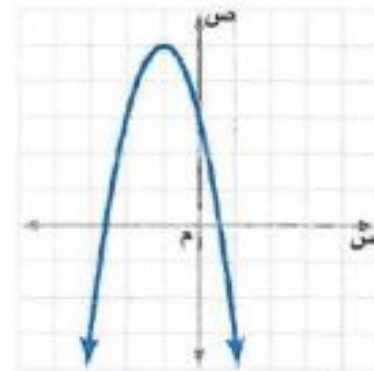
# واجباتي

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى =  $\{ص | ص \leq ٨\}$



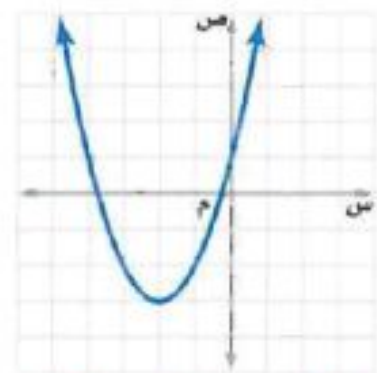
ص	٢-	١-	٠	١-	٢-	س
٤	٥-	٨-	٥-	٤	١٩	ص

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل تمثيل بياني فيما يأتي:



(٤)

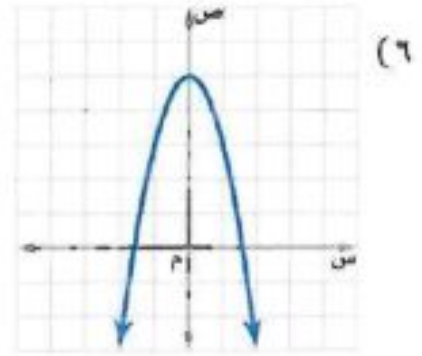
الرأس =  $(-١, ٥)$ ، محور التماثل  $ص = -١$ ، المقطع الصادي =  $٣$



(٥)

الرأس =  $(٢, -٣)$ ، محور التماثل  $ص = ٢$ ، المقطع الصادي =  $١$

# واجباتي



الرأس =  $(0, 5)$ ، محور التماثل  $س = 0$ ، المقطع الصادي =  $5$

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

$$(7) \quad ص = -س^2 + 2س + 1$$

$$س = \frac{-ب}{2ا}$$

$$س = \frac{2-}{1 \times 2} = 1$$

معادلة محور التماثل هي  $س = 1$

وعند  $س = 1$

$$ص = 5 + 4 - 1 = 8$$

إذن الرأس هي  $(1, 8)$

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = 1$

الرأس =  $(1, 8)$ ، محور التماثل  $س = 1$ ، المقطع الصادي =  $1$

$$(8) \text{ ص} = \text{س}^2 - 4\text{س} + 5$$

$$\text{س} = \frac{\text{ب}}{12}$$

$$\text{س} = \frac{(4-)}{1 \times 2} = 2$$

معادلة محور التماثل هي  $\text{س} = 2$

وعند  $\text{س} = 2$

$$\text{ص} = 5 - 4 \times 2 + 4 = 1$$

إذن الرأس هي  $(2, 1)$

والمقطع الصادي هو قيمة  $\text{ج} = 5$

الرأس =  $(2, 1)$ ، محور التماثل  $\text{س} = 2$ ، المقطع الصادي  $= 5$

$$(9) \text{ ص} = \text{س}^2 - 8\text{س} + 9$$

$$\text{س} = \frac{\text{ب}}{12}$$

$$\text{س} = \frac{8}{4 \times 2} = 1$$

معادلة محور التماثل هي  $\text{س} = 1$

وعند  $\text{س} = 1$

$$\text{ص} = 9 - 8 + 1 = 2$$

إذن الرأس هي  $(1, 2)$

والمقطع الصادي هو قيمة  $\text{ج} = 9$

الرأس =  $(1, 2)$ ، محور التماثل  $\text{س} = 1$ ، المقطع الصادي  $= 9$

في الأسئلة ١٠-١٢ أجب عما يأتي:

(أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أم قيمة عظمى.

(ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.

(ج) حدّد مجال الدالة ومداهما.

$$(١٠) \text{ ص} = -\text{س}^2 - ٢\text{س} + ٢$$

(أ) **عظمى**، بما أن أقيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

$$\text{(ب) س} = \frac{-\text{ب}}{٢\text{أ}}$$

$$\text{س} = \frac{2}{1- \times 2} = 1-$$

وعند س = ١-

$$\text{ص} = ٢ + ٢ + ١- = ٣$$

إذن الرأس هي (١-، ٣)

القيمة العظمى هي الإحداث الصادي للرأس وتساوي ٣

(ج) **المجال** = مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\text{المدى} = \{\text{ص} \mid \text{ص} \geq ٣\}$$

$$(١١) \text{ ص} = -٣\text{س}^2 + ٦\text{س} + ٣$$

(أ) **عظمى**، بما أن أقيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

$$\text{(ب) س} = \frac{-\text{ب}}{٢\text{أ}}$$

$$\text{س} = \frac{6-}{3- \times 2} = 1$$

وعند س = ١

$$\text{ص} = ٣ + ٦ + ٣- = ٦$$

إذن الرأس هي (١، ٦)

القيمة العظمى هي الإحداث الصادي للرأس وتساوي ٦

(ج) **المجال** = مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\text{المدى} = \{\text{ص} \mid \text{ص} \geq ٦\}$$

# واجباتي

$$(12) \text{ ص} - 2\text{س} + 8 = 6$$

(أ) **عظمى**، بما أن أ قيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

$$(ب) \text{ س} = \frac{b}{a} = \frac{-2}{-2}$$

$$\text{س} = \frac{8}{2} = 2$$

وعند  $\text{س} = 2$

$$\text{ص} = 6 - 16 + 8 = 2$$

إذن الرأس هي  $(2, 2)$

القيمة العظمى هي الإحداث الصادي للرأس وتساوي 2

(ج) **المجال** = مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\text{المدى} = \{\text{ص} \mid \text{ص} \geq 2\}$$

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً:

$$(13) \text{ د(س)} = -3\text{س}^2 + 6\text{س} + 3$$

$$\text{س} = \frac{b}{a} = \frac{6}{-3}$$

$$\text{س} = \frac{6}{-3} = -2$$

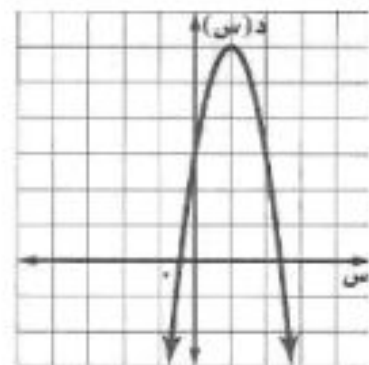
وعند  $\text{س} = -2$

$$\text{ص} = 3 + 6 + 3 = 6$$

إذن الرأس هي  $(-2, 6)$

وبما أن أ قيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

والمقطع الصادي هو قيمة  $\text{ج} = 3$





$$(١٤) د(س) = -٢س + ٤س + ١$$

$$س = \frac{-ب}{٢ا}$$

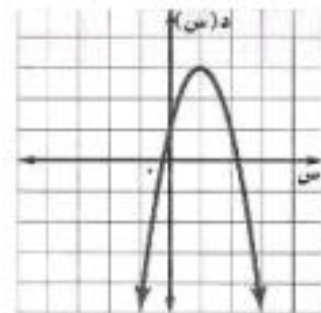
$$س = \frac{-٤}{٢ \times -٢} = ١$$

وعند س = ١

$$ص = -٢ + ٤ + ١ = ٣$$

إذن الرأس هي (١، ٣)

وبما أن أ قيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى



$$(١٥) د(س) = ٢س - ٨س - ٤$$

$$س = \frac{-ب}{٢ا}$$

$$س = \frac{-٨}{٢ \times ٢} = -٢$$

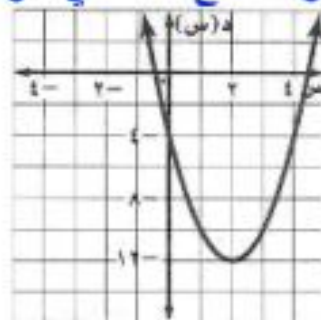
وعند س = -٢

$$ص = ٢ \times -٢ - ٨ \times -٢ - ٤ = ١٢$$

إذن الرأس هي (-٢، ١٢)

وبما أن أ قيمة موجبة فالتمثيل مفتوح لأعلى لذا الرأس تمثل قيمة صغرى

والمقطع الصادي هو قيمة ج = -٤



# واجباتي

(١٦) كرة: يقذف ياسر كرة في الهواء، وفق المعادلة  $s = 16t - \frac{1}{2}t^2$  حيث تمثل  $s$  ارتفاع الكرة بالأقدام بعد  $t$  ثانية.

(أ) مثل هذه الدالة بيانياً.

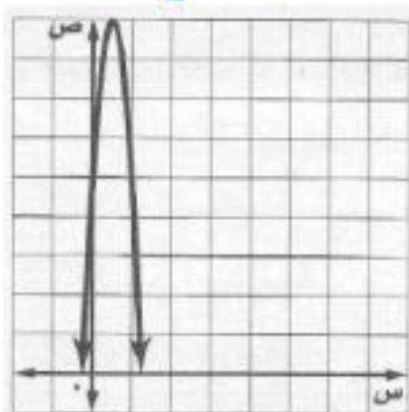
$$s = \frac{16t - t^2}{2}$$

$$s = \frac{16 - t^2}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}(16 - t^2)$$

$$s = 5 + 8t - \frac{1}{2}t^2 = 5 + \frac{1}{2} \times 16 + \frac{1}{4} \times 16 - \frac{1}{2}t^2$$

إذن الرأس هي  $(4, 9)$



(ب) ما الارتفاع الذي قُذفت منه الكرة؟  
٥ أقدام

(ج) ما أقصى ارتفاع تصله الكرة من سطح الأرض؟  
٩ أقدام

## تدرب وحل المسائل:

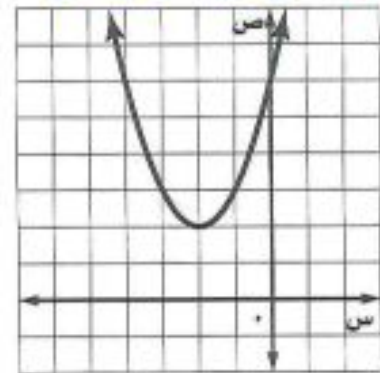


استعمل جدول القيم لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًا، وحدد مجالها ومداهما.

$$(17) \text{ ص} = \text{س}^2 + 6\text{س} + 6$$

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية

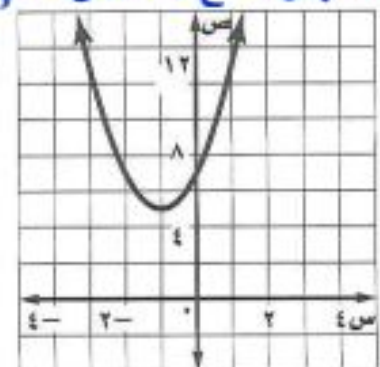
$$\text{المدى} = \{ \text{ص} \mid \text{ص} \geq 2 \}$$



س	٤-	٣-	٢-	١-	٠
ص	٦	٣	٢	٣	٦

$$(18) \text{ ص} = 2\text{س}^2 + 4\text{س} + 7$$

المجال = ح ، المدى =  $\{ \text{ص} \mid \text{ص} \geq 5 \}$

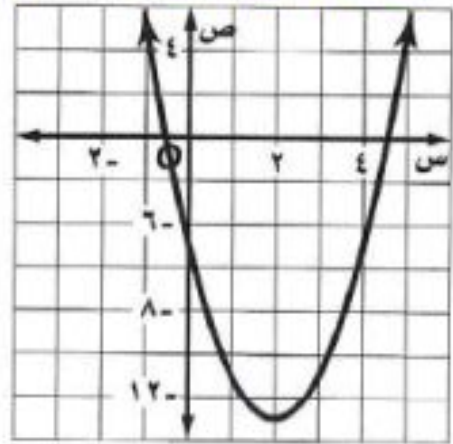


س	٣-	٢-	١-	٠	١
ص	١٣	٧	٥	٧	١٣

$$(19) \text{ ص} = 2\text{س}^2 - 8\text{س} - 5$$

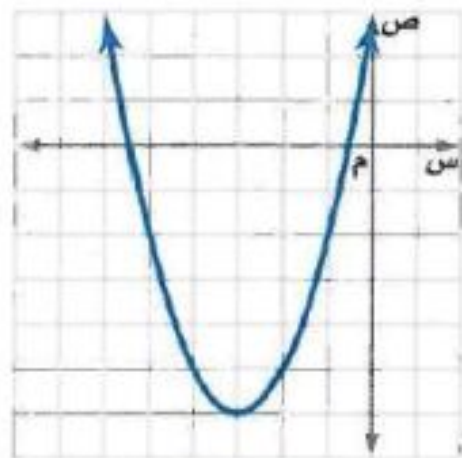
# واجباتي

المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى =  $\{ص | ص \leq ١٣\}$



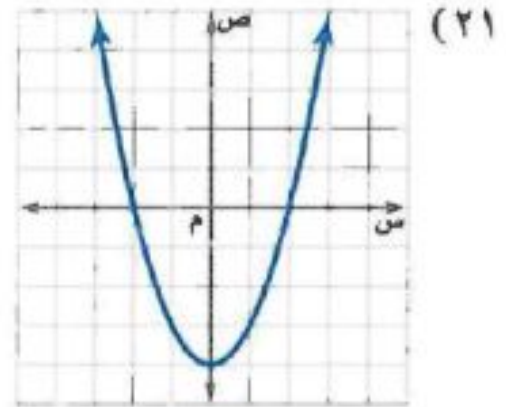
٠	١	٢	٣	٤	س
٥-	١١-	١٣-	١١-	٥-	ص

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل تمثيل بياني فيما يأتي:

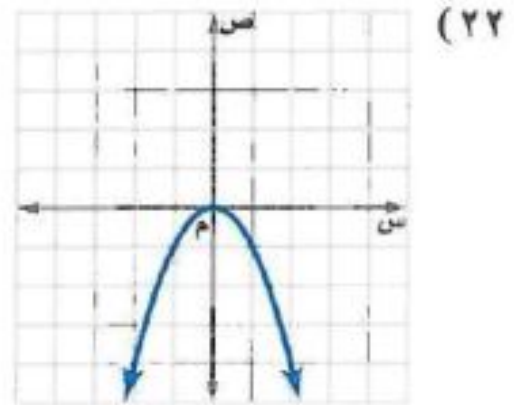


(٢٠)

الرأس =  $(-٣, -٦)$ ، محور التماثل س =  $-٣$ ، المقطع الصادي =  $٤$



الرأس = (٠، -٤)، محور التماثل س = ٠، المقطع الصادي = -٤



الرأس = (٠، ٠)، محور التماثل س = ٠، المقطع الصادي = ٠

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

(٢٣)  $ص = س^٢ + ٨س + ١٠$

$$س = \frac{-ب}{٢ا}$$

$$س = \frac{-٨}{١ \times ٢} = -٤$$

معادلة محور التماثل هي س = -٤

وعند س = -٤

$$ص = ١٠ + ٣٢ - ١٦ = ٢٦$$

إذن الرأس هي (-٤، ٢٦)

والمقطع الصادي هو قيمة ج = ١٠

(٢٤)  $ص = ٢س^٢ + ١٢س + ١٠$



## واجباتي

$$\frac{b-}{12} = \text{س}$$

$$3- = \frac{12-}{2 \times 2} = \text{س}$$

معادلة محور التماثل هي  $3- = \text{س}$

وعند  $3- = \text{س}$

$$8- = 10 + 36 - 18 = \text{ص}$$

إذن الرأس هي  $(8-، 3-)$

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = 10$

$$(25) \text{ ص} = 3- \text{س}^2 - 6 \text{س} + 7$$

$$\frac{b-}{12} = \text{س}$$

$$1- = \frac{6}{3- \times 2} = \text{س}$$

معادلة محور التماثل هي  $1- = \text{س}$

وعند  $1- = \text{س}$

$$10 = 7 + 6 + 3- = \text{ص}$$

إذن الرأس هي  $(10، 1-)$

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = 7$

في الأسئلة ٢٦-٢٨، أجب عما يأتي:

(أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أو القيمة عظمى.

(ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.

(ج) حدّد مجال الدالة ومداهما؟

$$(26) \text{ ص} = 2 - \text{س}^2 - 8\text{س} + 1$$

(أ) **قيمة عظمى**، لأن  $2 - \text{س}^2$  وهي قيمة سالبة إذن المنحنى مفتوح لأسفل

(ب) **القيمة العظمى هي ٩**

$$2 - \text{س} = \frac{(8 - \text{س}) - \text{س}}{2} = \frac{\text{س}}{2}$$

$$\text{ص} = 1 + 16 + 8 - 9$$

(ج) **المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية**

$$\text{المدى} = \{\text{ص} \mid \text{ص} \geq 9\}$$

$$(27) \text{ ص} = \text{س}^2 + 4\text{س} - 5$$

(أ) **قيمة صغرى**، لأن  $1 = \text{س}^2$  وهي قيمة موجبة إذن المنحنى مفتوح لأعلى

(ب) **القيمة الصغرى هي -٩**

$$2 - \text{س} = \frac{(4 - \text{س}) - \text{س}}{1 \times 2} = \frac{\text{س}}{2}$$

$$\text{ص} = 9 - 8 - 5 = -9$$

(ج) **المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية**

$$\text{المدى} = \{\text{ص} \mid \text{ص} \leq -9\}$$

$$(28) \text{ ص} = 3\text{س}^2 + 18\text{س} - 21$$

# واجباتي

(أ) قيمة صغرى، لأن  $a = 3$  وهي قيمة موجبة إذن المنحنى مفتوح لأعلى  
 (ب) القيمة الصغرى هي  $-48$

$$3- = \frac{(18)-}{3 \times 2} = \frac{ب-}{2} = س$$

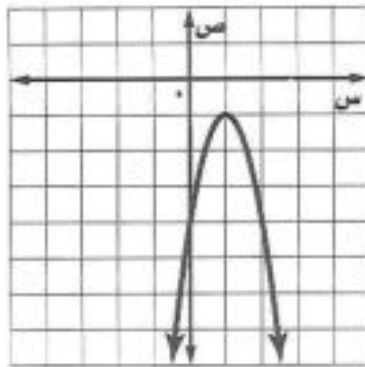
$$48- = 21- - 54- - 27- = ص$$

(ج) المجال = مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\{ص | ص \leq -48\} = المدى$$

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً:

$$(29) ص = 3س^2 + 6س - 4$$



$$1 = \frac{6-}{3- \times 2} = \frac{ب-}{2} = س$$

معادلة محور التماثل هي  $س = 1$

وعند  $س = 1$

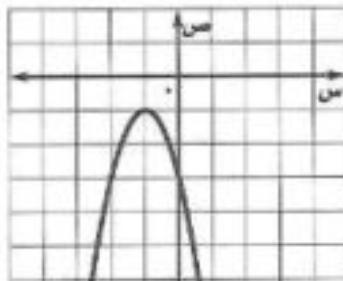
$$1- = 4- - 6 + 3- = ص$$

إذن الرأس هي  $(1, 1)$

وبما أن أ قيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = -4$

$$(30) ص = 2س^2 - 4س - 3$$



$$1- = \frac{(4)-}{2- \times 2} = \frac{ب-}{2} = س$$

معادلة محور التماثل هي  $س = 1$

وعند  $س = 1$

$$1- = 3- - 4 + 2- = ص$$

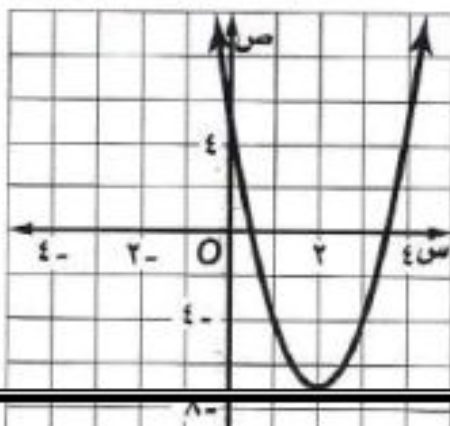
إذن الرأس هي  $(1, -1)$

وبما أن أ قيمة سالبة فالتمثيل مفتوح

لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = 3$

$$(31) ص = 3س^2 - 12س + 5$$



$$s = \frac{b}{2}$$

$$2 = \frac{(12 - )}{3 \times 2} = s$$

معادلة محور التماثل هي  $s = 2$

وعند  $s = 2$

$$v = 12 - 24 + 5 = 7$$

إذن الرأس هي  $(2, 7)$

وبما أن أ قيمة موجبة فالتمثيل مفتوح لأعلى لذا الرأس تمثل قيمة صغرى

والمقطع الصادي هو قيمة  $c = 5$

(٣٢) كرة قدم، قذف حارس المرمى الكرة من مستوى سطح الأرض إلى الأعلى

بسرعة ابتدائية مقدارها ٩٠ قدمًا في الثانية، والدالة  $c = -16n^2 + 90n$

تمثل ارتفاع الكرة بعد (ن) ثانية.

(أ) ما ارتفاع الكرة بعد ثانية واحدة؟

$$c = -16n + 90$$

$$c = -16 \times 1 + 90 \times 1 = 74 \text{ قدمًا}$$

(ب) متى تكون الكرة على ارتفاع ١٢٦ قدمًا؟

$$126 = -16n^2 + 90n$$

$$0 = 126 - 90n + 16n^2$$

$$0 = 63 - 45n + 8n^2$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$n = \frac{45 \pm \sqrt{45^2 - 4 \times 8 \times 63}}{8 \times 2}$$

$$n = \frac{9 + 45}{16} = 3,4 \approx 3 \text{ ثوان تقريباً}$$

$$n = \frac{9 - 45}{16} = 2,63 \text{ ثانية تقريباً}$$



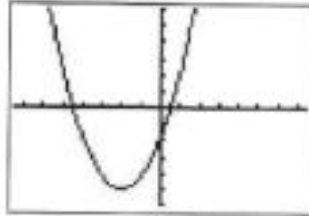
ج) ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟  
٢٦,٦ أ قدم تقريبا

(٣٣) تمثيلات متعددة: سوف تكتشف في هذه المسألة حل المعادلات التربيعية باستعمال جداول القيم.

أ) جبرياً: حدّد الدالة المرتبطة بكل معادلة فيما يأتي، ثم انسخ الجدول وأكمله.

الأصفار	الدالة المرتبطة	المعادلة
٤، ٣-	$ص = س^٢ - س - ١٢$	$س^٢ - س = ١٢$
١، ٩-	$ص = س^٢ + ٨س - ٩$	$س^٢ + ٨س = ٩$
١٢، ٢	$ص = س^٢ - ١٤س + ٢٤$	$س^٢ - ١٤س = ٢٤$
٢-، ١٤-	$ص = س^٢ + ١٦س + ٢٨$	$س^٢ + ١٦س = ٢٨$

ب) بيانياً: مثل كل دالة مرتبطة باستعمال الحاسبة البيانية.

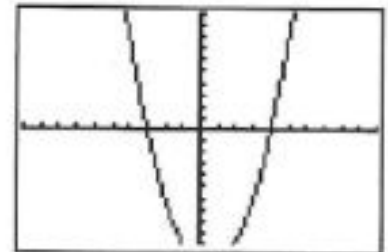


by ٢ : scl [١٥، ١٥-] scl ٥

by ٢ : scl [١٥، ١٥-]

٥ : scl [٣٠، ٣٠-]

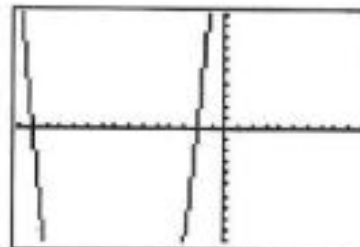
$$ص = س^٢ + ٨س - ٩$$



by ١ : scl [١٠، ١٠-]

١ : scl [١٠، ١٠-]

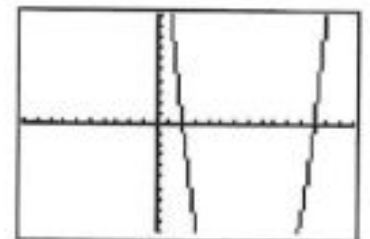
$$ص = س^٢ - س - ١٢$$



by ١ : scl [١٠، ١٥-]

١ : scl [١٠، ١٠-]

$$ص = س^٢ + ١٦س + ٢٨$$



by ١ : scl [١٥، ١٠-]

١ : scl [١٠، ١٠-]

$$ص = س^٢ - ١٤س + ٢٤$$



## واجباتي

ج) تحليلياً: استعمل قيم الجدول الموجودة على حاسبتك لتحديد أصفار كل دالة مرتبطة، ثم اكتب الأصفار في الجدول الوارد في الصفحة السابقة.

الأصفار	الدالة المرتبطة
٤، ٣-	$ص = س^١ - س - ١٢$
١، ٩-	$ص = س^١ + ٨س - ٩$
١٢، ٢	$ص = س^١ - ١٤س + ٢٤$
٢-، ١٤-	$ص = س^١ + ١٦س + ٢٨$

د) تفضيلاً، وضح العلاقة بين عدد حلول المعادلة وأصفار الدالة المرتبطة بها؟  
عدد أصفار الدالة يساوي درجتها ويساوي عدد حلول المعادلة

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣٤) مسألة مفتوحة: اكتب دالة تربيعية معادلة محور التماثل لتمثيلها البياني هي  $s = -\frac{3}{8}$ ، ملخصًا خطوات عملك.

$$ص = ٤س' + ٣س + ٥$$

(٣٥) اكتشف الخطأ: تحاول عبير ومنى إيجاد محور التماثل للقطع المكافئ، فأيهما كانت إجابتها صحيحة؟ فسّر إجابتك.

عبير

$$ص = -٦س' - ٤س + ٦$$

$$س = \frac{ب}{١٢}$$

$$س = \frac{٤-}{(١-)^٢}$$

$$س = ٢-$$

منى

$$ص = -٦س' - ٤س + ٦$$

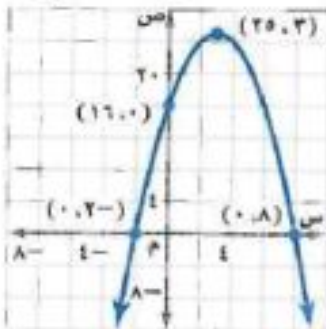
$$س = \frac{ب}{١٢}$$

$$س = \frac{٤-}{(١-)^٢}$$

$$س = ٢$$

عبير نسيت منى إشارة السالب مع - 4

(٣٦) تحدّد: اكتب معادلة التمثيل البياني المجاور باستعمال محور التماثل وأحد المقطعين السينيين.



بما أن المنحنى لأسفل إذن أقيمة سالبة  
الرأس = (٢٥، ٣)، س = ٣، ص = ١٦  
ص = -٣س' + ٨س - ٢س + ١٦  
ص = -٣س' + ٦س + ١٦

(٣٧) تبرير: إذا كان رأس قطع مكافئ هو النقطة (٢، ٠)، وإحدى نقاطه

(٥، ٩)، فأوجد نقطة أخرى عليه، وشرح طريقة إيجادها.

(١-، ٩)، أمثل النقاط المعطاة وارسم القطع المكافئ المار بها أجد انعكاس النقطة (٥، ٩) حول المستقيم س = ٢

(٣٨) اكتب: وضح كيفية إيجاد محور التماثل لمعادلة الدالة التربيعية، ثم فسر الخصائص الأخرى للتمثيل البياني التي يمكنك اشتقاقها منه، وكيف توصلت إليها.

أجد قيم  $a$ ،  $b$  من الصورة القياسية وأعوض ذلك في معادلة محور التماثل  $s = \frac{-b}{2a}$  وهذا يعطي الاحداثي السيني ولإيجاد القيمة العظمى أو الصغرى للدالة أعوض في المعادلة الأصلية

### تدريب على اختبار



أ - ٣٦ ط

(٣٩) هندسة: دائرة مساحتها ٣٦ ط وحدة مربعة، إذا زاد نصف قطرها إلى مثليه، فكم تصبح مساحة الدائرة الجديدة؟

- أ) ٧٢ ط وحدة مربعة (ج) ١٢٩٦ ط وحدة مربعة  
ب) ١٤٤ ط وحدة مربعة (د) ٩ ط وحدة مربعة

الاختيار الصحيح: ب) ١٤٤ ط وحدة مربعة  
٣٦ ط = ط نق<sup>٢</sup>  
نق = ٦

نصف القطر الجديد = ٦ × ٢ = ١٢

مساحة الدائرة = ط (١٢)<sup>٢</sup> = ١٤٤ ط

٤٠) ما مدى الدالة د (س) = ٤س<sup>٢</sup> -  $\frac{1}{3}$ ؟

- أ) جميع الأعداد الصحيحة التي تقل عن أو تساوي  $\frac{1}{3}$   
ب) جميع الأعداد الصحيحة غير السالبة  
ج) جميع الأعداد الحقيقية  
د) جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي  $-\frac{1}{3}$

الاختيار الصحيح: د) جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي  $-\frac{1}{3}$

## مراجعة تراكمية

حدّد إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملاً،  
اكتب "نعم" أو "لا"، وإذا كانت كذلك فحلّلها:

$$(٤١) \quad ١ + ٤س + ٤س^٢$$

نعم تشكّل مربعاً كاملاً

$$= ١ + ٤س + ٤س^٢$$

$$= (١ + ٢س) + (١ + ٢س)س$$

$$= (١ + ٢س)^٢$$

$$(٤٢) \quad ٢٥ + ٢٠س - ٤س^٢$$

نعم تشكّل مربعاً كاملاً،

$$= ٢٥ + ٢٠س - ٤س^٢$$

$$= ٥(٥ - ٢س) - (٥ - ٢س)س$$

$$= (٥ - ٢س)^٢$$

$$(٤٣) \quad ١٦ + ٨س + ٩س^٢$$

لا



## استعد للدرس اللاحق

أوجد المقطع السيني للتمثيل البياني لكل معادلة فيما يأتي:

$$(٤٤) \text{ س} + ٢\text{ص} = ١٠$$

$$\text{س} + ٢\text{ص} = ١٠$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{س} + ٠ = ١٠$$

$$\text{س} = ١٠$$

$$(٤٥) \text{ ٢س} - ٣\text{ص} = ١٢$$

$$\text{٢س} - ٣\text{ص} = ١٢$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{٢س} - ٠ = ١٢$$

$$\text{٢س} = ١٢$$

$$\text{س} = ٦$$

$$(٤٦) \text{ ٣س} - \text{ص} = ١٨$$

$$\text{٣س} - \text{ص} = ١٨$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{٣س} = ١٨$$

$$\text{٣} \div ١٨ = \text{٣} \div ١٨$$

$$\text{س} = ٦$$



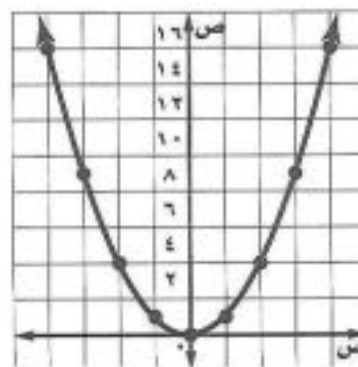
## معمل الجبر: معدل التغير في الدالة التربيعية

استعمل الدالة التربيعية  $v = s^2$

(١) أنشئ جدولاً للدالة مشابهاً للجدول الوارد في النشاط مستعملاً قيم  $s$ :  $4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4$ ، ثم أوجد قيم  $v$  عند كل قيمة من قيم  $s$ .

س	٤	٣	٢	١	٠	١	٢	٣	٤
ص	١٦	٩	٤	١	٠	١	٤	٩	١٦

(٢) مثل بيانياً الأزواج المرتبة على ورقة مربعات، واصل بين النقاط بمنحنى، ثم صف تزايد الدالة وتناقصها.



تتزايد الدالة عندما  $s \leq 0$ ، وتتناقص عندما  $s > 0$ .

# واجباتي

(٣) أوجد معدل التغير في كل عمود بدءًا من  $s = -3$ ، وقارن بين معدلات التغير عندما تتزايد الدالة، وعندما تتناقص.

معدل التغير عندما تتناقص الدالة هو عكس معدل التغير عندما تتزايد

س	٤-	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣	٤
ص	١٦	٩	٤	١	٠	١	٤	٩	١٦
معدل التغير	٠	٧-	٥-	٣-	١-	١	٣	٥	٧

(٤) **تحديد:** إذا أسقط جسم من ارتفاع ١٠٠ قدم في الهواء فإنه يسقط بمعدل يمكن تمثيله بالدالة  $d(s) = -16s^2 + 100s$  مع تجاهل مقاومة الهواء، حيث تمثل  $d(s)$  ارتفاع الجسم بالأقدام بعد  $s$  ثانية، أنشئ جدولاً للقيم كما في الجدول الوارد في تمرين ١، واختر قيمًا مناسبة لـ  $s$ ، وأكمل الجدول بقيم  $s$ ،  $v$  ومعدلات التغير، ثم قارن بين هذه المعدلات، وصف الأنماط التي تلاحظها. تكون لمعدل التغير عندما تتزايد الدالة القيمة المطلقة نفسها عن تناقص الدالة

س	٤-	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣	٤
ص	١٥٦-	٤٤-	٣٦	٨٤	١٠٠	٨٤	٣٦	٤٤-	١٥٦-
معدل التغير	٠	١١٢	٨٠	٤٨	١٦	١٦-	٤٨-	٨٠-	١١٢-

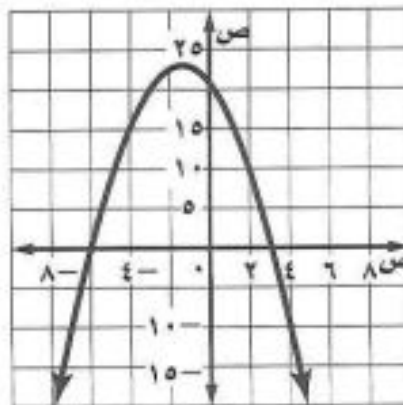
# حل المعادلات التربيعية بيانياً

٢-٨

تحقق

حل المعادلة بيانياً.

$$(أ) \quad 0 = 18 + 3س - 2س^2$$

حل المعادلة هو  $س = 6$  و  $س = 3$ 

تحقق:

التعويض عن  $س = 3$  في المعادلة الأصلية

$$0 = 18 + 3س - 2س^2$$

$$0 = 18 + (3)3 - 2(3)^2$$

$$0 = 18 + 9 - 18$$

التعويض عن  $س = 6$  في المعادلة الأصلية

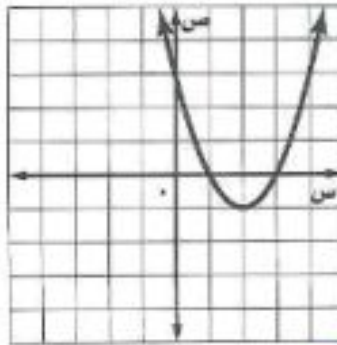
$$0 = 18 + 3س - 2س^2$$

$$0 = 18 + (6)3 - 2(6)^2$$

$$0 = 18 + 36 - 72$$

# واجباتي

$$١٠) \text{ (ب) } س^2 - ٤س + ٣ = ٠$$



حل المعادلة هو  $س = 1$  و  $س = 3$

**تحقق:**

التعويض عن  $س = 1$  في المعادلة الأصلية

$$٠ = ٣ + ٤س - ٢س^2$$

$$٠ = ٣ + (١)٤ - ٢(1)$$

$$٠ = ٣ + ٣ - ٢$$

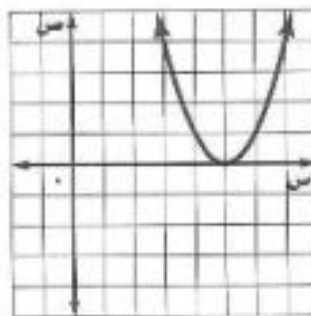
التعويض عن  $س = 3$  في المعادلة الأصلية

$$٠ = ٣ + ٤س - ٢س^2$$

$$٠ = ٣ + (3)٤ - ٢(3)$$

$$٠ = ٣ + ١٢ - ١٢$$

$$١٢) \text{ (أ) } س^2 + ٢٥س + ١٠ = ٠$$



المعادلة لها حل وحيد عند  $س = ٥$

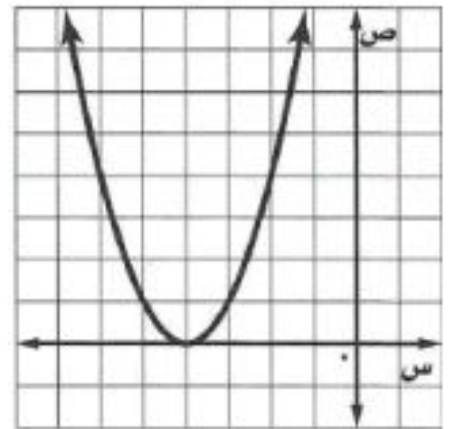
**تحقق:** حل المعادلة بالتحليل إلى عوامل

$$٠ = ٢٥س + ١٠ - ٢س^2$$

$$٠ = (٥ - س)(٥ - ($$

$$س = ٥$$

٢ب)  $s^2 - 8s - 16 = 0$



المعادلة لها حل وحيد عند  $s = -4$

تحقق: حل المعادلة بالتحليل إلى عوامل

$$s^2 + 8s + 16 = 0$$

$$0 = (s + 4)(s + 4)$$

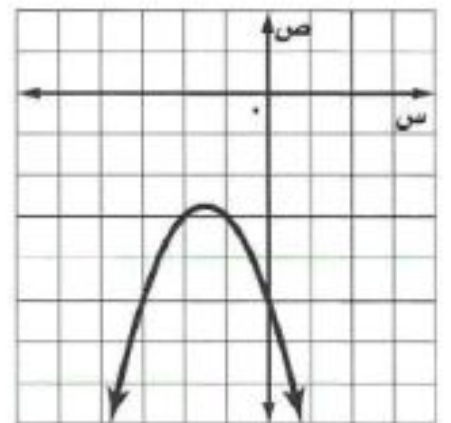
$$s = -4$$

$$s^3 - 3s^2 - 5 = 0$$

$$s^3 - 3s^2 - 5 = 0$$

التمثيل البياني ليس له مقطع سيني لذا فليس للمعادلة جذور حقيقية وبالتالي يكون

مجموعة الحل  $\emptyset$



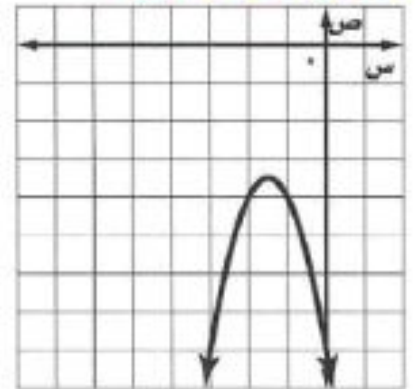
تحقق: لا يوجد عوامل للعدد 5 طرحها 3 إذن الحل  $\emptyset$



# واجباتي

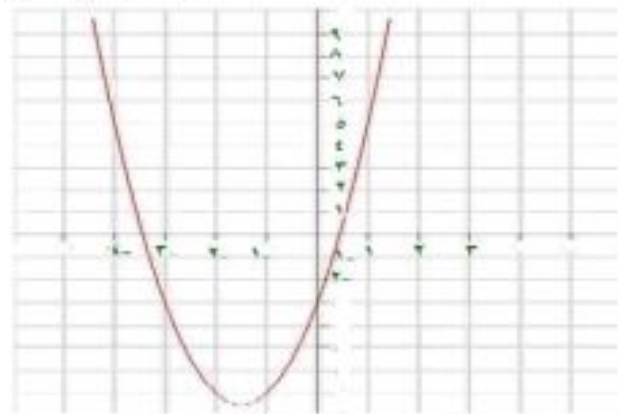
$$\begin{aligned} \text{٣ب) } & 2س^2 - 8 = 6س \\ & 2س^2 - 6س - 8 = 0 \\ & س^2 - 3س - 4 = 0 \end{aligned}$$

التمثيل البياني ليس له مقطع سيني لذا فليس للمعادلة جزور حقيقية وبالتالي يكون مجموعة الحل  $\emptyset$



**تحقق:** لا يوجد عوامل للعدد ٤ طرحها ٣ إذن الحل  $\emptyset$

٤) حل المعادلة  $2س^2 + 6س - 3 = 0$  بيانياً. وإذا لم تكن الجذور أعداداً صحيحة، فقدّرهما إلى أقرب جزء من عشرة.



يقطع المقطعان السينيان بين ٠،١ وبين ٣،٤

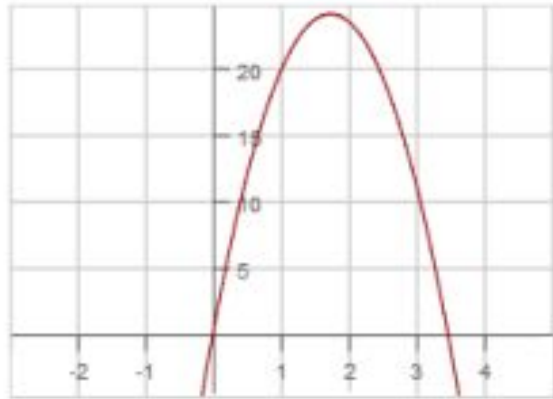
٠،١	٠،٢	٠،٣	٠،٤	٠،٥	٠،٦	س
2,38 -	0,68 -	1,2 -	0,28 -	0,5	1,32	ص

3,1 -	3,2 -	3,3 -	3,4 -	3,5 -	3,6 -	س
2,38 -	1,72 -	38,58	0,28 -	42,5	44,52	ص

الجذران هما ٠،٤ - ٣،٤

# واجباتي

٥) إذا ركل سعد الكرة من ارتفاع قدمين من الأرض إلى أعلى بسرعة ٥٥ قدمًا/ ثانية. فكم تبقى الكرة في الهواء تقريبًا؟



٥،٣ ثانية

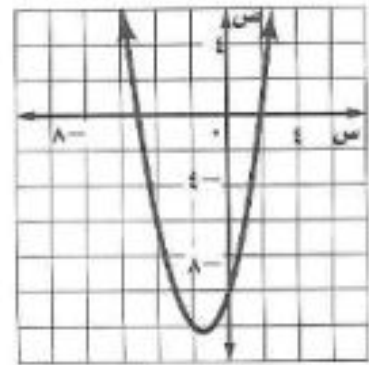
$$ع٢ = -١٦ن٢ + ٥٥ن + ١$$

$$ع = \frac{-٥٥ \pm \sqrt{٥٥^2 - 4(-١٦)(١)}}{2(-١٦)} = \frac{-٥٥ \pm \sqrt{٣٠٢٥ + ٦٤}}{-٣٢} = \frac{-٥٥ \pm \sqrt{٣٠٨٩}}{-٣٢} = \frac{-٥٥ \pm ٥٥.٣}{-٣٢}$$



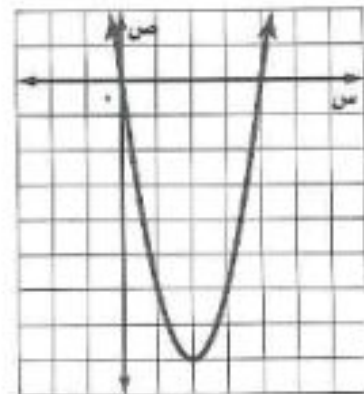
حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

$$(1) \text{ س}^2 + 3\text{س} - 10 = 0$$



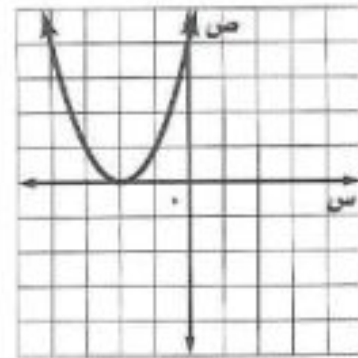
حل المعادلة هوس = -5 و س = 2

$$(2) \text{ س}^2 - 8\text{س} = 0$$



حل المعادلة هوس = 4 و س = 0

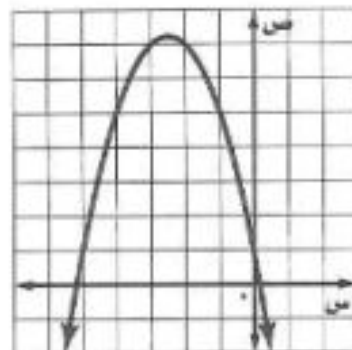
$$(3) \text{ س}^2 + 2\text{س} - 4 = 0$$



حل المعادلة هو  $2- = 2-$

حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، وإذا لم تكن الجذور أعداداً صحيحة، فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة:

$$(4) \text{ س}^2 - 5\text{س} + 1 = 0$$

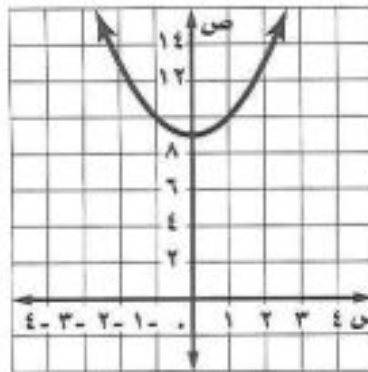


0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	س
0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	ص

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	س
0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	ص

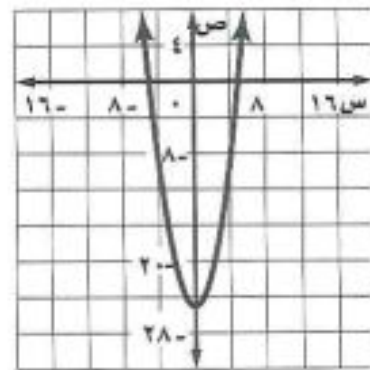
الجذران:  $0,2, 4,8$

$$(5) \quad 9 - s^2$$



التمثيل البياني ليس له مقطع سيني لذا فليس للمعادلة جزور حقيقية وبالتالي  
يكون مجموعة الحل  $\emptyset$

$$(6) \quad 25 - s^2$$



$$0 = 25 - s^2$$

$$0 = (5 + s)(5 - s)$$

$$s = 5$$

$$s = -5$$



# واجباتي

سرعة الصاروخ  
١٣٥ قدمًا/ث

$$0 = 16n^2 + 135n$$

(٧) معرض العلوم: إذا صمّم نواف نموذجًا لصاروخ يمكنه أن ينطلق في الهواء وفق المعادلة المبيّنة في الشكل، حيث (ع) ارتفاع الصاروخ بالأقدام بعد (ن) ثانية من انطلاقه، فكم يبقى الصاروخ في الهواء تقريبًا؟

$$0 = 16n^2 + 135n$$

$$0 = n(16n + 135)$$

$$0 = n$$

$$135 = -16n$$

$$\frac{135}{16} = n$$

$$n \approx 8.4 \text{ ثواني تقريباً}$$

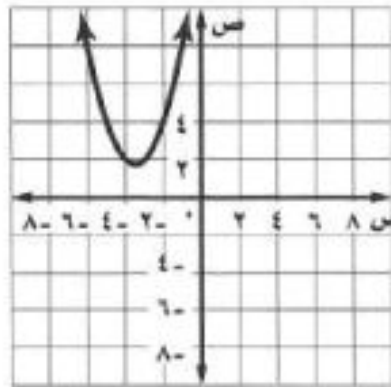
يبقى الصاروخ في الهواء ٨.٤ ثانية تقريباً

## تدرب وحل المسائل:



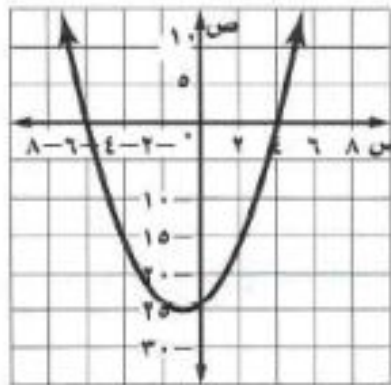
حل كل معادلة فيما يأتي بيانيًا:

$$(٨) \text{ س}^٢ + ٧\text{س} + ١٤ = ٠$$



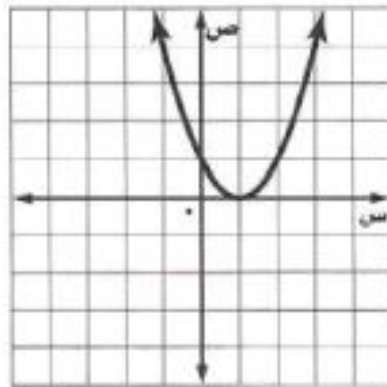
التمثيل البياني ليس له مقطع سيني لذا فليس للمعادلة جذور حقيقية وبالتالي يكون مجموعة الحل  $\emptyset$

$$(٩) \text{ س}^٢ + ٢\text{س} - ٢٤ = ٠$$



$$\text{س} = -٦, ٤$$

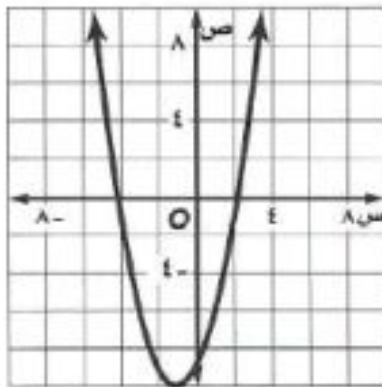
(١٠)  $s^2 = 2s - 1$



المقطع السيني للدالة عند  $s = 1$  إذن حل معادلة  $s = 1$

حُل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، وإذا لم تكن الجذور أعداداً صحيحة، فقَدِّرها إلى أقرب جزء من عشرة:

(١١)  $s^2 + 2s - 9 = 0$

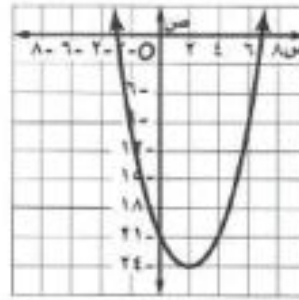


س	٢,٤	٢,٣	٢,٢	٢,١
ص	١,٥٦	٠,٨٩	٠,٢٤	٠,٣٩-

س	٤,٥-	٤,٤-	٤,٣-	٤,٢-	٤,١-
ص	٢,٢٥	١,٥٦	٠,٨٩	٠,٢٤	٠,٣٩-

الجذران هما ٢,٢، ٤,٢-

$$(12) \text{ س } 2 - \text{س } 4 = 20$$

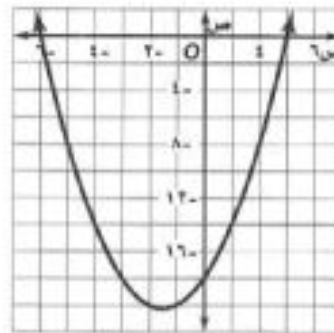


س	٦,٩	٦,٨	٦,٧	٦,٦	٦,٥	٦,٤	٦,٣	٦,٢
ص	٠,٠١	٠,٩٦	١,٩١	٢,٨٤	٣,٧٥	٤,٦٤	٥,٥١	٦,٣٦

س	٢,٩	٢,٨	٢,٧	٢,٦	٢,٥	٢,٤	٢,٣	٢,٢	٢,١
ص	٠,٠١	٠,٩٦	١,٩١	٢,٨٤	٣,٧٥	٤,٦٤	٥,٥١	٦,٣٦	٧,٢٩

الجذران هما ٦,٩-، ٢,٩-

$$(13) \text{ س } 3 + \text{س } 2 = 18$$



$$\text{س} = 3, -6$$

(14) أفعوانية: ترتفع أفعوانية براكبيها إلى الأعلى، ثم تنزل بهم إلى الأسفل وفق المعادلة  $ع = -16ن^2 + 185ن$ ، حيث (ع) الارتفاع بالأقدام بعد (ن) ثانية، فكم ثانية تستغرق الأفعوانية للعودة إلى الأسفل؟

$$0 = -16ن^2 + 185ن$$

$$185 = 16ن$$

$$ن = \frac{185}{16} = 11,6$$

تستغرق 11,6 ثانية تقريبا

## واجباتي

استعمل التحليل إلى العوامل لتحديد عدد المرات التي يقطع فيها التمثيل البياني محور السينات في كل دالة مما يأتي، ثم حدّد أصفار كل منها:

$$(15) \quad ص = س^2 - 8س + 16$$

$$0 = 16 + س^2 - 8س$$

$$0 = (4 - س)(4 - س)$$

$$4 = س$$

عدد المقاطع السينية = 1

$$(16) \quad ص = س^2 + 3س + 4$$

قيمة ب  $-4$  سالبة إذن لا يوجد جذور حقيقية لهذه الدالة

$$(17) \quad ص = س^2 + 12س + 32$$

$$0 = 32 + 12س + س^2$$

$$0 = (8 + س)(4 + س)$$

$$4 - = س$$

$$8 - = س$$

عدد المقاطع السينية = 2

(18) نظرية الأعداد: استعمل معادلة تربيعية لإيجاد عددين

مجموعهما 9، وناتج ضربهما 20.

$$ص = س^2 + 9س + 20 = 0$$

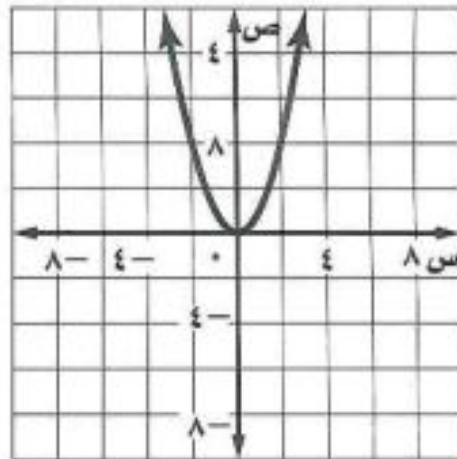
العددين هما 4، 5



# واجباتي

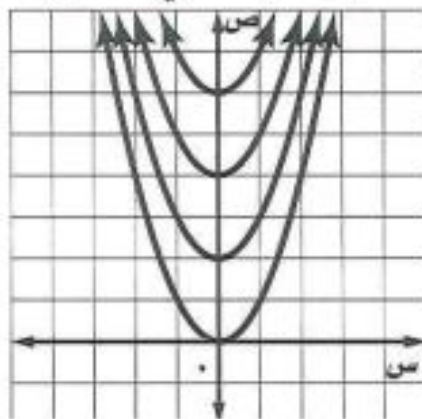
١٩ تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة كيفية تفسير العلاقة بين الدوال التربيعية وتمثيلاتها البيانية.

أ) بيانيًا: مثل الدالة  $ص = س^٢$ .



ب) تحليليًا: اكتب إحداثيات الرأس وإحداثيات نقطتين على التمثيل.  
تحليلًا:  $(٠,٠)$ ،  $(١,١)$ ،  $(١,١-)$

ج) بيانيًا: مثل الدوال  $ص = س^٢ + ٢$ ،  $ص = س^٢ + ٤$ ،  $ص = س^٢ + ٦$   
بيانيًا على المستوى الإحداثي السابق نفسه.



## واجباتي

د) تحليلياً اكتب إحداثيات الرأس وإحداثيات نقطتين على كل من هذه التمثيلات التي لها الإحداثيات السينية نفسها. ماذا تستنتج؟

$$ص = س + ٢ :$$

$$(٥, ١-), (٣, ١), (٢, ٠)$$

$$ص = س + ٤ :$$

$$(٥, ١-), (٥, ١), (٤, ٠)$$

$$ص = س + ٦ :$$

$$(٧, ١-), (٧, ١), (٦, ٠)$$

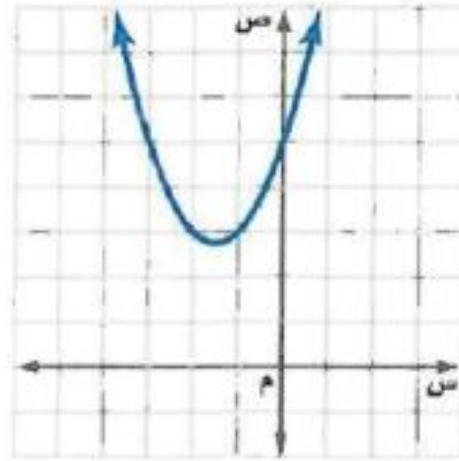
يمكن الحصول على التمثيلات البيانية للدوال

$$ص = س + ٢, ص = س + ٤, ص = س + ٦$$

بانسحاب التمثيل البياني للدالة  $ص = س + ٢$  إلى الأعلى ٢، ٤، ٦ وحدات على الترتيب.

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢) **اكتشف الخطأ:** يقوم معاذ وأحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور، فيقول معاذ إنه ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية؛ لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية. بينما يقول أحمد: إن لها صفراً حقيقياً واحداً؛ لأن لتمثيل البياني للدالة مقطعاً صادياً. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.



**معاذ،** أصفار الدالة التربيعية هي المقاطع السينية للتمثيل وبما أن التمثيل لا يقطع محور السينات فلا توجد مقاطع سينية ولا أصفار

## واجباتي

(٢١) مسألة مفتوحة: صف مسألة من واقع الحياة يتم فيها قذف جسم في الهواء، واكتب معادلة تمثل ارتفاع الجسم بالنسبة للزمن، وحدد الفترة الزمنية التي يمكنها الجسم في الهواء.

$$0 = 2 + 25n^2 - 16n$$

تبقى الكرة في الهواء ١.٦ ثانية تقريبا

$$0 = 2 + 25n^2 - 16n$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$n = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 25 \times 2}}{2 \times 25}$$

$$n = \frac{16 \pm \sqrt{753}}{50} = 1,6$$

(٢٢) تحدّد: اكتب معادلة تربيعية لها الجذور المذكورة في كل مما يأتي:

(أ) جذر مكرر مرة واحدة.

$$s^2 + 8s + 16 = 0$$

(ب) جذر نسبي (غير صحيح) واحد، وجذر صحيح واحد.

$$2s^2 - 23s + 45 = 0$$

(ج) جذران صحيحان مختلفان ومتعاكسان جمعياً.

$$s^2 - 4 = 0$$

(٢٣) اكتب: وضح كيف تقرب جذور المعادلة التربيعية عندما لا تكون أعداداً صحيحة.

مثل أولاً الدالة المرتبطة بيانياً ثم حدد العددين الصحيحين المتتاليين اللذين يقطع التمثيل البياني محور السينات بينهما وأنشئ جدولاً بقيم بالأعشار بين هذين العددين الصحيحين ثم عين الموقع الذي تتغير عنده إشارة الدالة فتكون قيمة  $s$  التي تكون عندها قيمة الدالة أقرب إلى الصفر هي أفضل تقدير لجذر المعادلة

تدريب على اختبار

(٢٤) إذا حصل إبراهيم على الدرجة ٥٠ في اختبار درجته العظمى ٨٠. فما النسبة المئوية لدرجته في الاختبار؟

(أ) ٦٢,٥% (ج) ١,٦%

(ب) ٦,٢٥% (د) ١٦,٠%

$$62.5 = \frac{100 \times 50}{80}$$

الاختيار الصحيح: (أ) ٦٢.٥%

(٢٥) تمثل الصيغة  $f = \frac{1}{4} n^2$  المسافة (ف) بالأمتر التي يقطعها جسم يسقط على كوكب سقوطاً حرّاً بعد (ن) ثانية. اكتب الصيغة بدلالة المتغير ج، الذي يمثل تسارع الجاذبية.

(أ)  $f = \frac{1}{4} n^2 - ج$  (ج)  $ج = f - \frac{1}{4} n^2$

(ب)  $ج = 2f - n^2$  (د)  $ج = \frac{2f}{n}$

الاختيار الصحيح: (د)  $ج = \frac{2f}{n}$



## مراجعة تراكمية

أوجد إحداثيات الرأس، ومعادلة محور التماثل، وبيّن إذا كان الرأس يمثل قيمة عظمى أم قيمة صغرى، ثم مثل الدالة بيانياً:

$$٢٦) \text{ ص} = ٣س^٢$$

أوجد إحداثيات الرأس ومعادلة محور التماثل وبين إذا كان الرأس يمثل قيمة عظمى أم قيمة صغرى ثم مثل الدالة بيانياً:

$$\text{ص} = \frac{ب-ا}{٢}$$

$$\text{ص} = \frac{0}{١ \times 2} = 0$$

معادلة محور التماثل هي  $س = ٠$

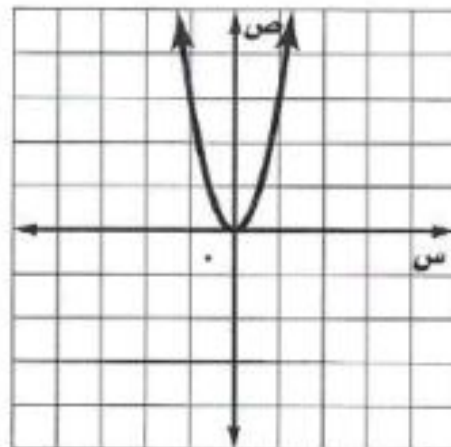
وعند  $س = ٠$

$ص = ٠$

إذن الرأس هي  $(٠, ٠)$

وبما أن أ قيمة موجبة فالتمثيل مفتوح لأعلى لذا الرأس تمثل قيمة صغرى

والمقطع الصادي هو قيمة  $ج = ٠$



# واجباتي

$$(27) \text{ ص} = \text{س}^2 - 6\text{س} - 8$$

$$\text{س} = \frac{-\text{ب}}{2\text{ا}}$$

$$\text{س} = \frac{6}{1 \times 2} = 3$$

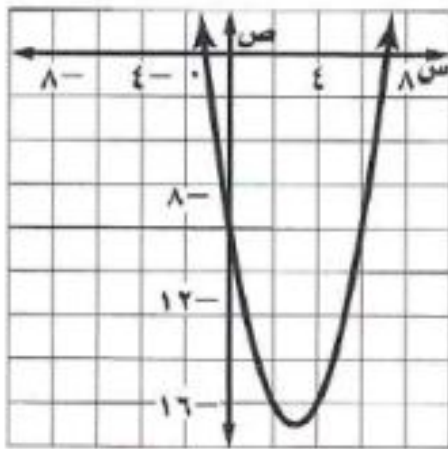
معادلة محور التماثل هي  $\text{س} = 3$

وعند  $\text{س} = 3$

$$\text{ص} = -17$$

إذن الرأس هي  $(3, -17)$

وبما أن أقيمة موجبة فالتمثيل مفتوح لأعلى لذا الرأس تمثل قيمة صغرى



$$(28) \text{ ص} = -\text{س}^2 + 8\text{س} + 5$$

$$\text{س} = \frac{-\text{ب}}{2\text{ا}}$$

$$\text{س} = \frac{8}{4 \times 2} = 1$$

معادلة محور التماثل هي  $\text{س} = 1$

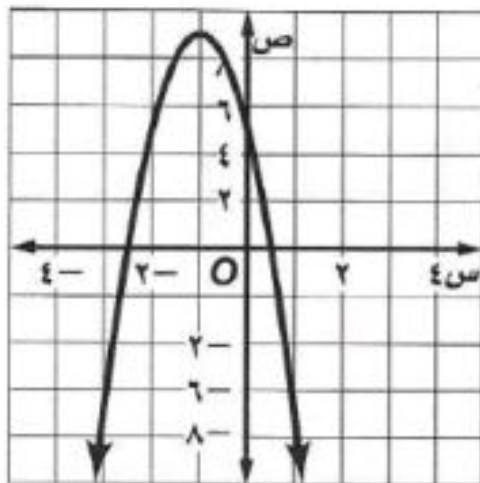
وعند  $\text{س} = 1$

$$\text{ص} = 9$$

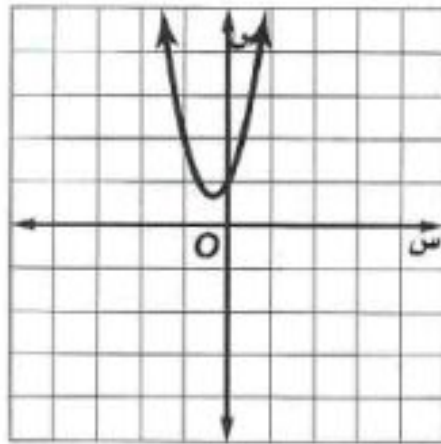
إذن الرأس هي  $(1, 9)$

وبما أن أقيمة سالبة فالتمثيل مفتوح لأسفل لذا الرأس تمثل قيمة عظمى

والمقطع الصادي هو قيمة  $\text{ج} = 5$



# واجباتي



$$(٢٩) \text{ ص} = ٣س^٢ + ٢س + ١$$

$$\text{ص} = \frac{٢-}{١٢}$$

$$\text{ص} = \frac{٢-}{٣ \times ٢} = \frac{١}{٣}$$

معادلة محور التماثل هي  $\text{ص} = \frac{١}{٣}$

$$\text{وعند ص} = \frac{١}{٣}$$

$$\text{ص} = \frac{٢}{٣}$$

إذن الرأس هي  $(\frac{٢}{٣}, \frac{١}{٣})$

وبما أن أقيمة موجبة فالتمثيل مفتوح لأعلى لذا الرأس تمثل قيمة صغرى والمقطع الصادي هو قيمة ج = ١

حُلِّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$٣٢ = ٢س^٢$$

$$٣٢ = ٢س^٢$$

$$٠ = ٣٢ - ٢س^٢$$

$$٠ = (١٦ - ٢س^٢)$$

$$٠ = (٤ + س)(٤ - س)$$

$$\text{ص} = ٤$$

$$\text{ص} = ٤-$$

تحقق:

$$\text{عند ص} = ٤ \quad ٠ = ٣٢ - ٢ \times ١٦$$

$$\text{عند ص} = ٤- \quad ٠ = ٣٢ - ٢ \times ١٦$$

$$25 = (س - 4)^2 \quad (31)$$

$$25 = (س - 4)^2$$

$$\sqrt{25} \pm = 4 - س$$

$$5 = (س - 4)$$

$$س = 9 \quad س = 1$$

تحقق:

$$عند س = 9$$

$$0 = 25 - (4 - 9)^2$$

$$C \quad 0 = 25 - 25$$

$$عند س = 4 -$$

$$0 = 25 - (4 - 1 - )^2$$

$$C \quad 0 = 25 - 25$$

$$16 = 1 + س - 4س^2 \quad (32)$$

$$0 = 16 - 1 + س - 4س^2$$

$$0 = 15 - 4س - 4س^2$$

$$0 = 15 - 4س - 10س + 6س^2$$

$$0 = (3 + 2س)5 - (3 + 2س)س$$

$$0 = (3 + 2س)(5 - س)$$

$$س = \frac{5}{2} \quad س = \frac{3}{2}$$

تحقق:

$$عند س = \frac{5}{2}$$

$$0 = 15 - 4س - 4س^2$$

$$C \quad 0 = 15 - \frac{5}{2} \times 4 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 4$$

$$عند س = \frac{3}{2}$$

$$0 = 15 - 4س - 4س^2$$

$$C \quad 0 = 15 - \frac{3}{2} \times 4 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 4$$

$$(33) \text{ ٢س } 16 + 2 = 32 -$$

$$0 = 32 + 16 + 2$$

$$0 = 16 + 8 + 2$$

$$0 = 16 + 4 + 4 + 2$$

$$0 = (4 + 4) + (4 + 4) + 2$$

$$0 = (4 + 4) + (4 + 4) + 2$$

$$4 - = \text{س}$$

تحقق:

$$4 - = \text{س عند}$$

$$0 = 16 + 8 + 2$$

$$c \quad 0 = 16 + 4 - \times 8 + 2 (4 -)$$

### استعد للدرس اللاحق

حدّد ما إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكل مربعًا كاملًا، اكتب "نعم" أو "لا"، وإذا كانت كذلك فحلّها:

$$(34) \text{ ٢س } 16 - 24 + 9$$

$$\text{نعم؛ } (4 - 3)^2$$

$$(35) \text{ ٩س } 6 + 1$$

$$\text{نعم؛ } (3 + 1)^2$$

$$(36) \text{ ٢٥س } 60 - 36$$

$$\text{نعم؛ } (5 - 6)^2$$



(٣٧)  $s^2 - 8s + 81$

لا؛ لا تمثل مربعاً كاملاً

(٣٨)  $36s^2 - 84s + 49$

نعم؛  $(6s - 7)^2$

(٣٩)  $4s^2 - 3s + 9$

لا؛ لا تمثل مربعاً كاملاً

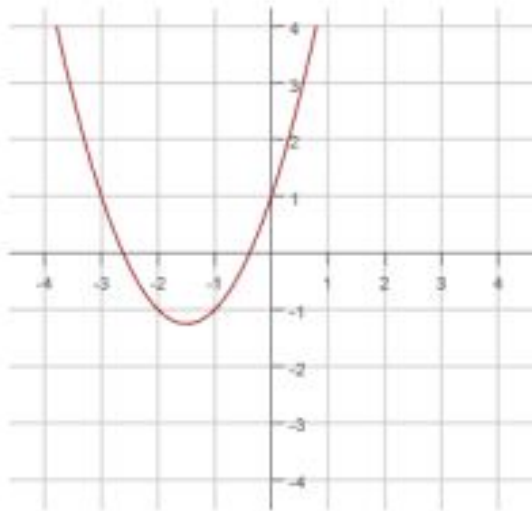
# الفصل ٨ اختبار منتصف الفصل

الدرسان ٨-١ و ٨-٢



استعمل جدول القيم لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًا، وحدد مجالها ومداهما: (الدرس ٨-١)

$$(١) \text{ ص} = \text{س}^٢ + ٣\text{س} + ١$$



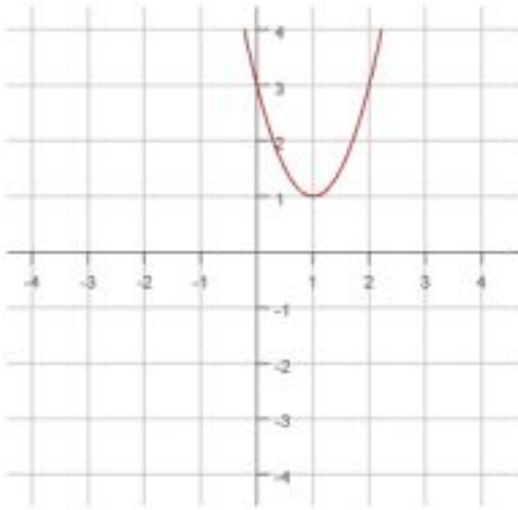
ص	س
٥	٢
١	٠
١٠	١٠
١٠	٢٠
١	٣٠

المجال: جميع الاعداد الحقيقية

المدى:  $\{1 \leq \text{ص}\}$

# واجباتي

$$(2) \text{ ص} = 2\text{س}^2 - 4\text{س} + 3$$

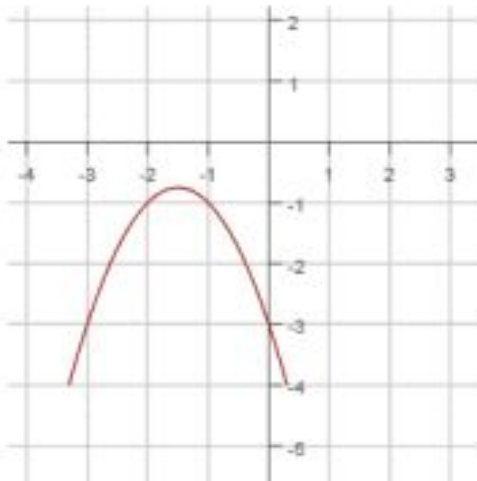


ص	س
3	0
1	1
3	2
9	3

المجال: جميع الاعداد الحقيقية

المدى:  $\{1 \leq \text{ص}\}$

$$(3) \text{ ص} = -\text{س}^2 - 3\text{س} - 3$$



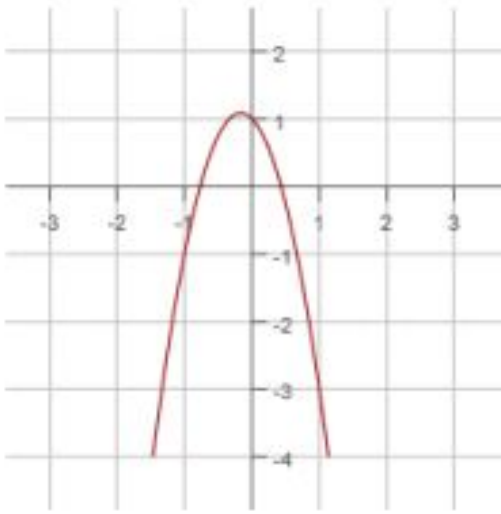
ص	س
-3	0
-1.5	-1.5
-3	-3
-6	-4
-6	-5

المجال: جميع الاعداد الحقيقية

المدى:  $\{\text{ص} \leq -1\}$

# واجباتي

$$(٤) \text{ ص} = ٣س - ٢س + ١$$



ص	س
٣	١
١	٠
١	١
٩	٢

المجال: جميع الاعداد الحقيقية

المدى:  $\{1 \geq\}$  طص

إذا كانت:  $\text{ص} = ٣س - ٢س + ٥$

(٥) اكتب معادلة محور التماثل.

$$\text{ص} = \frac{ب}{٢}$$

$$\text{ص} = \frac{٥-}{٢}$$

# واجباتي

٦) أوجد الرأس ، وحدد ما إذا كان يمثل نقطة صغرى أو عظمى.

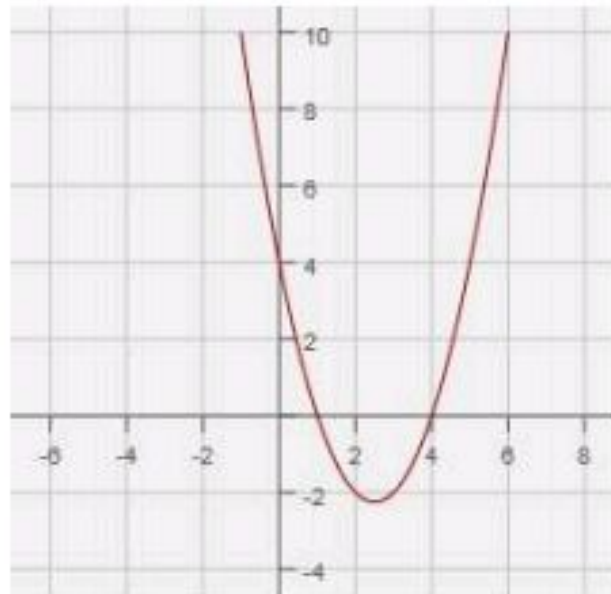
$$4 + \left(\frac{5-}{2}\right)5 - ^2 \left(\frac{5-}{2}\right) = \text{ص}$$

$$22,75 = 4 + \frac{25}{2} + \frac{25}{4} = \text{ص}$$

نقطة الرأس:  $(-5, 22,75)$

بما أن معامل  $x^2$  موجب، فالتمثيل البياني مفتوح إلى أعلى و يكون للدالة قيمة صغرى

٧) مثل الدالة بيانياً.





(٨) كرة: تم ركل كرة من على سطح الأرض بسرعة ٩٠ قدمًا/ثانية، إذا كانت المعادلة:  $ع = -١٦ن^٢ + ٩٠ن$ ، تعبر عن ارتفاع الكرة بعد  $ن$  ثانية من إطلاقها. (الدرس ١٠-٨)

(أ) أوجد ارتفاع الكرة بعد ثانية من إطلاقها.

$$ع = -١٦(١)^٢ + ٩٠(١)$$

$$ع = ٧٤ \text{ قدم}$$

(ب) متى تصل الكرة إلى أقصى ارتفاع؟

الارتفاع (قدم)	الزمن (ثانية)
٠	٠
٧٤	١
١١٦	٢
١٢٦	٣
١٠٤	٤
٥٠	٥
٣٦-	٦

تصل الكرة أقصى ارتفاع بعد ٣ ثواني

# واجباتي

ج) متى يكون ارتفاع الكرة عن سطح الأرض مساويًا للصفر؟ وضح معنى ذلك.

يكون ارتفاع الكرة مساوي صفر عندما  $n = \text{صفر ثانية}$

$$ع = -16(0)^2 + 90(0)$$

$$ع = 0$$

ب) الدالة:

(١٠٨)

نظمتي.

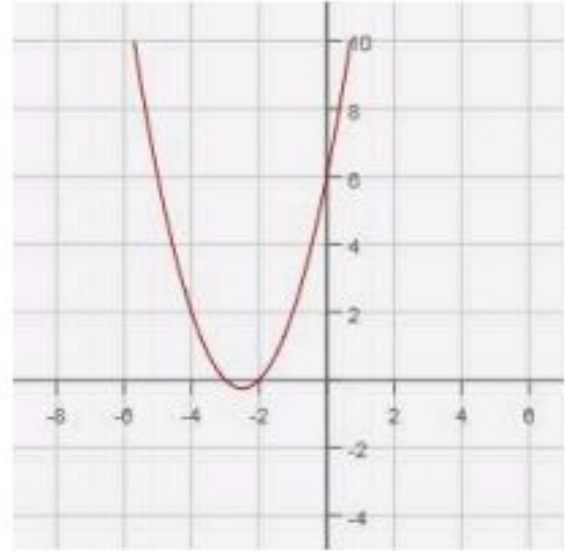
صغرى.

عظمى.

صغرى.

حل كل معادلة فيما يأتي بيانًا، وإذا لم تكن الجذور أعدادًا صحيحةً فقدّمها إلى أقرب جزءٍ من عشرة: (الدرس ٢-٨)

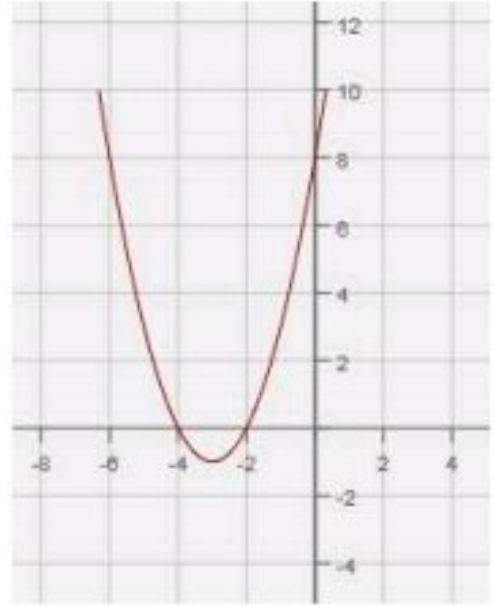
$$١٠) \text{ س}^٢ + ٥\text{س} + ٦ = ٠$$



$$٠ = (\text{س} + ٣)(\text{س} + ٢)$$

$$\text{س} = -٣ ، \text{س} = -٢$$

(۱۱)  $s^2 + 8 = 6s$

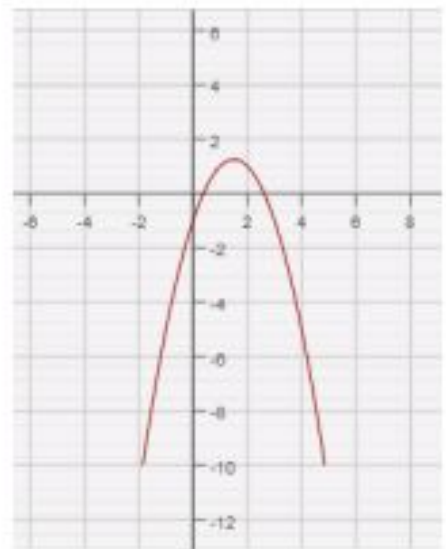


$s^2 + 8 = 6s$

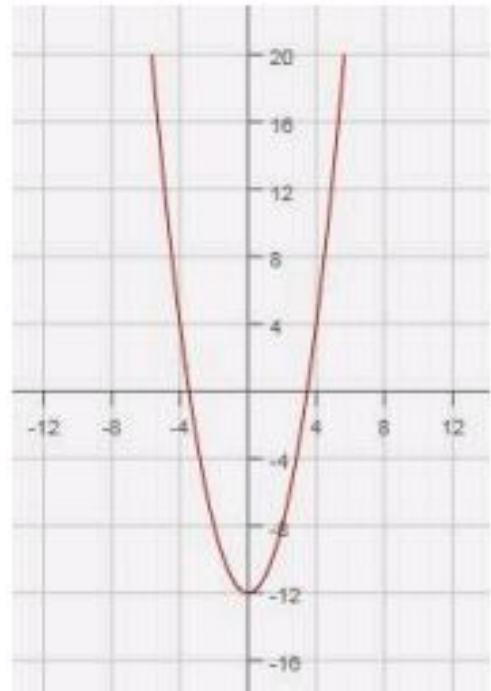
$0 = (s + 4)(s - 2)$

$s = -4, s = 2$

(۱۲)  $s^2 + 3s - 1 = 0$

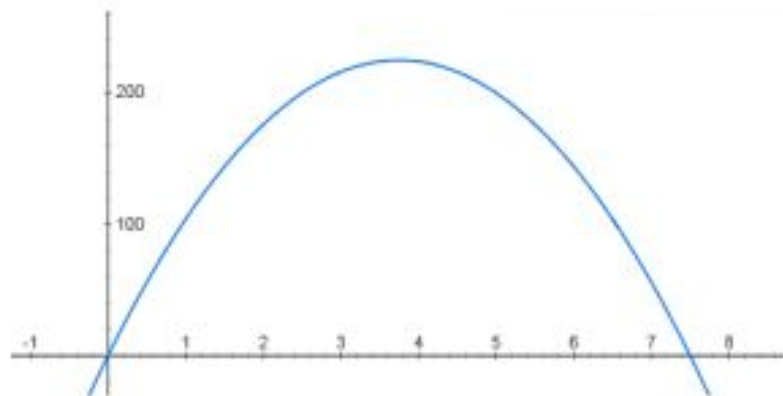


$s ≈ -3.4, s ≈ 0.4$



س  $\approx ٣.٥$  ، س  $\approx -٣.٥$

(١٤) **كرة البيسبول:** المعادلة:  $١٦ - س^2 = ١٢٠ + س$ ، تمثل ارتفاع كرة البيسبول بعد ن ثانية من ضربها، أوجد الوقت الذي تبقى فيه الكرة في الهواء. (الدرس ٨-٢)



بما أن المقطع السيني الموجب للتمثيل هو ٧.٥ تقريباً، بقيت الكرة ٧.٥ ثانية في الهواء تقريباً



استعمل التحليل إلى عوامل؛ لتحديد عدد المرات التي يقطع فيها التمثيل البياني محور السينات في كل دالة ممَّا يأتي، ثم حدِّد أصفار كلِّ منها:

$$(15) \text{ ص} = \text{س}^2 - 2\text{س} + 2$$

$$\text{س}^2 - 2\text{س} + 2 = 0$$

$$0 = (\text{س} - 1)(\text{س} - 2)$$

يقطع محور السينات مرتين عند النقط (1, 0) و (2, 0)

$$\text{س} - 2 = 0 \quad \text{أو} \quad \text{س} - 1 = 0$$

$$\text{س} = 2 \quad \text{أو} \quad \text{س} = 1$$

$$(16) \text{ ص} = \text{س}^2$$

يقطع محور السينات مرة عند النقطة (0, 0)

$$(17) \text{ ص} = \text{س}^2 + 4\text{س} + 4$$

$$0 = (\text{س} + 2)^2$$

$$\text{س} = -2$$

يقطع محور السينات مرة عند النقطة (-2, 0)

$$(18) \text{ ص} = \text{س}^2 + \text{س} + 3$$

لا يقطع محور السينات

## حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

٣-٨

### تحقق

(١) أوجد قيمة ج التي تجعل ثلاثية الحدود  $x^2 - 8x + ج$  مربعاً كاملاً.

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } 8 = 4$$

$$16 = 4^2$$

$$ج = 16$$

(٢) حل المعادلة:  $x^2 - 12x + 8 = 0$  بإكمال المربع.

$$x^2 - 12x + 8 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 = 36 - 8$$

$$36 = \left(\frac{12-x}{2}\right)^2$$

$$36 + 5 = 36 + x^2 - 12x + 36$$

$$41 = 36 + x^2 - 12x + 36$$

$$41 = 72 - 12x + x^2$$

$$41\bar{u} \pm 6 = \text{س}$$

$$\text{س} = -0.4$$

$$\text{س} = 12.4 \text{ تقريباً}$$

(٣) حُلّ المعادلة:  $3\text{س}^2 - 9\text{س} - 3 = 21$  بإكمال المربع.

$$\frac{3\text{س}^2 - 9\text{س} - 3}{3} = \frac{21}{3}$$

$$\text{س}^2 - 3\text{س} - 1 = 7$$

$$\text{س}^2 - 3\text{س} = 8$$

$$\left(\frac{\text{س} - 3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\text{س}^2 - 3\text{س} + \frac{9}{4} = 8 + \frac{9}{4}$$

$$10,25 = \left(\frac{\text{س} - 3}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{10,25} \bar{u} \pm \frac{3}{2} = \text{س}$$

$$\text{س} \approx -1.7$$

$$\text{س} \approx 4.7$$

(٤) زي رياضي: أراد أحد الفرق الرياضية شراء زيّ خاص بلاعبي كرة القدم، إذا أمكن تمثيل تكلفة الزي الرياضي بالمعادلة:  $ك = 2\text{س} + 8$ ،  $ك = 350$ ، حيث (ك) ثمن (س) قطعة من هذا الزي، فما عدد القطع التي يمكن شراؤها بمبلغ ٩٨٠ ريالاً؟

$$980 = 350 + 2\text{س} + 8$$

$$\text{س}^2 + 24\text{س} + 2 = 1750 + 24\text{س} + 2$$

$$\text{س}^2 + 24\text{س} + 2 = 1750 + 24\text{س} + 2$$

$$3150 = 24\text{س} + 2$$

$$\text{س}^2 + 24\text{س} + 144 = 144 + 3150$$

$$3294 = (12 + \text{س})^2$$

$$\sqrt{3294} \bar{u} \pm 12 = \text{س}$$

واجباتي

س = -12 + 3294  
عدد القطع = ٥ ؛ قطعة



أوجد قيمة ج التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملًا:

(١)  $س^٢ - ١٨س + ج$

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } ١٨ = ٩$$

$$81 = 9^2$$

$$٨١ = ج$$

(٢)  $س^٢ + ٢٢س + ج$

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } ٢٢ = ١١$$

$$121 = 11^2$$

$$١٢١ = ج$$

(٣)  $س^٢ + ٩س + ج$

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } ٩ = \frac{9}{2}$$

$$\frac{81}{4} = \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

$$\frac{81}{4} = ج$$



$$(4) \text{ س } 7 - 2 + \text{ ج}$$

$$\frac{7}{2} = \frac{1}{2} \text{ العدد } 7$$

$$\frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\frac{49}{4} = \text{ج}$$

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$(5) \text{ س } 4 + 2 = 6$$

$$6 = \text{س} 4 + 2$$

$$4 = \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$4 + 6 = 4 + \text{س} 4 + 2$$

$$10 = 2 + (\text{س})^2$$

$$\sqrt{10} \pm = (2 + \text{س})$$

$$\sqrt{10} \pm 2 - = \text{س}$$

$$5, 2 - = \text{س}$$

$$1, 2 = \text{س}$$

$$(6) \text{ س } 8 - 2 = 9$$

$$9 = \text{س} 8 - 2$$

$$16 = \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$16 + 9 = 16 + \text{س} 8 - 2$$

$$7 = 2 + (\text{س})^2$$

$$\sqrt{7} \pm = (2 + \text{س})$$

$$\sqrt{7} \pm 2 - = \text{س}$$

$$6, 64 - = \text{س}$$

$$1, 35 - = \text{س}$$

# واجباتي

$$x = 1 - 9x^2 \quad (7)$$

$$x = -2.4, 0.1$$

قسمة الطرفين على 4 :

$$\frac{0}{4} = \frac{1 - 9x^2}{4}$$

$$0 = \frac{1}{4} - 9x^2$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 9x^2$$

$$\frac{1}{4} = 9x^2$$

$$\frac{81}{64} + \frac{1}{4} = \frac{81}{64} + 9x^2$$

$$\frac{97}{64} = \left(\frac{9}{8} + x\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{97}{64}} \pm = \frac{9}{8} + x$$

$$0.1 \approx \sqrt{\frac{97}{64}} - \frac{9}{8} = x$$

$$2.4 \approx \sqrt{\frac{97}{64}} - \frac{9}{8} = x$$

$$x = 22 + 10s + 2s^2 \quad (A)$$

$$4 = 22 + 10s + 2s^2 -$$

$$22 - 4 = 22 - 22 + 10s + 2s^2 -$$

$$18 - = 10s + 2s^2 -$$

$$1 - \times 9 - = 5s + 2s^2 -$$

$$9 = 5s - 2s^2$$

$$\frac{25}{4} = 6,25 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\frac{25}{4} + 9 = \frac{25}{4} + 5s - 2s^2$$

$$15,25 = \left(\frac{5}{2} - s\right)^2$$

$$\sqrt{15,25} \overset{\pm}{=} \frac{5}{2} - s$$

$$\sqrt{15,25} \overset{\pm}{=} \frac{5}{2} = s$$

$$6,4 = s$$

$$1,4 - = s$$

## واجباتي

٩) إنشاءات: يبني إسماعيل صالة مستطيلة الشكل خلف منزل عائلته، مساحتها ١٤٤ مترًا مربعًا، وطولها يزيد على عرضها بمقدار ١٠ أمتار، فما بُعد الصالة؟

بفرض أن الطول = س إذن العرض = س + ١٠

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$144 = (س + 10)س$$

$$س^2 + 10س = 144$$

$$س^2 + 10س - 144 = 0$$

$$س - 8 + (س + 18) = 0$$

$$(س - 8) = 0$$

$$س = 8$$

$$س = 18$$

إذن الطول = ٨ أمتار

العرض = ١٠ + ٨ = ١٨ أمتار

## تدرب وحل المسائل:



أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملًا:

$$(10) \text{ س}^2 + 26\text{س} + \text{جـ}$$

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } 26 = 13$$

$$169 = 13^2$$

$$\text{ج} = 169$$

$$(11) \text{ س}^2 - 24\text{س} + \text{جـ}$$

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } 24 = 12$$

$$144 = 12^2$$

$$\text{ج} = 144$$

$$(12) \text{ س}^2 - 19\text{س} + \text{جـ}$$

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } 19 = \frac{19}{2}$$

$$\frac{361}{4} = \left(\frac{19}{2}\right)^2$$

$$\text{ج} = \frac{361}{4}$$

$$(13) \text{ س}^2 - 22\text{س} + \text{جـ}$$

$$\frac{1}{2} \text{ العدد } 22 = 11$$

$$121 = 11^2$$

$$\text{ج} = 121$$



$$(14) \text{ س}^2 - 15\text{س} + \text{ج} = 0$$

$$\frac{15}{2} = \frac{\text{العدد}}{2}$$

$$\frac{225}{4} = \left(\frac{15}{2}\right)^2$$

$$\frac{225}{4} = \text{ج}$$

$$(15) \text{ س}^2 - 13\text{س} + \text{ج} = 0$$

$$\frac{13}{2} = \frac{\text{العدد}}{2}$$

$$\frac{169}{4} = \left(\frac{13}{2}\right)^2$$

$$\frac{169}{4} = \text{ج}$$

حُلَّ كُلِّ معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$(16) \text{ س}^2 + 6\text{س} - 16 = 0$$

$$16 = \text{س}^2 + 6\text{س}$$

$$9 = \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$9 + 16 = 9 + \text{س}^2 + 6\text{س}$$

$$25 = (3 + \text{س})^2$$

$$\sqrt{25} = (3 + \text{س})$$

$$5 \pm = (3 + \text{س})$$

$$2 = \text{س}$$

$$8 - = \text{س}$$

$$17) \text{س } 2^2 - 2 \text{س } - 14 = 0$$

$$\text{س } 2^2 - 2 \text{س } = 14$$

$$1 = \left(\frac{2}{2} - \right)^2$$

$$\text{س } 2^2 - 2 \text{س } + 1 = 1 + 14$$

$$15 = (1 - )^2$$

$$\sqrt{15} \pm = (1 - )$$

$$\text{س } \approx 4,9$$

$$\text{س } \approx -2,9$$

$$18) \text{س } 8^2 - 8 \text{س } - 1 = 0$$

$$\text{س } 8^2 - 8 \text{س } = 1$$

$$\text{س } 8^2 - 8 \text{س } + 1 = 1 + 1$$

$$\text{س } 8^2 - 8 \text{س } = 9$$

$$16 = \left(\frac{8}{2} - \right)^2$$

$$\text{س } 8^2 - 8 \text{س } + 16 = 16 + 9$$

$$25 = (4 - )^2$$

$$\sqrt{25} \pm = (4 - )$$

$$\text{س } = 4 \pm 5$$

$$\text{س } = 9$$

$$\text{س } = -1$$

$$(19) \text{ س } 2 + 3 \text{ س } + 21 = 22$$

$$22 = 21 + 3 \text{ س } + 2$$

$$21 - 22 = 3 \text{ س } + 2$$

$$1 = 3 \text{ س } + 2$$

$$2,25 = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\frac{9}{4} + 1 = \frac{9}{4} + 3 \text{ س } + 2$$

$$\frac{13}{4} = \left(\frac{3}{2} + \text{س}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{3}{2} + \text{س}$$

$$0,3 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} = \text{س}$$

$$3,3 - = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} - = \text{س}$$

$$(20) \text{ س } 2 - 7 = 5$$

∅

$$(21) \text{ س } 3 + 12 \text{ س } + 81 = 15$$

$$15 = 81 + 12 \text{ س } + 3$$

$$81 - 15 = 81 - 81 + 12 \text{ س } + 3$$

$$66 - = 12 \text{ س } + 3$$

$$36 = \left(\frac{12}{2}\right)^2$$

$$36 + 66 - = 36 + 12 \text{ س } + 3$$

$$3 \div \quad 30 - = 36 + 12 \text{ س } + 3$$

$$10 - = 12 + 4 \text{ س } + 2$$

∅

# واجباتي

(٢٢) ثقافة مالية، يمكن تمثيل سعر سهم معين (س) بالمعادلة التربيعية  
 $s = 3,5 - 0,05n^2$ ، حيث (ن) عدد الأيام بعد شراء الأسهم،  
 فمتى يصبح سعر السهم ٦٠ ريالاً؟

$$3,5 - 0,05n^2 = 60$$

قسمة طرفي المعادلة على 0,05

$$0 = 60 + 3,5 - 2n^2$$

$$0 = 1200 + 70 - 2n^2$$

$$0 = (30 - n)(40 - n)$$

$$40 = n$$

$$30 = n$$

إنه يصبح السعر ٦٠ ريالاً في اليوم الأربعين واليوم الثلاثين بعد الشراء

هندسة: أوجد قيمة س في كل شكل مما يأتي، وقرب الناتج إلى  
 أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً:

$$(٢٣) م = ٤٥ \text{ سم}^2$$

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$س \times (8 + س) \frac{1}{2} = 45$$

$$س \times 4 + \frac{1}{2} س^2 = 45$$

$$0 = 45 - 4س - \frac{1}{2} س^2$$

$$0 = 90 - 8س - س^2$$

$$90 = 8س + س^2$$

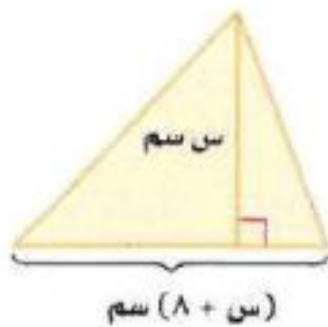
$$16 = \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$16 + 90 = 16 + 8س + س^2$$

$$106 = 4 + ($$

$$106 \pm = 4 + ($$

$$6,2 = س \quad 4 - 106 \pm = س$$



$$(24) \text{ م} = 110 \text{ سم}^2$$

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

$$110 = 2 \times (5 + \text{س})$$

$$110 = 2 \times 10 + 2 \times \text{س}$$

$$0 = 110 - 20 - 2 \times \text{س}$$

$$0 = (11 + \text{س})10 - (11 + \text{س})2$$

$$0 = (10 - 2)(11 + \text{س})$$

$$0 = 10 - 2 \times \text{س}$$

$$5 = \text{س}$$



(25) نظرية الأعداد: عددان صحيحان زوجيان متتاليان ناتج ضربهما 224، فما هما؟

ضربهما 224، فما هما؟

$$224 = (\text{س} + 2)$$

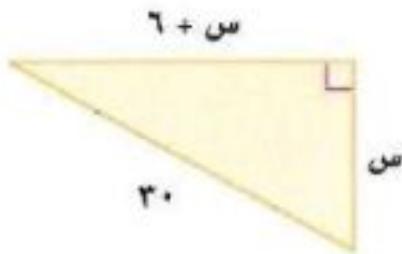
$$\text{س} + 2 = 224$$

$$\text{س} + 2 - 2 = 224 - 2$$

$$0 = (16 + \text{س})(14 - \text{س})$$

$$16, 14 \text{ هما العددان}$$

(26) هندسة: أوجد مساحة المثلث المجاور.



مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع

باستخدام نظرية فيثاغورث

$$30^2 = (6 + \text{س})^2 + \text{س}^2$$

$$900 = 36 + 12 \times \text{س} + \text{س}^2 + \text{س}^2$$

$$864 = 2 \times \text{س}^2 + 12 \times \text{س}$$

$$0 = 864 - 12 \times \text{س} - 2 \times \text{س}^2$$

$$0 = 432 - 6 \times \text{س} - \text{س}^2$$

$$0 = (24 + \text{س})(18 - \text{س})$$

$$18 = \text{س} \quad 0 = 18 - \text{س}$$

$$18 \times (6 + 18) \times \frac{1}{2} = \text{مساحة المثلث}$$

$$162 = \text{مساحة المثلث}$$



(٢٧) علم الفلك: يُعبّر عن ارتفاع جسم بعد ثانية من سقوطه بالمعادلة  $l = \frac{1}{2}gt^2 + l_0$ ، حيث (ل) الارتفاع الابتدائي، (ج) التسارع الناتج عن الجاذبية، فإذا كان تسارع الجاذبية بالقرب من سطح كوكب المريخ  $3,37$  م/ث<sup>٢</sup>، وعلى سطح الأرض  $9,8$  م/ث<sup>٢</sup>، وسقط الجسم من ارتفاع ابتدائي مقداره  $120$  مترًا فوق سطح كل من الكوكبين، فأجب عن السؤالين الآتيين:

(أ) أي الكوكبين يصل الجسم إلى سطحه أولاً؟

**الأرض** لأن سرعة كوكب الأرض أكبر من سرعة كوكب المريخ

(ب) كم يستغرق الجسم للوصول إلى سطح كل من الكوكبين مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة؟

$$0 = 120 + \frac{1}{2}gt^2 - (3,37)t^2$$

$$120 = \frac{1}{2}gt^2 - (3,37)t^2$$

$$71,21 = \frac{1}{2}gt^2$$

$$71,21 \times 2 = gt^2$$

$$142,42 = 3,37t^2$$

$$\frac{142,42}{3,37} = t^2$$

$$0 = 120 + \frac{1}{2}gt^2 - (9,8)t^2$$

$$120 = \frac{1}{2}gt^2 - (9,8)t^2$$

$$24,48 = \frac{1}{2}gt^2$$

$$24,48 \times 2 = gt^2$$

$$48,96 = 9,8t^2$$

$$\frac{48,96}{9,8} = t^2$$

(٢٨) أوجد قيمة جـ التي تجعل ثلاثية الحدود:  $s^2 + gs + 225$  مربعًا كاملاً.

لايجاد الحد الأوسط =  $2 \times \text{جذر الحد الأول} \times \text{جذر الحد الثاني}$

$$\text{الحد الأوسط} = 2 = 15 \times 1 \times 2$$

$$\text{ج} = 30, 30$$

(٢٩) رسم: إذا كان لدى أحمد إطار طوله ٦٠ بوصة، وعرضه ٤ بوصات، ويرغب في زيادة بُعدي الإطار على أن تكون الزيادة في الطول تعادل ١٠ أمثال الزيادة في العرض؛ لتناسب قطعة قماش مساحتها ٤٨٠ بوصة مربعة. فما بُعدي الإطار الجديد؟

$$\text{س} = 60 \quad \text{ص} = 4$$

بفرض أن الطول والعرض الجديد بعد الزيادة هو ج و د

$$\text{ج} = \text{س} + 10 \quad \text{د} = \text{ص} + 4$$

$$\text{ج} = 60 + 10 \quad \text{د} = 4 + 4$$

$$480 = (60 + 10)(4 + 4)$$

$$480 = 240 + 40\text{ع} + 10\text{ع}^2$$

$$10\text{ع}^2 + 40\text{ع} - 240 = 0$$

$$0 = (12 + \text{ع})(2 - \text{ع})$$

$$\text{ع} = 2$$

$$\text{ع} = 12$$

$$\text{ج} = 60 + 10 \times 2 = 80 \text{ سم}$$

$$\text{د} = 4 + 2 = 6 \text{ سم}$$

(٣٠) تمثيلات متعددة: سوف تستكشف في هذه المسألة خاصية للمعادلات التربيعية.

(أ) جدوليًا: انسخ الجدول المجاور وأكمل العمود الثاني.

عدد الجذور	ب <sup>2</sup> - 4أج	ثلاثية الحدود
١	٠	س <sup>2</sup> - 8س + 16
	97	س <sup>2</sup> - 11س + 3
	72-	س <sup>2</sup> + 6س + 9
	24-	س <sup>2</sup> - 2س + 7
	٠	س <sup>2</sup> + 10س + 25
	57	س <sup>2</sup> + 3س - 12

(ب) جبريًّا، اكتب كل ثلاثية حدود على صورة معادلة وحلّها بإكمال المربع، وأكمل العمود الثالث في الجدول بكتابة عدد جذور كل معادلة.

$$0 = 16 + 8س - 2س$$

$$16 - = 8س - 2س$$

$$16 = \left(\frac{8}{2} - \right)^2$$

$$16 - 16 = 16 + 8س - 2س$$

$$0 = 2^2 (4 - ($$

$$0 = (4 - س)(4 - س)$$

$$4 = س$$

عدد الجذور	ب <sup>2</sup> - 4أج	ثلاثية الحدود
١	٠	س <sup>2</sup> - 8س + 16
٢	97	س <sup>2</sup> - 11س + 3
٠	72-	س <sup>2</sup> + 6س + 9
٠	24-	س <sup>2</sup> - 2س + 7
١	٠	س <sup>2</sup> + 10س + 25
٢	57	س <sup>2</sup> + 3س - 12

$$0 = 3 + 11س - 2س$$

# واجباتي

$$\frac{\sqrt{4-2} \pm \sqrt{4-2}}{2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{3 \times 2 \times 4 - 2} \pm \sqrt{3 \times 2 \times 4 - 2}}{4} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{97} \pm \sqrt{97}}{4} = \text{س}$$

$$5,2 = \frac{\sqrt{97} \pm \sqrt{97}}{4} = \text{س}$$

$$0,3 = \frac{\sqrt{97} \pm \sqrt{97}}{4} = \text{س}$$

$$0 = 9 + \text{س} + 2$$

$$\text{ب } 4 - 2 \text{ أ ج}$$

$$108 - 36 = 9 \times 3 \times 4 - 26$$

$$72 - = 9 \times 3 \times 4 - 26$$

المعادلة ليس لها حلول حقيقية لأن قيمة ب  $4 - 2$  أ ج قيمة سالبة

$$0 = 7 + \text{س} - 2$$

$$7 - = \text{س} - 2$$

$$\text{ب } 4 - 2 \text{ أ ج}$$

$$24 - = 28 - 4 = 7 \times 1 \times 4 - 2$$

$$72 - = 9 \times 3 \times 4 - 26$$

المعادلة ليس لها حلول حقيقية لأن قيمة ب  $4 - 2$  أ ج قيمة سالبة

$$0 = 25 + \text{س} + 10$$



$$25 - = 10 + 2 \text{ س}$$

$$25 = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$25 + 25 - = 25 + 10 + 2 \text{ س}$$

$$0 = 25 + 10 + 2 \text{ س}$$

$$0 = 2(5 + ($$

$$0 = 2(5 + ($$

$$0 = 2(5 + ($$

$$5 - = \text{س}$$

$$0 = 12 - 3 + 2 \text{ س}$$

$$12 = 3 + 2 \text{ س}$$

$$\frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$12 + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + 3 + 2 \text{ س}$$

$$14,25 = \frac{9}{4} + 3 + 2 \text{ س}$$

$$14,25 = \left(\frac{3}{2} + \text{س}\right)^2$$

$$\sqrt{14,25} \pm = \frac{3}{2} + \text{س}$$

$$3,3 - = \text{س}$$

$$2,3 = \text{س}$$



## واجباتي

ج) لفظياً: قارن عدد الجذور لكل معادلة بالنتيجة في العمود ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج، وهل هناك علاقة بينهما؟ وإن كانت هناك علاقة فصفها.

إذا كان ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج سالباً فلا توجد حلول حقيقية، وإذا كان صفراً فهناك حل واحد، وإذا كان موجباً فهناك حلان.

د) تحليلاً: تنبأ بعدد حلول ٢س<sup>٢</sup> - ٩س - ١٥ = ٠، وتحقق من صحة تنبؤك بحل المعادلة.

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٩^2 - ٤ \times ٢ \times ١٥}}{٤}$$

$$س = \frac{-٩ \pm \sqrt{٣٩}}{٤}$$

بما أن إشارة ب<sup>٢</sup> - ٤ أ ج سالبة فلا توجد حلول حقيقية؛ لأن الجذر التربيعي لعدد سالب لا يكون حقيقياً.

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣١) تحدّ: اشتق معادلة محور التماثل بإكمال المربع للمعادلة

$$ص = أس^2 + ب س + ج، أ \neq ٠، وأعد$$

كتابة المعادلة على الصورة  $ص = أ(س - هـ)^2 + ك$ .

$$ص = أس^2 + ب س + ج$$

$$ص = أ(س^2 + \frac{ب}{أ} س) + ج$$

$$ص = أ[س^2 + (\frac{ب}{أ}) س] + ج - أ(\frac{ب}{أ})^2$$

$$ص = أ[س^2 + (\frac{ب}{أ}) س] + \frac{أج - ب^2}{أ}$$

$$ص = أ[س^2 + (\frac{ب}{أ}) س - (\frac{ب}{أ})^2] + \frac{أج - ب^2}{أ}$$

وتكتب المعادلة الأخيرة على الصورة

$$ص = أ(س - هـ)^2 + ك، \frac{ب}{أ} - هـ = ك$$

$$ك = \frac{أج - ب^2}{أ}$$

$$\frac{ب}{أ} - هـ = ك$$

محور التماثل هو  $س = \frac{ب}{أ} - هـ$

(٣٢) تبرير: حدّد عدد حلول المعادلة  $س^٢ + ب س = ج$  إذا كانت  $ج > \left(\frac{ب}{٢}\right)^٢$ . فسّر إجابتك.

لا يوجد، إذا أضفت  $\left(\frac{ب}{٢}\right)^٢$  إلى كل من طرفي المتباينة وطرفي المعادلة

فسوف تحصل على  $س^٢ + ب س + \left(\frac{ب}{٢}\right)^٢ = \left(\frac{ب}{٢}\right)^٢ + ج$ ، ج  $> \left(\frac{ب}{٢}\right)^٢$

وبما أن الطرف الأيمن للمعادلة الأخيرة هو مربع كامل، فلا يمكن إن يساوي عددا سالبا إذن لا توجد حلول حقيقية.

(٣٣) حدّد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى. وفسّر إجابتك.

$س^٢ + س + \frac{١}{٤}$	$س^٢ - س + \frac{١}{٤}$	$س^٢ + س + \frac{١}{٤}$	$س^٢ - س - \frac{١}{٤}$
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

ن  $س^٢ + \frac{١}{٣} س + \frac{١}{٩}$  هي ثلاثية الحدود الوحيدة التي لا تمثل مربعا كاملا

(٣٤) مسألة مفتوحة: اكتب معادلة تربيعية حلها الوحيد هو ٤.

$$\begin{aligned} (س - ٤)^٢ &= ٠ \\ س^٢ - ٨س + ١٦ &= ٠ \end{aligned}$$

(٣٥) اكتب: قارن بين الطرق الآتية: إكمال المربع، التمثيل البياني،

التحليل للعوامل التي تُستعمل لحل المعادلة:  $س^٢ - ٥س - ٧ = ٠$

بما أن المعامل الرئيس يساوي ١ فإن طريقة إكمال المربع هي الأفضل ويمكن

تمثيل الدالة المرتبطة باستعمال الحاسبة البيانية وهذه الطريقة مناسبة للتقدير

فقط أما التحليل فغير ممكن

تدريب على اختبار

٣٦) إذا كان طول مستطيل يساوي ثلاثة أمثاله عرضه ومساحته ٧٥ ستمترًا مربعًا، فما طوله؟

ج) ١٠ سم

أ) ٢٥ سم

د) ٥ سم

ب) ١٥ سم

مساحة المستطيل = الطول × العرض

نفرض أن العرض = ص

إذن الطول = ٣ص

$$٧٥ = ٣ص^2$$

$$ص^2 = 25$$

$$ص = \sqrt{25}$$

$$ص = 5$$

$$الطول = ٣ \times ٥ = ١٥$$

الاختيار الصحيح: ب) ١٥ سم

٣٧) إجابة قصيرة، يمكن تمثيل عدد سكان إحدى المدن بالمعادلة

$$ص = ٢٢٠٠٠ + ١٢٠٠٠ن،$$

حيث (ص) عدد السكان، (ن) عدد

السنوات بعد عام ١٤٣١ هـ، ما عدد السنوات اللازمة بعد عام

$$١٤٣١ هـ ليصبح عدد سكانها ٢٨٠٠٠ نسمة؟$$

$$٢٨٠٠٠ = ٢٢٠٠٠ + ١٢٠٠٠ن$$

$$٦٠٠٠ = ٢٢٠٠٠ - ٢٨٠٠٠ = ١٢٠٠٠ن$$

ن = ٥ إذن عدد السنوات = ٥ سنوات



## مراجعة تراكمية

اكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً:

$$\frac{6j}{3j} \quad (38)$$

$$3j = 3-6j$$

$$\frac{7x}{5x} \quad (39)$$

$$16 = 24 = 5-74$$

$$\frac{4d^3}{7d} \quad (40)$$

$$ج^3 د^{-4} = 7^{-4} د^{1-3} ج^2 د^{-3}$$

$$\frac{ج^2}{3د} =$$

حل كلاً من المتباينات الآتية:

$$8 \leq |ص - 3| \quad (41)$$

$$8 \leq |ص - 3|$$

$$3 + 8 \geq ص - 2 \quad 3 - 8 \leq ص - 2 -$$

$$11 \geq ص - 2 \quad 5 \leq ص - 2 -$$

$$\frac{11}{2} \geq ص \quad \frac{5}{2} - \geq ص$$

$$5,5 \leq ص \quad 2,5 - \geq ص$$

$$\{ص | ص \leq 2,5 \text{ أو } ص \geq 5,5\}$$



$$(٤٢) |٢ - ٥ب| \geq ١٣$$

$$|٢ - ٥ب| \geq ١٣$$

$$٢ - ١٣ \leq ٥ب - \quad ٢ + ١٣ \geq ٥ب$$

$$١١ - \leq ٥ب \quad ١٥ \geq ٥ب$$

$$\frac{١١}{٥} - \leq ب \quad \frac{١٥}{٥} \geq ب$$

$$٢,٢ - \geq ب \quad ٣ \geq ب$$

$$\{ب - | ٢,٢ \geq ب \geq ٣ \}$$

احسب قيمة  $\sqrt{b^2 - 4ac}$  في كل من الحالات التالية:

$$(٤٣) \quad a=2, b=-5, c=2$$

$$\sqrt{(2)(2)4 - 2(5 -)} \bar{u}^{\pm} =$$

$$3^{\pm} = 9 \bar{u}^{\pm} = 16 - 25 \bar{u}^{\pm} =$$

$$(٤٤) \quad a=1, b=12, c=11$$

$$\sqrt{(11)(1)4 - 2(12) \bar{u}^{\pm} =$$

$$10^{\pm} = 100 \bar{u}^{\pm} = 44 - 144 \bar{u}^{\pm} =$$

$$(٤٥) \quad a=2, b=-4, c=-6$$

$$\sqrt{(6 -)(2)4 - 2(4 -) \bar{u}^{\pm} =$$

$$8^{\pm} = 64 \bar{u}^{\pm} = 48 + 16 \bar{u}^{\pm} =$$

$$(٤٦) \quad a=3, b=1, c=2$$

$$\sqrt{(2)(3)4 - 2(1) \bar{u}^{\pm} =$$

$$23 \bar{u}^{\pm} = 24 - 1 \bar{u}^{\pm} =$$

# حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

٤-٨

## تحقق

حل المعادلة باستعمال القانون العام.

$$(1) \quad 2x^2 + 9x = 18.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 2 \times (-18)}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{225}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-9 \pm 15}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-9 - 15}{2 \times 2}$$

# واجباتي

$$٠ = ٣٥ + ٢٤س - ٢س٢ \quad \text{ا ب) ٤س}$$

$$\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ا ج}}{٢ا} = س$$

$$\frac{35 \times 4 \times 4^{-2} (24 -)}{4 \times 2} \sqrt{ب+24} = س$$

$$\frac{16 \sqrt{ب+24}}{8} = س$$

$$\frac{7}{2} = \frac{4+24}{8} = س$$

$$\frac{5}{2} = \frac{4-24}{8} = س$$

٢) حُلِّ المعادلة ٣س - ٢س - ٩ = ٠ باستعمال القانون العام، مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ا ج}}{٢ا} = س$$

$$\frac{9 - \times 3 \times 4^{-2} (2 -)}{3 \times 2} \sqrt{ب+2} = س$$

$$\frac{112 \sqrt{ب+2}}{6} = س$$

$$2,1 \approx \frac{10,6 + 2}{6} = س$$

$$1,4 - \approx \frac{10,6 - 2}{6} = س$$

حل المعادلة:

$$0 = 8 + 17s - 2s^2 \quad (أ٣)$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = s$$

$$\frac{8 \times 2 \pm \sqrt{4^2 - 2(17-8)}}{2 \times 2} = s$$

$$\frac{225 \pm 17}{4} = s$$

$$8 = \frac{15 + 17}{4} = s$$

$$\frac{1}{2} = \frac{15 - 17}{4} = s$$

$$0 = 11 - 4s - 2s^2 \quad (ب٣)$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = s$$

$$\frac{11 - 4 \times 4 \pm \sqrt{4^2 - 2(11-4)}}{4 \times 2} = s$$

$$\frac{192 \pm 4}{8} = s$$

$$2,2 \approx \frac{192 \pm 4}{8} = s$$

$$1,2- \approx \frac{192 \pm 4}{8} = s$$



## واجباتي

أوجد قيمة المميز للمعادلة ، ثم حدّد عدد حلولها الحقيقية.

$$١٤) \quad ٠ = ١٥ + س١١ + ٢س٢$$

$$\text{ب} \quad 4 - 2 = 11 \quad 15 \times 2 \times 4 - 2$$

$$١ =$$

بما أن المميز موجب إذن يوجد حلان حقيقيان

$$٤) \quad ٠ = ٢٥ + س٣٠ - ٩س٢$$

$$\text{ب} \quad 4 - 2 = 30 - 2 \quad 25 \times 9 \times 4 - 2$$

$$٠ =$$

بما أن المميز يساوي صفر إذن يوجد حل حقيقي واحد



حُل كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$(1) \quad s^2 - 2s - 15 = 0$$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$$

$$s = \frac{64 \pm 2}{2}$$

$$s = \frac{8+2}{2} = 5$$

$$s = \frac{8-2}{2} = 3$$

$$(۲) \text{ س } ۸ - ۲ = ۱۰ -$$

$$\text{س } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{س } ۸ - ۲ = ۱۰ + ۰$$

$$\text{س } \frac{10 \times 1 \times 4 - (8 -)^2}{1 \times 2}$$

$$\text{س } \frac{24 \pm 8}{2}$$

$$\text{س } 6,4 = \frac{24 \pm 8}{2}$$

$$\text{س } 1,6 = \frac{24 \pm 8}{2}$$

$$(۳) \text{ س } ۵ + ۲ = ۱۳ - \text{س}$$

$$\text{س } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{س } ۵ + ۲ = ۱۳ +$$

$$\text{س } \frac{5 \times 5 \times 4 - (13)^2}{5 \times 2}$$

$$\text{س } \frac{69 \pm 13}{10}$$

$$\text{س } 0,5 - = \frac{69 \pm 13}{10}$$

$$\text{س } 2,1 - = \frac{69 \pm 13}{10}$$

# واجباتي

حل كل معادلة فيما يأتي، واذكر الطريقة التي استعملتها:

$$(4) \quad 2س^2 + 1س - 6 = 0$$

التحليل إلى العوامل

$$2س^2 + 1س - 6 = 0$$

$$2س(س + 3) - 2(س + 3) = 0$$

$$(2س - 2)(س + 3) = 0$$

$$0 = 2س - 2$$

$$2 = 2س$$

$$1 = س$$

$$س = \frac{1}{2}$$

$$(5) \quad 2س^2 - 3س - 6 = 0$$

القانون العام

$$س = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$س = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-6)}}{2(2)}$$

$$س = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

$$س = \frac{3 + \sqrt{57}}{4} = 1,13$$

$$س = \frac{3 - \sqrt{57}}{4} = -2,63$$

$$(6) \quad 9س^2 = 25$$

التحليل إلى عوامل

$$9س^2 - 25 = 0$$

$$0 = (5 + 3س)(5 - 3س)$$

$$0 = 5 - 3س$$

$$س = \frac{5}{3}$$

$$س = -\frac{5}{3}$$

أوجد قيمة المميز لكل معادلة فيما يأتي، ثم حدّد عدد حلولها الحقيقية:

$$(7) \quad 9س^2 - 9س + 21 = 0$$

$$ب-2 \quad 4ج = (9-)^2 \times 1 \times 4 \times 21$$

$$= -3$$

-3 ، لا توجد حلول حقيقية لأن قيمة المميز سالبة

$$(8) \quad 9س^2 + 24س - 16 = 0$$

$$ب-2 \quad 4ج = (24)^2 - 16 \times 9 \times 4$$

$$= 0$$

، حل حقيقي واحد

$$(9) \quad 3س^2 - 8س = 8$$

$$ب-2 \quad 4ج = (1-)^2 \times 3 \times 4 - 8$$

$$= 97$$

97 ، حلان حقيقيان



## واجباتي

(١٠) منصّة القفز: يقفز خالد من فوق منصّة القفز، حيث تمثل المعادلة

$$l = 16n^2 + 4n + 6, \text{ ارتفاع خالد (ل) بعد (ن) من الثواني،}$$

استعمل المميز لتحديد ما إذا كان خالد سيصل إلى ارتفاع ٢٠ قدمًا.

فسّر إجابتك.

$$20 = 16n^2 + 4n + 6$$

$$14 = 16n^2 + 4n$$

$$b^2 - 4ac = 4^2 - 4(16)(14) = -896$$

$$= -896$$

لا يوجد حل حيث ان المميز سالب، لذا فلن يصل خالد إلى ٢٠ قدمًا.

## تدرب وحل المسائل:



حُل كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقرباً الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً:

$$(11) \quad 0 = 6 - 5s + 2s^2$$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(-6)}}{2(2)}$$

$$s = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 48}}{4}$$

$$s = \frac{5 + 11}{4} = 4$$

$$s = \frac{5 - 11}{4} = -1.5$$

$$(12) \quad 0 = 16 + s^2$$

$$s^2 = -16$$

∅

$$(13) \quad 0 = 1 + 12s - 2s^2$$

$$\frac{\sqrt{4-b^2} \pm a}{2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{1 \times 6 \times 4 - 2(12-)} \pm 12}{6 \times 2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{120} \pm 12}{12} = \text{س}$$

$$1,9 = \frac{\sqrt{120} \pm 12}{12} = \text{س}$$

$$0,09 = \frac{\sqrt{120} - 12}{12} = \text{س}$$

(۱۴) ۵س<sup>۲</sup> - ۸س = ۶

$$\frac{\sqrt{4-b^2} \pm a}{2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{6- \times 5 \times 4 - 2(8-)} \pm 8}{5 \times 2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{184} \pm 8}{10} = \text{س}$$

$$2,2 = \frac{\sqrt{184} \pm 8}{10} = \text{س}$$

$$0,6- = \frac{\sqrt{184} - 8}{10} = \text{س}$$

(۱۵) ۵س<sup>۲</sup> + ۲۱س = ۱۸-

$$\frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{18 \times 5 \times 4 - (21)^2}}{5 \times 2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{81 - 21}}{10} = \text{س}$$

$$1,2 = \frac{9 + 21}{10} = \text{س}$$

$$3 = \frac{9 - 21}{10} = \text{س}$$

$$(16) \quad 2 \text{ س} = 12 \text{ س} - 18$$

$$\frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2} = \text{س}$$

$$\frac{\sqrt{18 \times 2 \times 4 - (12)^2}}{2 \times 2} = \text{س}$$

$$\frac{12}{4} = \text{س}$$

$$3 = \text{س}$$

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي، واذكر الطريقة التي استعملتها:

$$(17) \text{ س } 2 \text{ س } 2 - 8 \text{ س } = 12$$

القانون العام

$$\text{س} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{س} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 2 \times (-12)}}{2 \times 2}$$

$$\text{س} = \frac{160 \pm 8}{4}$$

$$\text{س} = \frac{160 + 8}{4} = 5,2$$

$$\text{س} = \frac{160 - 8}{4} = 1,2-$$

$$(18) \text{ س } 3 \text{ س } 3 - 24 \text{ س} = 36-$$

التحليل إلى العوامل

$$0 = 36 + 24 \text{ س} - 3 \text{ س}^2$$

$$0 = 12 + 8 \text{ س} - 2 \text{ س}^2$$

$$0 = (6 - \text{س})(2 + \text{س})$$

$$\text{س} = 2-$$

$$\text{س} = 6$$

$$(19) \text{ س } 3 \text{ س} - 10 = 0$$

التحليل إلى العوامل

$$0 = 10 - 3 \text{ س} - \text{س}^2$$

$$0 = (5 - \text{س})(2 + \text{س})$$

$$\text{س} = 2-$$

$$\text{س} = 5$$

أوجد قيمة المميز لكل معادلة فيما يأتي، ثم حدّد عدد حلولها الحقيقية:



$$(20) \text{ س } \frac{4}{5} - 2 \text{ س} = 3$$

$$\text{س} - 2 = 3 - \frac{4}{5}$$

$$\text{ب} - 2 = 4 \text{ أ ج} = \left(\frac{4}{5} -\right) = 3 - \times 1 \times 4 - 2$$

$$12,64 =$$

حلان حقيقيان

$$(21) \text{ س } 0,5 - 2 \text{ س} = 2 -$$

$$0 = 2 + \text{س} - 2$$

$$\text{ب} - 2 = 4 \text{ أ ج} = (2 -) = 2 \times 0,5 \times 4 - 2$$

حل حقيقي واحد

$$(22) \text{ س } 0,2 - 2 \text{ س} + 1,5 = 2,9$$

$$0 = 2,9 + \text{س} - 1,5$$

$$\text{ب} - 2 = 4 \text{ أ ج} = (1,5 -) = 2,9 \times 0,2 \times 4 - 2$$

$$0,07 =$$

لا يوجد حلول حقيقية

(23) مرور، تمثل المعادلة  $f = 0,007 \times \text{ع} + 1,9$ ، ع المسافة (ف) بالأمتار

التي تقطعها سيارة تسير بسرعة (ع) كلم/ساعة للتوقف تمامًا بعد استعمال

المكابح، فإذا كانت حدود السرعة القصوى في أحد الشوارع 80 كلم/ساعة،

وتوقفت سيارة منذر بعد 55 مترًا من استعماله المكابح، فهل كانت سرعته

تزيد على السرعة القصوى؟ فسّر تبريرك.

$$\text{ف} = 80 \times 0,007 + 1,9$$

$$\text{ف} = 60$$

المسافة للسرعة القصوى = 60 مترًا

والمسافة لـ منذر = 55 مترًا

إذن سرعة منذر لا تزيد عن السرعة القصوى

# واجباتي



(٢٤) إعلان: يعدّ راشد ملصقًا للإعلان عن رحلة عمرة، ويريد أن يغطي ثلاثة أرباع المساحة بنصوص كتابية.

(أ) اكتب معادلة لمساحة القسم النصّي.

$$375 = (س2 - 20)(س7 - 25)$$

(ب) حُلّ المعادلة باستعمال القانون العام.

$$0 = (س2 - 20)(س7 - 25)$$

$$0 = 500 - 140س - 50س + 14س^2$$

$$0 = 500 - 190س + 14س^2$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$$

$$س = \frac{190 \pm \sqrt{190^2 - 4 \times 14 \times 500}}{28}$$

$$س = \frac{8100 \pm 190}{28}$$

$$س = \frac{90 \pm 190}{28}$$

$$س = \frac{90 + 190}{28} = 10$$

$$س = \frac{90 - 190}{28} = 3,57$$

# واجباتي

ج) كم يجب أن تكون هوامش الملصق؟

هوامش الملصق ٧س، ٢س أي ٧٠، ٢٠

حدّد دون استعمال التمثيل البياني عدد المقاطع السينية لكل دالة فيما يأتي:

$$(٢٥) \quad ٢٥س^٢ - ٣س + ٣ = ٠$$

$$٠ = ٣س^٢ + ٢٥س - ٣$$

$$٣س^٢ - ٢٥س + ٣ = ٠$$

$$\approx -١٧.٩$$

قيمة المميز سالبة، إذن لا يوجد مقاطع سينية لهذه المعادلة

صفر

$$(٢٦) \quad ٢٥س^٢ = \frac{٢}{٥}س + ٢$$

$$٢٥س^٢ - ٥س - ١٠ = ٠$$

$$٢٥س^٢ - ٥س - ١٠ = ٠$$

$$٠ = (١ + ٥س)٢ - (١ + ٥س)٥$$

$$٠ = (١ + ٥س)(٢ - ٥س)$$

$$\frac{١}{٥} = ٥س$$

$$\frac{٢}{٥} = ٥س$$

عدد المقاطع السينية = ٢

ضرب طرفي المعادلة  $\times ٢٥$

$$(27) \quad 0,25س^2 + س - 1 = 0$$

ضربي طرفي المعادلة  $\times 100$

$$0 = 100 + س100 + 25س^2$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$$

$$س = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \times 25 \times 100}}{25 \times 2}$$

$$= \frac{-100}{25 \times 2}$$

$$= -2$$

عدد المقاطع السينية = 1

حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون مقربًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$(28) \quad 2س^2 - 7س + 1,5 = 0$$

$$0 = 1,5 + س7 - 2س^2$$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$$

$$س = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 \times 1,5}}{2 \times 2}$$

$$س = \frac{61 \pm 7}{4}$$

$$س = \frac{61 + 7}{4} = 3,7$$

$$س = \frac{61 - 7}{4} = 0,2$$

$$(29) \text{ ۲, ۳ سے } ۲ - ۴, ۱ \text{ سے } ۶, ۸ =$$

$$\text{سے } = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$0 = 6,8 - 2,3 \times 4^{-2} (1,4 -)$$

$$\text{سے } = \frac{6,8 - \times 2,3 \times 4^{-2} (1,4 -)}{2,3 \times 2}$$

$$\text{سے } = \frac{64,52 \sqrt{1,4}}{4,6}$$

$$2,05 = \frac{64,52 \sqrt{1,4}}{4,6} = \text{سے}$$

$$1,4 - = \frac{64,52 \sqrt{1,4}}{4,6} = \text{سے}$$

$$(30) \text{ ۲ سے } ۲ - ۵ =$$

$$\text{سے } = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$0 = 5 - 2 - 2$$

$$\text{سے } = \frac{5 - \times 1 \times 4^{-2} (2 -)}{1 \times 2}$$

$$\text{سے } = \frac{24 \sqrt{2}}{2}$$

$$3,4 = \frac{24 \sqrt{2}}{2} = \text{سے}$$

$$1,4 - = \frac{24 \sqrt{2}}{2} = \text{سے}$$



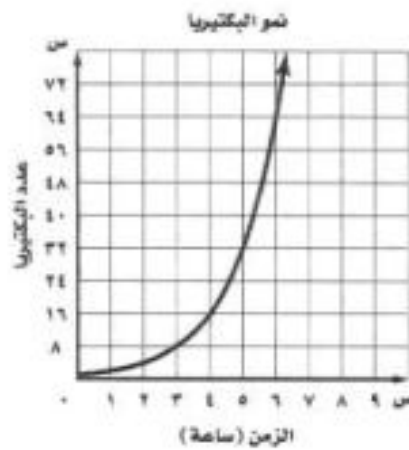
# واجباتي

(٣١) تمثيلات متعددة: سوف تكتشف الدوال الأسية في هذه المسألة:

(أ) جدولياً: انسخ الجدول الآتي وأكمله:

الزمن (ساعة)	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد البكتيريا	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$	$2^6 = 64$

(ب) بيانياً: مثل المعلومات المعطاة في الجدول بيانياً باستعمال النقاط (الزمن، عدد البكتيريا)، وهل التمثيل خطي أم تربيعي أم غير ذلك؟



التمثيل البياني ليس خطياً ولا تربيعياً

(ج) تحليلياً، ماذا يحدث لعدد البكتيريا كل ساعة؟ اكتب دالة تمثل هذا النمط.

يتضاعف عدد البكتيريا كل ساعة  $n$   $2 = n$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣٢) تحدّد: أوجد جميع قيم ك التي تجعل للمعادلة:

$$2س^2 - 3س + 5ك = 0 \text{ " حلين حقيقيين.}$$

$$ك > \frac{9}{40}$$

$$2س^2 - 3س + 5ك = 0$$

$$ب - 2 = 4ج = (3 - )^{-2} \times 4 \times 2 \times 5ك$$

$$= 40 - 9ك$$

$$0 = 40 - 9ك$$

$$ك = \frac{9}{40}$$

$$ك > \frac{9}{40}$$

تبرير: بيّن فيما إذا كان عدد الحلول الحقيقية لكل مما يأتي حلان،

أو حل واحد، أو لا يوجد حل :

(٣٣) التمثيل البياني لدالة تربيعية لا تحتوي على مقطع سيني.

لا يوجد حل

(٣٤) التمثيل البياني لدالة تربيعية تمس محور السينات.

حل واحد

(٣٥) التمثيل البياني لدالة تربيعية تقطع محور السينات مرتين.

حلان

(٣٦) قيمتا كل من أ، ب أكبر من صفر، وقيمة ج أصغر من صفر في الصيغة القياسية للدالة التربيعية.

حلا

(٣٧) **مسألة مفتوحة:** اكتب ٣ دوال تربيعية على أن يكون مميز الأولى موجب، ومميز الثانية سالبا، ومميز الثالثة صفرا.

$$\text{المميز موجب للدالة } د(س) = س^2 - 4$$

$$\text{المميز سالب للدالة } د(س) = س^2 + 4$$

$$\text{المميز صفر للدالة } د(س) = س^2 - 8س + 16$$

(٣٨) **اكتب:** وضح طرق حل المعادلات التربيعية، وأعطِ مثالا

مختلفا لكل طريقة. فسّر إجابتك.

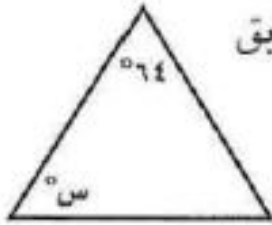
التحليل طريقة سهلة عندما تكون ثلاثية الحدود قابلة للتحليل

التمثيل البياني: يعطي فقط جذورا تقريبية لإيجاد الجذر التربيعي طريقة سهلة

عندما تكون المعادلة من الشكل  $أس^2 + ب = ٠$

إكمال المربع: طريقة مضمونة لحل جميع المعادلات التربيعية

القانون العام: طريقة مضمونة لحل جميع المعادلات التربيعية



٣٩) إجابة قصيرة، إذا علمت أن المثلث المجاور متطابق الضلعين، فما قيمة س؟

$$\text{مجموع زوايا المثلث} = 180^\circ$$

وبما أن المثلث متطابق الضلعين إذن زوايا القاعدة متساوية

$$س = 64^\circ$$

أو

$$س = \frac{64 - 180}{2} = 58^\circ$$

٤٠) ما حلول المعادلة التربيعية  $٦هـ^٢ + ٦هـ - ٧٢ = ٠$ ؟

(أ) ٣ أو -٤ (ج) لا يوجد حلول حقيقية

(ب) -٣ أو ٤ (د) ١٢ أو -٤٨

$$٠ = ٦هـ^٢ + ٦هـ - ٧٢$$

$$٠ = ١٢هـ + ٦هـ - ١٢٠$$

$$٠ = (٤ + هـ)(٣ - هـ)$$

$$٣ = هـ$$

$$٤ = -هـ$$

الاختيار الصحيح: (أ) ٣ أو -٤

## مراجعة تراكمية

حل كل معادلة فيما يأتي بإكمال المربع مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$٠ = ١٢ + س٦ - ٢س١٧ \quad (٤١)$$

$$0 = 12 + س٦ - ٢س١٧$$

$$12 = س٦ - ٢س١٧$$

$$2 = س\frac{17}{6} - ٢س$$

$$\frac{289}{144} = ٢\left(\frac{17 - س}{12}\right)$$

$$\frac{289}{144} + 2 = \frac{289}{144} + س\frac{17}{12} - ٢س$$

$$\frac{577}{144} = \frac{289}{144} + س\frac{17}{6} - ٢س$$

$$\frac{577}{144} = ٢\left(\frac{17 - س}{12}\right)$$

$$3,4 = \sqrt{\frac{577}{144}} \pm = \frac{17}{12} - س$$

$$س = -0,58$$



$$(42) \text{ س } 9 - 2 = 12 -$$

$$\text{س } 9 - 2 = 12 -$$

$$\frac{81}{4} = \left(\frac{9-}{2}\right)^2$$

$$\frac{81}{4} + 12 - = \frac{81}{4} + \text{س } 9 - 2$$

$$\frac{33}{4} = \left(\frac{9-}{2} - \text{س}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{33}{4}} = \frac{9-}{2} - \text{س}$$

$$\text{س} = 7,37$$

$$\text{س} = 1,62$$

$$(43) \text{ س } 4 = 20 - 2 = 25 -$$

$$\text{س } 4 = 20 - 2 = 25 -$$

$$\frac{25}{4} - = \text{س } 5 - 2$$

$$\frac{25}{4} = \left(\frac{5-}{2}\right)^2$$

$$\frac{25}{4} + \frac{25}{4} - = \frac{25}{4} + \text{س } 5 - 2$$

$$0 = \frac{25}{4} + \text{س } 5 - 2$$

$$0 = \left(\frac{5-}{2} - \text{س}\right)^2$$

$$\text{س} = \frac{5}{2}$$

لتكن  $ص = ٢س - ٥س + ٤$ .

٤٤) اكتب معادلة محور التماثل.

$$2,5 = \frac{5}{1 \times 2} = \frac{ب}{٢}$$

معادلة محور التماثل عند  $س = 2,5$

٤٥) أوجد إحداثيات نقطة الرأس، وهل هي نقطة عظمى أم صغرى؟

عند  $س = 2,5$

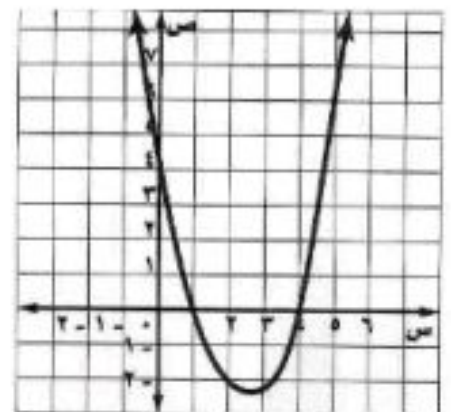
$$ص = (2,5)^2 - 5 \times 2,5 + 4$$

$$ص = 12,5 - 6,25 + 4$$

$$ص = 2,25$$

(٢,٥، -٢,٢٥) نقطة صغرى

٤٦) مثل الدالة بيانياً؟



٤٧) حدّد مجال الدالة ومداهما.

المجال = جميع الأعداد الحقيقية

المدى =  $ص \leq -٢,٢٥$

## استعد للدرس اللاحق

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$$\sqrt{100} \sqrt{48}$$

$$10 \pm = \sqrt{100} \bar{u}$$

$$\frac{9}{16} \sqrt{49}$$

$$\frac{3}{4} \pm = \frac{9}{16} \bar{u}$$

$$\sqrt{0,01} \sqrt{50}$$

$$0,1 \pm = \sqrt{0,01} \bar{u}$$

$$\frac{4}{3} \sqrt{51}$$

$$\frac{2}{3} \pm = \frac{4}{3} \bar{u}$$

$$\frac{2}{16} \sqrt{52}$$

$$\frac{2}{4} \pm = \frac{2}{16} \bar{u}$$

$$\sqrt{81} \sqrt{53}$$

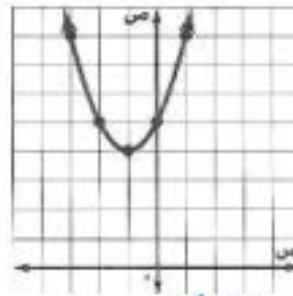
$$9 \pm = \sqrt{81} \bar{u}$$

## اختبار الفصل

استعمل جدول القيم لتمثيل الدالتين الآتيتين بيانيًا، وحدد مجالهما ومداهما:

$$(1) \text{ ص} = \text{س}^2 + 2\text{س} + 5$$

س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢
ص	٨	٥	٤	٥	٨	١٣

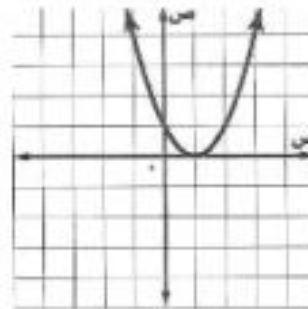


المجال = جميع الأعداد الحقيقية

المدى =  $\{\text{ص} \mid \text{ص} < 4\}$

$$(2) \text{ ص} = \text{س}^2 - 2\text{س} + 1$$

س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢
ص	١٥	٦	١	٠	٣	١٠



المجال = جميع الأعداد الحقيقية

المدى =  $\{\text{ص} \mid \text{ص} < 1\}$

لتكن الدالة  $v = 7s^2 - 6$ .

(٣) حدّد إذا كان للدالة قيمة عظمى أم قيمة صغرى.  
**قيمة صغرى لأن قيمة موجبة**

(٤) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة.

$$3,5 = \frac{7}{1 \times 2} = \frac{b}{a}$$

$$3,5 = s$$

$$6 + 7 \times 3,5 - 2(3,5) = v$$

$$6,25 = v$$

$$6,25 = \text{القيمة الصغرى}$$

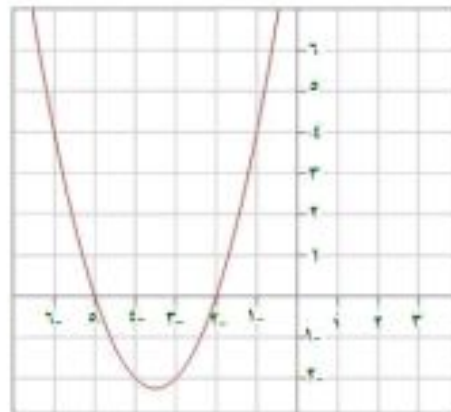
(٥) حدّد مجال الدالة ومداهما.

**المجال = جميع الأعداد الحقيقية**

**المدى =  $\{v | v \geq 6,25\}$**

حلّ كل من المعادلتين الآتيتين بيانياً، وإذا لم تكن الجذور أعداداً صحيحة فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة:

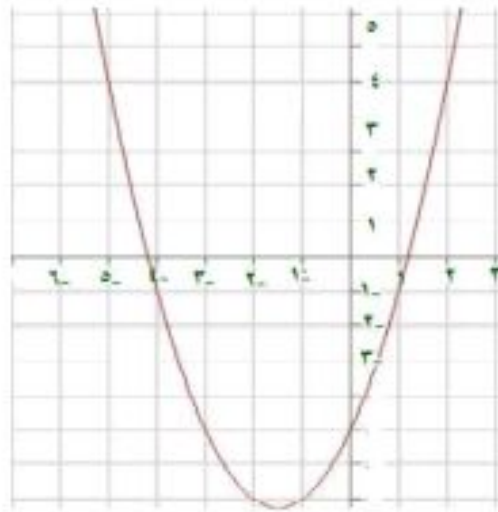
$$(٦) \quad 0 = 10 + 7s + 2s^2$$



$$s = -2, 0$$

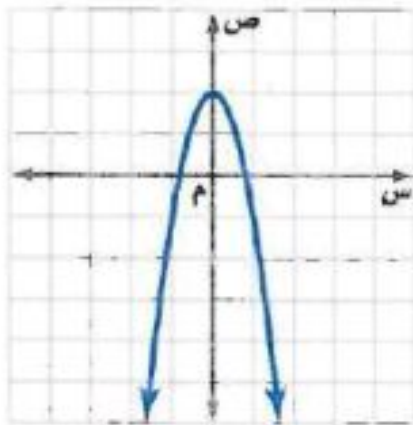


(٧)  $s^2 - 5 = -3s$



$s = -2, 1$

(٨) اختيار من متعدد: أي المعادلات الآتية تعبر عن الدالة الممثلة بيانياً أدناه؟



(أ)  $s^2 - 3 = s$  (ب)  $s^2 + 2 = s$

(ج)  $s^2 + 2 = s$  (د)  $s^2 - 3 = s + 2$

الاختيار الصحيح: (د)  $s^2 - 3 = s + 2$

حل كل من المعادلتين الآتيتين باستخدام إكمال المربع:

(٩)  $s^2 - s - 6 = 0$

$s^2 - s - 6 = 0$

$0 = (s + 2)(s - 3)$

$s = 3$

$s = -2$

$$(۱۰) ۲س^۲ - ۳۶ = ۶-س$$

$$۲س^۲ + ۶س - ۳۶ = ۰$$

$$۲س^۲ + ۳س - ۱۸ = ۰$$

$$۱۸ = ۲س^۲ + ۳س$$

$$\frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\frac{9}{4} + 18 = \frac{9}{4} + ۲س^۲ + ۳س$$

$$20,25 = \left(\frac{3}{2} + س\right)^2$$

$$4,5 + = \frac{3}{2} + س$$

$$\frac{3}{2} - 4,5 = س$$

$$3 = س$$

$$\frac{3}{2} - 4,5 = س$$

$$6- = س$$

# واجباتي

حُل كل من المعادلتين الآتيتين باستعمال القانون العام، مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

$$(11) \text{ مس}^2 - \text{س} - 30 = 0$$

$$\text{مس}^2 - \text{س} - 30 = 0$$

$$\text{مس} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}}$$

$$\text{مس} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times (-30)}}{2 \times 1}$$

$$\text{مس} = \frac{121 \pm 1}{2}$$

$$\text{مس} = \frac{11+1}{2} = 6$$

$$\text{مس} = \frac{11-1}{2} = 5$$

$$(12) \text{ مس}^2 + \text{س} - 15 = 0$$

$$\text{مس}^2 + \text{س} - 15 = 0$$

$$\text{مس} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}}$$

$$\text{مس} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \times (-15)}}{2 \times 1}$$

$$\text{مس} = \frac{121 \pm 1}{4}$$

$$\text{مس} = \frac{11+1}{4} = 3$$

$$\text{مس} = \frac{11-1}{4} = 2,5$$

# واجباتي

١٣) كرة سلة: سدد نواف كرة السلة نحو المرمى، وفق المعادلة  
 $E = -16n^2 + 60n + 30$ ، حيث تمثل (ع) ارتفاع الكرة بعد  
 (ن) ثانية، كم تبقى الكرة في الهواء؟

$$0 = 30 + 60n - 16n^2$$

$$س = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

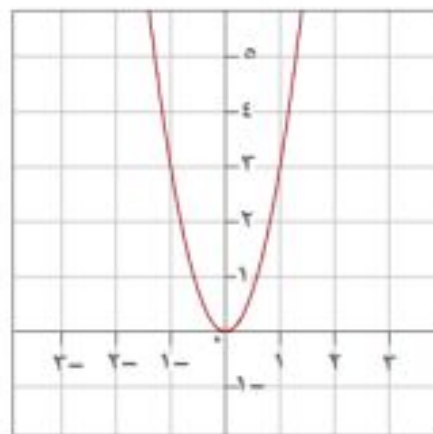
$$ن = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 - 4(-16)(30)}}{2(-16)}$$

$$ن = \frac{-60 \pm 345}{-32}$$

$$ن = \frac{-60 - 345}{-32} = 4.2$$

٤.٢ ثانية تقريبا

١٤) مثل الدالة:  $V = 3S^2$  بيانياً، وأوجد المقطع الصادي، وحدد  
 مجالها ومداهما.



المقطع الصادي = صفر

المجال = جميع الأعداد الحقيقية

المدى =  $\{ص | ص > 0\}$

# واجباتي

١٥) اختيار من متعدد: أي مما يلي يُعد تحليلًا تامًا للعبارة

$4s^2 - 8s - 12$  إلى عواملها الأولية؟

- (أ)  $4(s-3)(s+1)$  (ب)  $4(s+1)(s-12)$   
(ج)  $4(s+3)(s-1)$  (د)  $4(s-3)(s+4)$

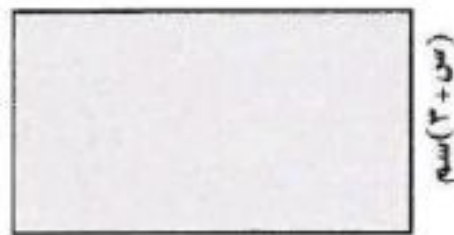
$$4s^2 - 8s - 12$$

$$4(s-3)(s+1)$$

$$4(s+1)(s-12)$$

الاختيار الصحيح: (أ)  $4(s-3)(s+1)$

١٦) أوجد مساحة المستطيل أدناه؟



(س + 12) سم

(س + 3) سم

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

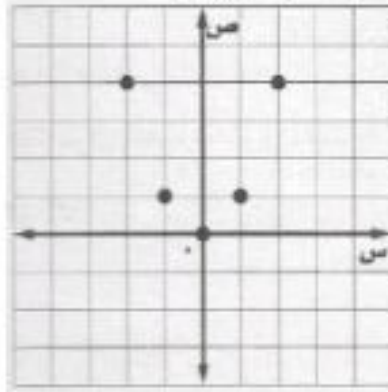
$$(s+12)(s+3) =$$

$$s^2 + 12s + 3s + 36 =$$

$$s^2 + 15s + 36 =$$



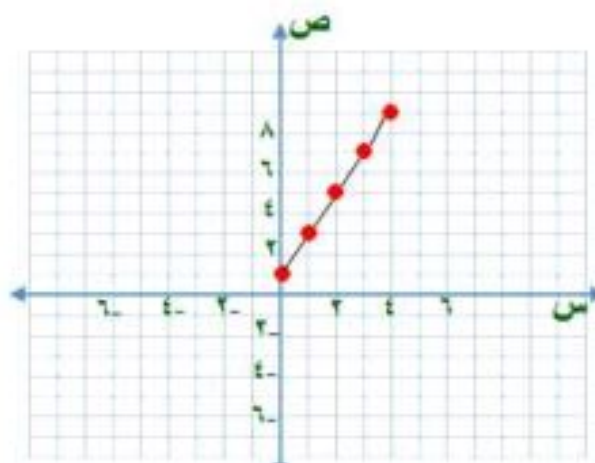
١٧) مثل مجموعة الأزواج المرتبة الآتية بيانياً:  
 $\{(4, 2), (1, 1), (0, 0), (1, -1), (4, -2)\}$  وحدد فيما  
 إذا كانت تمثل دالة خطية أم تربيعية.



دالة تربيعية

١٨) ابحث عن النمط في الجدول الآتي لتحديد أفضل نموذج دالة  
 لوصف البيانات: خطية أم تربيعية. فسر إجابتك.

٤	٣	٢	١	٠	ص
٩	٧	٥	٣	١	ص

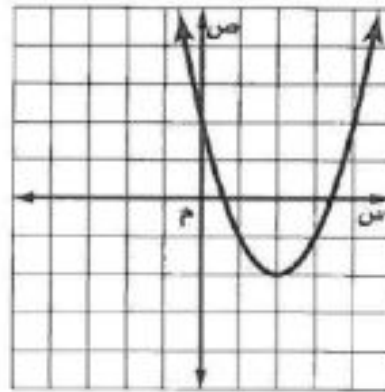


الدالة خطية

## الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

١) ما إحداثيا رأس القطع المكافئ الممثل أدناه؟



(ج)  $(2, -2)$

(أ)  $(0, 2)$

(د)  $(2, -2)$

(ب)  $(2, 0)$

الاختيار الصحيح: (د)  $(2, -2)$

٢) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله  $\frac{9}{10}$  ومقطعه الصادي ٣ بصيغة الميل والمقطع.

(أ)  $ص = 3س + \frac{9}{10}$  (ج)  $ص = \frac{9}{10}س - 3$

(ب)  $ص = \frac{9}{10}س + 3$  (د)  $ص = 3س - \frac{9}{10}$

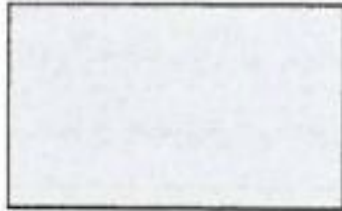
ص = أس + ب

حيث أ تمثل قيمة الميل وب تمثل الجزء المقطوع من محور الصادات

# واجباتي

الاختيار الصحيح: ب)  $3 + \frac{9}{10}س$

٣) إذا كانت مساحة المستطيل أذناه  $3س^2 + 19س - 14$  وحدة مربعة فكم وحدة عرضه؟



٣س - ٢

ج)  $س + ٢$

أ)  $س + ٧$

د)  $س - ٢$

ب)  $س - ٧$

مساحة المستطيل =  $(3س + ٢)(س + ٧)$

$$3س^2 + 19س - 14 =$$

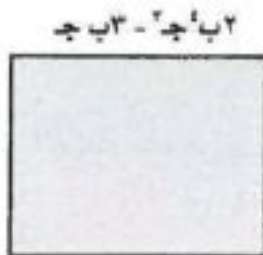
$$3س^2 + 2س + 21س - 14 =$$

$$= س(3س + ٢) - س(3س + ٢) + ٧(3س + ٢) - ١٤$$

$$= 3س(٧ - س) + ٢(٧ - س)$$

الاختيار الصحيح: ب)  $(٧ - س)$

٤) اكتب عبارة تمثل مساحة المستطيل أذناه.



٢ب٤ج٢ - ٣ب٣ج

٥ب٣ج

أ)  $١٠ب٥ج٥ - ٣ب٣ج$  ج)  $٢ب٥ج٥ - ٣ب٣ج٢$

ب)  $١٠ب٥ج٥ - ١٥ب٢ج٢$  د)  $١٠ب٤ج٢ - ١٥ب٣ج٢$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$(12ب٤ج٢ - 3ب٣ج) \times 5ب٣ج^2$$

$$10ب٥ج٥ - 15ب٢ج٢$$

الاختيار الصحيح: ب)  $10ب٥ج٥ - 15ب٢ج٢$

# واجباتي

٥) حل المعادلة التربيعية:  $s^2 - 2s - 15 = 0$ .

(أ)  $-1, 4$  (ج)  $3, -5$

(ب)  $3, 5$  (د)  $\emptyset$

$$s^2 - 2s - 15 = 0$$

$$0 = (s - 5)(3 + s)$$

$$s - 5 = 0$$

$$s = 5$$

الاختيار الصحيح: (ب)  $3, 5$

٦) ما قيمة  $r$  التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين  $(-4, 8)$ ،  $(r, 12)$  يساوي  $\frac{4}{3}$ .

(أ)  $-4$  (ج)  $2$

(ب)  $-1$  (د)  $3$

$$\frac{4}{3} = \frac{12 - 8}{r - 4}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{4}{r - 4}$$

$$12 - 16 = r - 4$$

$$-4 = r - 4$$

$$4 = r - 4$$

$$r = 8$$

الاختيار الصحيح: (ب)  $-1$

## إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

(٧) استعمل القانون العام لحل المعادلة التربيعية:

$$2س^2 - 6س + 3 = 0$$

$$2س^2 - 6س + 3 = 0$$

$$س = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$س = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$$

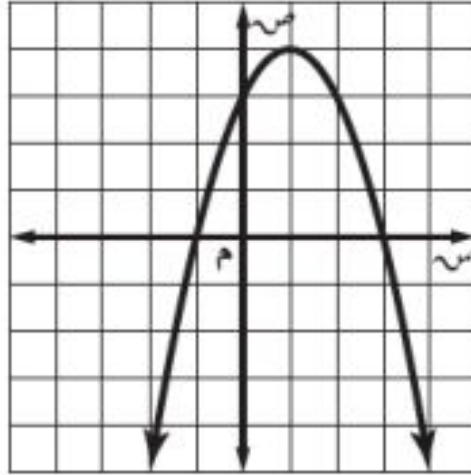
$$س = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4}$$

$$س = \frac{6 + \sqrt{12}}{4} = 2,4$$

$$س = \frac{6 - \sqrt{12}}{4} = 0,6$$



٨) استعمل التمثيل البياني الآتي للمعادلة التربيعية للإجابة عن الأسئلة أدناه.



أ) ما إحداثيًا الرأس؟

$$(4, 1)$$

ب) ما إحداثيا نقطة التقاطع مع المحور الصادي؟

$$ص = 3$$

ج) ما معادلة محور التماثل؟

$$س = 4$$

د) حل المعادلة التربيعية المرافقة.

$$س = 3, س = 1$$

٩) ثمن ٥ دفاتر و ٣ أقلام ١٩,٥ ريالاً، و ثمن ٤ دفاتر و ٦ أقلام ٢١ ريالاً، استعمل هذه المعطيات في الإجابة عما يأتي:

أ) اكتب نظاماً من المعادلات يمثل هذا الموقف.  
بفرض أن الدفاتر  $s$  والأقلام  $v$

$$5s + 3v = 19,5$$

$$4s + 6v = 21$$

ب) حل نظام المعادلات، ما ثمن كل من الدفتر والقلم؟

$$2 \times 5s + 3v = 39$$

$$1 \times 4s + 6v = 21$$

$$10s + 6v = 39$$

$$-4s - 6v = -21$$

$$6s = 18$$

$$s = 3$$

$$39 = 6v + 30$$

$$6v = 39 - 30$$

$$6v = 9$$

$$v = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

١٠) يبين الجدول الآتي الأجرة الكلية لقارب مدة (ن) ساعة.

عدد الساعات (ن)	الأجرة الكلية (ج)
١	٤٥ ريالاً
٢	٧٠ ريالاً
٣	٩٥ ريالاً
٤	١٢٠ ريالاً

(أ) اكتب دالة تمثل هذا الموقف.

$$ن = ج + ٢٥$$

(ب) ما أجره القارب مدة ٧ ساعات؟

$$\text{عند } ن = ٥ \text{ الأجر الكلية} = ١٢٥ + ٢٥$$

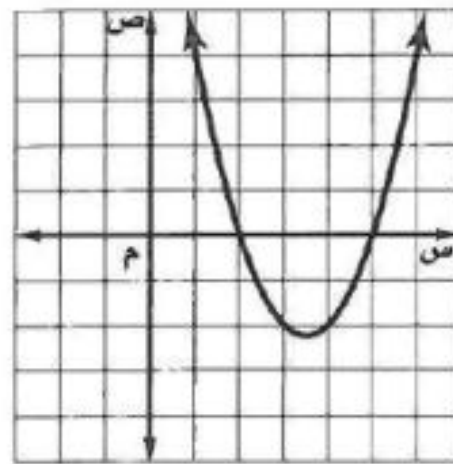
$$\text{عند } ن = ٦ \text{ الأجر الكلية} = ١٤٥ + ٢٥$$

$$\text{عند } ن = ٧ \text{ الأجر الكلية} = ١٧٥ + ٢٥ = ١٩٥$$

### إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضِّحًا خطوات الحل:

(١١) استعمل المعادلة وتمثيلها البياني للإجابة عن الأسئلة الآتية:



(أ) حلّ العبارة  $س^2 - ٧س + ١٠ = ٠$  إلى عواملها الأولية.

$$س^2 - ٧س + ١٠ = ٠$$

$$س^2 - ٢س - ٥س + ١٠ = ٠$$

$$س(س - ٢) - ٥(س - ٢) = ٠$$

$$(س - ٢)(س - ٥) = ٠$$

(ب) ما حلّ المعادلة:  $س^2 - ٧س + ١٠ = ٠$ ؟

$$س^2 - ٧س + ١٠ = ٠$$

## واجباتي

$$س^2 - 2س - 5س + 10 = 0$$

$$س(س - 2) - 5(س - 2) = 0$$

$$0 = (س - 2)(س - 5)$$

$$0 = (س - 5)$$

$$س = 5$$

$$س = 2$$

ج) ماذا تلاحظ على التمثيل البياني للدالة التربيعية، وأين يقطع تمثيلها محور السينات؟ وما العلاقة بين هذه القيم وحل المعادلة  $س^2 - 2س - 5س + 10 = 0$ ؟ فسّر إجابتك.

ان الدالة لها قيمة صغرى عند (3.5، -2)

ويقطع تمثيلها محور السينات عند 2 و 5

والعلاقة بين هذه القيم وحل المعادلة أن النقط الذي يقطع فيها المنحنى محور

السينات هي حل المعادلة أي أنه يمكن استخدام الشكل البياني لإيجاد حل

المعادلة بدلا من تحليل المعادلة

٩

المداوَال الجفارية  
والمثلثات



# التهيئة

أوجد الجذر التربيعي لكل مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر:

$$\sqrt{82} \quad (1)$$
$$9,06 = \sqrt{82}$$

$$\sqrt{26} \quad (2)$$
$$5,10 = \sqrt{26}$$

$$\sqrt{15} \quad (3)$$
$$3,87 = \sqrt{15}$$

$$\sqrt{99} \quad (4)$$
$$9,95 = \sqrt{99}$$

(5) صندوق الرمل: إذا صنع إسحاق صندوقًا رمليًا قاعدته مربعة الشكل مساحتها 100 قدم مربعة. فما طول ضلع قاعدة الصندوق؟

$$\sqrt{100} = \text{طول الضلع}$$
$$10 = \text{أقدام}$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(6) (21س + 15ص) - (9س - 4ص)$$

$$21س + 5ص - 9س + 4ص$$

$$21س - 9س + 5ص + 4ص$$

$$12س + 9ص$$

$$(7) 13س - 5ص + 2ص$$

$$13س + (-5ص + 2ص)$$

$$13س - 3ص$$

$$(8) (10أ - 5ب) + (6أ + 5ب)$$

$$10أ + 5ب - 5ب + 6أ$$

$$16أ$$

$$(9) 6م + 5ن + 4ع - 3م - 2ن + 6$$

$$6م - 3م + 5ن - 2ن + 4ع + 6$$

$$3م + 3ن + 4ع + 6$$

حلّ كل معادلة فيما يأتي:

$$(10) 2س^2 - 4س = \text{صفر}$$

$$2س^2 - 4س = 0$$

$$2س(س - 2) = 0$$

$$س = 2, 0$$

$$1 - = 5 - \text{س} + 2 \text{س}^2 \quad (11)$$

$$1 - = 5 - \text{س} + 2 \text{س}^2$$

$$0 = 4 - \text{س} + 2 \text{س}^2$$

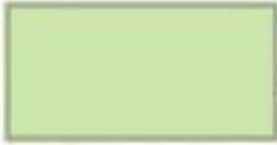
$$0 = 4 - \text{س} + 8 \text{س} - 2 \text{س}^2$$

$$0 = (1 - \text{س})4 + (1 - \text{س})2 \text{س}$$

$$0 = (1 - \text{س})(4 + 2 \text{س})$$

$$4 - = \text{س}$$

$$\frac{1}{2} = \text{س}$$



س - 1

(12) هندسة: إذا كانت مساحة المستطيل المجاور س

90 سم<sup>2</sup>، فما قيمة س؟

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$(1 - \text{س}) \times \text{س} =$$

$$90 = \text{س}^2 - \text{س}$$

$$0 = 90 - \text{س}^2 + \text{س}$$

$$0 = (9 + \text{س})(10 - \text{س})$$

$$10 = \text{س}$$

استعمل الضرب التبادلي لتحديد إذا كانت النسبتان الآتيتان تشكّلان تناسبًا،  
واكتب "نعم" أو "لا":

$$\frac{4}{9}، \frac{2}{3} \quad (13)$$

$$\frac{4}{9} \stackrel{?}{=} \frac{2}{3}$$

$$3 \times 4 = 2 \times 9$$

$$12 \neq 18$$

**لا** يشكلان تناسبًا

$$\frac{15}{20}، \frac{3}{4} \quad (14)$$

$$\frac{15}{20} \stackrel{?}{=} \frac{3}{4}$$

$$3 \times 20 = 4 \times 15$$

$$60 = 60$$

**نعم** يشكلان تناسبًا

(15) **خرائط:** إذا مثّلت مسافة ١٠ كلم ستمتّرًا واحدًا على الخريطة، فما المسافة  
بين مدينتين على الخريطة إن كانت المسافة بينهما ٥٠ كلم؟

$$\frac{50}{س} = \frac{10}{1}$$

$$١٠ \div ٥٠ = س$$

$$٥ = س \text{ سنتيمرات}$$

# تبسيط العبارات الجزرية

١-٩

تحقق

بسط العبارة:

$\sqrt[3]{54}$  (أ)

$$\sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 2} = \sqrt[3]{54}$$

$$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{6} =$$

$$3 \times \sqrt[3]{6} =$$

$$\sqrt[3]{6} \times 3 =$$

$\sqrt[3]{180}$  (ب)

$$\sqrt[3]{5 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{180}$$

$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{3} =$$

$$2 \times 3 \times \sqrt[3]{5} =$$

$$\sqrt[3]{5} \times 6 =$$



(١٢)  $\sqrt{10} \times \sqrt{5}$

$$\sqrt{2 \times 5} \times \sqrt{5} = \sqrt{10} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} =$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5 \times 5} =$$

$$\sqrt{2} \times 5 =$$

(٢)  $\sqrt{8} \times \sqrt{6}$

$$\sqrt{2 \times 2 \times 2} \times \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{8} \times \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} =$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2 \times 2 \times 2} =$$

$$\sqrt{3} \times 2 =$$

(٣)  $\sqrt[5]{2^3 \times 3^2 \times 4^2 \times 5}$

$$\sqrt[5]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5} = \sqrt[5]{2^8 \times 3^2 \times 4^2 \times 5}$$

$$\sqrt[5]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} =$$

$$4 \times \sqrt[5]{2^2 \times 3^2 \times 5} =$$

(٣)  $\sqrt[5]{5^6 \times 7^5 \times 11^5}$

$$= \sqrt[5]{5^5 \times 7^5 \times 11^5}$$

$$\sqrt[5]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \times \sqrt[5]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \times \sqrt[5]{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} =$$

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

(٤) بسّط العبارة:  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$$

$$\frac{\sqrt{2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3}}{12} =$$

$$\frac{\sqrt{2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2}}{12} =$$

$$\frac{\sqrt{2 \times 3 \times 2 \times 2}}{12} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

(٥)  $\frac{3}{\sqrt{2}+2}$

$$\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}-2} \times \frac{3}{\sqrt{2}+2} = \frac{3}{\sqrt{2}+2}$$

$$\frac{\sqrt{2}3 - 6}{(\sqrt{2})^{-2}2} =$$

$$\frac{\sqrt{2}3 - 6}{(\sqrt{2})^{-2}2} =$$

$$\frac{\sqrt{2}3 - 6}{2-4} =$$

$$\frac{\sqrt{2}3 - 6}{2} =$$

$$\frac{v}{\sqrt{v-3}} \quad (\text{بہ})$$

$$\frac{\sqrt{v+3}}{\sqrt{v+3}} \times \frac{7}{\sqrt{v-3}} = \frac{7}{\sqrt{v-3}}$$

$$\frac{\sqrt{v+3} \sqrt{v-3}}{(\sqrt{v})^2} =$$

$$\frac{\sqrt{v+3} \sqrt{v-3}}{2} =$$



بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{24} \quad (1)$$

$$6 \times 4 \square = 24 \square$$

$$\sqrt{3 \times 2 \times 2 \times 2} \square =$$

$$\sqrt{3 \times 2 \times 2} \square =$$

$$6 \square 2 =$$

$$\sqrt{16} \quad (2)$$

$$4 \times 4 \square 3 = 16 \square 3$$

$$\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2} \square 3 =$$

$$\sqrt{2 \times 2} \square 3 =$$

$$2 \times 2 \times 3 =$$

$$12 =$$

$$\sqrt{25} \quad (3)$$

$$5 \times 5 \square 2 = 25 \square 2$$

$$5 \square 2 =$$

$$10 = 5 \times 2 =$$

$$\sqrt{7 \times 2 \times 5 \times 2} = \sqrt{14} \times \sqrt{10} \quad (4)$$

$$\sqrt{35 \times 2} =$$

$$\sqrt{35} \times \sqrt{2} =$$

$$\sqrt{35} \sqrt{2} =$$

$$\sqrt{35} \sqrt{2} =$$

$$\sqrt{3 \times 2 \times 3 \times 3} = \sqrt{18} \times \sqrt{3} \quad (5)$$

$$\sqrt{2 \times 3 \times 3} =$$

$$\sqrt{6} \sqrt{3} =$$

$$\sqrt{10} \sqrt{4} \times \sqrt{10} \sqrt{3} \quad (6)$$

$$(\sqrt{10})^2 \sqrt{4} \sqrt{3} = \sqrt{10} \sqrt{4} \times \sqrt{10} \sqrt{3}$$

$$10 \times 12 =$$

$$120 =$$

$$\sqrt[7]{60 \text{ س } 4 \text{ ص } 60} \quad (7)$$

$$\sqrt[7]{\text{ص} \times 6 \text{ ص} \times 4 \text{ س} \times 5 \times 2 \times 3 \times 2} = \sqrt[7]{60 \text{ س } 4 \text{ ص } 60}$$

$$\sqrt[7]{\text{ص} \times 6 \text{ ص} \times 4 \text{ س} \times 5 \times 3 \times 2^2} =$$

$$\sqrt[7]{\text{ص}^2 \text{ س}^3 \text{ ن}^3 15 \text{ ص}} =$$



$$(8) \sqrt[5]{88m^3b^2r^0}$$

$$\sqrt[5]{88m^3b^2r^0} = \sqrt[5]{2^3 \times 11 \times 2 \times 2 \times 2 \times m^3 \times b^2 \times r^0}$$

$$\sqrt[5]{2^3 \times 11 \times 2 \times 2 \times 2 \times m^3 \times b^2 \times r^0} =$$

$$= 2m|b|r^2 \sqrt[5]{22m}$$

$$(9) \sqrt[2]{99ab^5c^2}$$

$$\sqrt[2]{99ab^5c^2} = \sqrt[2]{3^2 \times 11 \times 3 \times 3 \times a \times b^4 \times b \times c^2}$$

$$= 3|c| \sqrt[2]{11ab}$$

$$= 3|c| \sqrt[2]{11ab}$$

(10) اختيار من متعدد: بسط العبارة  $\sqrt{\frac{45}{10}}$ .

(أ)  $\frac{2\sqrt{3}}{2}$       (ب)  $\frac{2\sqrt{5}}{10}$       (ج)  $\frac{5\sqrt{10}}{10}$       (د)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$$\sqrt{\frac{2^2 \times 3}{2 \times 5}} = \frac{2\sqrt{3}}{2 \times 5}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{2 \times 5} = \frac{2\sqrt{3}}{10} =$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{10} =$$

الاختيار الصحيح: (د)  $\frac{2\sqrt{3}}{10}$

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\frac{3}{5\sqrt{+3}} \quad (11)$$

$$\frac{5\sqrt{5}-3}{5\sqrt{5}-3} = \frac{3}{5\sqrt{5}+3}$$

$$\frac{5\sqrt{3}-9}{5-9} =$$

$$\frac{5\sqrt{3}-9}{4} =$$

$$\frac{5}{\sqrt{7}-2} \quad (12)$$

$$\frac{6\sqrt{6}+2}{6\sqrt{6}+2} = \frac{5}{6\sqrt{6}-2}$$

$$\frac{6\sqrt{5}+10}{6-4} =$$

$$\frac{6\sqrt{5}+10}{2-} =$$

$$\frac{2}{\sqrt{10}-1} \quad (13)$$

$$\frac{10\sqrt{10}+1}{10\sqrt{10}+1} \times \frac{2}{\sqrt{10}-1} = \frac{2}{\sqrt{10}-1}$$

$$\frac{10\sqrt{2}+2}{9-} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[12]{v+8}} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[12]{u-4}}{\sqrt[12]{u-4}} \times \frac{1}{\sqrt[12]{u+4}} &= \frac{1}{\sqrt[12]{u+4}} \\ \frac{2 \times 2 \times 3 \sqrt[12]{u-4}}{4} &= \frac{\sqrt[12]{u-4}}{12-16} = \\ \frac{3 \sqrt[12]{u-4}}{4} &= \frac{2^2 \times 3 \sqrt[12]{u-4}}{4} = \\ &= \frac{3 \sqrt[12]{u-2}}{2} = \end{aligned}$$

$$\frac{8}{\sqrt[7]{v-6}} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[7]{u+6}}{\sqrt[7]{u+6}} \times \frac{4}{\sqrt[7]{u-6}} &= \frac{4}{\sqrt[7]{u-6}} \\ \frac{7 \sqrt[7]{u+24}}{7-36} &= \\ \frac{7 \sqrt[7]{u+24}}{29} &= \end{aligned}$$

$$\frac{7}{\sqrt[11]{v+0}} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[11]{u-5}}{\sqrt[11]{u-5}} \times \frac{6}{\sqrt[11]{u+5}} &= \frac{6}{\sqrt[11]{u+5}} \\ \frac{\sqrt[11]{u-30}}{2 \times 7} &= \frac{\sqrt[11]{u-30}}{11-25} = \\ \frac{(\sqrt[11]{u-5})^3}{7} &= \frac{(\sqrt[11]{u-5})^6}{2 \times 7} = \\ &= \frac{\sqrt[11]{u-15}}{7} = \end{aligned}$$

# تدرب وحل المسائل:



بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt[5]{52} \quad (17)$$

$$\sqrt[5]{13 \times 2 \times 2} = \sqrt[5]{52}$$

$$\sqrt[5]{13} \times 2 =$$

$$\sqrt[5]{56} \quad (18)$$

$$\sqrt[5]{7 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt[5]{56}$$

$$\sqrt[5]{14} \times 2 =$$

$$\sqrt[5]{72} \quad (19)$$

$$\sqrt[5]{2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2} = \sqrt[5]{72}$$

$$\sqrt[5]{2^3 \times 3 \times 2^2} =$$

$$\sqrt[5]{2} \times 6 =$$

$$\sqrt[5]{18} \times 3 \quad (20)$$

$$\sqrt[5]{2 \times 3 \times 3} \times 3 = \sqrt[5]{18} \times 3$$

$$\sqrt[5]{2 \times 3^2} \times 3 =$$

$$\sqrt[5]{2} \times 9 =$$

$$\sqrt[5]{243} \quad (21)$$

$$\sqrt[5]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt[5]{243}$$

$$\sqrt[5]{3} \times 3 \times 3 = \sqrt[5]{3 \times 3^2 \times 3^2} =$$

$$\sqrt[5]{3} \times 9 =$$

۲۴۵√ (۲۲)

$$\sqrt{7 \times 7 \times 5} = \sqrt{245}$$

$${}^2\sqrt{7 \times 5} =$$

$$\sqrt{5} \times 7 =$$

۱۵۷ × ۵۷ (۲۳)

$$\sqrt{5 \times 3 \times 5} = \sqrt{15} \times \sqrt{5}$$

$$3 \times \sqrt{5} =$$

$$\sqrt{3} \times 5 =$$

۷۷۲ × ۸۷۳ (۲۴)

$$\sqrt{7 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{7} \times \sqrt{2} \times \sqrt{8}$$

$$7 \times 2 \times \sqrt{2} =$$

$$14 \times 2 \times 6 =$$

$$14 \times 12 =$$

۸۷۵ × ۲۷۴ (۲۵)

$$\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{8} \times \sqrt{5} \times \sqrt{4}$$

$$2 \times 2 \times 20 = \sqrt{2 \times 2} \times 20 =$$

$$80 =$$

۲۲۵۷۳ (۲۶)

$$\sqrt{5 \times 5} = \sqrt{25}$$

$${}^2\sqrt{5} \times 3 =$$

$$5 \times 3 =$$

$$15 =$$



(٢٧)  $\sqrt[5]{81ك^5}$

$$\sqrt[5]{ك^4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = \sqrt[5]{81ك^5}$$

$$\sqrt[5]{ك^4 \times 3^2 \times 3^2 \times 5} =$$

$$\sqrt[5]{ك^2 \times 3 \times 3 \times 5} =$$

$$\sqrt[5]{45ك^2} =$$

(٢٨)  $\sqrt[3]{28ا^2ب^3}$

$$\sqrt[3]{ب \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 2 \times ا^2 \times ب^2} = \sqrt[3]{28ا^2ب^3}$$

$$\sqrt[3]{ب \times 2^2 \times 7 \times 2^2 \times ا^2 \times ب^2} =$$

$$\sqrt[3]{2 \times 7 \times ا \times ب} =$$

(٢٩)  $\sqrt[3]{75ر^3ك}$

$$\sqrt[3]{ر \times 2 \times ر \times 5 \times 3 \times 5 \times 5 \times 3 \times ر^2} = \sqrt[3]{75ر^3ك}$$

$$\sqrt[3]{ر \times 2 \times ر \times 3 \times 5^2 \times 3} =$$

$$\sqrt[3]{5 \times 3 \times ر} =$$

(٣٠)  $\sqrt[4]{66ج^2ه^4}$

$$\sqrt[4]{ج^2 \times 11 \times 3 \times 2 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 66} = \sqrt[4]{66ج^2ه^4}$$

$$\sqrt[4]{66ه^2 \times ج} =$$



جد) تريد إدارة مكافحة الحرائق شراء مضخة تضخ الماء إلى ارتفاع ٩٠ قدمًا. فهل المضخة التي تضخ الماء بسرعة ٧٧ قدمًا/ث تحقق حاجة الإدارة؟ فسر إجابتك.

**نعم، المضخة المعلن عنها ستضخ ماء إلى ارتفاع أقصاه 92,6 قدمًا تقريبًا**

$$ع^2 = 2فج$$

$$32 \times ف \times 2 = 77^2$$

$$92,6 = ف$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt[4]{\frac{32}{ت}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{ت^4}} = \sqrt[4]{\frac{32}{ت^4}}$$

$$\sqrt[2]{\frac{2 \times 2 \times 2}{ت^2}} =$$

$$\frac{\sqrt[2]{2} \times 2}{ت^2} =$$

$$\frac{\sqrt[2]{4}}{ت^2} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{27}{m}} \quad (34)$$

$$\frac{\sqrt[5]{3 \times 3 \times 3 \times u}}{\sqrt[5]{m \times m \times m \times u}} = \frac{\sqrt[5]{27}}{\sqrt[5]{m^3 u}}$$

$$\frac{\sqrt[5]{3 \times^2 3} u}{\sqrt[5]{m^2 m}} =$$

$$\frac{\sqrt[5]{m^2 m} \times \sqrt[5]{3 u 3}}{\sqrt[5]{m^2 m}} =$$

$$\frac{\sqrt[5]{m^3 u^2 m 3}}{m \times^4 m} =$$

$$\frac{\sqrt[5]{m^3 u^2 3}}{|^3 m|} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{\frac{168}{9}}}{\sqrt[3]{27}} \quad (35)$$

$$\frac{\sqrt[3]{7 \times^2 7 \times 17 \times^2 2} u}{\sqrt[3]{2 \times 3 \times^2 3} u} = \frac{\sqrt[3]{168} u}{\sqrt[3]{27} u}$$

$$\frac{\sqrt[3]{7 \times 17} u | 7 | 2}{| 9 |} =$$

$$\frac{9}{5}\sqrt{5} \times \frac{3}{16}\sqrt{5} \quad (36)$$

$$\frac{\sqrt[2]{3} \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3} \sqrt{5}}{\sqrt{2 \times 2} \sqrt{5}} = \frac{9}{5} \sqrt{5} \times \frac{3}{16} \sqrt{5}$$

$$\frac{5 \times 3 \sqrt{5} \sqrt{5}}{5 \times 16} = \frac{5 \sqrt{5} \sqrt{4}}{5 \sqrt{5} \sqrt{4}} =$$

$$\frac{15 \sqrt{5} \sqrt{3}}{20} =$$

$$\frac{9}{8\sqrt{5-7}} \quad (37)$$

$$\frac{\sqrt{8} \sqrt{+6}}{\sqrt{8} \sqrt{+6}} \times \frac{9}{\sqrt{8} \sqrt{-6}} = \frac{9}{\sqrt{8} \sqrt{-6}}$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{18+54}}{28} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{18+54}}{8-36} =$$

$$\frac{2\sqrt{9+27}}{14} =$$

$$\frac{\sqrt{5} \sqrt{2}}{\sqrt{3} \sqrt{3} + \sqrt{7} \sqrt{2}} \quad (38)$$

$$\frac{\sqrt{3} \sqrt{3} - \sqrt{7} \sqrt{2}}{\sqrt{3} \sqrt{3} - \sqrt{7} \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} \sqrt{2}}{\sqrt{3} \sqrt{3} + \sqrt{7} \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \sqrt{2}}{\sqrt{3} \sqrt{3} + \sqrt{7} \sqrt{2}}$$

$$\frac{15 \sqrt{6} - 35 \sqrt{4}}{27 - 49 \sqrt{4}} = \frac{15 \sqrt{6} - 35 \sqrt{4}}{3 \times 9 - 49 \sqrt{4}} =$$

$$\frac{15 \sqrt{6} - 35 \sqrt{4}}{27 - 7 \times 4} = \frac{27 - 49 \sqrt{4}}{27 - 49 \sqrt{4}} =$$

$$15 \sqrt{6} - 35 \sqrt{4} =$$



(٣٩) **طاقة حركية** : يمكن تحديد سرعة كرة بالمعادلة:  $\sqrt{\frac{2ق}{ك}} = ع$

حيث (ق) تشير إلى الطاقة الحركية للكرة، (ك) كتلة الكرة.

(أ) بسّط المعادلة معتبراً كتلة الكرة ٣ كيلو جرامات.

$$\sqrt{\frac{2ق}{3}} = ع$$

(ب) إذا كانت سرعة الكرة ٧ أمتار/ ثانية، فما قيمة الطاقة الحركية للكرة بالجول؟

$$\sqrt{\frac{2ق}{3}} = ٧$$

تربيع كلا من الطرفين

$$\frac{2ق}{3} = ٤٩$$

$$2ق = ٤٩ \times 3 = ١٤٧$$

$$ق = 73,5 = 147 \div 2 \text{ جول}$$

(٤٠) **قصر بالمظلات** : إذا كان الزمن التقريبي (ن) بالثواني اللازم لسقوط جسم من

ارتفاع (ل) بالأقدام يُعطى بالمعادلة:  $\sqrt{\frac{ل}{١٦}} = ن$  ، فما الارتفاع الذي سقط منه مظليٌّ

إذا كان الزمن قبل فتح المظلة كما هو موضَّح بالجدول الآتي:

$$\sqrt{\frac{ل}{16}} = ن$$

$$\frac{ل}{16} = ن^2$$

$$\frac{ل}{16} = 7^2$$

$$\frac{ل}{16} = 49$$

$$784 = ل$$

$$\sqrt{\frac{ل}{16}} = ن$$

$$\frac{ل}{16} = ن^2$$

$$\frac{ل}{16} = 6^2$$

$$\frac{ل}{16} = 36$$

$$576 = ل$$

$$\sqrt{\frac{ل}{16}} = ن$$

$$\frac{ل}{16} = ن^2$$

$$\frac{ل}{16} = 5^2$$

$$\frac{ل}{16} = 25$$

$$400 = ل$$

$$\sqrt{\frac{ل}{16}} = ن$$

$$\frac{ل}{16} = ن^2$$

$$\frac{ل}{16} = 4^2$$

$$\frac{ل}{16} = 16$$

$$256 = ل$$

٧	٦	٥	٤	زمن السقوط
٧٨٤	٥٧٦	٤٠٠	٢٥٦	الارتفاع

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٤١) تبرير: وضح كيف تحل  $^2(2-3س) = ^2(2+6س)$ .

أولا خذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين ثم بسط لتجد أن  $س = ٨$

$$٦ + ٢س = ٢ - ٣س$$

$$٠ = ٦ - ٢س - ٣س$$

$$٠ = ٨ - ٥س$$

$$٨ = ٥س$$

ثانياً: بسط الطرفين بإيجاد المعادلة التربيعية للطرفين ثم بسط ثم اجد جذور المعادلة

$$٣٦ + ٢٤س + ٤س٢ = ٤ + ١٢س + ٩س٢$$

$$٠ = ٣٦ - ٢٤س - ٤س٢ - ٤ + ١٢س - ٩س٢$$

$$٠ = ٣٢ - ١٢س - ٨س٢$$

$$٠ = (٨ - ٤س)(٤ + ٢س)$$

$$٨ = ٤س \quad \text{و} \quad ٨ = ٤س$$

(٤٢) مسألة مفتوحة: اكتب ثنائيتي حد على الصورة  $\sqrt{ب} + \sqrt{ج}$ ،

$\sqrt{ب} - \sqrt{ج}$  ثم أوجد ناتج ضربهما.

$$١ - ٢ = ١ - ٢ = (٢\sqrt{ب} - ١) \times (٢\sqrt{ب} + ١)$$

(٤٣) تحده: استعمل خاصية قسمة الجذور التربيعية لتشتق القانون العام لحل المعادلة

التربيعية من خلال حل المعادلة  $أس^٢ + بس + ج = ٠$  (ابدأ بإكمال المربع).

المعادلة الأصلية

$$٠ = أس^٢ + بس + ج$$

اقسم على أ

$$٠ = \frac{ج}{أ} + \frac{بس}{أ} + \frac{أس^٢}{أ}$$

$$٠ = \frac{ج}{أ} + \frac{بس}{أ} + س^٢$$

اطرح  $\frac{ج}{ا}$  من الطرفين

$$\frac{ج}{ا} - 0 = \frac{ج}{ا} - \frac{ج}{ا} + 2س + \frac{ب}{ا} + 2س$$

$$\frac{ج}{ا} - = 2س + \frac{ب}{ا}$$

أكمل المربع

$$\frac{ب}{2ا} + \frac{ج}{2ا} - = \frac{ب}{2ا} + 2س + \frac{ب}{ا}$$

$$\frac{ج - 2ب}{2ا} = \frac{ب}{2ا} + 2س + \frac{ب}{ا}$$

ياخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\frac{ج - 2ب}{2ا} = \left( \frac{ب}{ا} + 2س \right)$$

خاصية القسمة في الجذور التربيعية

$$\frac{ج - 2ب}{ا} = \left| \frac{ب}{ا} + 2س \right|$$

تخلص من رمز القيمة المطلقة

$$\frac{ج - 2ب}{ا} \pm \frac{ب}{ا} = \frac{ب}{ا} - \frac{ب}{ا} + 2س$$

اطرح  $\frac{ب}{ا}$  من الطرفين

$$\frac{ج - 2ب}{ا} \pm \frac{ب}{ا} - = 2س$$

$$\frac{ج - 2ب \pm ب}{ا} = 2س$$

(٤٤) اكتب: ملخصاً تبين فيه كيف تكتب عبارة جذرية في أبسط صورة.

لا تحتوي العبارات الجذرية في أبسط صورة على جذور في مقام الكسر. لذا أنطق المقام لحذف الجذر من المقام، ثم تحقق إن كان أي من العوامل تحت الجذر مربعاً كاملاً، وإذا وجد فبسطه.

## تدريب على اختبار

٤٥) إجابة قصيرة، دفع أحمد قيمة فاتورة الكهرباء أقل بـ ٢٣ ريالاً مما دفع خالد. وكان مجموع قيمة الفاتورتين ١٠٩ ريالاً. اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد قيمة فاتورة خالد.

$$\text{ج ٢ - } 23 = 109$$

٤٦) أيّ العبارات الآتية تكافئ  $\sqrt{160}$  س<sup>٢</sup> ص<sup>٥</sup>؟

أ)  $\sqrt{16}$  س<sup>٢</sup> ص<sup>١٠</sup> (ج)  $\sqrt{4}$  س<sup>٤</sup> ص<sup>١٠</sup>  $\sqrt{160}$  س<sup>٢</sup> ص<sup>٤</sup> (د)  $\sqrt{10}$  س<sup>١٠</sup> ص<sup>٤</sup>

$$\sqrt{160 \text{ س}^2 \text{ ص}^5} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times \text{س} \times \text{س}^2 \times \text{ص}^4 \times \text{ص}}$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 10 \times \text{س}^2 \times \text{ص}^4 \times \text{ص}}$$

$$= 4 \text{ س}^2 \text{ ص}^2 \sqrt{10 \text{ ص}}$$

الاختيار الصحيح: (ج)  $4 \text{ س}^2 \text{ ص}^2 \sqrt{10 \text{ ص}}$



## مراجعة تراكمية

حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

$$(٤٧) \quad ٠ = ٢٥ + ٢ر$$

$$٢٥ = ٢ر$$

$$\emptyset$$

$$(٤٨) \quad ٤و = ١٠٠ + ٢و$$

$$و = \frac{-١٠٠ \pm \sqrt{١٠٠^2 - ٤ \times ٤}}{٢}$$

$$و = \frac{100 \times 4 \times 4 - 240}{4 \times 2}$$

$$و = \frac{0 \pm 40}{8} = 5$$

$$(٤٩) \quad ٣ = ١١س - ٢س$$

$$س = \frac{-١١ \pm \sqrt{١١^2 - ٤ \times ٣}}{٢}$$

$$س = \frac{3 - \times 11 \times 4 - 2(1-)}{11 \times 2}$$

$$س = \frac{133 \pm 1}{22}$$

$$س = \frac{133 \pm 1}{22} = 0,6$$

$$س = \frac{133 \pm 1}{22} = 0,5$$



حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، إن أمكن ذلك، وإلا فاكتب أولية:

$$(٥٠) \quad ٢٩ - ٤$$

$$(١٣ + ٢) (١٣ - ٢) = ٢٩ - ٤$$

$$(٥١) \quad ٢٧ - ٢$$

أولية

$$(٥٢) \quad ٢٧ + ٩س - ٣س٣ - ٣س$$

$$٢٧ + ٩س - ٣س٣ - ٣س$$

$$= ٩(٣ - س) - ٣س(٣ - س)$$

$$= (٣ - س) (٩ - ٣س)$$

$$= (٣ + س) (٣ - س) (٣ - س)$$

استعد للدرس اللاحق

حلّل كلّاً من الأعداد التالية إلى عواملها الأولية:

$$(٥٣) \quad ٢٤$$

$$\begin{array}{r} 2|24 \\ 2|12 \\ 2|6 \\ 3|3 \\ 1 \end{array}$$

$$٢٤ : ٢ \times ٣$$

۸۸ (۵۴)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 88} \\ 2 \overline{) 44} \\ 2 \overline{) 22} \\ 11 \overline{) 11} \\ 1 \end{array}$$

$$11 \times 2^3 : 88$$

۱۸۰ (۵۵)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 180} \\ 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$5 \times 2^2 \times 3 : 180$$

۳۱ (۵۶)

عدد اولی

۶۰ (۵۷)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)60} \\ 2 \overline{)30} \\ 3 \overline{)15} \\ 5 \overline{)5} \\ 1 \end{array}$$

$$5 \times 3 \times 2 : 6.$$

9. (08)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)90} \\ 3 \overline{)45} \\ 3 \overline{)15} \\ 5 \overline{)5} \\ 1 \end{array}$$

$$5 \times 2 \times 3 \times 2 : 9.$$

# معمل الحاسبة البيانية: الأسس النسبية

## نشاط:

القيمة	العبارة	القيمة	العبارة
٤	$\sqrt[4]{16}$	٤	$\frac{1}{4}16$
٥	$\sqrt[5]{25}$	٥	$\frac{1}{5}25$
٤	$\sqrt[4]{64}$	٤	$\frac{1}{4}64$
٥	$\sqrt[5]{125}$	٥	$\frac{1}{5}125$
١٦	$\sqrt[4]{64}$	١٦	$\frac{2}{4}64$
٢٧	$\sqrt[3]{81}$	٢٧	$\frac{2}{3}81$

١١) ما الذي تلاحظه في أثناء دراستك الجدول حول قيمة العبارة التي على

الصورة أ<sup>1/n</sup> ؟

$$A^{1/n} = \sqrt[n]{A}$$

١٢) ما الذي تلاحظه حول قيمة العبارة التي على الصورة أ<sup>2/n</sup> ؟

$$A^{2/n} = \sqrt[n]{A^2}$$



١) تذكر خاصية قوة القوة لأي عدد حقيقي أ، وأي عددين صحيحين م، ن.  $(a^m)^n = a^{m \times n}$ .  
 افترض أن الأسس الكسرية تعامل معاملة أسس الأعداد الكلية، وأوجد قيمة  $(b^{\frac{1}{3}})^2$ .

$$\begin{aligned} \text{خاصية قوة القوة} & \quad b^{\frac{1}{3} \times 2} = \left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2 \\ \text{بسط} & \quad b^{\frac{2}{3}} = b^{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

لذا، فإن  $b^{\frac{2}{3}}$  هو عدد مربعه يساوي  $b^{\frac{1}{3}}$ ؛ لذا فمن الممكن تعريف  $b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{b}$ .  
 استعمل طريقة مشابهة لتعريف  $b^{\frac{1}{n}}$ .

$$\begin{aligned} \text{خاصية قوة القوة} & \quad b^{\frac{1}{n} \times n} = \left(b^{\frac{1}{n}}\right)^n \\ \text{بسط} & \quad b^1 = \left(b^{\frac{1}{n}}\right)^n \\ & \quad \therefore b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b} \end{aligned}$$

٢) عرّف  $b^{\frac{m}{n}}$ . برّر إجابتك.

$$\begin{aligned} b^{\frac{m}{n}} &= \sqrt[n]{b^m} \quad \text{أو} \quad \left(\sqrt[n]{b}\right)^m \\ &= \left(b^{\frac{1}{n}}\right)^m \\ &= \left(\sqrt[n]{b}\right)^m \\ &= \sqrt[n]{b^m} \end{aligned}$$



اكتب كل جذر فيما يأتي على صورة عبارة أسية باستعمال الأسس الكسرية، ثم أوجد قيمتها:

$$\sqrt[3]{36} \quad (3)$$

$$6 = \sqrt[3]{36} = \sqrt[3]{36} \text{ü}$$

$$\sqrt[4]{121} \quad (4)$$

$$11 = \sqrt[4]{121} = \sqrt[4]{121} \text{ü}$$

$$\sqrt[5]{256} \quad (5)$$

$$4 = \sqrt[5]{256} = \sqrt[5]{256} \text{ü}$$

$$\sqrt[6]{32} \quad (6)$$

$$2 = \sqrt[6]{32} = \sqrt[6]{32} \text{ü}$$

$$\sqrt[7]{28} \quad (7)$$

$$4 = \sqrt[7]{28} = \sqrt[7]{28} \text{ü}$$

$$\sqrt[8]{1296} \quad (8)$$

$$6 = \sqrt[8]{1296} = \sqrt[8]{1296} \text{ü}$$

$$\sqrt[9]{16} \quad (9)$$

$$4 = \sqrt[9]{16} = \sqrt[9]{16} \text{ü}$$

$$\sqrt[10]{8} \quad (10)$$

$$8 = \sqrt[10]{8} = \sqrt[10]{8} \text{ü}$$

# العمليات على العبارات الجذرية

٢-٩

تحقق

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{2} \sqrt{6} - \sqrt{2} \sqrt{7} + \sqrt{2} \sqrt{5} \quad (أ)$$

$$\sqrt{2} (2) = \sqrt{2} (4 + 5 - 3) = \sqrt{2} \sqrt{4} + \sqrt{2} \sqrt{5} - \sqrt{2} \sqrt{3}$$

$$\sqrt{11} \sqrt{9} - \sqrt{11} \sqrt{2} + \sqrt{11} \sqrt{6} \quad (ب)$$

$$\sqrt{11} (-) = \sqrt{11} (9 - 2 + 6) = \sqrt{11} \sqrt{9} - \sqrt{11} \sqrt{2} + \sqrt{11} \sqrt{6}$$

$$\sqrt{3} \sqrt{11} - \sqrt{5} \sqrt{6} + \sqrt{5} \sqrt{14} - \sqrt{3} \sqrt{15} \quad (ج)$$

$$\sqrt{5} (6 + 14 -) + \sqrt{3} (11 - 15) = \sqrt{3} \sqrt{11} - \sqrt{5} \sqrt{6} + \sqrt{5} \sqrt{14} - \sqrt{3} \sqrt{15}$$
$$\sqrt{5} \sqrt{8} - \sqrt{3} \sqrt{4} =$$

$$\sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{6} - \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{4} \quad (د)$$

$$\sqrt{7} (3 + 3) + \sqrt{3} (6 - 4) = \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{6} - \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{4}$$
$$\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{2} =$$

$$\overline{۲۴} \sqrt{۲} + \overline{۵۴} \sqrt{۴} \text{ (i۲)}$$

$$(\overline{3} \bar{u} \times \overline{2 \times 2} \bar{u})^2 + (\overline{6} \bar{u} \times \overline{^2 3} \bar{u})^4 = \overline{24} \bar{u}^2 + \overline{54} \bar{u}^4$$

$$(\overline{3 \times 2} \bar{u})^4 + \overline{6} \bar{u}^4 =$$

$$\overline{6} \bar{u}^4 + \overline{6} \bar{u}^4 =$$

$$\overline{6} \bar{u}^4 =$$

$$\overline{۴۸} \sqrt{۶} - \overline{۱۲} \sqrt{۴} \text{ (ب۲)}$$

$$(\overline{6} \bar{u} \times \overline{2 \times 2} \bar{u})^6 - (\overline{3} \bar{u} \times \overline{^2 2} \bar{u})^4 = \overline{48} \bar{u}^6 - \overline{12} \bar{u}^4$$

$$(\overline{3 \times 2} \bar{u})^{12} - \overline{3} \bar{u}^8 =$$

$$(\overline{3} \bar{u})^{24} - \overline{3} \bar{u}^8 =$$

$$(\overline{3} \bar{u})^{24} - \overline{3} \bar{u}^8 =$$

$$\overline{3} \bar{u}^8 =$$

$$\overline{۲۴۵} \sqrt{۳} - \overline{۲۰} \sqrt{۲} + \overline{۴۵} \sqrt{۳} \text{ (ج۲)}$$

$$(\overline{5} \bar{u} \times \overline{^2 7} \bar{u}) - (\overline{5} \bar{u} \times \overline{^2 2} \bar{u}) + (\overline{5} \bar{u} \times \overline{^2 3} \bar{u})^3 = \overline{245} \bar{u} - \overline{20} \bar{u} + \overline{45} \bar{u}^3$$

$$\overline{5} \bar{u}^7 - (\overline{5} \bar{u})^2 + \overline{5} \bar{u}^9 =$$

$$\overline{5} \bar{u}^4 =$$

$\sqrt[4]{6} + \sqrt[4]{54} - \sqrt[4]{24}$  (د۲)

$$(\sqrt[4]{3 \times 2 \times 2 \times 2}) + (\sqrt[4]{6 \times 2 \times 3}) - (\sqrt[4]{3 \times 2 \times 2}) = \sqrt[4]{96} + \sqrt[4]{54} - \sqrt[4]{24}$$

$$\sqrt[4]{6^4} + \sqrt[4]{6^3} - \sqrt[4]{6^2} =$$

$$\sqrt[4]{6^3} =$$

$\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{2}$  (د۳)

$$\sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{14} = \sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{3 \times 2} \times \sqrt[3]{14} =$$

$$\sqrt[3]{3 \times 3 \times 2} \times \sqrt[3]{14} =$$

$$\sqrt[3]{2^2 \times 3} \times \sqrt[3]{14} =$$

$$\sqrt[3]{2^4 \times 21} =$$

$\sqrt[5]{11} \times \sqrt[5]{9}$  (ب۳)

$$\sqrt[5]{3 \times 11} \times \sqrt[5]{9} = \sqrt[5]{11} \times \sqrt[5]{9}$$

$$\sqrt[5]{3} \times \sqrt[5]{11} \times \sqrt[5]{9} =$$

$$\sqrt[5]{3^5} \times \sqrt[5]{9} =$$

$$\sqrt[5]{3^4 \times 9} =$$

$(\sqrt[2]{6} + \sqrt[2]{4})\sqrt[2]{3}$  (ج۳)

$$(\sqrt[2]{6} \times \sqrt[2]{3}) + (\sqrt[2]{4} \times \sqrt[2]{3}) = (\sqrt[2]{6} + \sqrt[2]{4})\sqrt[2]{3}$$

$$\sqrt[2]{2 \times 3} + \sqrt[2]{2 \times 3} =$$

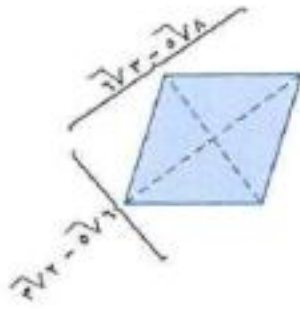
$$2\sqrt[2]{6} + 2\sqrt[2]{6} =$$

$(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{3})\sqrt[3]{5}$  (د۳)

$$(\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{5}) - (\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{5}) = (\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{3})\sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[3]{7 \times 5} - \sqrt[3]{3 \times 5} =$$

$$\sqrt[3]{35} - \sqrt[3]{15} =$$



٤) هندسة: يمكن إيجاد مساحة معين باستعمال المعادلة  $m = \frac{1}{2} \times ق١ \times ق٢$ ، حيث ق١، ق٢ طولاً قطري المعين.  
ما مساحة المعين في الشكل المجاور؟

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2} (\sqrt{2} \times 6 - \sqrt{5} \times 8) (\sqrt{6} \times 3 - \sqrt{5} \times 8) \\ &= \frac{1}{2} [(\sqrt{2} \times 6 - \sqrt{5} \times 8) \sqrt{6} \times 3 - (\sqrt{2} \times 6 - \sqrt{5} \times 8) \sqrt{5} \times 8] \\ &= \frac{1}{2} (2 \times 3 \times 6 + 30 \times 18 - 15 \times 16 - 5 \times 48) \\ &= \frac{1}{2} (2 \times 18 + 30 \times 18 - 15 \times 16 - 240) \\ &= 2 \times 9 + 30 \times 9 - 15 \times 8 - 120 = \end{aligned}$$





بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{6} + \sqrt{3} \quad (1)$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{6+3} = \sqrt{6} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{7} \quad (2)$$

$$(6-1)\sqrt{7} = \sqrt{6} - \sqrt{7}$$

$$\sqrt{5} =$$

$$2\sqrt{2} + \sqrt{4} \quad (3)$$

$$5 \times 2\sqrt{2} + \sqrt{4} = 20\sqrt{2} + \sqrt{4}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4} + \sqrt{4} =$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{12} \quad (4)$$

$$3\sqrt{3} - 3 \times 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} =$$

$$\sqrt{18} + \sqrt{12} + \sqrt{8} \quad (5)$$

$$3 \times 3 \times 2\sqrt{2} + 3 \times 2\sqrt{3} + 2 \times 2\sqrt{2} = 18\sqrt{2} + 12\sqrt{3} + 8\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} =$$

$$3\sqrt{2} + 2\sqrt{5} =$$

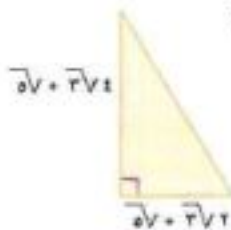
$$\begin{aligned} & \sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{27} \quad (6) \\ 3 \times \sqrt{2} - \sqrt{6} + 3 \times \sqrt{3} &= \sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{27} \\ 3\sqrt{2} - \sqrt{6} + 3\sqrt{3} &= \\ 3\sqrt{3} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{12} - \sqrt{6}) \sqrt{9} \quad (7) \\ \sqrt{12} \sqrt{9} - \sqrt{6} \sqrt{9} &= (\sqrt{12} - \sqrt{6}) \sqrt{9} \\ 3 \times \sqrt{2} - \sqrt{6} \times 3 &= \\ 3\sqrt{2} - 3\sqrt{6} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{12} + \sqrt{6}) \sqrt{3} \quad (8) \\ 3 \times \sqrt{2} + 7 \times \sqrt{3} &= (\sqrt{12} + \sqrt{6}) \sqrt{3} \\ 6\sqrt{2} + 21\sqrt{3} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{12} + \sqrt{6}) \sqrt{5} \quad (9) \\ 5 \times \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{3} &= (\sqrt{12} + \sqrt{6}) \sqrt{5} \\ 10\sqrt{2} + 10\sqrt{3} &= \end{aligned}$$

(10) هندسة: يمكن إيجاد مساحة المثلث م باستعمال المعادلة:  
 $m = \frac{1}{2} \times c \times e$ ، حيث (ق) طول القاعدة، (ع) ارتفاع المثلث.  
 احسب مساحة المثلث في الشكل المجاور؟



$$\begin{aligned} (5\sqrt{2} + 3\sqrt{2})(5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \frac{1}{2} &= m \\ \left[ (5\sqrt{2} + 3\sqrt{2})5\sqrt{2} + (5\sqrt{2} + 3\sqrt{2})3\sqrt{2} \right] \frac{1}{2} &= \\ (5 + 15\sqrt{2} + 15\sqrt{2} + 24) \frac{1}{2} &= \\ (15\sqrt{2} + 29) \frac{1}{2} &= \\ 15\sqrt{2} + 14.5 &= \end{aligned}$$

# تدرب وحل المسائل:



بسّط كل عبارة فيما يأتي:

(11)  $\sqrt{9} + \sqrt{2}$

$$\sqrt{9+2} = \sqrt{9} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{11} =$$

(12)  $\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{125}$

$$\sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} - \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5} = \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{125}$$

$$\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{125} =$$

$$\sqrt[3]{8} =$$

(13)  $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{7}$

$$\sqrt{3+2} + \sqrt{5+7} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{7}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{12} =$$

(14)  $(\sqrt{3} + \sqrt{5})\sqrt{7}$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{3} + \sqrt{5} \times \sqrt{7} = (\sqrt{3} + \sqrt{5})\sqrt{7}$$

$$\sqrt{21} + \sqrt{35} =$$

(15)  $(\sqrt{3} + \sqrt{10})\sqrt{2}$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{10} \times \sqrt{2} = (\sqrt{3} + \sqrt{10})\sqrt{2}$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{20} =$$

$$\sqrt{3 \times 2} + \sqrt{5 \times 2 \times 3 \times 2} =$$

$$\sqrt{3 \times 2} + \sqrt{5 \times 2 \times 3 \times 2} =$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{5 \times 3 \times 4} =$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{15 \times 4} =$$

$$(3\sqrt{6} - 10\sqrt{6})3\sqrt{5} \quad (16)$$

$$9\sqrt{30} - 30\sqrt{30} = (3\sqrt{6} - 10\sqrt{6})3\sqrt{5}$$

$$30 \times 3 - 30\sqrt{30} =$$
$$90 - 30\sqrt{30} =$$

$$(12\sqrt{2} + 15\sqrt{2})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \quad (17)$$

$$(12\sqrt{2} + 15\sqrt{2})2\sqrt{2} - (12\sqrt{2} + 15\sqrt{2})3\sqrt{2} = (12\sqrt{2} + 15\sqrt{2})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{2})$$

$$2 \times 3 \times 2\sqrt{2} - 30\sqrt{2} - 3 \times 2 \times 3\sqrt{2} + 3 \times 3 \times 5\sqrt{2} =$$
$$6\sqrt{2} - 30\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$$

$$(5 - 10\sqrt{2})(5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}) \quad (18)$$

$$(5 - 10\sqrt{2})5\sqrt{3} + (5 - 10\sqrt{2})2\sqrt{5} = (5 - 10\sqrt{2})(5\sqrt{3} + 2\sqrt{5})$$

$$5\sqrt{15} - 5 \times 2 \times 5\sqrt{6} + 2\sqrt{25} - 2 \times 2 \times 5\sqrt{10} =$$
$$5\sqrt{15} - 2\sqrt{30} + 2\sqrt{25} - 5\sqrt{20} =$$
$$2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} =$$

19 هندسة: أوجد محيط ومساحة مستطيل عرضه  $5\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

وطوله  $5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$ .

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

$$(5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}) \times (5\sqrt{2} - 7\sqrt{2}) =$$

$$(5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}) \times 5\sqrt{2} - (5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}) \times 7\sqrt{2} =$$

$$5 \times 6 - 35\sqrt{6} - 35\sqrt{6} + 7 \times 6 =$$

$$12 = 30 - 42 =$$

محيط المستطيل = (الطول + العرض)  $\times$  2

$$2 \times [(5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}) + (5\sqrt{2} - 7\sqrt{2})] =$$

$$2 \times (5\sqrt{2} + 7\sqrt{5}) =$$

$$2(5\sqrt{2} + 7\sqrt{10}) =$$



بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{5} - \frac{1}{5} \quad (٢٠)$$

$$\sqrt{5} - \frac{1}{5} = \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{5 - 1}{\sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{5 - 1}{\sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{5}5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$$

$$\frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$$

$$\sqrt{6} + \frac{2}{3} \quad (٢١)$$

$$\sqrt{6} + \frac{2}{3} = \sqrt{6} + \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{3 \times 2 \times 3}{3} \sqrt{6} + \frac{2}{\sqrt{3}} =$$

$$\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} =$$

$$\frac{3\sqrt{6} + 2}{\sqrt{3}} =$$

$$\frac{3\sqrt{6}}{3} \times \frac{3\sqrt{6} + 2}{3} =$$

$$\frac{6\sqrt{6} + 2}{3} =$$



$$\sqrt{8} - \sqrt{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \sqrt{2} \quad (22)$$

$$\sqrt{8} - \sqrt{2} \cdot 2 + \frac{2}{2} = \sqrt{8} - \sqrt{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot 2$$

$$\sqrt{8} - \frac{4+2}{2} =$$

$$\sqrt{8} - \frac{6}{2} =$$

$$\frac{4-6}{2} = \frac{16-6}{2} =$$

$$\frac{2}{2} \times \frac{2}{2} =$$

$$2 = \frac{2 \cdot 2}{2} =$$

$$\frac{1}{5} \sqrt{10} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \frac{5}{4} \sqrt{8} \quad (23)$$

$$\frac{10}{5} - 4 \times \sqrt{5} \cdot 3 + \frac{5}{2} \cdot 8 = \frac{1}{5} \sqrt{10} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \frac{5}{4} \sqrt{8}$$

$$\frac{10}{5} - \sqrt{5} \cdot 10 = \frac{10}{5} - \sqrt{5} \cdot 6 + \sqrt{5} \cdot 4 =$$

$$\frac{10-50}{5} = \frac{10}{5} - \sqrt{5} \cdot 10 =$$

$$\frac{5 \cdot 40}{5} = \frac{5}{5} \times \frac{40}{5} =$$

$$\sqrt{5} \cdot 8 =$$

$$\sqrt{(\sqrt{5} - 3)} \quad (24)$$

$$\sqrt{5} \cdot 6 - 5 + 9 = (\sqrt{5} - 3)^2$$

$$\sqrt{5} \cdot 6 - 14 =$$

$$(25) \quad (\sqrt[3]{2+3} + \sqrt[3]{2+3})^2$$

$$\sqrt[3]{2+3} + \sqrt[3]{2+3} = \sqrt[3]{3+2}$$

$$\sqrt[3]{2+5} =$$

(26) لعبة الأفهوانية: تعبر المعادلة  $\sqrt[3]{64 - 2x} = 4$  عن السرعة للعبة أفهوانية (ع) بالقدم/ثانية في أدنى نقطة لها عند هبوطها من ارتفاع عمودي (ل) بالأقدام وبسرعة انطلاق (ع).

(أ) كم تكون سرعة الأفهوانية عند قمة ارتفاعها 225 قدمًا كي تصل سرعتها إلى 120 قدمًا/ثانية في أدنى نقطة لها؟

$$\sqrt[3]{225 \times 64 - 2x} = 4$$

$$= \text{صفر قدم/ث}$$

(ب) فسّر لماذا لا تكافئ المعادلة  $\sqrt[3]{8 - x} = 2$  المعادلة المعطاة؟  
 نأخذ في المعادلة الجذر التربيعي للفرق بين الحدين وليس الجذر التربيعي لكل حد

(27) استثمار: استثمر عامر مبلغ 22500 ريال في التجارة، فأصبح المبلغ 27000 ريال بعد سنتين. يمكنك استعمال المعادلة  $\sqrt[3]{1 - \frac{2x}{22500}}$  لإيجاد معدّل الربح السنوي (ر)، حيث تمثل (ع) المبلغ الأصلي، و (2x) المبلغ بعد سنتين. أوجد معدّل الربح السنوي للمبلغ الذي استثمره عامر؟

$$0,095 = 1 - 150 = 1 - \frac{27000}{22500} = 1 - \frac{2x}{22500} = r$$

$$9,5 = 100 \times 0,095$$

استثمار: 9.5% تقريبًا

(٢٨) كهرباء: تستعمل المعادلة  $I = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{R}}$  لحساب شدة التيار الكهربائي

بالأمبير (ت)، حيث (قد) قدرة الجهاز بالواط، (م) المقاومة بالأوم.  
ما شدة التيار الكهربائي في فرن الميكروويف إذا كانت قوة التيار ٨٥٠ واط،  
ومقاومته ٥ أوم؟ اكتب شدة التيار في أبسط صيغة جذرية، ثم قدر قيمته إلى  
أقرب جزء من عشرة.

$$13 \text{ أمبير تقريبا} \approx \sqrt{170} \text{ أ} = \frac{850}{5} \text{ أ} = \frac{850}{5} \text{ أ}$$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢٩) تحدّد: حدّد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أو غير صحيحة، وأعط مثلاً

أو مثلاً مضاداً:  $\sqrt{s} + \sqrt{v} < \sqrt{s^2 + v^2}$  عندما  $s < 0$  ،  $v < 0$ .

صحيحة،  $1 + 1 < \sqrt{1+1}$  أو  $2 < \sqrt{2}$

(٣٠) تبرير: بيّن أنه إذا كانت أ، ب، ج، د، أعداداً نسبية، فإن ناتج ضرب:

$\sqrt{ab} + \sqrt{cd}$  ،  $\sqrt{ab} - \sqrt{cd}$  ، لا يحوي جذوراً. فسر إجابتك.

$(\sqrt{ab} + \sqrt{cd}) (\sqrt{ab} - \sqrt{cd})$

$a^2b^2 - c^2d^2 - 2abcd$

$a^2b^2 - c^2d^2$

هذا النمط هو فرق بين مربعين

(٣١) مسألة مفتوحة: اكتب معادلة جمع جذرين ما تحت كل منهما مختلف.

وفسر كيف يمكنك جمع هذين الجذرين.

$\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{5}$  ، بما أن تبسيط  $\sqrt{12}$  ، هو  $2\sqrt{3}$

وتبسيط  $\sqrt{27}$  هو  $3\sqrt{3}$  وبما أن  $2\sqrt{3}$  ،  $3\sqrt{3}$  لهما ما تحت الجذر نفسه

لذا يمكن جمعهما

(٣٢) اكتب: صف بالخطوات كيف تضرب عبارتين جذريتين يتكون كل

منهما من حدين، واكتب مثلاً يوضح ذلك.

يمكنك استعمال طريقة التوزيع بالترتيب عن طريق ضرب كل من الحدين

الأوليين والحدين الخارجيين والحدين الأوسطين والحدين الأخيرين ثم جمع

الحدود المتشابهة وتبسيط الجذور.



## تدريب على اختبار

٣٣) إجابة قصيرة: إذا كان عدد سكان مدينة ١٣٠٠٠٠ نسمة وبتزايدون بمقدار ٢٥٠٠ شخص في السنة، فإنه يمكن التعبير عن عدد سكانها بعد (س) سنة من ذلك بالمعادلة:  $ع = ١٣٠٠٠٠ + ٢٥٠٠س$ . بعد كم سنة يصبح عدد سكان المدينة ١٤٥٠٠٠؟

$$١٣٠٠٠٠ + ٢٥٠٠س = ١٤٥٠٠٠$$

$$١٣٠٠٠٠ - ١٤٥٠٠٠ = -٢٥٠٠س$$

$$١٥٠٠٠ = -٢٥٠٠س$$

$$٢٥٠٠ \div ١٥٠٠٠ = س$$

$$س = ٦ \text{ سنوات}$$

٣٤) أي مما يأتي يكافئ العبارة:  $٨(٣-ص) + ٥(٣-ص)$ ؟

(أ)  $٣٩ - ص$  (ب)  $٤٠(٣٠ - ص)$

(ج)  $١٣(٣ - ص)$  (د)  $١٣(٦ - ٢ص)$

$$٨(٣ - ص) + ٥(٣ - ص)$$

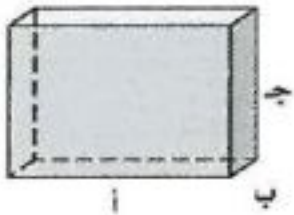
$$٢٤ - ٨ص + ١٥ - ٥ص$$

$$٣٩ - ١٣ص$$

$$١٣(٣ - ص)$$

الاختيار الصحيح: (ج)  $١٣(٣ - ص)$

٣٥) هندسة، أي عبارة مما يأتي تمثل مجموع أطوال الاثني عشر حرفاً للمنشور الرباعي (متوازي المستطيلات) أدناه؟



(أ)  $٢(ا + ب + ج)$  (ب)  $٣(ا + ب + ج)$

(ج)  $٤(ا + ب + ج)$  (د)  $١٢(ا + ب + ج)$

الاختيار الصحيح: (ج)  $٤(ا + ب + ج)$





$$(40) \sqrt[7]{169 \text{ س}^4 \text{ ص}^4} \\ \sqrt[3]{13 \times 13 \text{ س}^4 \text{ ص}^4} = \sqrt[7]{169 \text{ س}^4 \text{ ص}^4} \\ 13 \text{ س}^2 \text{ ص}^2 = \sqrt[3]{13 \text{ س}^4 \text{ ص}^4}$$

$$(41) \sqrt[5]{63 \text{ ج}^3 \text{ د}^4 \text{ ف}^5} \\ \sqrt[3]{3 \times 3 \times 7 \text{ ن}^2 \text{ د}^2 \text{ ف}^2} = \sqrt[5]{63 \text{ ج}^3 \text{ د}^4 \text{ ف}^5} \\ 3 \text{ ج} \text{ د}^2 \text{ ف}^2 = \sqrt[3]{7 \text{ ج}^3 \text{ ن}^2 \text{ د}^2 \text{ ف}^2}$$

حلل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

$$(42) \text{ س}^2 + 12 \text{ س} + 27 \\ \text{ س}^2 + 12 \text{ س} + 27 = \text{ س}^2 + 3 \text{ س} + 9 \text{ س} + 27 \\ = (\text{ س} + 3) 9 + (\text{ س} + 3) 3 \\ = (\text{ س} + 3) (9 + 3)$$

$$(43) \text{ ص}^2 + 13 \text{ ص} + 30 \\ \text{ ص}^2 + 13 \text{ ص} + 30 = \text{ ص}^2 + 3 \text{ ص} + 10 \text{ ص} + 30 \\ = (\text{ ص} + 3) 10 + (\text{ ص} + 3) 3 \\ = (\text{ ص} + 3) (10 + 3)$$

$$(44) \text{ ب}^2 - 17 \text{ ب} + 72 \\ \text{ ب}^2 - 17 \text{ ب} + 72 = \text{ ب}^2 - 8 \text{ ب} - 9 \text{ ب} + 72 \\ = (\text{ ب} - 8) 9 - (\text{ ب} - 8) 9 \\ = (\text{ ب} - 8) (9 - 8)$$

$$(45) \text{ س}^2 + 6 \text{ س} - 7 \\ \text{ س}^2 + 6 \text{ س} - 7 = \text{ س}^2 + 7 \text{ س} - \text{ س} - 7 \\ = (\text{ س} + 7) 1 - (\text{ س} + 7) 1 \\ = (\text{ س} + 7) (1 - 1)$$

$$(٤٦) \text{ ص}^2 - \text{ص} - ٤٢ = \text{ص}^1 + ٦\text{ص} - ٧\text{ص} - ٤٢$$

$$\text{ص} = \text{ص}(\text{ص} + ٦) - ٧(\text{ص} + ٦) =$$

$$= (\text{ص} - ٧)(\text{ص} + ٦)$$

$$(٤٧) -٧٢ + ٦\text{و} + \text{و}^2 = \text{و}^1 + ١٢\text{و} - ٦\text{و} - ٧٢$$

$$= \text{و}(\text{و} + ١٢) - ٦(\text{و} + ١٢) =$$

$$= (\text{و} - ٦)(\text{و} + ١٢)$$

### استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة فيما يأتي مقرَّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

$$(٤٨) -٤ج - ١,٢ = ٠,٨$$

$$-٤ج = ١,٢ - ٠,٨$$

$$-٤ج = ٠,٤$$

$$-٤ج = ٠,٤$$

$$-٤ج = ٠,٤$$

$$ج = -٠,١$$

$$(٤٩) -٢,٦ك - ٣٣,٧ = ٨٤,١$$

$$-٢,٦ك = ٨٤,١ + ٣٣,٧$$

$$-٢,٦ك = ١١٧,٨$$

$$ك = -٤٥,٣$$

$$9,6 = \xi + \mu + 3 \quad (50)$$

$$\xi - 9,6 = \mu + 3$$

$$0,6 = \mu + 3$$

$$18,7 = \mu$$

$$7 = \frac{\zeta}{5} - 10 \quad (51)$$

$$7 = \frac{\zeta}{5} - 10$$

$$10 + 7 = \frac{\zeta}{5}$$

$$17 = \frac{\zeta}{5}$$

$$85 = \zeta$$

$$13 = \frac{(0) - 5\xi}{7} \quad (52)$$

$$13 \times 7 = (0) - 5\xi$$

$$91 = 0 - 5\xi$$

$$0 - 91 = 5\xi$$

$$96 = 5\xi$$

$$24 = \xi$$

$$\lambda = 2,0 - 7 + 3,7 \quad (53)$$

$$\lambda = 2,0 - 7 + 3,7$$

$$7 - \lambda = 1,1$$

$$2 = 1,1$$

$$1,8 = 2$$

# المعادلات الجذرية

٣-٩

## تحقق

(١) قيادة: تمثل المعادلة  $\sqrt{21,3} = ٤$  نق السرعة القصوى بالكيلومتر/ساعة التي يمكن أن تسير بها سيارة بأمان على طريق منحن غير محدد الجانبين، حيث (نق) نصف قطر المنحنى بالأمتار. فإذا صُمم الطريق لسرعة قصوى مقدارها ١٠٥ كلم/ساعة، فما طول نصف قطر المنحنى؟

$$\sqrt{21,3} = ١٠٥$$

تربيع الطرفين

$$21,3 = 105^2$$

$$\text{نق} \approx ٥١٨ \text{ متراً}$$

تحقق:

$$\sqrt{21,3} = ٤$$

$$\begin{array}{l} 518 \times 21,3 = 105 \\ \text{C} \quad 105 = 105 \end{array}$$



حل المعادلة:

$$\xi = 2 - \sqrt{3 - \text{ج}} \quad (12)$$

$$4 = 2 - \sqrt{3 - \text{ج}}$$

$$2 + 4 = \sqrt{3 - \text{ج}}$$

$$6 = \sqrt{3 - \text{ج}}$$

$$^2 6 = ^2 (\sqrt{3 - \text{ج}})$$

$$36 = 3 - \text{ج}$$

$$39 = \text{ج}$$

$$14 = \sqrt{1 + \text{هـ}} + \xi \quad (2\text{ب})$$

$$14 = \sqrt{1 + \text{هـ}} + 4$$

$$4 - 14 = \sqrt{1 + \text{هـ}}$$

$$10 = \sqrt{1 + \text{هـ}}$$

$$^2 10 = ^2 (\sqrt{1 + \text{هـ}})$$

$$100 = 1 + \text{هـ}$$

$$1 - 100 = \text{هـ}$$

$$99 = \text{هـ}$$

$$3 + t = \sqrt{5 + t} \quad (i)$$

$$3 + t = \sqrt{5 + t} \quad (ii)$$

$$(3 + t)^2 = (\sqrt{5 + t})^2$$

$$6 + 9 + t^2 = 5 + t$$

$$0 = 5 - t - 6 + 9 + t^2$$

$$0 = 4 + t + t^2$$

$$0 = (4 + t)(1 + t)$$

c  $1 - = t$

d  $4 - = t$

تحقق:

$$3 + t = \sqrt{5 + t} \quad (i)$$

$$3 + 1 - = \sqrt{5 + 1 -} \quad (ii)$$

c  $2 = 2$

$$3 + t = \sqrt{5 + t} \quad (iii)$$

$$3 + 4 - = \sqrt{5 + 4 -} \quad (iv)$$

d  $1 - = 1$

$$\sqrt{1-s} = 3-s$$

$$\sqrt{1-s} = 3-s$$

$$1-s = (3-s)^2$$

$$1-s = 9-6s+s^2$$

$$0 = 1+s-6-9+s^2$$

$$0 = 10+s-7-s^2$$

$$0 = (5-s)(2-s)$$

d  $2 = s$

c  $5 = s$

تحقق:

$$\sqrt{1-s} = 3-s$$

$$\sqrt{1-2} = 3-2$$

d  $1 = 1-$

$$\sqrt{1-s} = 3-s$$

$$\sqrt{1-5} = 3-5$$

$$\sqrt{4} = 2$$

c  $2 = 2$



(١) هندسة : ما طول نصف قطر كرة سلة إذا كانت معادلة مساحة سطحها هي  $m = 4\pi r^2$ .

$$m = 4\pi r^2$$

$$\sqrt{\frac{m}{4\pi}} = r$$

$$\frac{\sqrt{\frac{m}{4\pi}}}{\sqrt{4\pi}} \times \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{4\pi}} = r$$

$$\frac{\sqrt{m}}{2\sqrt{\pi}} = r$$

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(2) \quad 21 = 1 + \sqrt{10}$$

$$21 = 1 + \sqrt{10}$$

$$20 = \sqrt{10}$$

$$400 = 10$$

$$40 = 0$$

تحقق:

$$21 = 1 + \sqrt{10}$$

$$21 = 1 + 40 \times 10$$

$$c \quad 21 = 1 + 20$$

$$7 = 3 + \sqrt{2+j7} \quad (3)$$

$$7 = 3 + 2 + j7$$

$$4 = 3 - 7 = 2 + j7$$

$$16 = 2 + j7$$

$$2 - 16 = j7$$

$$14 = j7$$

$$2 = j$$

تحقق:

$$3 - 7 = 2 + j7$$

$$4 = 2 + 14$$

$$c \quad 4 = 4 = 16$$

$$6 = 3 - \sqrt{3-j} + 5 \quad (4)$$

$$6 = 3 - j + 5$$

$$1 = 5 - 6 = 3 - j$$

$$1 = 3 - j$$

$$1 = 3 - j$$

$$4 = j$$

تحقق:

$$1 = 3 - j$$

$$1 = 3 - 4$$

$$c \quad 1 = 1$$



$$5 - s = \sqrt{5 - 3s} \quad (5)$$

$$5 - s = \sqrt{5 - 3s} \quad \text{ü}$$

$$(5 - s)^2 = 5 - 3s$$

$$0 = 5 + 3s - 10 - 25 + s^2$$

$$0 = 30 + 3s - 25$$

$$0 = (10 - s)(3 - s)$$

$$\begin{array}{l} c \quad 10 = s \\ d \quad 3 = s \end{array}$$

تحقق:

$$5 - s = \sqrt{5 - 3s} \quad \text{ü}$$

$$5 - 10 = \sqrt{5 - 30} \quad \text{ü}$$

$$c \quad 5 = 5$$

$$5 - s = \sqrt{5 - 3s} \quad \text{ü}$$

$$5 - 3 = \sqrt{5 - 9} \quad \text{ü}$$

$$d \quad 2 = 2$$

$$n = \sqrt{3 + 2n} \quad (6)$$

$$n = \sqrt{3 + 2n} \quad \text{ü}$$

$$n^2 = 3 + 2n$$

$$0 = 3 - 2n - n^2$$

$$0 = (3 - n)(1 + n)$$

$$c \quad 3 = n$$

$$d \quad 1 = -n$$

تحقق:

$$n = \sqrt{3 + 2n} \quad \text{ü}$$

$$3 = \sqrt{3 + 6} \quad \text{ü}$$

$$c \quad 3 = 3$$

$$n = \sqrt{3 + 2n} \quad \text{ü}$$

$$1 = \sqrt{3 + 2} \quad \text{ü}$$

$$d \quad 1 = 1$$

$$\hat{i} = \xi + \sqrt{\gamma - \hat{i}} \sqrt{v} (v)$$

$$\hat{i} = 4 + \sqrt{2 - \hat{i}} \hat{u}$$

$$4 - \hat{i} = \sqrt{2 - \hat{i}} \hat{u}$$

$$^2(4 - \hat{i}) = 2 - \hat{i}$$

$$(\hat{i}^2 - 8\hat{i} + 16) = 2 - \hat{i}$$

$$\hat{i}^2 - 8\hat{i} + 16 = 2 - \hat{i}$$

$$0 = 2 + \hat{i} - \hat{i}^2 + 8\hat{i} - 16$$

$$0 = 18 + 9\hat{i} - \hat{i}^2$$

$$0 = (6 - \hat{i})(3 - \hat{i})$$

d  $3 = \hat{i}$

c  $6 = \hat{i}$

تحقق:

$$\hat{i} = 4 + \sqrt{2 - \hat{i}} \hat{u}$$

$$6 = 4 + \sqrt{2 - 6} \hat{u}$$

$$6 = 4 + 4\hat{u}$$

c  $6 = 6$

$$\hat{i} = 4 + \sqrt{2 - \hat{i}} \hat{u}$$

$$3 = 4 + \sqrt{2 - 3} \hat{u}$$

$$3 = 4 + 1\hat{u}$$

d  $3 = 5$

## تدرب وحل المسائل:



٨) **رياضة:** يمكن استعمال الدالة  $E = ط \sqrt{\frac{9,8}{L}}$  ، لتقريب أقصى سرعة يمكن أن يركض بها شخص، حيث (ع) السرعة بالمتري/ ثانية، (ل) طول ساق الشخص بالأمتر.

أ) ما أقصى سرعة يركض بها شخص طول ساقه ٥,١ متر إلى أقرب جزء من عشرة من المتري؟

$$E = ط \sqrt{\frac{9,8}{L}}$$

$$E = ط \sqrt{\frac{1,5 \times 9,8}{L}}$$

$$E = ط \sqrt{2,1}$$

$$E = ٤,٥ \text{ م/ث}$$

ب) ما طول الساق لشخص سرعته القصوى ٧,٢ م/ث إلى أقرب جزء من عشرة من المتري؟

$$E = ط \sqrt{\frac{9,8}{L}}$$

$$2,7 = ط \sqrt{\frac{9,8}{L}}$$

$$(2,7)^2 = ط^2 \frac{9,8}{L} \Rightarrow (3,14) = ط^2 \frac{9,8}{L}$$

$$7,29 = ط^2 \frac{9,8}{L} \Rightarrow 7,29 L = ط^2 \times 9,8$$

$$7 \times 7,29 = ل \times 9,8 \times 9,8596$$

$$7 \times 7,29 = ل \times 96,62$$

$$ل = 0,5 \text{ م}$$

ج) هل تزيد السرعة القصوى أم تنقص بزيادة طول الساق؟  
تزيد، كلما تزايد طول الساق تزداد قيمة ما تحت الجذر أيضا

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$21 = 11 + \sqrt{9} \quad (9)$$

$$21 = 11 + \sqrt{10}$$

$$11 - 21 = \sqrt{10}$$

$$10 = \sqrt{10}$$

$$^2(10) = 1$$

$$100 = 1$$

تحقق:

$$21 = 11 + \sqrt{100}$$

$$21 = 11 + 10$$

$$21 = 21$$

c

$$6 = 3 - \sqrt{10} \quad (10)$$

$$6 = 3 - \sqrt{39}$$

$$36 = 3 - 39$$

$$3 + 36 = 39$$

$$39 = 39$$

تحقق:

$$6 = 3 - \sqrt{39}$$

$$6 = 36$$

c

$$\sqrt{2} \sqrt{3} = \sqrt{7} + \sqrt{11} \quad (11)$$

$$\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{7 + \text{ك}}$$

$$18 = 7 + \text{ك}$$

$$11 = \text{ك}$$

تحقق:

$$\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{7 + 11}$$

$$\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{18}$$

$$\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{3 \times 2 \times 3}$$

$$\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2 \times 3}$$

c

$$\sqrt{\text{ص} - 12} = \text{ص} \quad (12)$$

$$\sqrt{\text{ص} - 12} = \text{ص}$$

$$\text{ص}^2 = 12 - \text{ص}$$

$$0 = 12 - \text{ص} + \text{ص}^2$$

$$0 = (\text{ص} + 4)(\text{ص} - 3)$$

$$\text{ص} = -4$$

$$\text{ص} = 3$$

تحقق:

$$0 = 12 - \text{ص} + \text{ص}^2$$

$$0 = 12 - 4 - 16$$

c

$$0 = 12 - 4 - 16$$

$$0 = 12 - \text{ص} + \text{ص}^2$$

$$0 = 12 - 3 + 9$$

$$0 = 12 - 12$$

c

$$\sqrt{3 - \text{ر}} = \sqrt{3 + \text{ر}} \quad (13)$$



$$3 - r = \sqrt{3 + r}$$

$$^2(3 - r) = 3 + r$$

$$6 - 9 + r^2 = 3 + r$$

$$0 = 6 - 3 - 9 + r - r^2$$

$$0 = 6 + r - r^2$$

$$0 = (1 - r)(6 - r)$$

$$1 = r$$

$$6 = r$$

تحقق:

$$0 = 6 + r - r^2$$

$$c \quad 0 = 6 + 7 - 1^2$$

$$0 = 6 + 6 - 36$$

$$c \quad 0 = 6 + 42 - 36$$

$$14 = 4 + 3 - \sqrt{10} \quad (14)$$

$$14 = 4 + 3 - i \cup 5$$

$$10 = 3 - i \cup 5$$

$$^2(10) = (3 - i)25$$

$$100 = 75 - i25$$

$$175 = i25$$

$$7 = i$$

تحقق:

$$10 = 3 - 7 \cup 5$$

$$10 = 4 \cup 5$$

$$c \quad 10 = 10$$

$$5 + s = \sqrt{15 + 9s + s^2} \quad (15)$$

$$\sqrt{s^2 + 9} + 15 = s + 5$$

$$s^2 + 9 + 15 = (s + 5)^2$$

$$s^2 + 24 + 9 = s^2 + 10s + 25$$

$$0 = 25 - 10 - 15 + s$$

$$0 = 10 - s$$

$$s = 10$$

تحقق:

$$\sqrt{(10)^2 + 9} + 15 = 10 + 5$$

$$\sqrt{100 + 9} = 15 + 10$$

$$\sqrt{109} = 25$$

$$10.44 = 25$$

لا يوجد حل

$$x = 3 - \frac{\sqrt{5}}{4} \sqrt{6(16)}$$

$$0 = 3 - \frac{\sqrt{5}}{4} \bar{u} \quad 6$$

$$3 = \frac{\sqrt{5}}{4} \bar{u} \quad \frac{6}{2}$$

$$1 = \frac{\sqrt{5}}{4} \bar{u}$$

$$1 = \frac{1}{4} (\sqrt{5} \bar{u})$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{4}$$

$$17 \sqrt{5} = 9 - 2 \quad 2 = 9 - 2 \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5s^2 - 9} = 2$$

$$5s^2 - 9 = 2$$

$$5s^2 - 2 = 9$$

$$5s^2 - 2 = 9$$

$$5s^2 + 3 = 15$$

$$5s^2 = (s-3) + (s-3)$$

$$0 = (s-3)(s+3)$$

d  $\frac{3-}{5} = s$

c  $3 = s$

تحقیق:

$$\sqrt{5(3)^2 - 9} = 6$$

$$\sqrt{5 \cdot 9 - 9} = 6$$

$$\sqrt{36} = 6$$

c  $6 = 6$

$$\sqrt{5\left(\frac{3-}{5}\right)^2 - 9} = \frac{3-}{5} \times 2$$

$$\sqrt{5 \cdot \frac{9}{25} - 9} = \frac{6-}{5}$$

d  $\frac{6-}{5} = 9 - \frac{9}{5}$



١٨) **بندول**: يُطلق على الزمن (ن) بالثواني الذي يستغرقه بندول ساعة لعمل دورة كاملة الزمن الدوري. ويُعبّر عنه بالمعادلة:  $n = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ، حيث (ل) طول البندول بالأقدام.

أ) ما طول بندول ساعة زمنه الدوري ٨ ثوانٍ؟ قَرِّب إلى أقرب قدم؟

$$n = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 8$$

$$4\pi^2 \frac{l}{g} = 64$$

$$\frac{l}{g} \times \pi^2 = 16$$

$$l \times \pi^2 = 16 \times 32$$

$$l \times \pi^2 = 512$$

$$l = 51.9$$

٥٢ قدم تقريبا

ب) هل زيادة طول البندول تزيد السرعة أم تنقصها؟ فسّر إجابتك.

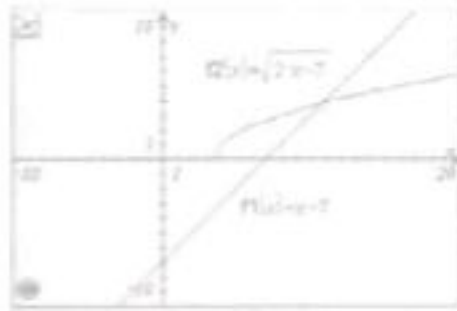
إذا كان الطول أكبر فإن ناتج القسمة سيكون عددا أكبر من السابق وكذلك

جذر ناتج القسمة سيكون أكبر من سابقه أيضا

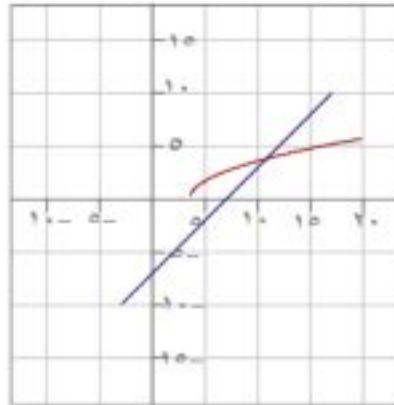
## (١٩) تمثيلات متعددة:

سوف تكتشف في حل المعادلة  $\sqrt{2x-7} = x-7$  من طرائق متنوعة للحل.

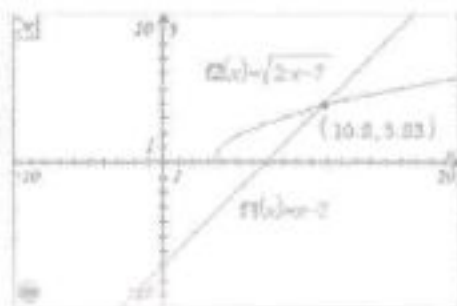
(أ) بيانيًا، افتح شاشة جديدة، ثم أدخل الطرف الأيمن من المعادلة على صورة  $v_1 = \sqrt{2x-7}$ ، وأدخل الطرف الأيسر على صورة  $v_2 = x-7$ ، ثم اضغط مفتاح **2: Add Graphs**.



(ب) بيانيًا، مثل ما يظهر على الشاشة.



(ج) تحليليًا، استعمل مفتاح المقطع من قائمة **3: Intersection Point(s)** لإيجاد نقطة التقاطع.



د) تحليلياً، حُلّ المعادلة الجذرية جبرياً، وكيف يمكن مقارنة حلك بالحل الناتج بيانياً؟

$$\sqrt{2s - 7} = 7 - s$$

$$2(7 - s) = 7 - s$$

$$2s - 14 = 7 - s$$

$$0 = 7 + s - 14$$

$$0 = 56 + 16s - 2s$$

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s = \frac{56 \times 1 \times 4 - 2 \times 16}{2}$$

$$s = \frac{2 \times 4 \pm 16}{2}$$

$$s = 10,8$$

$$s = 5,2$$

تحليلياً: ١٠.٣٨ تقريباً، الحلان متساويان تقريباً

٢٠) **تغليظ:** حجم علبة شو كولا لثة أسطوانية ١٦٢ ستمترًا مكعبًا.

تستعمل المعادلة  $\sqrt[3]{\frac{ح}{ط ع}} = ٢$  لإيجاد نصف قطر العلبة، حيث  
(ح) حجم العلبة، و (ع) ارتفاعها.

(أ) إذا كان نصف قطر العلبة ٥, ٢ سم، فأوجد ارتفاعها إلى أقرب جزء من مئة.

$$\sqrt[3]{\frac{ح}{ط ع}} = ٢$$

$$\sqrt[3]{\frac{162}{ط ع}} = 2,5$$

$$\sqrt[3]{\frac{162}{ط ع}} = 2,5$$

$$\frac{162}{ط ع} = 6,25$$

$$162 = 6,25 \times ط ع$$

$$\frac{162}{6,25} = ط ع$$

$$8,3 = ط ع$$

(ب) إذا كان ارتفاع العلبة ١٠ سم، فأوجد نصف قطرها إلى أقرب جزء من مئة.

$$\sqrt[3]{\frac{ح}{ط ع}} = ٢$$

$$\sqrt[3]{\frac{162}{10 ط}} = ٢$$

$$2,3 \approx ٢$$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢١) تبرير: بين الاختلاف في حل المعادلتين الآتيتين:  $\sqrt{s+1} = 5$  ،  
 $\sqrt{s+1} = 5$  .

يتعين عليك في المعادلة الأولى وضع الجذور في طرف أولاً وذلك بطرح ١ من الطرفين ثم بتربيع الطرفين لإيجاد قيمة  $s$  أما في المعادلة الثانية فإن الجذر في طرف وحده لذا ربع الطرفين أولاً ثم اطرح ١ من كل طرف لحل المعادلة وإيجاد قيمة  $s$

(٢٢) مسألة مفتوحة: اكتب معادلة جذرية تحتوي متغيراً في كلا طرفيها، ثم حل المعادلة.

$$s = \sqrt{2s-1}$$

$$s^2 = 2s-1$$

$$s^2 - 2s + 1 = 0$$

$$0 = (s-1)(s-1)$$

$$s = 1$$

(٢٣) تبرير: هل المعادلة الآتية صحيحة أحياناً، أم صحيحة دائماً أم غير

$$\sqrt{(s-2)^2} = s-2$$

أحياناً، المعادلة صحيحة لقيم  $s \leq 2$  ، وخطأ عندما  $s > 2$



(٢٤) **تحذّر:** حل المعادلة:  $\sqrt{s} + \sqrt{3s} = \sqrt{9 + s}$

$$^2(\sqrt{s} + \sqrt{3s}) = \sqrt{9 + s}$$

$$\sqrt{s} + \sqrt{3s} = \sqrt{9 + s}$$

$$\sqrt{s} + \sqrt{3s} = \sqrt{9 + s}$$

$$\sqrt{s} + \sqrt{3s} = \sqrt{9 + s}$$

$$\sqrt{s} + \sqrt{3s} = \sqrt{9 + s}$$

$$^2(\sqrt{s} + \sqrt{3s}) = \sqrt{9 + s}$$

$$\sqrt{s} + \sqrt{3s} = \sqrt{9 + s}$$

$$s = 3$$

(٢٥) **اكتب:** بعض القواعد العامة المتعلقة بحل المعادلات الجذرية،

موضّحاً هذه القواعد من خلال حل معادلات جذرية.

جمع أو طرح العبارات التي ليست تحت الجذر في كل طرف، ضرب أو قسمة القيم التي ليست تحت الجذر لكل طرف ربع طرفي المعادلة وحل لإيجاد المتغير كما عملت سابقاً

## تدريب على اختبار

٢٦) ما حل المعادلة:  $\sqrt{s+3} - 1 = s - 4$ ؟

(أ) ٦، ١

(ج) ١، -٦

(د) ٦

(ب) ١

$$\sqrt{s+3} - 1 = s - 4$$

$$\sqrt{s+3} = s - 3$$

$$\sqrt{s+3} = s - 3$$

$$s + 3 = (s - 3)^2$$

$$s + 3 = s^2 - 6s + 9$$

$$0 = s^2 - 7s + 6$$

$$0 = (s - 1)(s - 6)$$

$$s = 6$$

$$s = 1$$

$$s = 1$$

الاختيار الصحيح: (د) ٦

٢٧) أي العبارات الآتية تكافئ  $\sqrt[3]{\frac{36}{27}}$ ؟

(ج)  $\frac{\sqrt[3]{6}}{3}$

(أ)  $\sqrt[3]{\frac{3}{3}}$

(د)  $\frac{\sqrt[3]{23}}{2}$

(ب)  $\frac{\sqrt[3]{23}}{3}$

$$\frac{\sqrt[3]{2 \times 2 \times 3 \times 3}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{36}}{\sqrt[3]{27}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{3} \times \frac{6}{\sqrt[3]{3}}}{\sqrt[3]{3} \times \frac{3}{\sqrt[3]{3}}} = \frac{2 \times 3}{3}$$

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{3} = \frac{\sqrt[3]{18}}{27}$$

الاختيار الصحيح: (ب)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$

## مراجعة تراكمية

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt[6]{2} \times \sqrt[3]{7} \quad (28)$$

$$\sqrt{2 \times 3 \times 3} \times 14 = \sqrt{6 \times 2 \times 3} \times 14$$

$$\sqrt{2 \times 3} \times 14 =$$

$$\sqrt{42} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{27}} \quad (29)$$

$$\frac{\sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}}{\sqrt[3]{1}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{1}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{3} \times 3}{1} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{5}{4}} \quad (30)$$

$$\frac{\sqrt[5]{c \times c \times c \times c \times c}}{\sqrt[5]{d \times d \times d \times d \times d}} = \frac{\sqrt[5]{c^5}}{\sqrt[5]{d^5}}$$

$$\frac{\sqrt{d}}{\sqrt{d}} \times \frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^2 \times 2}} =$$

$$\frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt[3]{d} \times 2} =$$

(٣١) **فيزياء:** قُذِفَ جسم إلى الأعلى من مستوى الأرض حسب المعادلة  
 $E = 69n - 16n^2$  ، حيث (ع) تمثل ارتفاعه بالأقدام، بعد (ن) من الثواني.  
 أوجد قيم ن عندما يكون ارتفاع الجسم ٩٦ قدمًا.

$$n = 1.3 \text{ ثانية و } n = 4.7 \text{ ثوان تقريباً}$$

حلل كل ثلاثية حدود فيما يأتي إن أمكن ذلك، وإلا فاكتب «أولية».

$$(32) \quad 5 + 7s + 2s^2$$

$$5 + 7s + 2s^2 = 5 + 7s + 2s^2$$

$$= (1+s)5 + (1+s)2s$$

$$= (5 + 2s) + (1 + s)2s$$

$$(33) \quad 6 - 5b + 6b^2$$

$$6 - 5b + 6b^2 = 6 - 5b + 6b^2$$

$$= (2-3b)3 + (2-3b)2b$$

$$= (3 + 2b) + (2 - 3b)2b$$

$$(34) \quad 9 + 19k - 8k^2$$

**أولية**

حدّد العبارات الوحيدة الحد فيما يأتي، واكتب "نعم" أو "لا"، وفسّر إجابتك:

$$(35) \quad 12$$

**نعم،** ١٢ عددا حقيقيا فهو وحيدة حد

$$(36) \quad 4s^3$$

**نعم،** ٤س<sup>٣</sup> هو ضرب عدد في متغير مضروبا في نفسه ثلاث مرات

$$(37) \quad 2 - b$$

**لا،** ٢ - ب فيه طرح، وليس ضرب أعداد ومتغيرات فقط

## استعد للدرس اللاحق

أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

$${}^2_9 (38)$$

$$81 = 9 \times 9 = {}^2_9$$

$${}^6_{10} (39)$$

$$1000000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = {}^6_{10}$$

$${}^{\circ}_4 (40)$$

$$1024 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = {}^5_4$$

$${}^2_{(ف8)} (41)$$

$${}^2_{ف64} = ف8 \times ف8 = {}^2_{(ف8)}$$

$${}^2_{\left(\frac{3}{9}\right)} (42)$$

$$\frac{{}^6_{ل}}{81} = \frac{{}^3_{ل}}{9} \times \frac{{}^3_{ل}}{9} = {}^2_{\left(\frac{3}{9}\right)}$$

$${}^3_{(ص10)} (43)$$

$${}^6_{ص1000} = ({}^2_{ص10}) \times ({}^2_{ص10}) \times ({}^2_{ص10}) = {}^3_{(ص10)}$$





٢) لنفرض أن طول أطول ضلع في الشراع ٩ م، وطول أقصر ضلع فيه ٤ م.  
فأوجد ارتفاع الشراع.

$$a^2 + 4^2 = 9^2$$

$$a^2 + 16 = 81$$

$$a^2 = 81 - 16$$

$$65 = a^2$$

$$\sqrt{65} = a$$

$$8,1 \approx a$$

حدّد إذا كانت مجموعة الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا:

(١٣) ٥٠، ٤٠، ٣٠

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$50^2 = 30^2 + 40^2$$

$$900 + 1600 = 2500$$

$$c \quad 2500 = 2500$$

نعم

(١٤) ١٨، ١٢، ٦

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$18^2 = 6^2 + 12^2$$

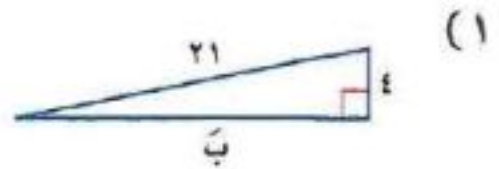
$$36 + 144 = 324$$

$$180 \neq 324$$

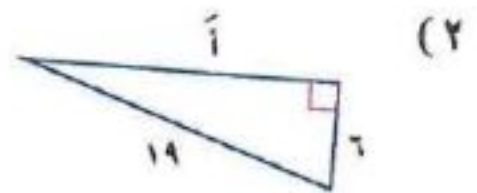
لا



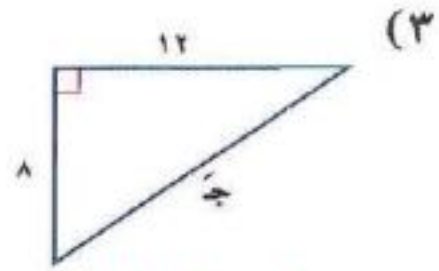
أوجد طول الضلع المجهول في كلٍّ مثلث ممّا يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم الأمر.



$$\begin{aligned} \text{ج}^2 &= \text{ب}^2 + 21^2 \\ 21^2 + 4^2 &= \text{ب}^2 \\ \text{ب}^2 &= 441 - 16 \\ \text{ب}^2 &= 425 \\ \sqrt{425} &= \text{ب} \\ \text{ب} &= 20,62 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ج}^2 &= \text{ب}^2 + 19^2 \\ 19^2 + 6^2 &= \text{أ}^2 \\ \text{أ}^2 &= 361 - 36 \\ \text{أ}^2 &= 325 \\ \text{أ} &= 18,03 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ج}^2 &= \text{ب}^2 + \text{ا}^2 \\ \text{ج}^2 &= 12^2 + 8^2 \\ \text{ج}^2 &= 208 \\ \text{ج} &= 14,42 \end{aligned}$$



(٤) كرة قدم: يوضح الشكل المجاور ملعب كرة قدم مستطيل الشكل.

(أ) إذا كان طول قطر الملعب ١٢٥ م، وعرضه ٧٥ م، فكم طوله؟

$$\begin{aligned} \text{ج}^2 &= \text{ب}^2 + \text{ا}^2 \\ 125^2 &= \text{ل}^2 + 75^2 \\ \text{ل}^2 &= 125^2 - 75^2 \\ \text{ل}^2 &= 10000 \\ \text{ل} &= 100 \text{ م} \end{aligned}$$

(ب) في لحظة معينة، كما في الشكل، مرَّ حارس المرمى الكرة إلى الظهر الأيمن الذي يبعد عنه مسافة ٣٠ م، فركلها مباشرة إلى لاعب الوسط الهجومي الذي يقف على مسافة ٧٢ م منه. فكم يبعد لاعب الوسط الهجومي عن حارس مرماه؟

$$\begin{aligned} \text{ج}^2 &= \text{ب}^2 + \text{ا}^2 \\ 125^2 &= 30^2 + 72^2 \\ \text{ل}^2 &= 900 + 5184 \\ \text{ل}^2 &= 6084 \\ \text{ل} &= 78 \text{ م} \end{aligned}$$

حدّد إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا:

(٥) ١٦، ١٢، ٨

$$ج^2 = ب^2 + أ^2$$

$$16^2 = 12^2 + 8^2$$

$$256 = 144 + 64$$

$$208 \neq 256$$

لا؛ بما أن  $ج^2 \neq ب^2 + أ^2$  فإن قياسات هذه الأضلاع لا تشكل مثلثا قائم الزاوية

(٦) ٢٥، ٢٤، ٧

$$ج^2 = ب^2 + أ^2$$

$$25^2 = 24^2 + 7^2$$

$$625 = 576 + 49$$

$$625 = 625$$

نعم؛ بما أن  $ج^2 = ب^2 + أ^2$  فإن قياسات هذه الأضلاع تشكل مثلثا قائم الزاوية

(٧) ٤٥، ٢٥، ١٥

$$ج^2 = ب^2 + أ^2$$

$$45^2 = 25^2 + 15^2$$

$$2025 = 625 + 225$$

$$850 \neq 2025$$

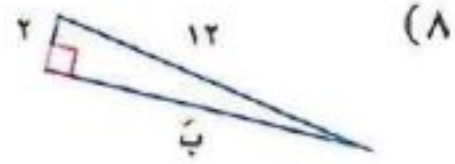
لا؛ بما أن  $ج^2 \neq ب^2 + أ^2$  فإن قياسات هذه الأضلاع لا تشكل مثلثا قائم الزاوية



## تدرب وحل المسائل:



أوجد طول الضلع المجهول في كلٍّ مثلث ممّا يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم الأمر:



$$2^2 + b^2 = 12^2$$

$$4 + b^2 = 144$$

$$b^2 = 140$$

$$b = \sqrt{140}$$

$$b = 11,83$$

$$b = 11,83$$

$$b = 11,83$$



$$11^2 + c^2 = 20^2$$

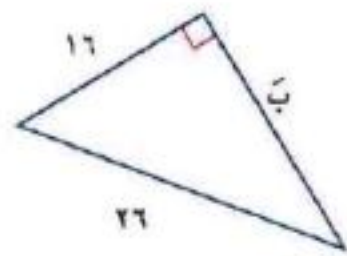
$$121 + c^2 = 400$$

$$c^2 = 279$$

$$c = \sqrt{279}$$

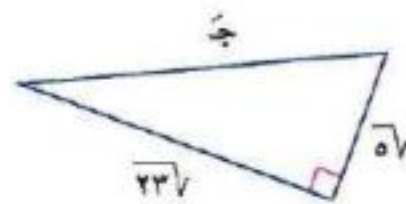
$$c = 16,70$$

$$c = 16,70$$



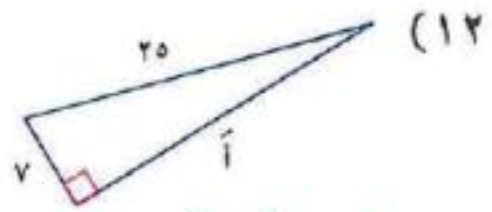
(۱۰)

$$\begin{aligned}
 & 2| + 2\text{ب} = 2\text{ج} \\
 & 2\text{ب} + 256 = 26 \\
 & 2\text{ب} + 256 = 676 \\
 & 420 = 2\text{ب} \\
 & \sqrt{420} = \text{ب} \\
 & 20,49 = \text{ب}
 \end{aligned}$$

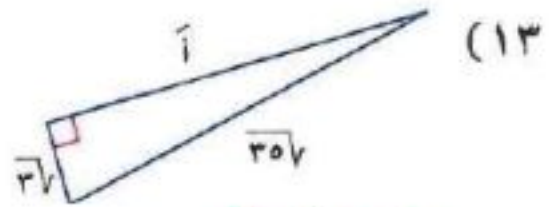


(۱۱)

$$\begin{aligned}
 & 2| + 2\text{ب} = 2\text{ج} \\
 & 2(\sqrt{23}) + 2(\sqrt{5}) = 2\text{ج} \\
 & 23 + 5 = 2\text{ج} \\
 & 28 = 2\text{ج} \\
 & \sqrt{28} = \text{ج} \\
 & 5,29 = \text{ج}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ج } 20^2 &= v^2 + i^2 \\ 20^2 + (7)^2 &= 25 \\ 20^2 + 49 &= 625 \\ 576 &= v^2 \\ \sqrt{576} &= v \\ 24 &= v \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ج } 35^2 &= (3v)^2 + i^2 \\ (35)^2 + i^2 &= (35)^2 \\ (35)^2 - (35)^2 &= i^2 \\ 32 &= i^2 \\ \sqrt{32} &= i \\ 5,66 &= i \end{aligned}$$

(14) **تلفاز:** أراد مهندس شراء طاولة مستطيلة يضع عليها تلفازًا، قطر قاعدته 27 بوصة، فإذا كان بعدا الطاولة 20 بوصة و 26 بوصة. فهل تناسب الطاولة التلفاز؟ فسّر إجابتك.

$$\begin{aligned} \text{ج } 27^2 &= 20^2 + 26^2 \\ 27^2 + 20^2 &= 26^2 \\ 1076 &= 26^2 \\ 32,8 &= 26 \end{aligned}$$

نعم، قطر الطاولة 32,8 بوصة لذا فهي مناسبة للتلفاز

حدّد إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا، ثم حدّد إذا كانت تشكّل ثلاثية فيثاغورس:

(١٥) ٤١، ٤٠، ٩

بما أن  $ج^2 = ٤١^2$  فإن قياسات هذه الأضلاع تشكّل مثلثًا قائم الزاوية

$$ج^2 = ٤١^2$$

$$٤٠^2 + ٩^2 = ٤١^2$$

$$١٦٠٠ + ٨١ = ١٦٨١$$

$$١٦٨١ = ١٦٨١$$

نعم، نعم

(١٦) ٤١، ١٠، ٣

بما أن  $ج^2 \neq ٤١^2$  فإن قياسات هذه الأضلاع لا تشكّل مثلثًا قائم الزاوية

$$ج^2 = ٤١^2$$

$$٣^2 + ١٠^2 \neq ٤١^2$$

$$٩ + ١٠٠ \neq ١٦٨١$$

$$١٠٩ \neq ١٦٨١$$

لا، لا

(١٧) ١٤، ٧، ٥

بما أن  $ج^2 \neq ١٤^2$  فإن قياسات هذه الأضلاع لا تشكّل مثلثًا قائم الزاوية

$$ج^2 = ١٤^2$$

$$٥^2 + ٧^2 \neq ١٤^2$$

$$٢٥ + ٤٩ \neq ١٩٦$$

$$٧٤ \neq ١٩٦$$

لا، لا

(١٨) ٣٢,٥,٣١,٥,٨

بما أن ج<sup>2</sup> = ب<sup>2</sup> + أ<sup>2</sup> فإن قياسات هذه الأضلاع تشكل مثلثًا قائم الزاوية

$$\text{ج}^2 = \text{ب}^2 + \text{أ}^2$$

$$^2(8) + ^2(31,5) = ^2(32,5)$$
$$1056,25 = 1056,25$$

نعم، لا

(١٩) ٩٧,٦,٢٦,٦,٦٥

بما أن ج<sup>2</sup> ≠ ب<sup>2</sup> + أ<sup>2</sup> فإن قياسات هذه الأضلاع لا تشكل مثلثًا قائم الزاوية

$$\text{ج}^2 = \text{ب}^2 + \text{أ}^2$$

$$^2(2\bar{6}) + ^2(65\bar{6}) = ^2(97\bar{6})$$

$$72 + 65 = 97$$

$$137 \neq 97$$

لا، لا

(٢٠) ٩٨,٣٣,١٧

بما أن ج<sup>2</sup> ≠ ب<sup>2</sup> + أ<sup>2</sup> فإن قياسات هذه الأضلاع لا تشكل مثلثًا قائم الزاوية

$$\text{ج}^2 = \text{ب}^2 + \text{أ}^2$$

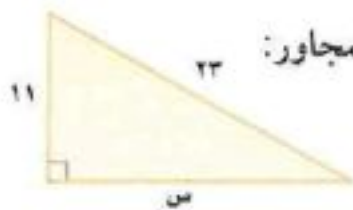
$$^2(17) + ^2(33) = ^2(98)$$

$$289 + 1089 = 9604$$

$$1378 \neq 9604$$

لا، لا





(٢١) هندسة: أجب عن الأسئلة الآتية اعتمادًا على المثلث المجاور:

(أ) ما قيمة س؟

$$\begin{aligned} 2(س) + 2(11) &= 2(23) \\ 2س &= 2(11) - 2(23) \\ 2س &= 408 \\ س &= 20,20 \end{aligned}$$

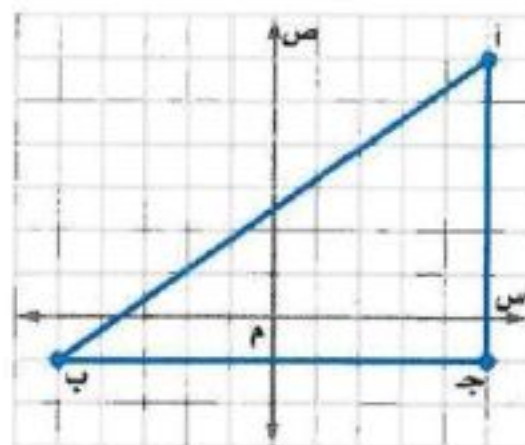
(ب) ما مساحة المثلث؟

$$\frac{1}{2} \text{ طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$111,1 = 11 \times 20,2 \times \frac{1}{2}$$

وحدة مربعة

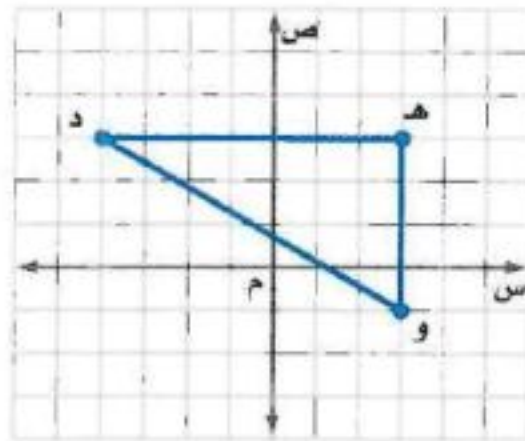
أوجد طول الوتر في المثلثين الآتيين وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة:



(٢٢)

$$\begin{aligned} 2(10) + 2(7) &= 2(ح) \\ 100 + 49 &= 2(ح) \\ 149 &= 2ح \\ 12,21 &= ح \end{aligned}$$

(٢٣)



$$^2(4) + ^2(7) = ^2(\text{ج})$$

$$16 + 49 = ^2(\text{ج})$$

$$65 = ^2\text{ج}$$

$$8,06 = \text{ج}$$

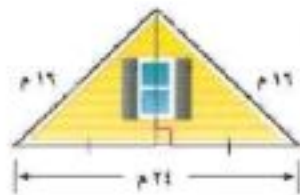
(٢٤) هندسة: أوجد طول قطر مكعب طول ضلعه ٥ سم.

$$^2(5) + ^2(5) = ^2(\text{ج})$$

$$25 + 25 = \text{ج}$$

$$50 = \text{ج}$$

$$\text{ج} = 2\sqrt{5} \text{ سم}$$



(٢٥) منزل: يمثل الشكل المجاور الواجهة العلوية لمنزل عرضها

٢٤ مترًا، وطول الضلعين المائلين لها ١٦ مترًا. أوجد ارتفاع

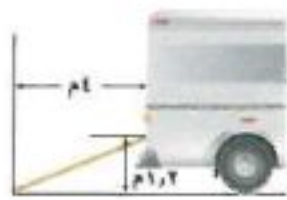
الواجهة مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.

$$^2(\text{ع}) + ^2(12) = ^2(16)$$

$$^2\text{ع} + 124 = 256$$

$$112 = ^2\text{ع}$$

$$\text{ع} = 10,6 \text{ متر}$$



(٢٦) شاحنات: صنع أحمد منحدرًا خشبيًا لسحب مجموعة صناديق على عربة ذات عجلات من مخزنه إلى الشاحنة كما في الشكل. فما طول المنحدر؟

$$^2(4) + ^2(1,2) = ^2(\text{ج})$$

$$\text{ج} = 4,18 \text{ م تقريبًا}$$

(٢٧) هندسة: أوجد طول قطر مربع مساحته ٢٤٢ سم<sup>٢</sup>.

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$$^2\text{ل} = ٢٤٢$$

$$\sqrt{242} = \text{ل}$$

$$^2(\sqrt{242}) + ^2(\sqrt{242}) = ^2(\text{ج})$$

$$242 + 242 = ^2(\text{ج})$$

$$484 = ^2(\text{ج})$$

$$\text{ج} = 22 \text{ سم}$$

إذا كان جـ يمثل طول الوتر في المثلث القائم الزاوية، فأوجد الطول المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة إن كان ذلك ضروريًا:

$$(٢٨) \text{ أ} = \text{س}, \text{ ب} = \text{س} + ٤١, \text{ جـ} = ٨٥$$

$$\text{ج} = ^2\text{ب} + ^2\text{أ}$$

$$^2(85) = ^2(\text{س}) + ^2(41 + \text{س})$$

$$7225 = 82\text{س} + 1681 + 2\text{س} + \text{س}^2$$

$$7225 = 82\text{س} + 1681 + 2\text{س} + \text{س}^2$$

$$0 = 5544 - 82\text{س} + 2\text{س} + \text{س}^2$$

$$0 = 2772 - 41\text{س} + \text{س}^2$$

$$0 = (77 + \text{س})(36 - \text{س})$$

$$\text{س} = 36 \text{ @ } \text{س} = 77 \text{ d}$$

$$\text{أ} = 36$$

$$\text{ب} = 41 + \text{س}$$

$$\text{ب} = 41 + 36$$

$$\text{ب} = 77$$

$$(29) \text{ أ} = 12, \text{ ب} = 2 - \text{س}, \text{ ج} = \text{س}$$

$$\text{ج}^2 = \text{ب}^2 + \text{ا}^2$$

$$\text{س}^2 = \text{س}^2 + (12)^2$$

$$\text{س}^2 = \text{س}^2 - 4 + 4 + 144$$

$$-4 + 4 + 148 = 0$$

$$148 = 4\text{س}$$

$$\text{س} = \frac{148}{4} = 37$$

$$\text{ج} = 37$$

$$\text{ب} = 2 - \text{س}$$

$$\text{ب} = 2 - 37$$

$$\text{ب} = -35$$

$$(30) \text{ أ} = 47 - \text{س}, \text{ ب} = \text{س}, \text{ ج} = 2 + \text{س}$$

$$\text{ج}^2 = \text{ب}^2 + \text{ا}^2$$

$$\text{س}^2 + 2\text{س} + 4 = \text{س}^2 + (47 - \text{س})^2$$

$$\text{س}^2 + 2\text{س} + 4 = \text{س}^2 + 2209 - 94\text{س} + \text{س}^2$$

$$0 = 2209 - 94\text{س} - 4 + 4 - \text{س}^2$$

$$0 = 2205 - 98\text{س} + \text{س}^2$$

$$0 = (\text{س} - 63)(\text{س} - 35)$$

$$\text{س} = 63$$

$$\text{ب} = 63$$

$$\text{ا} = 47 - 63$$

$$\text{ا} = -16$$

$$\text{ج} = 65$$

(٣١) أ = س - ٣٢، ب = س - ١، ج = س

$$ج^2 = ب^2 + أ^2$$

$$س^2 = (س - ٣٢)^2 + (س - ١)^2$$

$$س^2 = س^2 - ٦٤س + ١٠٢٤ + س^2 - ٢س + ١$$

$$٠ = ٦٤س - ١٠٢٤ - ٢س + ١$$

$$٠ = ١٠٢٥ - ٦٦س$$

$$٠ = (٢٥ - س)(٤١ - س)$$

$$٤١ = س$$

$$١ - ٤١ = ب$$

$$٤٠ = ب$$

$$٣٢ - ٤١ = أ$$

$$٩ = أ$$

$$٤١ = ج$$

(٣٢) هندسة: طول أحد ضلعي مثلث قائم الزاوية أقل بمقدار ٨ سم عن طول

الضلع الآخر، وطول وتره ٣٠ سم. أوجد طول كل من ضلعيه.

نفرض أن الوتر ج، طول أحد الأضلاع أ = س والضلع الثالث ب = س - ٨

$$ج^2 = ب^2 + أ^2$$

$$٣٠^2 = (س - ٨)^2 + س^2$$

$$٩٠٠ = س^2 - ١٦س + ٦٤ + س^2$$

$$٠ = ١٦س - ٩٠٠ - ٦٤ + س^2$$

$$٠ = ٨٣٦ - ١٦س$$

$$٠ = ٤١٨ - ٨س$$

$$س = \frac{ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أج}}{٢}$$

$$س = \frac{٤١٨ - ١ \times ٤ - \sqrt{١٦ - ٤ \times ٨ \times ٤١٨}}{٢}$$

$$٢٤,٨٣ = س$$

$$٢٤,٨ = أ = س$$

$$٨ - ٢٤,٨ = ب$$

$$١٦,٨٣ = ب$$



(٣٣) الكعبة المشرفة: باب الكعبة المشرفة مصنوع من الذهب الخالص على

هيئة مستطيل أبعاده التقريبية ٢، ٣م، ٧، ١م. فكم طول قطره؟

$$ج^2 = ٢^2 + ٣^2$$

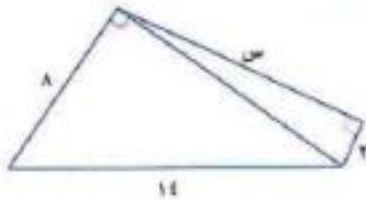
$$ج^2 = (١,٧)^2 + (٣,٢)^2$$

$$ج^2 = ١٣,١٣$$

$$ج = ٣,٦$$

الكعبة المشرفة: 3,6 م تقريبا

## مسائل مهارات التفكير العليا:



(٣٤) تحدّد، أوجد قيمة س في الشكل المجاور؟

$$ج^2 = ب^2 + أ^2$$

$$14^2 = 8^2 + أ^2$$

$$132 = أ^2$$

$$أ = \sqrt{132}$$

$$ج^2 = س^2 + أ^2$$

$$2^2 + س^2 = (\sqrt{132})^2$$

$$4 + س^2 = 132$$

$$س^2 = 132 - 4$$

$$س^2 = 128$$

$$س = \sqrt{128}$$

(٣٥) تبرير: أعطِ مثالاً مضاداً للعبارّة الآتية:

"تساوي مساحتا مثلثين قائمي الزاوية إذا تساوى طول وتريهما".

طول وتر المثلث القائم الزاوية الذي طول ضلعيه ٣سم، ٤سم هو ٥سم

ومساحته ٦سم<sup>٢</sup>

وطول وتر المثلث القائم الذي طول ضلعيه ٢سم، ٢١سم هو ٥سم أيضا

ولكن مساحته ٢١سم<sup>٢</sup> والتي لا تكافئ ٦سم<sup>٢</sup>

(٣٦) اكتشاف الخطأ: يحاول حسام وحازم تحديد إن كانت الأعداد "٣٦، ٧٧، ٨٥" تشكل ثلاثية فيثاغورس. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

حازم	حسام
$36^2 + 77^2 \stackrel{?}{=} 85^2$	$36^2 + 77^2 \stackrel{?}{=} 85^2$
$1296 + 5929 \stackrel{?}{=} 7225$	$1296 + 5929 \stackrel{?}{=} 7225$
$7225 \neq 7221$	$7225 = 7225$
لا	نعم

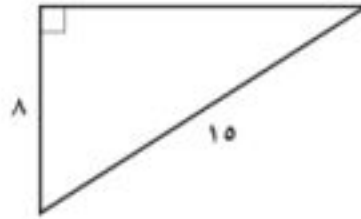
اكتشف الخطأ: **حسام**، يجب أن يساوي مربع العدد الأكبر مجموع مربعي العددين الآخرين حيث عندها تتحقق ثلاثية فيثاغورس

(٣٧) اكتب: وضح كيف تحدّد إن كانت أطوال ثلاث قطع مستقيمة تشكل مثلثاً قائم الزاوية.

بحسب معكوس نظرية فيثاغورس إذا كان  $c^2 = a^2 + b^2$  فإن أ، ب، ج تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية لذا تحقق إن كان مربع العدد الأكبر يساوي مجموع مربعي العددين الآخرين

## تدريب على اختبار

(٣٨) هندسة: أوجد الطول المجهول في الشكل أدناه.



(ج)  $\sqrt{161}$

(أ) 17-

(د) 17

(ب)  $\sqrt{161}$ -

$$ج \quad 8^2 + 2^2 = 17^2$$

$$2^2 + 8^2 = 17^2$$

$$2^2 = 17^2 - 8^2$$

$$2^2 = 161$$

$$2 = \sqrt{161}$$

الاختيار الصحيح: (ج)  $\sqrt{161}$

(٣٩) ما حل المعادلة:  $\sqrt{s+1} = s+1$

(ج) 3

(أ) 3, 0

(د) ليس لها حل

(ب) صفر

$$\sqrt{s+1} = s+1$$

$$s^2 + 2s + 1 = s^2 + 2s + 1$$

$$0 = s^2 + 2s + 1$$

$$0 = (s+1)(s+1)$$

$$0 = s+1$$

$$s = -1$$

الاختيار الصحيح: (ب) صفر

(٤٠) إجابة قصيرة، يتقاضى سبّاك ٤٠ ريالاً عن الساعة الأولى إذا عمل خارج محله، بالإضافة إلى مبلغ ٨ ريالات عن كل  $\frac{1}{4}$  ساعة إضافية. فإذا عمل السبّاك ٤ ساعات، فكم ريالاً يتقاضى؟

$$٤ \text{ ساعات} = ٤٠ + ٨ \times ٦ = ٨٨ \text{ ريالاً}$$

## مراجعة تراكمية

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقّق من صحة الحل:

$$(٤١) \sqrt{١٠س} = ١٠$$

$$\sqrt{١٠س} = ١٠$$

$$١٠ = \sqrt{١٠س}^2$$

$$١٠٠ = ١٠س$$

$$١٠ = س$$

تحقق:

$$\sqrt{١٠ \times ١٠} = ١٠$$

$$\sqrt{١٠٠} = ١٠$$

$$١٠ = ١٠$$

$$(٤٢) \sqrt{١ + س} + ٢ = ٤$$

$$\sqrt{١ + س} = ٤ - ٢$$

$$\sqrt{١ + س} = ٢$$

$$٢ = \sqrt{١ + س}$$

$$٤ = ١ + س$$

$$١ - ٤ = س$$

$$٣ = س$$



تحقق:

$$4 = 2 + 1 + 3 \sqrt{2}$$

$$4 = 2 + 4 \sqrt{2}$$

$$c \quad 4 = 2 + 2$$

$$\sqrt{2s} - 3 = \sqrt{15 - s} \quad (43)$$

$$\sqrt{2s} - 3 = \sqrt{15 - s}$$

$$^2 (\sqrt{2s} - 3) = ^2 (\sqrt{15 - s})$$

$$\sqrt{2s} 6 - s + 9 = 15 - s$$

$$0 = \sqrt{2s} 6 + s - 9 - 15 - s$$

$$0 = \sqrt{2s} 6 + 24 -$$

$$24 = \sqrt{2s} 6$$

$$^2 (4) = ^2 (\sqrt{2s})$$

$$16 = s$$

تحقق:

$$\sqrt{16s} - 3 = \sqrt{15 - 16s}$$

$$d \quad 1 - = \sqrt{1s}$$

لا يوجد حل

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{2} \sqrt{4} - \sqrt{18} \sqrt{2} \quad (44)$$

$$\sqrt{2} \sqrt{4} - \sqrt{3 \times 2 \times 3} \sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt{4} - \sqrt{18} \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \sqrt{4} - \sqrt{2} \sqrt{3} =$$

$$\sqrt{2} - =$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{5} - \sqrt{3} \quad (٤٥)$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{12} = \sqrt{9} + \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{4} \quad (٤٦)$$

$$\sqrt{2 \times 2 \times 3} \sqrt{6} + \sqrt{4} = \sqrt{12} \sqrt{6} + \sqrt{4}$$

$$\sqrt{2 \times 6} + \sqrt{4} =$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{4} =$$

$$\sqrt{16} =$$

أوجد ناتج الضرب في كل ممّا يأتي:

$$(٢ + ب)(٨ + ب) \quad (٤٧)$$

$$(٢ + ب)(٨ + ب)$$

$$١٦ + ٨ب + ٢ب + ٢ب$$

$$١٦ + ١٠ب + ٢ب$$

$$(٩ - س)(٤ - س) \quad (٤٨)$$

$$(٩ - س)(٤ - س)$$

$$٣٦ + ٤س - ٩س - ٢س$$

$$٣٦ + ١٣س - ٢س$$

$$(٨ - ص)(٤ + ص) \quad (٤٩)$$

$$(٨ - ص)(٤ + ص)$$

$$٣٢ - ٤ص + ٨ص - ٢ص$$

$$٣٢ - ٤ص - ٢ص$$

## استعد للدرس اللاحق

حلّ كلّاً من التناسبات الآتية:

$$(50) \quad \frac{12}{3} = \frac{س}{5}$$

$$\frac{12 \times 5}{3} = \frac{س \times 5}{5}$$

$$س = 20$$

$$(51) \quad \frac{3}{4} = \frac{12}{س}$$

$$س \times \frac{3}{4} = \frac{12}{س} \times س$$

$$س \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 12 \times \frac{4}{3}$$

$$س = 16$$

$$(52) \quad \frac{10}{س} = \frac{5}{4}$$

$$س \times \frac{10}{س} = \frac{5}{4} \times س$$

$$10 \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} \times س$$

$$س = 8$$

$$\frac{12}{8+s} = \frac{3}{5} \quad (53)$$

$$\frac{12}{8+s} = \frac{3}{5}$$

$$60 = 24 + 3s$$

$$24 - 60 = 3s$$

$$36 = 3s$$

$$12 = s$$

# الفصل ٩ اختبار منتصف الفصل

الدروس ٩-١ إلى ٩-٤

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$(١) \sqrt{20} \sqrt{2}$$

$$10 = 5 \times 2$$

$$(٢) \sqrt{8} \cdot \sqrt{12}$$

$$\sqrt{6} \sqrt{4} = \sqrt{96}$$

$$(٣) \sqrt{72} \sqrt{5} \sqrt{3}$$

$$6 \sqrt{3} \sqrt{2} \sqrt{3} \sqrt{2} \sqrt{3}$$

$$(٤) \frac{3}{\sqrt{5}+1}$$



$$\frac{(\sqrt{5}u-1)^3}{(\sqrt{5}u-1)(\sqrt{5}u+1)}$$

$$\frac{\sqrt{5}u^3-3}{4-} = \frac{(\sqrt{5}u-1)^3}{5-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{v}-o} \text{ (o)}$$

$$\frac{(\sqrt{7}u+5)}{(\sqrt{7}u-5)(\sqrt{7}u+5)}$$

$$\frac{(\sqrt{7}u+5)}{18} = \frac{(\sqrt{7}u+5)}{7-25}$$

٦) اختيار من متعدد، أيُّ القيم التالية تساوي  $\sqrt{\frac{16}{32}}$  ؟

(الدرس ٩-١)

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (ج)}$$

٤ (د)

$$\frac{1}{2} \text{ (i)}$$

$$2 \text{ (ب)}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt{5} + \sqrt{3} \quad (7)$$

$$2\sqrt{8} =$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{7} \quad (8)$$

$$11\sqrt{2} - =$$

$$5\sqrt{4} + \sqrt{6} \quad (9)$$

$$25 \times 2\sqrt{4} + 2\sqrt{6} =$$

$$2\sqrt{20} + 2\sqrt{6} =$$

$$2\sqrt{26} =$$

$$\sqrt{8} - \sqrt{7} \quad (10)$$

$$16 \times 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} =$$

$$3\sqrt{4} - 3\sqrt{3} =$$

$$3\sqrt{3} - =$$

$$(7 \cdot 2) \cdot 3 \cdot 4 \quad (11)$$

$$(2 \times 3 \cdot 2) \cdot 3 \cdot 4 =$$

$$2 \cdot 24 =$$

$$(5 \cdot 2) \cdot 2 \cdot 3 \quad (12)$$

$$(5 \cdot 2) \cdot 4 \cdot 3 =$$

$$60 =$$

$$(3 \cdot 2 + 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 + 5) \quad (13)$$

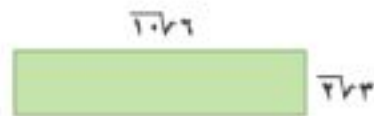
$$(3 \cdot 2 + 5 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 + 5) =$$

$$21 \cdot 2 + [(14 \cdot 2 + 15) \cdot 2] + 100 =$$

$$21 \cdot 2 + 35 \cdot 4 + 15 \cdot 2 + 10 =$$

$$30,3 \approx$$

١٤) هندسة: أوجد مساحة المستطيل أدناه.



$$\text{مساحة المستطيل} = 3 \times 6 =$$

$$= 18$$

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$15) \sqrt{x-1} = 4$$

$$\sqrt{x-1} = 4$$

$$\sqrt{x-1} = 4$$

$$(\sqrt{x-1})^2 = 4^2$$

$$x-1 = 16$$

$$x = 17$$

التحقق:

$$\sqrt{17-1} = 4$$

C

$$4 = 4$$

$$6 = \sqrt{2 - b} \quad (16)$$

$$6^2 = (2 - b)$$

$$36 = 2 - b$$

$$38 = b$$

التحقق:

$$6 = \sqrt{2 - 38}$$

$$c \quad 6 = \sqrt{36}$$

$$4 = \sqrt{15 - s} \quad (17)$$

$$4^2 = 15 - s$$

$$16 - 15 = s$$

التحقق:

$$4 = \sqrt{15 - 1}$$

$$c \quad 4 = \sqrt{16}$$



$$(18) \sqrt[3]{32 - 2s} = s$$

$$3s^2 = 32 - 2s$$

$$3s^2 = 2s - 32$$

$$2s^2 = 32$$

$$s^2 = 16$$

$$s = 4$$

التحقق:

$$4 = \sqrt[3]{32 - 2(4)} \quad \text{ن}$$

$$4 = \sqrt[3]{32 - 48} \quad \text{ن}$$

$$c \quad 4 = \sqrt[3]{16} \quad \text{ن}$$

$$(19) \sqrt[2]{1 - 2s} = 7 - s$$

$$2s^2 = 1 - (7 - s)^2$$

$$2s^2 = 1 - 49 + 28s - 2s^2$$

$$4s^2 = 28s - 48$$

$$4s^2 = 30s - 50$$

$$2s^2 = 15s - 25$$

$$s = 0$$

$$\frac{5}{2} = \text{س}$$

$$\text{c} \quad 7 - 10 = \sqrt{1 - 10} \text{ü}$$

$$3 = \sqrt{9} \text{ü}$$

$$\text{c} \quad 2 - = \sqrt{4} \text{ü}$$

$$\text{ع} = 2 + \sqrt{1 + \text{س}} \quad (20)$$

$$2 - 4 = \sqrt{1 + \text{س}} \text{ü}$$

$$2^2 = 1 + \text{س}$$

$$1 - \text{ع} = \text{س}$$

$$3 = \text{س}$$

التحقق:

$$4 = 2 + \sqrt{1 + 3} \text{ü}$$

$$\text{c} \quad \text{ع} = 2 + 2$$

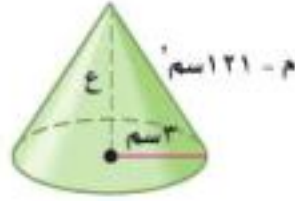
(٢١) هندسة: قانون المساحة الجانبية لمخروط، يعطى بالصيغة

$$م = ط \sqrt{نق^2 + ع^2}$$

حيث نق طول نصف قطر القاعدة،

ع ارتفاع المخروط، استخدم هذه الصيغة لحساب ارتفاع

المخروط أدناه. (الدرس ٣-٩)



$$3ط \sqrt{ن^2 + 9ع^2} = 121$$

$$(121)^2 = 9ط^2 (ن^2 + 9ع^2)$$
$$81 = 9ط^2 (ن^2 + 9ع^2)$$

$$799 - 14641 = 89 + 2ع$$

$$13664 = 2ع$$

$$ع \approx 117$$

(٢٢) اختيار من متعدد: أيُّ الأطوال التالية تشكِّل أطوال أضلاع

مثلث قائم الزاوية؟ (الدرس ١-٩)

(أ) ١٥، ١٢، ٩

(ب) ١٢، ٦، ٦

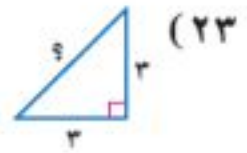
(ج) ٨، ٤، ٣

(د) ٣، ٥، ٣

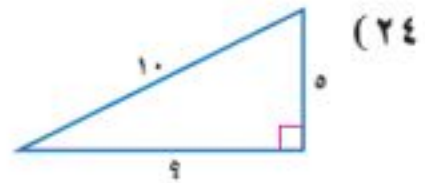
$$9^2 + 12^2 = 15^2$$

$$81 + 144 = 225$$

أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلثٍ ممَّا يأتي، وقرب الحل  
إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٩-٤)



$$4,2 \approx \sqrt{18} = 9 + 9$$



$$8,7 \approx \sqrt{75} = 25 - 10$$

# المسافة بين نقطتين

٥-٩

## تحقق

أوجد المسافة بين النقطتين  
١) (٢، ٤)، (١-، ٣-)

$$(٢، ٤) (١-، ٣-)$$

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (4 - (-3))^2}$$

$$f = \sqrt{(3)^2 + (7)^2}$$

$$f = \sqrt{9 + 49}$$

$$f = \sqrt{58}$$

١ب) (٢-، ٧-)، (٨-، ٥-)

$$(٢-، ٧-) (٨-، ٥-)$$

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(2 - (-8))^2 + (7 - (-5))^2}$$

$$f = \sqrt{36 + 40}$$

$$f = \sqrt{40}$$

$$f = 2\sqrt{10}$$



(٢) يوصي صانعو مكبرات الصوت (الميكروفونات) بوضعها على مسافة لا تقل عن ٨ أقدام من مكان الجلوس. فإذا وضع ميكروفون في النقطة (٩، ٠)، فهل غرفة صالح مناسبة لوضع الجهاز؟ فسّر ذلك.

$$f = \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(7 - 0)^2 + (2 - 9)^2}$$

$$f = \sqrt{49 + 49}$$

$$f = \sqrt{98}$$

$$f = 9.89$$

نعم، المسافة =  $\sqrt{98} = 9.9$  أقدام تقريباً

(٣) أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين النقطتين (٢، أ)، (-٦، ٢) تساوي ١٠ وحدات.

$$f = \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(a - 2)^2 + (-6 - 2)^2}$$

$$f = \sqrt{a^2 - 4a + 4 + 64}$$

$$f^2 = a^2 - 4a + 68$$

$$100 = a^2 - 4a + 68$$

$$32 = a^2 - 4a$$

$$0 = a^2 - 4a - 32$$

$$0 = (a + 4)(a - 8)$$

$$a = 8 \text{ أو } a = -4$$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين:

$$(أ) (3, 8), (3, 12)$$

$$\left( \frac{ص_1 + ص_2}{2}, \frac{س_1 + س_2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{3 + 3}{2}, \frac{12 + 8}{2} \right) = م$$

$$(3, 10) = م$$

$$(ب) (0, 0), (12, 5)$$

$$\left( \frac{ص_1 + ص_2}{2}, \frac{س_1 + س_2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{0 + 12}{2}, \frac{0 + 5}{2} \right) = م$$

$$(6, \frac{5}{2}) = م$$

$$(ج) (4, 3), (8, 6)$$

$$\left( \frac{ص_1 + ص_2}{2}, \frac{س_1 + س_2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{4 + 8}{2}, \frac{3 + 6}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{12}{2}, \frac{9}{2} \right) = م$$

$$(6, \frac{9}{2}) = م$$



أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

(١)  $(٨, ١٢), (٢, ٦)$

$$\begin{aligned} & (٨, ١٢) (٢, ٦) \\ & \sqrt{(١ص - ٢ص)^2 + (١س - ٢س)^2} = \text{ف} \\ & \sqrt{(٨ - ٢)^2 + (١٢ - ٦)^2} = \text{ف} \\ & \sqrt{(١٠)^2 + (٦)^2} = \text{ف} \\ & \sqrt{١٠٠ + ٣٦} = \text{ف} \\ & \sqrt{١٣٦} = \text{ف} \\ & \sqrt{٣٤} \times ٢ = \text{ف} \end{aligned}$$

(٢)  $(٦, ٣), (٨, ٤)$

$(٦, ٣) (٨, ٤)$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(١ص - ٢ص)^2 + (١س - ٢س)^2} = \text{ف} \\ & \sqrt{(٨ - ٦)^2 + (٤ - ٣)^2} = \text{ف} \\ & \sqrt{(٢)^2 + (١)^2} = \text{ف} \\ & \sqrt{٤ + ١} = \text{ف} \\ & \sqrt{٥} = \text{ف} \\ & \sqrt{٥} \times ١ = \text{ف} \end{aligned}$$

$$(3, -5), (-2, -4) \quad (3)$$

$$(3, -5) \quad (-2, -4)$$

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (-5 - (-4))^2}$$

$$f = \sqrt{(1)^2 + (3)^2}$$

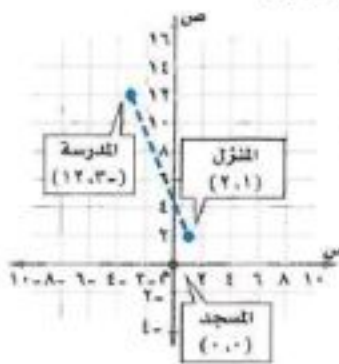
$$f = \sqrt{10}$$

٤) مسافات: في المستوى الإحداثي المجاور، يقع منزل عم عند

النقطة (٢، ١)، والمدرسة عند النقطة (-٣، ١٢). فإذا كان

المسجد يقع عند النقطة (٠، ٠)، وطول ضلع كل مربع في

المستوى الإحداثي كيلومتر واحد، فأوجد:



أ) المسافة بين منزل عمر والمدرسة.

$$f = \sqrt{29} = 10.77 \text{ كلم تقريبا}$$

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(2 - (-3))^2 + (1 - 12)^2}$$

$$f = \sqrt{(10)^2 + (4)^2}$$

$$f = \sqrt{100 + 16}$$

$$f = \sqrt{116}$$

$$f = \sqrt{29} = 10.77 \text{ كلم تقريبا}$$

ب) المسافة بين منزل عمر والمسجد.

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(2 - 0)^2 + (1 - 0)^2}$$

$$f = \sqrt{(2)^2 + (1)^2}$$

$$f = \sqrt{5} = 2.24 \text{ كلم تقريبا}$$

في الأسئلة ٥-٨ أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما.

$$(٥) \quad \overline{٨٩} \sqrt{v} = \text{ف}; (١, ٣), (أ, ٥-)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(١-ص_٢)^2 + (٣-ص_١)^2} &= \text{ف} \\ \sqrt{(١-١)^2 + (٣-٥)^2} &= \overline{٨٩} \\ \sqrt{٠ + ٤} &= \overline{٨٩} \\ \sqrt{٤} &= \overline{٨٩} \\ ٢ &= \overline{٨٩} \\ ٢ &= ٨٩ \\ ٠ &= ٨٧ \\ ٠ &= (٦-١)(٤+١) \\ ٤ &= ١ \\ ٦ &= ١ \end{aligned}$$

$$(٦) \quad \overline{١٧} \sqrt{v} = \text{ف}; (٠, ٥), (أ, ٦)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(٠-ص_٢)^2 + (٥-ص_١)^2} &= \text{ف} \\ \sqrt{(٠-١)^2 + (٥-٦)^2} &= \overline{١٧} \\ \sqrt{١ + ١} &= \overline{١٧} \\ \sqrt{٢} &= \overline{١٧} \\ ٢ &= ١٧ \\ ١٦ &= ١ - ١٧ = ٢ \\ \overline{١٦} &= ١ \\ ٤ \pm &= ١ \\ ٤ = ١ \text{ أو } ٤ - &= ١ \end{aligned}$$



$$\sqrt{5} \sqrt{3} = \text{ف} ; (2, \text{أ}), (8, 5) \quad (7)$$

$$\sqrt{{}^2({}_1\text{ص} - {}_2\text{ص}) + {}^2({}_1\text{س} - {}_2\text{س})} \Big|_{\text{أ}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{{}^2(2-8) + {}^2(5-\text{أ})} \Big|_{\text{أ}} = \sqrt{5} \sqrt{3}$$

$${}^2(2-8) + {}^2(5-\text{أ}) = {}^2(\sqrt{5} \sqrt{3})$$

$$36 + (10 - 25 + \text{أ}^2) = 45$$

$$10 - 25 + \text{أ}^2 = 36 - 45$$

$$10 - \text{أ}^2 = 25 - 9$$

$$10 - \text{أ}^2 = 16 -$$

$$0 = 16 + 10 - \text{أ}^2$$

$$0 = (8 - \text{أ})(2 - \text{أ})$$

$$2 = \text{أ}$$

$$8 = \text{أ}$$

$$8 = \text{أ} \text{ أو } 2 = \text{أ}$$

$$\sqrt{10} \sqrt{4} = \text{ف} ; (2, 6-), (6, \text{أ}) \quad (8)$$

$$\sqrt{{}^2({}_1\text{ص} - {}_2\text{ص}) + {}^2({}_1\text{س} - {}_2\text{س})} \Big|_{\text{أ}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{{}^2(6-2) + {}^2(\text{أ}-6-)} \Big|_{\text{أ}} = \sqrt{10} \sqrt{4}$$

$$16 + (12 + \text{أ}^2 + 36) = 160$$

$$12 + \text{أ}^2 - 16 - 36 = 160$$

$$0 = 108 - 12 + \text{أ}^2$$

$$0 = (6 - \text{أ})(18 + \text{أ})$$

$$18 - = \text{أ}$$

$$6 = \text{أ}$$

$$18 - = \text{أ} \text{ أو } 6 = \text{أ}$$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(٨,٥), (١٠, -٥) \quad (٩)$$

$$(٨, ٥), (١٠, -٥)$$

$$\left( \frac{ص_١ + ص_٢}{2}, \frac{س_١ + س_٢}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{١٠-٨}{2}, \frac{٥+(-٥)}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{2}{2}, \frac{0}{2} \right) = م$$

$$(1, 0) = م$$

$$(٢, ٦), (٢, -٢) \quad (١٠)$$

$$(٢, ٦), (٢, -٢)$$

$$\left( \frac{ص_١ + ص_٢}{2}, \frac{س_١ + س_٢}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{2-2}{2}, \frac{٦+(-٢)}{2} \right) = م$$

$$(0, 2) = م$$

$$(0, 2) = م$$

$$(٣, ٠), (٠, ٥) \quad (١١)$$

$$(٣, ٠), (٠, ٥)$$

$$\left( \frac{ص_١ + ص_٢}{2}, \frac{س_١ + س_٢}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{٠+٣}{2}, \frac{٥+٠}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right) = م$$

$$(8, 2), (17, 3) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & (8, 2), (17, 3) \\ & \left( \frac{2\text{ص} + 1\text{ص}}{2}, \frac{2\text{س} + 1\text{س}}{2} \right) = \text{م} \end{aligned}$$

$$\left( \frac{8-17}{2}, \frac{3+2}{2} \right) = \text{م}$$

$$\left( \frac{25}{2}, \frac{5}{2} \right) = \text{م}$$

$$(10, 4), (2, 2-) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & (10, 4), (2, 2-) \\ & \left( \frac{2\text{ص} + 1\text{ص}}{2}, \frac{2\text{س} + 1\text{س}}{2} \right) = \text{م} \end{aligned}$$

$$\left( \frac{10+2}{2}, \frac{2-4}{2} \right) = \text{م}$$

$$\left( \frac{12}{2}, @ \right) = \text{م}$$

$$(6, 1) = \text{م}$$

$$(3, 3), (10, 3) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & (3, 3), (10, 3) \\ & \left( \frac{2\text{ص} + 1\text{ص}}{2}, \frac{2\text{س} + 1\text{س}}{2} \right) = \text{م} \end{aligned}$$

$$\left( \frac{10+3}{2}, \frac{3+3}{2} \right) = \text{م}$$

$$\left( \frac{13}{2}, @ \right) = \text{م}$$

# تدرب وحل المسائل:



أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

(٧،٥)،(٨،٥) (١٥)

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = d$$

$$\sqrt{(8 - 7)^2 + (5 - 5)^2} = d$$

$$\sqrt{(1)^2 + (0)^2} = d$$

$$\sqrt{1 + 0} = d$$

$$\sqrt{1} = d$$

$$1 = d$$

(٩-،٩)،(٩-،٦) (١٦)

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = d$$

$$\sqrt{(9 - 9)^2 + (6 - 9)^2} = d$$

$$\sqrt{0 + 9} = d$$

$$\sqrt{9} = d$$

$$3 = d$$

(٢،٧)،(٣-،٣) (١٧)

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = d$$

$$\sqrt{(2 - 3)^2 + (3 - 7)^2} = d$$

$$\sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = d$$

$$\sqrt{1 + 16} = d$$

$$\sqrt{17} = d$$

(۱۰، ۳)، (۸، ۷-) (۱۸)

$$\begin{aligned} & \sqrt{{}^2({}_1\text{ص} - {}_2\text{ص}) + {}^2({}_1\text{س} - {}_2\text{س})} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{{}^2(8 - 10) + {}^2(7 + 3)} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{{}^2(2) + {}^2 10} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{4 + 100} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{26} \bar{u} 2 = \sqrt{104} \bar{u} = \text{ف} \end{aligned}$$

(۴-، ۳)، (۹، ۱۱-) (۱۹)

$$\begin{aligned} & \sqrt{{}^2({}_1\text{ص} - {}_2\text{ص}) + {}^2({}_1\text{س} - {}_2\text{س})} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{{}^2(9 - 4 -) + {}^2(11 + 3)} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{{}^2(13 -) + {}^2 14} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{169 + 196} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{365} \bar{u} = \text{ف} \end{aligned}$$

(۳-، ۵)، (۵، ۳-) (۲۰)

$$\begin{aligned} & \sqrt{{}^2({}_1\text{ص} - {}_2\text{ص}) + {}^2({}_1\text{س} - {}_2\text{س})} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{{}^2(5 - 3 -) + {}^2(3 + 5)} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{{}^2(8 -) + {}^2 8} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{64 + 64} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{128} \bar{u} = \text{ف} \\ & \sqrt{2} \bar{u} 8 = \text{ف} \end{aligned}$$





(٢١) تحديد مواقع، أراد سعد وجمال أن يلتقيا في مطعم السفينة. فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم، في حين استعمل جمال سيارته، علماً بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومتراً واحداً.

(أ) ما المسافة التي قطعها سعد؟

$$(5, 3), (0, 2)$$

$$f = \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(5 - 0)^2 + (3 - 2)^2}$$

$$f = \sqrt{100}$$

$$f = 10$$

إذن المسافة التي قطعها سعد = ١٠ كلم

(ب) ما المسافة التي قطعها جمال؟

$$(0, 2), (5, 3)$$

$$f = \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(5 - 0)^2 + (3 - 2)^2}$$

$$f = \sqrt{50}$$

$$f = \sqrt{50} = 7.07 \text{ كلم تقريباً}$$

إذن المسافة التي قطعها سعد =  $\sqrt{50} = 7.07$  كلم تقريباً

ج) ما النسبة بين المسافة التي قطعها سعد إلى المسافة التي قطعها جمال؟

النسبة بين سعد وجمال =  $100 : \sqrt{50}$

$$\frac{\sqrt{50} \cdot 10}{50} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{50}} \times \frac{10}{\sqrt{50}}$$

$$\frac{\sqrt{50}}{5} =$$

$$\frac{5 \times 2 \times 5}{5} =$$

$$\frac{2 \times 5}{5} =$$

$$2 = 1.41 \text{ تقريباً}$$

في الأسئلة ٢٢-٢٥ أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ)، مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما:

$$22) (2, -9), (5, 0); \text{ ف} = 7$$

$$(2, -9), (0, 5); \text{ ف} = 7$$

$$\text{ف} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(2+5)^2 + (9+0)^2} = 7$$

$$\text{ف} = \sqrt{(7)^2 + 18 + 81 + 0}$$

$$\text{ف} = \sqrt{49 + 18 + 81 + 0}$$

$$\sqrt{18 + 130 + 0} = 7$$

$$\sqrt{18 + 130 + 0} = 49$$

$$\sqrt{18 + 0} = 130 - 49$$

$$0 = 81 + 18 + 0$$

$$0 = (9+0)(9+0)$$

$$9 = 0$$

$$10 = \text{ف} \quad (23) \quad (6, -1), (-2, 5)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \text{ف}$$

$$\sqrt{(6+2)^2 + (-1-5)^2} = 10$$

$$64 + 10 + 25 + 2i = 10$$

$$89 + 10 + 2i = 100$$

$$0 = 11 - 10 + 2i$$

$$0 = (1-i)(11+i)$$

$$11 - i = i$$

$$1 = i$$

$$2\sqrt{2} = \text{ف} \quad (24) \quad (1, 3), (0, 1)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \text{ف}$$

$$\sqrt{(1-0)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$1 + 6 - 9 + 2i = 2\sqrt{2}$$

$$10 + 6 - 2i = 2$$

$$0 = 8 + 6 - 2i$$

$$0 = (4-i)(2-i)$$

$$2 = i$$

$$4 = i$$

$$5\sqrt{2} = \text{ف} \quad (25) \quad (4, 8), (1, 4)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \text{ف}$$

$$\sqrt{(4-1)^2 + (8-4)^2} = 5\sqrt{2}$$

$$16 + 8 - 16 + 2i = 20$$

$$8 - 2i = 32 - 20$$

$$0 = 12 + 8 - 2i$$

$$0 = (6-i)(2-i)$$

$$2 = i$$

$$6 = i$$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(26) (3, 7), (2, 0)$$

$$\left( \frac{ص_2 + ص_1}{2}, \frac{س_2 + س_1}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{2+3}{2}, \frac{7+0}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{5}{2}, \frac{7}{2} \right) = م$$

$$(27) (6, -3), (2, -5)$$

$$\left( \frac{ص_2 + ص_1}{2}, \frac{س_2 + س_1}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{2-6}{2}, \frac{-5-3}{2} \right) = م$$

$$(-2, -4) = م$$

$$(28) (14, 0), (0, -4)$$

$$\left( \frac{ص_2 + ص_1}{2}, \frac{س_2 + س_1}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{14+0}{2}, \frac{0-4}{2} \right) = م$$

$$(7, -2) = م$$

$$(29) (5, -8), (3, -10)$$

$$\left( \frac{ص_2 + ص_1}{2}, \frac{س_2 + س_1}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{3-5}{2}, \frac{-10-8}{2} \right) = م$$

$$(-1, -9) = م$$

$$(3-, 3), (0, 0-) (30)$$

$$\left( \frac{2ص + 1ص}{2}, \frac{2س + 1س}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{5+3-}{2}, \frac{5-3}{2} \right) = م$$

$$(1, 1-) = م$$

$$(3-, 4-), (7-, 16-) (31)$$

$$\left( \frac{2ص + 1ص}{2}, \frac{2س + 1س}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{7-3-}{2}, \frac{16-4-}{2} \right) = م$$

$$(5-, 10-) = م$$

أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$\left( \frac{2}{3}, 6 \right), (2, 4) (32)$$

$$\sqrt{(ص_1 - ص_2)^2 + (س_1 - س_2)^2} = ف$$

$$\sqrt{\left( 2 - \frac{2}{3} \right)^2 + (4 - 6)^2} = ف$$

$$\sqrt{\left( \frac{6-2-}{3} \right)^2 + (2)^2} = ف$$

$$\sqrt{\frac{64}{9} + 4} = \sqrt{\left( \frac{8-}{3} \right)^2 + 4} = ف$$

$$\sqrt{\frac{100}{9}} = \sqrt{\frac{64+36}{9}} = ف$$

$$3\frac{1}{3} = \frac{10}{3} = ف$$



$$\left(\frac{1}{2}, 2\right), \left(1, \frac{4}{5}\right) \quad (33)$$

$$\sqrt{{}^2({}_1\text{ص} - {}_2\text{ص}) + {}^2({}_1\text{س} - {}_2\text{س})} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{{}^2\left(\frac{1}{2} + 1 -\right) + {}^2\left(\frac{4}{5} - 2\right)} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{{}^2\left(\frac{1-}{2}\right) + {}^2\left(\frac{4-10}{5}\right)} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{{}^2\left(\frac{1-}{2}\right) + {}^2\left(\frac{6}{5}\right)} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{36}{25}} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{\frac{25+144}{100}} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{\frac{169}{100}} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$1\frac{3}{10} = \frac{13}{10} = \text{ف}$$

$$(1, 5\sqrt{6}), (7, 5\sqrt{4}) \quad (34)$$

$$\sqrt{{}^2({}_1\text{ص} - {}_2\text{ص}) + {}^2({}_1\text{س} - {}_2\text{س})} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{{}^2(7 - 1) + {}^2(5\ddot{\text{u}}4 - 5\ddot{\text{u}}6)} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{{}^2(6 -) + {}^2(5\ddot{\text{u}}2)} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{36 + 20} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$\sqrt{56} \ddot{\text{u}} = \text{ف}$$

$$14\ddot{\text{u}}2 = \text{ف}$$

٣٥) هندسة: أوجد محيط الشكل الرباعي أ ب ج د الذي رؤوسه أ(-٣، ٤)، ب(-١، ٤)، ج(٤، ٥)، د(٦، ٥)، ثم قَرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\sqrt{{}^2(ص_1 - ص_2) + {}^2(س_1 - س_2)} = \text{ف (ب)}$$

$$\sqrt{{}^2(4+4) + {}^2((3-) - 1-)} = \text{ف (ب)}$$

$$\sqrt{{}^2(8) + {}^2(2)} = \text{ف (ب)}$$

$$\sqrt{64+4} = \text{ف (ب)}$$

$$\sqrt{68} = \text{ف (ب)}$$

$$\sqrt{{}^2(ص_1 - ص_2) + {}^2(س_1 - س_2)} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{{}^2(4-5) + {}^2(1+4)} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{1+25} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{26} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{{}^2(ص_1 - ص_2) + {}^2(س_1 - س_2)} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{{}^2(5-5-) + {}^2(4-6)} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{{}^2(10-) + {}^2(2)} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{100+4} = \text{ف (بج)}$$

$$\sqrt{104} = \text{ف (بج)}$$

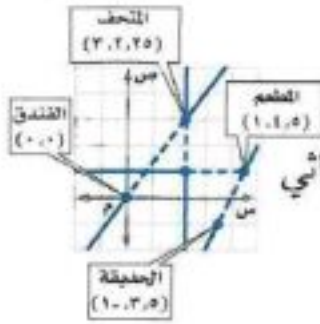
$$\sqrt{{}^2(ص_1 - ص_2) + {}^2(س_1 - س_2)} = \text{ف (د)}$$

$$\sqrt{{}^2(4+5-) + {}^2(3+6)} = \text{ف (د)}$$

$$\sqrt{{}^2(1-) + {}^2(9)} = \text{ف (د)}$$

$$\sqrt{82} = \text{ف (د)}$$

محيط الشكل الرباعي =  $\sqrt{68} + \sqrt{104} + \sqrt{26} + \sqrt{82} = 32,6$  وحدات



٣٦) سياحة: يستعمل أحمد نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) للانتقال من الفندق إلى المتحف الوطني وإلى المطعم ثم إلى الحديقة العامة، ويمثل طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي ٥٠٠ م. قرب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.  
 أ) ما المسافة التي يقطعها من الفندق إلى المتحف؟

$$\begin{aligned} \text{ف} &= \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2} \\ \text{ف} &= \sqrt{(3 - 0)^2 + (2,25 - 0)^2} \\ \text{ف} &= \sqrt{3,75} = 14,0625 \\ \text{ف} &= 500 \times 3,75 = 14,0625 \\ \text{ف} &= 1875 \text{ م} \end{aligned}$$

ب) ما المسافة بين المتحف والمطعم؟

$$\begin{aligned} \text{ف} &= \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2} \\ \text{ف} &= \sqrt{(3 - 1)^2 + (2,25 - 4,5)^2} \\ \text{ف} &= \sqrt{3,01039} = 4 + 5,0625 \\ \text{ف} &= 500 \times 3,01039 \\ \text{ف} &= 1505,20 \text{ م} \end{aligned}$$

ج) أوجد المسافة المباشرة من الحديقة العامة إلى الفندق؟

$$\begin{aligned} \text{ف} &= \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2} \\ \text{ف} &= \sqrt{(1 + 0)^2 + (3,5 - 0)^2} \\ \text{ف} &= \sqrt{3,64} = 1 + 12,25 \\ \text{ف} &= 500 \times 3,64 \\ \text{ف} &= 1820,03 \text{ م} \end{aligned}$$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(37) \quad (3, -2, 5), (2, 5, 4, 25)$$

$$\left( \frac{ص_1 + 2ص_2}{2}, \frac{س_1 + 2س_2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{3 - 2,5}{2}, \frac{2,5 + 4,25}{2} \right) = م$$

$$(0,25 - , 3,375) = م$$

$$(38) \quad \left( \frac{5}{2}, 3- \right), \left( \frac{1}{2}, -5 \right)$$

$$\left( \frac{ص_1 + 2ص_2}{2}, \frac{س_1 + 2س_2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{\frac{1}{2} - \frac{5}{2}}{2}, \frac{5 + 3-}{2} \right) = م$$

$$(1 , 1) = م$$

$$(39) \quad \left( \frac{5}{2}, \frac{1}{3} \right), \left( \frac{1}{5}, -\frac{2}{5} \right)$$

$$\left( \frac{ص_1 + 2ص_2}{2}, \frac{س_1 + 2س_2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{\frac{1}{5} - \frac{5}{2}}{2}, \frac{\frac{2}{5} + \frac{1}{3}}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{\frac{23}{10}}{2}, \frac{\frac{11}{15}}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{23}{30}, \frac{11}{30} \right) = م$$



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٤٠) تحدّد: إذا كانت أ (-٧، ٣)، ب (٤، ٠)، ج (-٤، ٤) إحداثيات رؤوس مثلث، فناقش طريقتين مختلفتين لتحديد ما إذا كان المثلث أ ب ج قائم الزاوية أم لا.  
إحدى الطرق هي إيجاد الميل لكل معكوس سالب ميل الآخر فإن المثلث قائم الزاوية، أما الطريقة الأخرى فهي إيجاد المسافة بين كل زوج من النقاط ثم تتحقق من إمكانية تطبيق معكوس نظرية فيثاغورس.

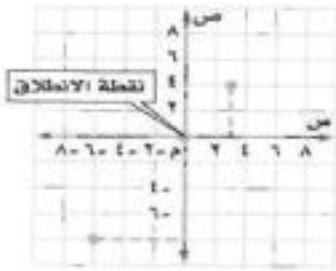
(٤١) تبرير: فسّر لماذا تكون هناك قيمتان ممكنتان عند البحث عن الإحداثي المجهول لنقطة عند إعطاء إحداثيات نقطتين والمسافة بينهما.  
يتطلب قانون المسافة بين نقطتين تربيع القيم وعند تعويض الإحداثيات والمتغير أ في القانون وتبسيطه فإن النتيجة تكون معادلة تربيعية ينتج عن حلها قيمتان ممكنتان للمتغير أ.

(٤٢) اكتب: وضح كيف يرتبط قانون نقطة المنتصف، بإيجاد المتوسط الحسابي.  
لإيجاد المتوسط الحسابي لعدد من فئاتك تجمعها وتقسّم الناتج على ٢،  
ولإيجاد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتين  
تجمع الإحداثيين السينيين وكذلك الإحداثيين الصاديين وتقسّم ناتج كل من  
المجموعين على ٢، وبهذا فإنك تجد المتوسط الحسابي لكل من الإحداثيين  
السينيين والإحداثيين الصاديين.



## تدريب على اختبار

٤٣) إجابة قصيرة، انطلق قاربان من الموقع نفسه وفي الوقت نفسه، فاتجه أحدهما شرقاً ثم شمالاً. أما الآخر فاتجه جنوباً ثم غرباً. ما المسافة بينهما؟



$$(٤, ٣) \quad (٨, -٦)$$

$$ف = \sqrt{(ص_1 - ص_2)^2 + (س_1 - س_2)^2}$$

$$ف = \sqrt{(٤ - ٨)^2 + (٣ - (-٦))^2}$$

$$ف = \sqrt{٢٢٥} = \sqrt{١٢٤ + ٨١}$$

$$١٥ = ف$$

المسافة بينهما = ١٥ وحدة

٤٤) إذا كانت (ل) تمثل منارة، و(ب) سفينة، ويوجد قارب صيد في منتصف المسافة بين ل و ب. فأَيّ الإحداثيات الآتية تمثل موقع القارب؟

(ج)  $(٢, \frac{١}{٢})$

(أ)  $(\frac{١}{٢}, ٢)$

(د)  $(٥, \frac{١}{٢})$

(ب)  $(\frac{١}{٢}, ١)$

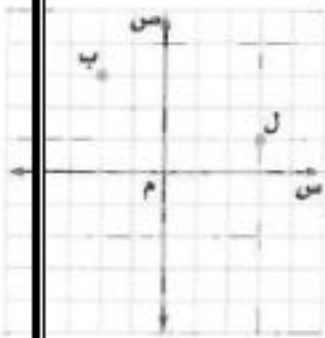
$$(٣, ٢), (١, ٣)$$

$$م = \left( \frac{ص_1 + ص_2}{2}, \frac{س_1 + س_2}{2} \right)$$

$$\left( \frac{٤}{2}, \frac{١}{2} \right) = \left( \frac{١+٣}{2}, \frac{٣+٢}{2} \right) = م$$

$$\left( ٢, \frac{١}{2} \right) = م$$

الاختيار الصحيح: (ج)  $\left( ٢, \frac{١}{2} \right)$



## مراجعة تراكمية

إذا كان جـ يمثل طول الوتر في المثلث القائم الزاوية، فأوجد الطول المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الحل إلى أقرب جزء من مئة:

$$(٤٥) \text{ أ} = ١٦, \text{ ب} = ٦٣, \text{ ج} = ?$$

$$\text{ج} = \sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}$$

$$\text{ج} = \sqrt{16^2 + 63^2}$$

$$\text{ج} = \sqrt{256 + 3969}$$

$$\text{ج} = \sqrt{256 + 3969}$$

$$\text{ج} = \sqrt{256 + 3969}$$

$$\text{ج} = 65$$

$$(٤٦) \text{ أ} = \sqrt{112}, \text{ ب} = 3, \text{ ج} = ?$$

$$\text{ج} = \sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}$$

$$\text{ج} = \sqrt{112^2 + 3^2}$$

$$\text{ج} = \sqrt{112 + 9}$$

$$\text{ج} = \sqrt{121}$$

$$\text{ج} = 11$$

$$(٤٧) \text{ أ} = 9, \text{ ج} = 14, \text{ ب} = ?$$

$$\text{ج} = \sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}$$

$$14 = \sqrt{9 + \text{ب}^2}$$

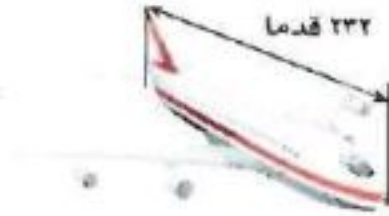
$$14^2 = 9 + \text{ب}^2$$

$$\text{ب} = \sqrt{115}$$

$$\text{ب} = 10,72$$

(٤٨) **طيران** : يمكن تمثيل العلاقة بين طول طائرة (ل) بالأقدام، والوزن المناسب لأجنحتها (ب) بالأرطال بالمعادلة  $ل = ك ب$  ،

الوزن  
٨٧٠٠٠٠ رطلًا



حيث (ك) ثابت التناسب،  
أوجد قيمة (ك) لهذه الطائرة إلى  
أقرب جزء من مئة.

$$ل = ك ب$$

$$232 = ك ب$$

$$232^2 = ك ب$$

$$\frac{53824}{870000} = ك$$

$$0,06 = ك$$

استعد للدرس اللاحق

حلّ كلاً من التناسبات الآتية، مقرباً الناتج إلى قرب جزءٍ من مئةٍ إذا لزم:

$$\frac{٢}{١٠} = \frac{٤}{د} \quad (٤٩)$$

$$٤٠ = د$$

$$٢٠ = د$$

$$\frac{ف}{١٥} = \frac{٦}{٥} \quad (٥٠)$$

$$١٥ \times ٦ = ف$$

$$١٨ = ف$$

$$\frac{a}{21} = \frac{20}{8} \quad (01)$$

$$21 \times 20 = 28$$

$$02.0 = a$$

$$\frac{v}{7} = \frac{7}{v} \quad (02)$$

$$49 = 7^2$$

$$7.7 \approx 7$$

$$\frac{q}{p} = \frac{17}{v} \quad (03)$$

$$73 = p17$$

$$4 \approx p$$

$$\frac{40}{78} = \frac{b}{2} \quad (04)$$

$$90 = b78$$

$$1.3 \approx b$$

## المثلثات المتشابهة

٦-٩

### تحقق

١) حدّد ما إذا كان  $\triangle$  أ ب ج الذي فيه  $\angle ق = 68^\circ$ ،  $\angle ب = 68^\circ$ ،  $\angle ج = 44^\circ$  يشابه  $\triangle$  د ه ف حيث  $\angle ق = 56^\circ$ ،  $\angle ه = 56^\circ$ ، وبرّر إجابتك.

لا، لا تتساوي قياسات الزوايا المتناظرة

لنفرض أن  $\angle ق = \angle ب = \angle ج = س$

$$180^\circ = (\angle أ + \angle ب + \angle ج)$$

$$180^\circ = 68^\circ + س + س$$

$$2س = 180^\circ - 68^\circ$$

$$2س = 112^\circ$$

$$س = 56^\circ$$

$$\angle ق = \angle ب = \angle ج = 56^\circ، \angle أ = 68^\circ$$

قياسات زوايا المثلث لا تتساوى مع قياسات زوايا المثلث الآخر إذن المثلثان غير متشابهان.



(٢) حدّد ما إذا كان  $\Delta$  أب جـ والذي فيه أب = ٦، ب جـ = ١٦، أ جـ = ٢٠ يشابه  $\Delta$  ع ك ل، حيث ع ك = ٣، ك ل = ٨، ع ل = ٩. وفسّر إجابتك.

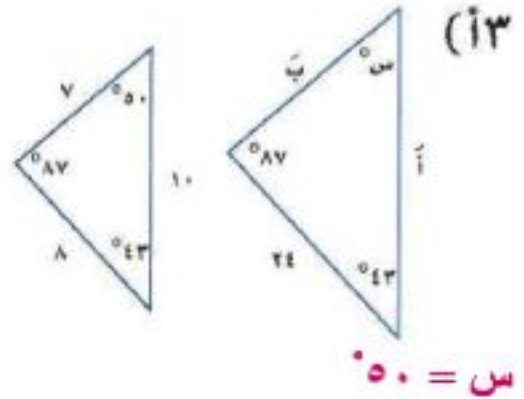
لا، الأضلاع المتناظرة غير متناسبة

$$2 = \frac{6}{3} = \frac{\text{أب}}{\text{ع ك}}$$

$$2 = \frac{16}{8} = \frac{\text{ب ج}}{\text{ك ل}}$$

$$\frac{20}{9} = \frac{\text{أ ج}}{\text{ع ل}}$$

أوجد قياسات العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين الآتيين:



$$\frac{24}{8} = \frac{\text{أ}}{10}$$

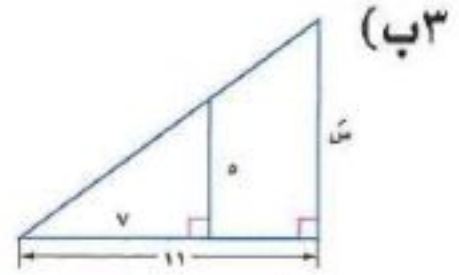
$$240 = 8\text{أ}$$

$$30 = \text{أ}$$

$$\frac{24}{8} = \frac{\text{ب}}{7}$$

$$168 = 8\text{ب}$$

$$21 = \text{ب}$$



$$\frac{11}{7} = \frac{س}{5}$$

$$55 = 7س$$

$$\frac{55}{7} = س$$

(٤) **خرائط:** استعمل على خريطة المملكة مقياس رسم فيه كل ١ سم تمثل ٢٥٠ كلم، إذا كانت المسافة بين جدة والمدينة المنورة على الخريطة ٦٨, ١ سم تقريباً. فكم المسافة الحقيقية بينهما؟

**خرائط: ٢٠٤ كلم**

$$\frac{1}{250} = \frac{1,68}{س}$$

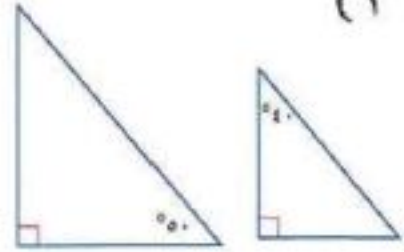
$$1,68 \times 250 = س$$

$$س = ٢٠٤ كلم$$

# تأكد: ✓

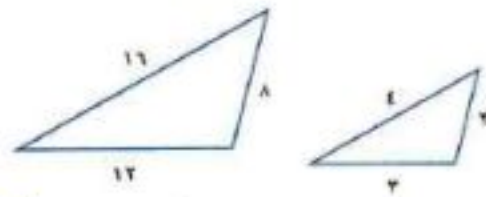
حدّد ما إذا كان كل زوج من المثلثات في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:

(١)



نعم، الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

(٢)



نعم، الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$
$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$
$$\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$$

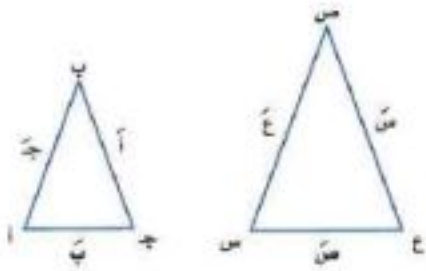
في الأسئلة ٣-٦، إذا كان  $\Delta أ ب ج \sim \Delta س ص ع$ ، فأوجد قياسات العناصر المجهولة:

(٣)  $أ = ٤$ ،  $ب = ٦$ ،  $ج = ٨$ ،  $س = ٦$

$$\frac{ب}{ص} = \frac{ج}{ع} = \frac{أ}{س}$$

$$\frac{٦}{ص} = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٦}$$

$$١٢ = \frac{٦ \times ٨}{٤} = ع$$



$$\frac{ب}{ص} = \frac{أ}{س}$$

$$\frac{٦}{ص} = \frac{٤}{٦}$$

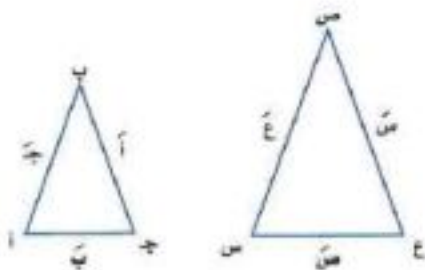
$$٩ = \frac{٦ \times ٦}{٤} = ص$$

(٤)  $س = ٩$ ،  $ص = ١٥$ ،  $ع = ٢١$ ،  $ج = ٧$

$$\frac{ب}{ص} = \frac{ج}{ع} = \frac{أ}{س}$$

$$\frac{٧}{٢١} = \frac{١}{٩}$$

$$٣ = \frac{٧ \times ٩}{٢١} = أ$$

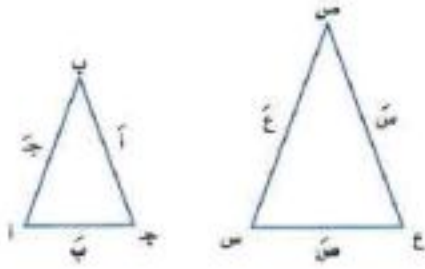


$$\frac{ب}{ص} = \frac{ج}{ع} = \frac{أ}{س}$$

$$\frac{١٥}{٩} = \frac{٣}{٩}$$

$$٥ = \frac{١٥ \times ٣}{٩} = ب$$

$$(5) \text{ أ} = 2, \text{ ب} = 5, \text{ س} = 10, \text{ ع} = 30$$



$$\frac{\text{ج}}{\text{ع}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{\text{ج}}{30} = \frac{2}{10}$$

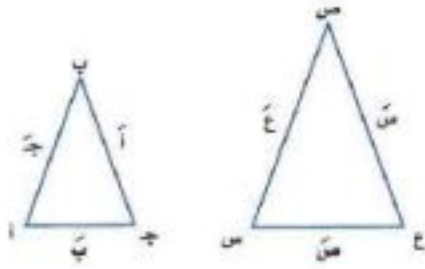
$$6 = \frac{30 \times 2}{10} = \text{ج}$$

$$\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{\text{ح}}{50} = \frac{2}{10}$$

$$25 = \frac{50}{2} = \text{ح}$$

$$(6) \text{ ب} = 6, \text{ ج} = 10, \text{ س} = 30, \text{ ص} = 15$$



$$\frac{6}{15} = \frac{10}{\text{ع}} = \frac{1}{30}$$

$$12 = \frac{6 \times 30}{15} = \text{أ}$$

$$25 = \frac{15 \times 10}{6} = \text{ع}$$

(7) أشجار: ترغب مريم في إيجاد ارتفاع شجرة في حديقتها، طول ظلها متران و 65 سنتمراً. فإذا كان طول مريم متر و 50 سنتمراً، وطول ظلها في تلك اللحظة 75 سنتمراً. فما ارتفاع الشجرة؟

$$\frac{1,50}{75} = \frac{\text{ع}}{2,65}$$

$$\frac{1,50 \times 2,65}{75} = \text{ع}$$

$$5,3 = \text{ع}$$

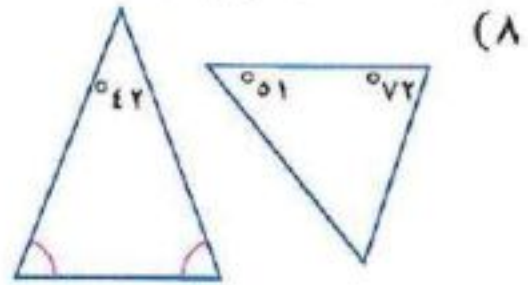
ارتفاع الشجرة = 5 أمتار و 30 سنتمراً



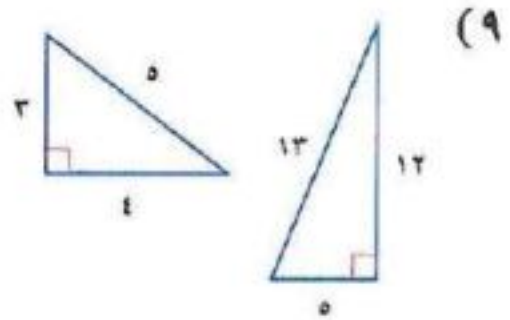
## تدرب وحل المسائل:



حدّد ما إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:



لا، قياسات الزوايا غير متساوية

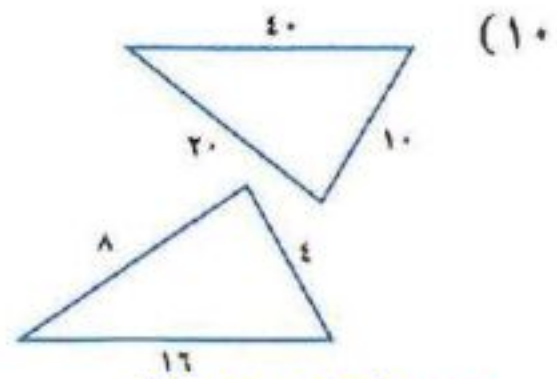


لا، الأضلاع غير متناسبة

$$\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$$

$$\frac{13}{5}$$

$$\frac{5}{4}$$

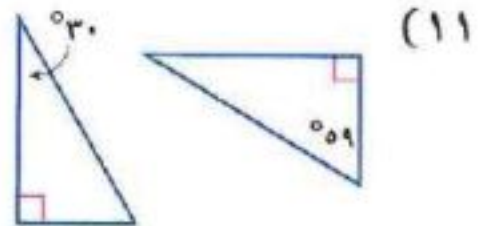


نعم، الأضلاع متناسبة

$$\frac{5}{2} = \frac{40}{16}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{20}{8}$$



لا، قياسات الزوايا غير متساوية



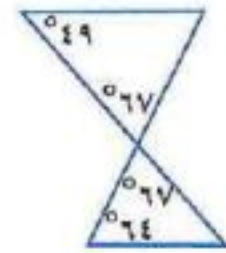
لا، الأضلاع غير متناسبة

$$2 = \frac{14}{7}$$

$$2 = \frac{12}{6}$$

$$\frac{5}{2}$$

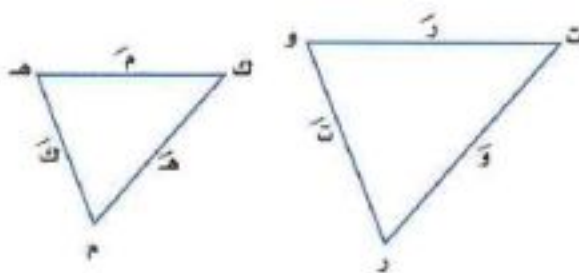
(١٣)



نعم، قياسات الزوايا متساوية

في الأسئلة ١٤-١٨، إذا كان  $\triangle م ك ه \sim \triangle ر ت و$ ، فأوجد قياسات العناصر المجهولة:

$$(١٤) \quad م = ٢، ك = ٧، ه = ٦، ر = ٤$$



$$\frac{م}{ه} = \frac{ك}{ت} = \frac{ر}{و}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{2}{4} = \frac{28}{28}$$

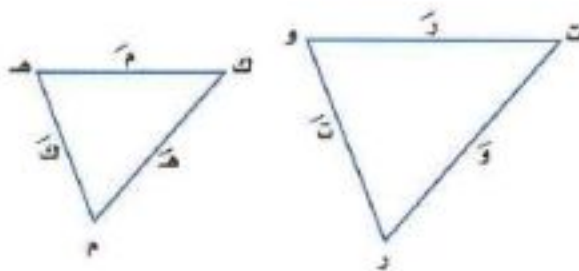
$$\frac{28}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = ت$$

$$ت = 14$$

$$\frac{24}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = و$$

$$و = 12$$

$$(١٥) \quad ر = ٥، و = ٧، ت = ١٥، ه = ٦$$



$$\frac{6}{15} = \frac{ك}{20} = \frac{م}{7,5}$$

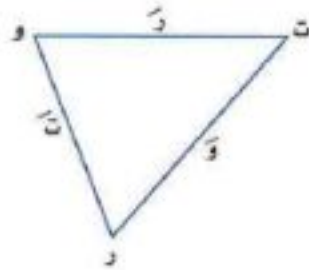
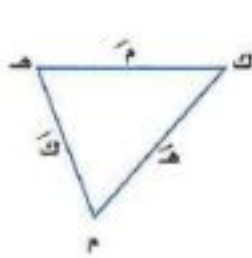
$$\frac{6 \times 20}{15} = ك$$

$$ك = 8$$

$$\frac{6 \times 7,5}{15} = م$$

$$م = 3$$

$$(16) \quad 9,75 = \text{و}, 13,5 = \text{ت}, 9 = \text{ك}, 3,5 = \text{م}$$



$$\frac{9}{9,75} = \frac{9}{13,5} = \frac{3,5}{\text{ر}}$$

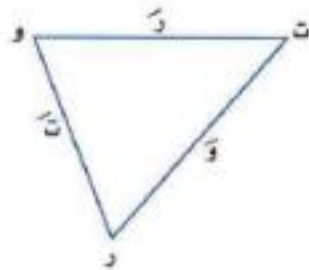
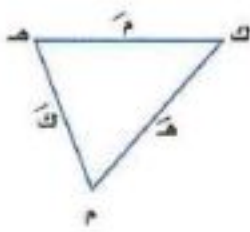
$$\frac{9,75 \times 9}{13,5} = \text{ه}$$

$$6,5 = \text{ه}$$

$$\frac{13,5 \times 3,5}{9} = \text{ر}$$

$$5,25 = \text{ر}$$

$$(17) \quad 0,84 = \text{ت}, 0,56 = \text{و}, 2,8 = \text{ه}, 1,4 = \text{م}$$



$$\frac{0,56}{0,84} = \frac{0,56}{1,4} = \frac{\text{م}}{\text{ر}}$$

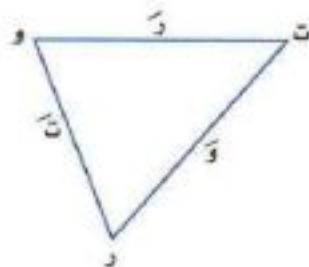
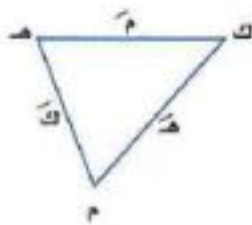
$$\frac{0,56 \times 1,4}{0,84} = \text{ر}$$

$$0,28 = \text{ر}$$

$$\frac{2,8 \times 0,84}{0,56} = \text{ك}$$

$$4,2 = \text{ك}$$

$$(18) \quad 10\bar{7} = \text{و}, 14\bar{7} = \text{ت}, 7\bar{7} = \text{ك}, 2\bar{7} = \text{م}$$



$$\frac{10\bar{7}}{14\bar{7}} = \frac{7\bar{7}}{2\bar{7}} = \frac{\text{م}}{\text{ر}}$$

$$2 = \frac{7\bar{7} \times 2}{7\bar{7}} = \frac{2\bar{7} \times 14\bar{7}}{7\bar{7}} = \text{ر}$$

$$\frac{10\bar{7} \times 7\bar{7}}{7\bar{7} \times 2\bar{7}} = \frac{10\bar{7} \times 7\bar{7}}{14\bar{7}} = \text{ه}$$

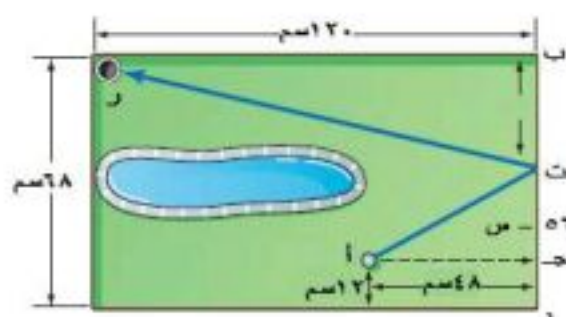
$$5\bar{7} = \frac{5\bar{7} \times 2}{2} = \frac{2\bar{7}}{2\bar{7}} \times \frac{10\bar{7}}{2\bar{7}} = \text{ه}$$

١٩) ألعاب: يستعمل تصميم نموذج المركبات المقياس ١ سم : ٢٤ م ، ٠ م من الطول الفعلي للمركبة. إذا كان للمركبة الأصلية نافذة على شكل مثلث قائم الزاوية. ارتفاعها ٧٦ م فكم سيكون ارتفاع النافذة على النموذج؟

$$\frac{0,24}{0,76} = \frac{1}{ع}$$

$$3,2 = \frac{0,76}{0,24} = ع$$

ع = 3,2 سم تقريباً



٢٠) جولف: يلعب حمد لعبة جولف مصغرة كما في الشكل المجاور، ويريد قذف الكرة من النقطة أ إلى النقطة ت لترتد وتدخل الحفرة ر. استعمل تشابه المثلثات لتحديد بعد نقطة الارتداد عن الرأس ب.

$$\frac{120}{48} = \frac{س}{س-56}$$

$$120 - 6720 = س48$$

$$س120 + س48 = 6720$$

$$س168 = 6720$$

$$س = 40$$

س = ٤٠ سم

٢١) خرائط: يظهر مقياس رسم لخريطة المملكة أن ٥ سم على الخريطة تمثل ١٠٠ كيلومتر في الواقع. فإذا كانت المسافة بين مكة المكرمة والمدينة المنورة على الخريطة ٨ سم، فما البعد الحقيقي بينهما؟

$$\frac{8}{ف} = \frac{2,5}{100}$$

$$320 = \frac{800}{2,5} = ف$$

البعد الحقيقي بينهما = ٣٢٠ كلم



(٢٢) مشروع المدرسة : خطّط معلم التاريخ لعمل نموذج للكعبة المشرفة على مقياس رسم ٥ سم : ٦ م. فإذا كان الارتفاع الفعلي للكعبة المشرفة ١٤ م، فكم سيكون ارتفاع النموذج؟

$$\frac{14}{f} = \frac{5}{0,6}$$
$$\frac{14 \times 0,6}{0,6} = f$$
$$\frac{0,7}{0,6} = f$$
$$f \approx 1,1667 \text{ م}$$

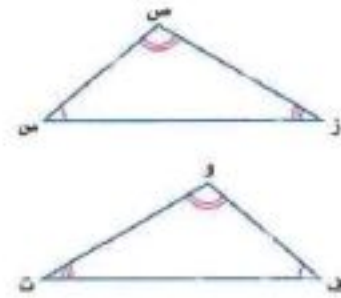
ارتفاع النموذج = 116,67 سم تقريبا

## مسائل مهارات التفكير العليا:

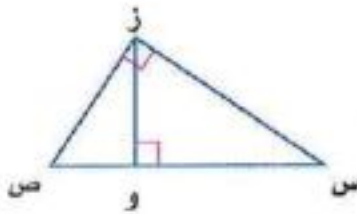
(٢٣) **اكتشف الخطأ:** قارنت رهف وبيان بين المثلثين المتشابهين المجاورين. فأيهما كانت مقارنتها صحيحة؟ فسّر إجابتك.

بيان
$\triangle س = \triangle ق \angle و$
$\triangle ق \angle و = \triangle س \angle ف$
$\triangle ق \angle ز = \triangle س \angle ت$
$\triangle س \angle و - \triangle ق \angle ف$

رهف
$\triangle س = \triangle ق \angle ت$
$\triangle ق \angle و = \triangle س \angle و$
$\triangle ق \angle ز = \triangle س \angle ف$
$\triangle س \angle و - \triangle ق \angle ف$



**مقارنة كلتاها خطأ، فالأقواس تشير إلى الزوايا المتناظرة لذا فان المثلثين متشابهين.**



(٢٤) **تحذّر:** المثلث س ص ز يشبه المثلثين المتشابهين المكوّنين من القطعة المستقيمة العمودية الواصلة بين ز والقطعة المستقيمة س ص. اكتب ثلاث عبارات تتعلق بهذين المثلثين، ولمّ تشابهه؟

$$\triangle س ص ز \sim \triangle س ز و$$

$$\triangle س ص ز \sim \triangle ز ص و$$

$$\triangle س ز و \sim \triangle ز ص و$$

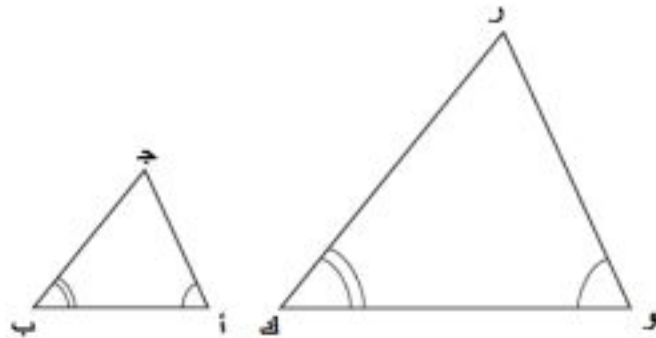
**المثلثات متشابهة لان قياسات الزوايا المتناظرة متساوية**

(٢٥) **تبرير:** حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ فسّر إجابتك.

"إذا ضربت أطوال أضلاع مثلث في ٣، فإن زوايا المثلث بعد تكبيره لها نفس قياسات زوايا المثلث الأصلي".

**صحيحة دائماً،** فالأضلاع متناسبة بمقياس معامله ٣ والذي يعني ان المثلثات متشابهة والزوايا دائماً متطابقة

(٢٦) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثاً وسمّه أ ب ج، ثم ارسم المثلث المشابه له وسمّه و ك ر، على أن تكون مساحته ٤ أمثال مساحة أ ب ج. وشرح استراتيجيتك.



طول قاعدة  $\Delta$  و ك ر مثلاً ارتفاع  $\Delta$  أ ب ج، المثلثات متشابهان لأن زواياهما المتناظرة متطابقة

(٢٧) **اكتب:** لخص كيف تحدد أن المثلثين متشابهان؟ وكيف تجد القياسات المجهولة فيهما؟

يكون المثلثات متشابهين إذا كانت زواياهما المتناظرة متناسبة وإذا كان المثلثان متشابهين فيمكن استعمال التناسب لإيجاد أطوال الأضلاع المجهولة وإذا كانت الزوايا مجهولة فحدد قياس زاوية في أحد المثلثين المتشابهين فيكون للزاوية المتناظرة لها من المثلث الآخر القياس نفسه

## تدريب على اختبار

٢٨) أوجد المسافة بين النقطتين  $(٢، -٤)$ ،  $(٥، -٨)$ .

٥ (أ)  $\sqrt{٩٥}$  (ج)

٧ (ب)  $\sqrt{١٩٣}$  (د)

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(4 - 5)^2 + (-2 - (-8))^2}$$

$$f = \sqrt{144 + 49} = \sqrt{193}$$

الاختيار الصحيح: (د)  $\sqrt{193}$

٢٩) أي المعادلات الآتية تمثل مستقيماً مقطعه الصادي  $-٤$ ، وميله  $٦$ ؟

(أ)  $٦س - ٤ = ص$  (ج)  $٦س - ٤ = ص$

(ب)  $٦س + ٤ = ص$  (د)  $٦س + ٤ = ص$

الاختيار الصحيح: (أ)  $٦س - ٤ = ص$

## مراجعة تراكمية

أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(30) \quad (9, 1), (3, 0)$$

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(3 - 9)^2 + (0 - 1)^2}$$

$$f = \sqrt{36 + 1} = \sqrt{37}$$

$$(31) \quad (13, 5), (4, 2)$$

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(4 - 13)^2 + (2 - 5)^2}$$

$$f = \sqrt{81 + 49} = \sqrt{130}$$

$$(32) \quad (5, 1), (5, 1)$$

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(5 - 5)^2 + (1 - 1)^2}$$

$$f = \sqrt{0 + 0} = 0$$



حدّد ما إذا كانت مجموعة من الأطوال الآتية تشكل أضلاع مثلث قائم.

(٣٣) ٥، ٤، ٣

نعم الأطوال تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية

$$ج^2 = ب^2 + ا^2$$

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$9 + 16 = 25$$

$$c \quad 25 = 25$$

(٣٤) ١٢، ١٠، ٨

لا الأطوال لا تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية

$$ج^2 = ب^2 + ا^2$$

$$12^2 = 10^2 + 8^2$$

$$100 + 64 = 144$$

$$d \quad 164 = 25$$

(٣٥) ٢٦، ٢٤، ١٠

نعم الأطوال تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية

$$ج^2 = ب^2 + ا^2$$

$$26^2 = 10^2 + 24^2$$

$$100 + 576 = 676$$

$$c \quad 676 = 676$$

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي إن أمكن ذلك، وإلا فاكتب "أولية":

(٣٦)  $١٠٠ - ٢ك$

$$٤(٥ - ك) (٥ + ك)$$

(٣٧)  $٩ - ٦س + ٢س$

أولية

(٣٨)  $٩ت - ٦٦ + ٣ت$

$$٣(٨ + ت) (٢ - ٣ت)$$

## استعد للدرس اللاحق

إذا كانت: أ = 3 ، ب = 2- ، ج = 6 ، فاحسب كلاً ممّا يأتي:

$$\frac{ب}{ج} \quad (٣٩)$$

$$\frac{1}{3} - = \frac{2-}{6}$$

$$\frac{أ ب}{ج} \quad (٤٠)$$

$$2- = \frac{2- \times 3 \times 2}{6}$$

$$\frac{أ ج}{ب ٤-} \quad (٤١)$$

$$2\frac{1}{4} = \frac{6 \times 3}{2- \times 4-}$$

$$\frac{٣- أ ج}{ب ٢} \quad (٤٢)$$

$$13\frac{1}{2} = \frac{6 \times 3 \times 3-}{2- \times 2}$$

$$\frac{٢- ب ج}{أ} \quad (٤٣)$$

$$8 = \frac{6 \times 2- \times 2-}{3}$$

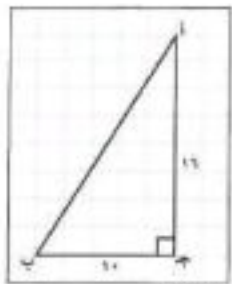
## معمل الجبر: استقصاء النسب المثلثية

قياسات الزوايا			النسب		أطوال الأضلاع		
الزاوية جـ	الزاوية بـ	الزاوية أـ	$\frac{بـ}{أـ}$	$\frac{بـ}{جـ}$	الضلع أـ بـ	الضلع أـ جـ	الضلع بـ جـ
°٩٠	°٥٨	°٣٢	٠,٥٣	٠,٦٣	٤,٧	٤	٦,٥
°٩٠	°٥٨	°٣٢	٠,٥٣	٠,٦٣	٩,٤	٨	١٥
°٩٠	°٥٨	°٣٢	٠,٥٣	٠,٦٣	١٨,٩	١٦	٣٠
°٩٠	°٥٨	°٣٢	٠,٥٣	٠,٦٣	٢٨,٣	٢٤	٤٥
°٩٠	°٥٨	°٣٢	٠,٥٣	٠,٦٣	٣٧,٧	٣٢	٦٠
°٩٠	°٥٨	°٣٢	٠,٥٣	٠,٦٣	٤٧,٢	٤٠	٨٠

### حلّ النتائج:

- ١) تفحص قياسات الزوايا في الجدول والنسب بين أطوال الأضلاع. ماذا تلاحظ؟  
اكتب جملة أو جملتين لوصف أي نمط تراه.  
جميع النسب وقياسات الزوايا في الجدول متساوية لكل المثلثات القائمة  
والنسبة بين ضلعي كل منها ٥ : ٨

### خمن:



- ٢) ما النسبة بين طولي أقصر وأطول ضلع في مثلث قائم الزاوية  
ومشابه للمثلثات التي رسمتها هنا؟

٥ : ٨

- ٣) إذا كانت نسبة طول أقصر ضلع إلى الوتر في مثلث قائم الزاوية  
٥٣ , ١٠ تقريباً. فما قياس الزاوية الحادة الكبرى في المثلث القائم الزاوية؟

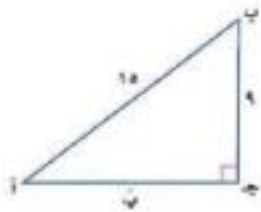
$$\text{جتا الزاوية} = \frac{53}{100}$$

الزاوية = °٥٨

# النسب المثلثية

٧-٩

## تحقق



(١) أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.

$$\text{جا ب} = \frac{4}{5} = \frac{12}{15}, \text{ جتا ب} = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}, \text{ ظا ب} = \frac{4}{3} = \frac{12}{9}$$

(٢) استعمل الحاسبة لإيجاد جا  $31^\circ$  إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\text{جا } 31^\circ = 0.515$$

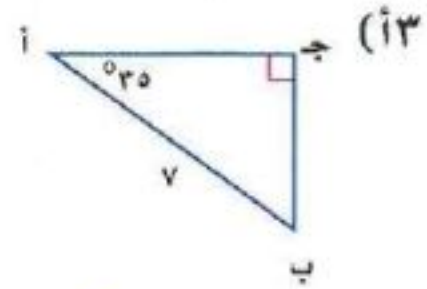
(ب) استعمل الحاسبة لإيجاد ظا  $76^\circ$  إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\text{ظا } 76^\circ = 4.0108$$

(ج) استعمل الحاسبة لإيجاد جتا  $55^\circ$  إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\text{جتا } 55^\circ = 0.5736$$

حلّ المثلث القائم الزاوية مقربًا طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\frac{\text{ج ب}}{7} = (\text{جا } 35^\circ)$$

$$\frac{\text{ج ب}}{7} = (\text{جا } 35^\circ)$$

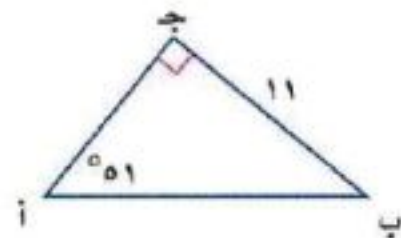
$$\text{ب ج} = 7 \times (\text{جا } 35^\circ) \approx 4.0$$

$$\frac{\text{أ ج}}{7} = (\text{جتا } 35^\circ)$$

$$\text{أ ج} = 7 \times (\text{جتا } 35^\circ) \approx 5.7$$

$$\mu\text{ب} = 180 - (90 + 35) = 55$$

(ب. 3)



$$\mu\text{ب} = 180 - (90 + 51) = 39^\circ$$

$$\frac{11}{\text{ب أ}} = (\text{جا } 51^\circ)$$

$$\text{ب أ} = 11 \div (\text{جا } 51^\circ)$$

$$\text{ب أ} = 14.2$$

$$\frac{11}{\text{أ ج}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ج}} = (\text{ظا } 51^\circ)$$

$$\text{أ ج} \times \text{ظا } 51^\circ = 11$$

$$\text{أ ج} = 8.9$$



(٤) لوح التزلج: ما طول لوح تزلج يصنع مع سطح الأرض زاوية قياسها  $25^\circ$ ، ويرتفع طرفه ٢ م؟

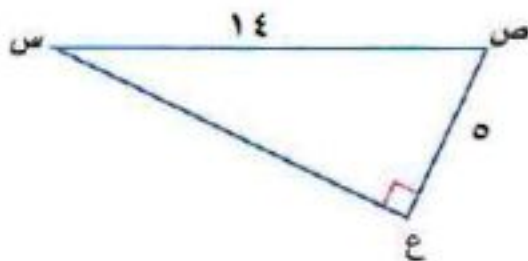
$$\frac{2}{l} = (\sin 25^\circ)$$

$$2 = l \times \sin 25^\circ$$

$$l = \frac{2}{\sin 25^\circ}$$

$$l = 4.7 \text{ م}$$

(٥) أوجد  $\angle$  س مقرباً إلى أقرب درجة إذا كان  $ص = 14$ ،  $ع = 5$ .

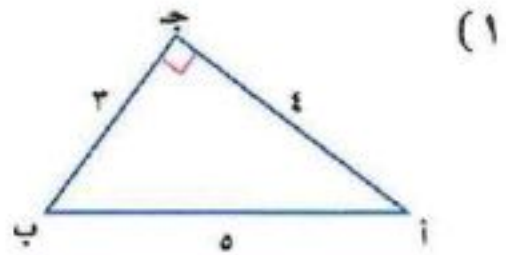


$$\frac{5}{14} = (\sin \text{س})$$

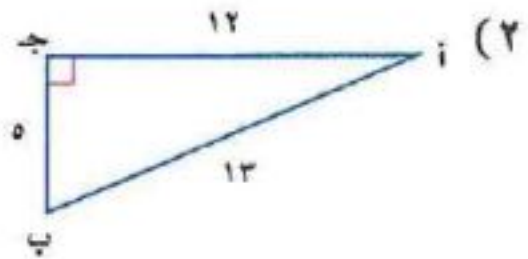
$$\text{س} = 21^\circ$$

# تأكد: ✓

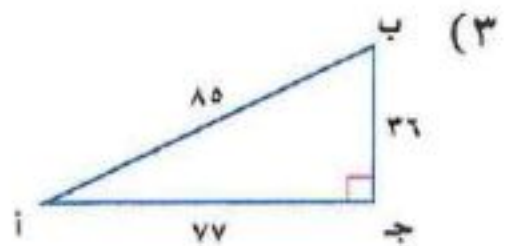
أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية أ في كل مما يأتي:



$$\text{جا} = \frac{3}{5}, \text{جتأ} = \frac{4}{5}, \text{ظأ} = \frac{3}{4}$$



$$\text{جا} = \frac{5}{13}, \text{جتأ} = \frac{12}{13}, \text{ظأ} = \frac{5}{12}$$



$$\text{جا} = \frac{36}{85}, \text{جتأ} = \frac{77}{85}, \text{ظأ} = \frac{36}{77}$$

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف في كل مما يأتي:

(٤) جا ٣٧°

$$\text{جا } ٣٧^\circ = ٠,٦٠١٨$$

(٥) جتا ٢٣°

$$\text{جتا } ٢٣^\circ = ٠,٩٢٠٥$$

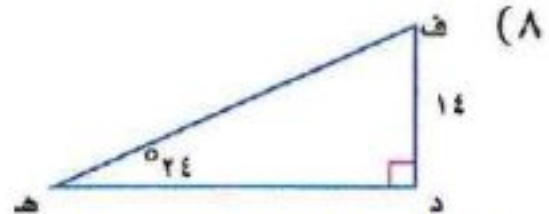
(٦) ظا ١٤°

$$\text{ظا } ١٤^\circ = ٠,٢٤٩٣$$

(٧) جتا ٨٢°

$$\text{جتا } ٨٢^\circ = ٠,١٣٩٢$$

حلّ كلّ مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقربًا طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة:



$$\mu\text{ف} = 180 - (90 + 24)$$

$$\mu\text{ف} = 66^\circ$$

$$\text{جا } (٢٤^\circ) = \frac{14}{\text{ف د}}$$

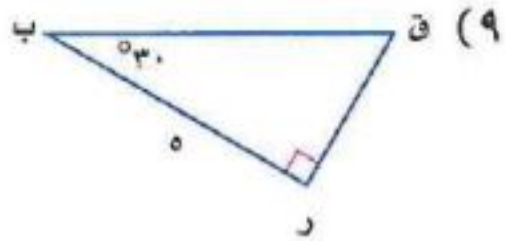
$$\text{ف د} = ١٤ \div \text{جا } (٢٤^\circ)$$

$$\text{ف د} = ٣٤,٤$$

$$\text{ظا } (٢٤^\circ) = \frac{14}{\text{د ه}}$$

$$\text{د ه} = ١٤ \div \text{ظا } (٢٤^\circ)$$

$$\text{د ه} = ٣١,٤$$



$$\text{ق لوق} = 180 - (90 + 30)$$

$$\text{ق لوق} = 60^\circ$$

$$\frac{5}{\text{ق ب}} = (\text{قنا } 30^\circ)$$

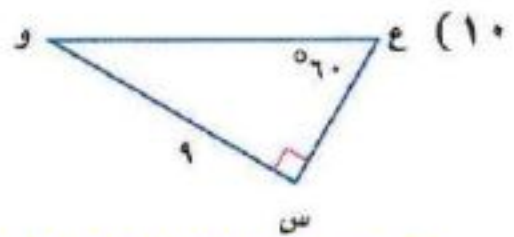
$$\text{ق ب} = 5 \div (\text{قنا } 30^\circ)$$

$$\text{ق ب} = 0,8$$

$$\frac{\text{ق ر}}{5} = (\text{قنا } 30^\circ)$$

$$\text{ق ر} = 5 \times (\text{قنا } 30^\circ)$$

$$\text{ق ر} = 2,9$$



$$\text{ق ل و} = 180 - (60 + 90)$$

$$\text{ق ل و} = 30^\circ$$

$$\frac{9}{\text{ع و}} = (\text{قنا } 60^\circ)$$

$$\text{ع و} = 9 \div (\text{قنا } 60^\circ)$$

$$\text{ع و} = 10,4$$

$$\frac{9}{\text{ع س}} = (\text{قنا } 60^\circ)$$

$$\text{ع س} = 9 \div (\text{قنا } 60^\circ)$$

$$\text{ع س} = 0,2$$



(١١) **تزلج على الجليد:** في موقع للتزلج على أحد التلال، كان ارتفاع التلة الرأسى ١٠٠٠ م، وزاوية ميلها عن مستوى الأرض ١٨°، قَدِّر طول (ر).

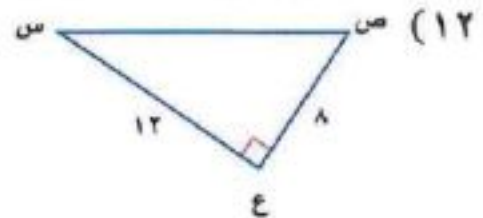
جا الزاوية = المقابل ÷ الوتر

$$\text{جا } (١٨) = \frac{1000}{r}$$

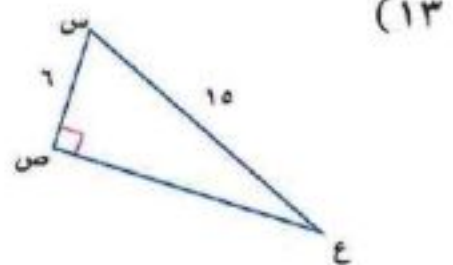
$$r = 1000 \div \text{جا } (١٨)$$

$$r = 3236.1 \text{ م}$$

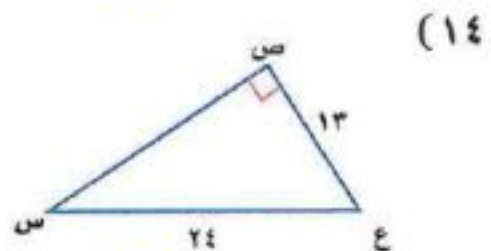
أوجد ق ∠ س لكل مثلث فيما يأتي مقربًا إلى أقرب درجة:



$$\text{ظا } (س) = \frac{8}{12} , \text{ لاس } = 34^\circ$$



$$\text{جتا } (س) = \frac{6}{15} , \text{ لاس } = 66^\circ$$



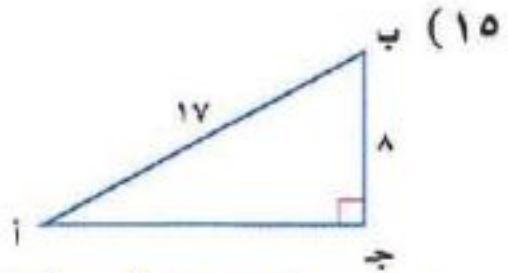
$$\text{جا } (س) = \frac{13}{24} , \text{ لاس } = 33^\circ$$



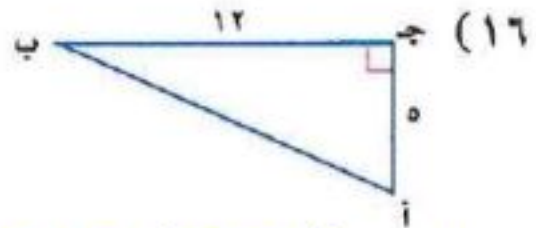
## تدرب وحل المسائل:



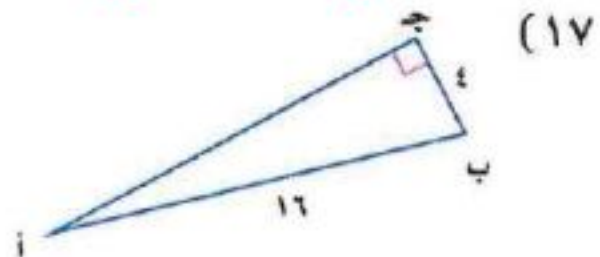
أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب في كل مما يأتي:



أ ج =  $15 = \sqrt{225} = \sqrt{8^2 + 17^2}$  حسب نظرية فيثاغورس  
 جاب =  $\frac{15}{17}$  ، جتا ب =  $\frac{8}{17}$  ، ظا ب =  $\frac{15}{8}$



أ ب =  $13 = \sqrt{169} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{12^2 + 5^2}$  حسب نظرية فيثاغورس  
 جاب =  $\frac{5}{13}$  ، جتا ب =  $\frac{12}{13}$  ، ظا ب =  $\frac{5}{12}$



أ ج =  $15 = \sqrt{225} = \sqrt{16^2 - 4^2}$   
 $15^2 = 5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 60 \times 4 = 240$   
 جاب =  $\frac{15}{16}$  ، جتا ب =  $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$  ، ظا ب =  $\frac{15}{4}$

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(١٨) ظا  $2^\circ$

$$\text{ظا } 2^\circ = 0.0349$$

(١٩) جا  $89^\circ$

$$\text{جا } 89^\circ = 0.9998$$

(٢٠) جتا  $44^\circ$

$$\text{جتا } 44^\circ = 0.7193$$

(٢١) ظا  $45^\circ$

$$\text{ظا } 45^\circ = 1$$

(٢٢) جا  $73^\circ$

$$\text{جا } 73^\circ = 0.9563$$

(٢٣) جتا  $90^\circ$

$$\text{جتا } 90^\circ = 0$$

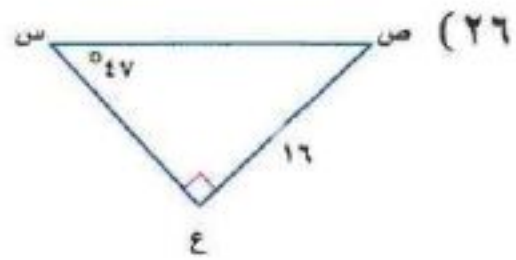
(٢٤) جا  $30^\circ$

$$\text{جا } 30^\circ = 0.5$$

(٢٥) ظا  $60^\circ$

$$\text{ظا } 60^\circ = 1.7321$$

حل كل مثلث قائم فيما يأتي مقرباً طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة:



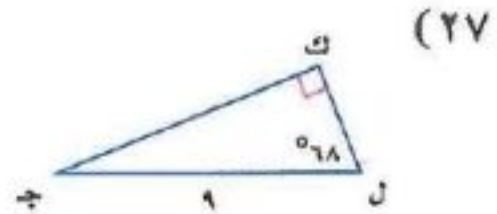
$$\text{ق } \mu \text{ ص} = (90 + 47) - 180 = 43^\circ$$

$$\text{جا } (47^\circ) = \frac{16}{\text{ص س}}$$

$$\text{ص س} = 16 \div \text{جا } (47^\circ) \approx 21,9$$

$$\text{ظا } (47^\circ) = \frac{16}{\text{ع س}}$$

$$\text{ع س} = 16 \div \text{ظا } (47^\circ) = 14,9$$



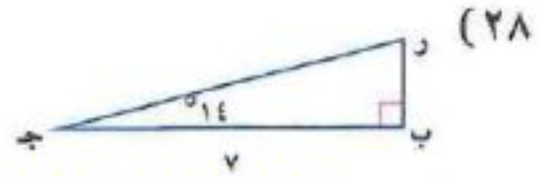
$$\text{ق } \mu \text{ ج} = (90 + 68) - 180 = 22^\circ$$

$$\text{جا } (68^\circ) = \frac{\text{ك ج}}{9}$$

$$\text{ك ج} = 9 \times \text{جا } (68^\circ) = 8,3$$

$$\text{جتا } (68^\circ) = \frac{\text{ك ل}}{9}$$

$$\text{ك ل} = 9 \times \text{جتا } (68^\circ) = 3,4$$



$$\text{ق } \mu = (90 + 14) - 180 = 76^\circ$$

$$\text{ظا } (14^\circ) = \frac{\text{ب ر}}{7}$$

$$\text{ب ر} = (14^\circ) \text{ ظا} \times 7 = 1,7$$

$$\text{جتا } (14^\circ) = \frac{7}{\text{ر ج}}$$

$$\text{ر ج} = (14^\circ) \text{ جتا} \div 7 = 7,2$$

(٢٩) سلم كهربائي: يبلغ طول السلم الكهربائي في أحد الأسواق الكبيرة ٣٥ مترًا، وقياس الزاوية التي يكونها مع الأرض ٢٩°، أوجد ارتفاع السلم.



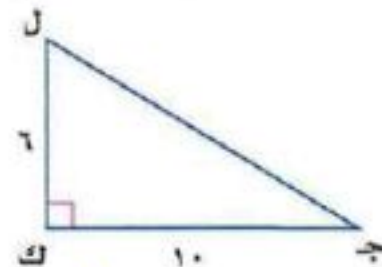
$$\text{جا } (29^\circ) = \frac{\text{ه}}{35}$$

$$\text{ه} = 35 \times \text{جا } (29^\circ)$$

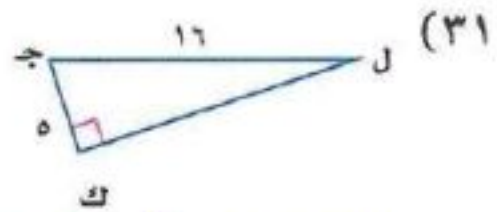
$$\text{ه} \approx 17 \text{ متر تقريباً}$$

أوجد ق ج لكل مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقربًا إلى أقرب درجة:

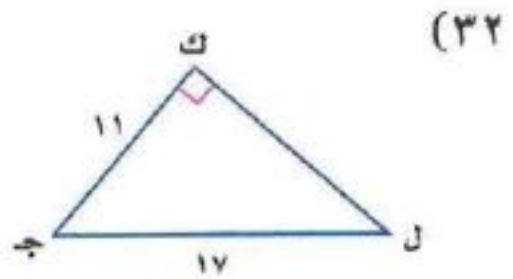
(٣٠)



$$\text{ظا } (\mu \text{ ج}) = \frac{6}{10}, \text{ ق } \mu \text{ ج} = 31^\circ$$



$$\text{جتا } (\mu \text{ ج}) = \frac{5}{16}, \quad \text{ق } \mu \text{ ج} = 72^\circ$$



$$\text{جتا } (\mu \text{ ج}) = \frac{11}{17}, \quad \text{ق } \mu \text{ ج} = 50^\circ$$

(٣٣) **وقف الملك عبدالعزيز:** يصل ارتفاع أبراج وقف الملك عبد العزيز المطلّة على المسجد الحرام إلى ٤٠٠ متر. ينظر عمار إلى أعلى الأبراج بزاوية ٥٥°. فما بُعد عمار عن قاعدة الأبراج؟

$$\text{ظا } (55^\circ) = \frac{400}{\text{ف}}$$

$$\text{ف} = 400 \div \text{ظا } (55^\circ) \approx 280 \text{ متر تقريبا}$$

(٣٤) **غابات:** يقدر حارس غابة ارتفاع شجرة بنحو ٥٠ متراً. فإذا كان الحارس يقف على بعد ٣٠ متراً من قاعدة الشجرة، فما مقياس الزاوية التي يشكلها مع قمة الشجرة؟

نفرض أن الزاوية التي يشكلها مع قمة الشجرة (س)

$$\text{ظا } (\mu \text{ س}) = \frac{50}{30}$$

إذن الزاوية التي يشكلها مع قمة الشجرة = ٥٩° تقريبا



في السؤالين ٣٥-٣٦، افترض أن  $\Delta$  زاوية حادة في المثلث القائم أ ب ج، ثم أوجد:

(٣٥) ج أ، ظ أ إذا كان  $\text{جتا أ} = \frac{3}{4}$ .

المقابل  $\sqrt{7} = \sqrt{9 - 16} = \sqrt{3 - 4} = \sqrt{2 - 2}$  حسب نظرية فيثاغورث

ج أ =  $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ، ظ أ =  $\frac{\sqrt{7}}{3}$

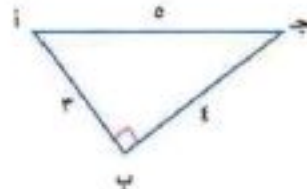
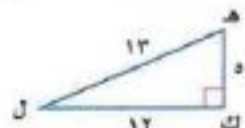
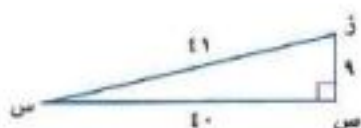
(٣٦) ظ أ، جتا أ إذا كان  $\text{جتا أ} = \frac{2}{5}$ .

ظ أ =  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ، جتا أ =  $\frac{\sqrt{5}}{7}$

المجاور  $\sqrt{5} = \sqrt{4 - 9} = \sqrt{2 - 7} = \sqrt{2 - 2}$  حسب نظرية فيثاغورث

ظ أ =  $\frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5}$ ، جتا أ =  $\frac{\sqrt{5}}{7}$

(٣٧) تمثيلات متعددة: سوف تكتشف في هذه المسألة العلاقة بين دوال الجيب ودوال جيب التمام.



(أ) جدولياً، انقل الجدول الآتي وأكمه مستعملاً المثلثات أعلاه:

المثلث	النسب المثلثية	جا <sup>٢</sup>	جتا <sup>٢</sup>	جا <sup>٢</sup> + جتا <sup>٢</sup> =
أ ب ج	جا أ = $\frac{4}{5}$	جتا أ = $\frac{3}{5}$	جا <sup>٢</sup> أ = $\frac{16}{25}$	جتا <sup>٢</sup> أ = $\frac{9}{25}$
	جا ج = $\frac{3}{5}$	جتا ج = $\frac{4}{5}$	جا <sup>٢</sup> ج = $\frac{9}{25}$	جتا <sup>٢</sup> ج = $\frac{16}{25}$
ه ك ل	جا ه = $\frac{12}{13}$	جتا ه = $\frac{5}{13}$	جا <sup>٢</sup> ه = $\frac{144}{169}$	جتا <sup>٢</sup> ه = $\frac{25}{169}$
	جا ل = $\frac{5}{13}$	جتا ل = $\frac{12}{13}$	جا <sup>٢</sup> ل = $\frac{25}{169}$	جتا <sup>٢</sup> ل = $\frac{144}{169}$
س ص ز	جا س = $\frac{4}{5}$	جتا س = $\frac{3}{5}$	جا <sup>٢</sup> س = $\frac{16}{25}$	جتا <sup>٢</sup> س = $\frac{9}{25}$
	جا ز = $\frac{3}{5}$	جتا ز = $\frac{4}{5}$	جا <sup>٢</sup> ز = $\frac{9}{25}$	جتا <sup>٢</sup> ز = $\frac{16}{25}$

ب) نفضياً؛ تخمّن علاقة مجموع مربعي دالتي الجيب وجيب التمام  
لزواوية حادة في مثلث قائم الزاوية.

لفظياً: مجموع مربعي جيب الزاوية الحادة وجيب تمامها في مثلث قائم  
الزاوية يساوي ١

٣٨) **غوّاصات**؛ إذا نزلت غوّاصة مسافة ٣ أميال قطرياً بزاوية مقدارها  
١٠° مع قاع محيط، فكم أصبح بعدها عن سطح الماء؟

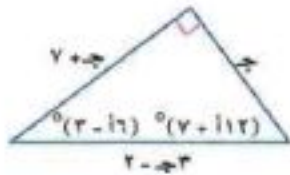
$$\text{جا } (١٠^\circ) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جا } (١٠^\circ) = \frac{\text{المقابل}}{٣}$$

$$\text{المقابل (بعد الغواصة عن سطح الماء)} = \text{جا } (١٠^\circ) \times ٣ = ٠,٥ \text{ ميل تقريبا}$$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣٩) تحدّد حلّ المثلث في الشكل المجاور.



$$0 = (90 + 3 - |6 + 7 + |12) - 180$$

$$0 = (94 + |18) - 180$$

$$0 = 94 - |18 - 180$$

$$0 = 86 + |18 -$$

$$4,78 = 18 \div 86 = أ$$

$$^2(7 + ج) + ^2ج = ^2(2 - ج 3)$$

$$ج 14 + 49 + ^2ج + ^2ج = ج 12 - 4 + ^2ج 9$$

$$0 = ج 14 - 49 - ^2ج - ^2ج - ج 12 - 4 + ^2ج 9$$

$$0 = 45 - ج 26 - ^2ج 7$$

$$\frac{ج 4 - ^2ب 2}{2} = ج$$

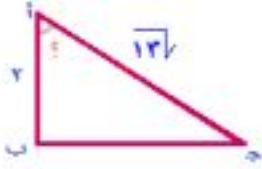
$$\frac{45 - \times 7 \times 4 - ^2(26 -)}{14} \bar{u} + 26 = ج$$

$$5 = \frac{70}{14} = ج$$

(٤٠) تبرير: استعمل تعريف نسب الجيب وجيب التمام في تعريف نسبة الظل.

$$ا g = \frac{\hat{o}}{\circ} = \frac{\hat{u}}{\hat{u}} \times \frac{\hat{o}}{\hat{c}} = \frac{\hat{o}}{\hat{u}} = \frac{ا e}{ا f}$$

(٤١) مسألة مفتوحة : اكتب مسألة تستعمل فيها نسبة جيب التمام لإيجاد قياس زاوية مجهولة في مثلث قائم الزاوية، ثم حلّها.



أوجد قياس الزاوية المجهولة في المثلث أب ج القائم الزاوية في ب إذا كان  $أ ج = 13$ ،  $أ ب = ٢$ ،  $ق = ٥٦$

(٤٢) تبرير: إذا كان جيب زاوية وجيب تمامها متساويين، فماذا تستنتج عن المثلث؟

المثلث متطابق الضلعين وقائم الزاوية إذن فالضلعان متساويان

(٤٣) اكتب: وضح كيف يمكن استعمال النسب المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع المجهولة في مثلث عُلِمَ فيه قياس زاوية حادة وطول أحد الأضلاع. تستعمل الزاوية المعطاة وقياس طول الضلع في المثلث القائم الزاوية في كتابة إحدى النسب المثلثية حيث تستعمل نسبة جيب التمام الضلع المجاور والوتر وتستعمل نسبة الظل الضلع المقابل والضلع المجاور



## تدريب على اختبار

٤٤) أي المتباينات الآتية تعبر عن التمثيل البياني أدناه؟



- (أ)  $-2 \leq s \leq 4$  (ب)  $-2 > s > 4$   
(ج)  $s \leq 4$  أو  $s \geq -2$  (د)  $s < 4$  أو  $s > -2$

الاختيار الصحيح: (أ)  $-2 \leq s \leq 4$

٤٥) إجابة قصيرة: يتقاضى مندوب مبيعات ٦٤٠٠٠ ريال راتبًا سنويًا، إضافة إلى ٥٪ من قيمة مبيعاته. ما قيمة المبيعات التي عليه بيعها ليزيد دخله السنوي على ٩٠٠٠٠ ريال؟

الفرق بين الدخلين =  $90000 - 64000 = 26000$

قيمة المبيعات لزيادة الدخل =  $\frac{26000 \times 100}{5}$

= ٥٢٠٠٠٠

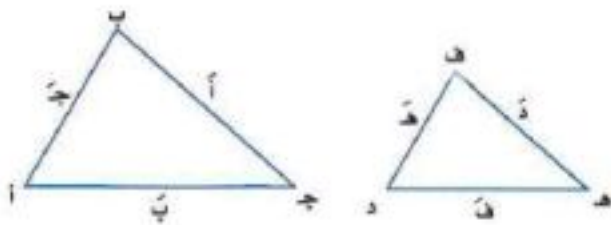
أكثر من ٥٢٠٠٠٠ ريال



## مراجعة تراكمية

في الأسئلة ٤٦-٤٨، إذا كان  $\Delta أ ب ج \sim \Delta د ف هـ$ ، فأوجد قياسات العناصر المجهولة:

(٤٦)  $أ = ١٦$ ،  $ب = ١٢$ ،  $ج = ٨$ ،  $ف = ٦$



$$\frac{أ}{د} = \frac{ب}{هـ} = \frac{ج}{ف}$$

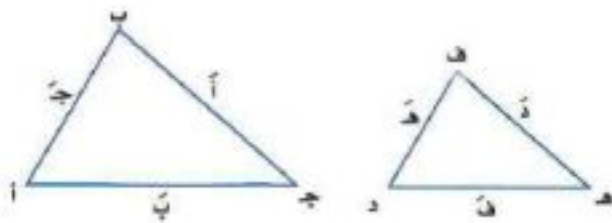
$$\frac{12}{6} = \frac{16}{د}$$

$$د = \frac{16 \times 6}{12} = 8$$

$$\frac{12}{6} = \frac{8}{هـ}$$

$$4 = هـ$$

(٤٧)  $د = ٩$ ،  $ف = ٦$ ،  $هـ = ٤$ ،  $ب = ١٨$



$$\frac{أ}{د} = \frac{ب}{هـ} = \frac{ج}{ف}$$

$$\frac{18}{6} = \frac{أ}{٩}$$

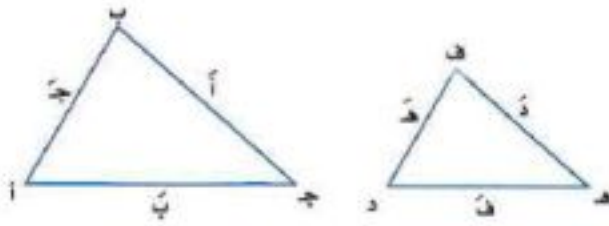
$$١٨ \times ٩ = \frac{أ}{6}$$

$$27 = أ$$

$$\frac{ج}{٤} = \frac{27}{٩}$$

$$١٢ = ج$$

$$(٤٨) \quad \text{أ} = ٣٦, \text{ب} = ٢١, \text{هـ} = ١١, \text{ف} = ١٤$$



$$\frac{\text{أ}}{\text{د}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{\text{ج}}{\text{هـ}}$$

$$\frac{21}{14} = \frac{36}{11} = \frac{\text{د}}{\text{هـ}}$$

$$\frac{14 \times 36}{21} = \text{د}$$

$$24 = \text{د}$$

$$\frac{21 \times 11}{14} = \text{ج}$$

$$16.5 = \text{ج}$$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(٤٩) \quad (٣, ٥), (٩, ١١)$$

$$\left( \frac{\text{ص}_٢ + \text{ص}_١}{2}, \frac{\text{س}_٢ + \text{س}_١}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{3+9}{2}, \frac{5+11}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{12}{2}, \frac{16}{2} \right) = م$$

$$(6, 8) = م$$

$$(٥٠) \quad (٢, ٨), (٤, ٦)$$

$$\left( \frac{\text{ص}_٢ + \text{ص}_١}{2}, \frac{\text{س}_٢ + \text{س}_١}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{4+2}{2}, \frac{8+6}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{6}{2}, \frac{14}{2} \right) = م$$

$$(3, 7) = م$$

$$(51) (7, 1-), (3-13)$$

$$\left( \frac{ص_1 + 2ص_2}{2}, \frac{س_1 + 2س_2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{7+3-}{2}, \frac{1-13}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{4}{2}, \frac{12}{2} \right) = م$$

$$(2, 6) = م$$

٧-

### استعد للدرس اللاحق

إذا اخترت عشوائياً كرةً من كيسٍ يحتوي ٩ كرات حمراء و ٦ كرات زرقاء و ٥ كرات صفراء، فأوجد كلاً من الاحتمالات الآتية:

$$(52) \text{ ح (زرقاء)}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{20} = ح$$

$$(53) \text{ ح (حمراء)}$$

$$\frac{9}{20} = ح$$

$$(54) \text{ ح (ليست صفراء)}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} = ح$$

# اختبار الفصل

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\sqrt[3]{675} \quad (1)$$

$$30 = 3 \times 2 \times 5 = \overline{3 \times 3 \times 2 \times 2} \cup 5 = \overline{36} \cup 5$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}-1} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{3}{\sqrt{2}-1} &= \frac{3}{\sqrt{2}-1} \\ \frac{\sqrt{2}3+3}{2-1} &= \\ \sqrt{2}3-3 &= \end{aligned}$$

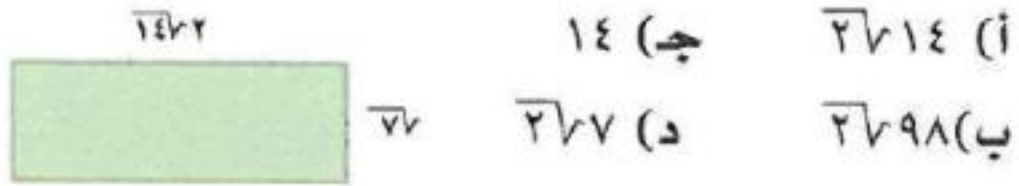
$$\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{2} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{7+2} = \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{2}$$

$$(\sqrt{5})\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{30} = \sqrt[3]{2 \times 15} = \overline{3 \times 2 \times 2} \cup 5 \times 3 = (\overline{2 \cup 5})\sqrt[3]{3}$$

٥) هندسة: أوجد مساحة المستطيل.



مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$20 \times 14 = 20 \times 2 \times 7 = 7 \times 7 \times 20 = 14 \times 20 \times 7 =$$

الاختيار الصحيح: (أ) ١٤ سم

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$20 = \sqrt{10 \times s} \quad (٦)$$

$$20 = \sqrt{10s}$$

$$400 = 10s$$

$$10 \div 400 = s$$

$$40 = s$$

تحقق:

$$20 = \sqrt{40 \times 10}$$

$$20 = \sqrt{400}$$

$$c \quad 20 = 20$$



$$(7) \sqrt[4]{s-6} = \sqrt[3]{s-6}$$

$$\sqrt[4]{s-6} = \sqrt[3]{s-6}$$

$$(\sqrt[4]{s-6})^2 = (\sqrt[3]{s-6})^2$$

$$s-6 = 3-2s$$

$$0 = 3 + 2s - 6$$

$$0 = 3 - 2s$$

$$0 = (3 - 2s)$$

$$3 = 2s$$

$$1.5 = s$$

تحقق:

$$\sqrt[4]{1.5-6} = \sqrt[3]{1.5-6}$$

$$\sqrt[4]{-4.5} = \sqrt[3]{-4.5}$$

$$\sqrt[4]{-4.5} = \sqrt[3]{-4.5}$$

c

$$\sqrt[4]{13-6} = \sqrt[3]{13-6}$$

$$\sqrt[4]{7} = \sqrt[3]{7}$$

d

(8) تغليف: حجم علبة شوكولاتة أسطوانية 162 سنتيمترًا مكعبًا. وتستعمل المعادلة

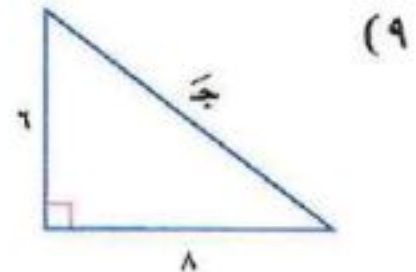
نق =  $\sqrt[3]{\frac{ح}{طع}}$  لإيجاد نصف قطر العلبة، حيث (نق) نصف قطر الأسطوانة، (ع) ارتفاعها،

(ح) حجمها. فإذا كان ارتفاع الأسطوانة 2.5، 8، 25 سنتيمترات، فأوجد نصف قطرها.

$$\sqrt[3]{\frac{ح}{طع}} = \text{نق}$$

$$2.5 = \sqrt[3]{\frac{162}{8.25 \times ط}}$$

أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلث مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

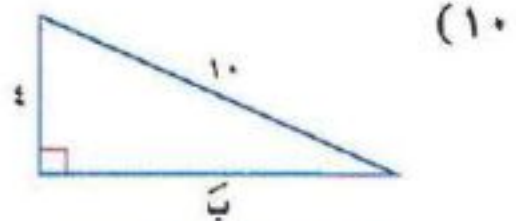


$$ج^2 = 6^2 + 8^2$$

$$ج^2 = 6^2 + 8^2$$

$$ج^2 = 36 + 64$$

$$ج = \sqrt{100} = 10$$



$$ج^2 = 4^2 + ب^2$$

$$10^2 = 4^2 + ب^2$$

$$ب^2 = 100 - 16$$

$$ب^2 = 84$$

$$ب = 9,2$$

أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$$(11) (5, 3), (3, 2)$$

$$(5, 3), (3, 2)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = f$$

$$\sqrt{(3 - 5)^2 + (2 - 3)^2} = f$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{4 + 1} = f$$

$$2,2 = f$$

$$(12) (3-, 2-), (4-, 3-)$$

$$(3-, 2-), (4-, 3-)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = f$$

$$\sqrt{(4- - 3-) + (3 + 2-)^2} = f$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{49 + 1} = f$$

$$7,1 = f$$

$$(13) (2, 3), (1-, 1-)$$

$$(2, 3), (1-, 1-)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = f$$

$$\sqrt{(1 + 2)^2 + (1 + 3)^2} = f$$

$$\sqrt{25} = \sqrt{9 + 16} = f$$

$$5 = f$$

$$(14) (1, 7-), (6-, 4-)$$

$$(1, 7-), (6-, 4-)$$

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = f$$

$$\sqrt{(6 + 1)^2 + (4 + 7-)^2} = f$$

$$\sqrt{58} = \sqrt{49 + 9} = f$$

$$7,6 = f$$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين فيما يأتي:

(١٥) (٥، ٣)، (٣، ٢)

$$\left( \frac{ص_١ + ص_٢}{2}, \frac{س_١ + س_٢}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{3+5}{2}, \frac{2+3}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{8}{2}, \frac{5}{2} \right) = م$$

$$\left( 4, \frac{5}{2} \right) = م$$

(١٦) (٣-، ٢-)، (٤، ٣-)

$$\left( \frac{ص_١ + ص_٢}{2}, \frac{س_١ + س_٢}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{4+3-}{2}, \frac{3-2-}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{1}{2}, \frac{5-}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{1}{2}, \frac{5-}{2} \right) = م$$

(١٧) (٢، ٣)، (١-، ١-)

$$\left( \frac{ص_2 + ص_1}{2}, \frac{س_2 + س_1}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{1-2}{2}, \frac{1-3}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{1}{2}, \frac{2}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{1}{2}, 2 \right) = م$$

(١٨) (٦-، ١٠-)، (٨-، ٤-)

(٧-، ٣)

$$\left( \frac{ص_2 + ص_1}{2}, \frac{س_2 + س_1}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{8-6-}{2}, \frac{4-10}{2} \right) = م$$

$$\left( \frac{14-}{2}, \frac{6}{2} \right) = م$$

$$(7-، 3) = م$$

١٩) خدمة التوصيل، يقدم أحد مطاعم الوجبات السريعة خدمة توصيل مجانية إلى أي موقع ضمن دائرة نصف قطرها ١٠ كلم من المطعم. فقطع الشخص الذي سيوصل الوجبات ٣٢ شارعًا شمالًا، ثم ٤٥ شارعًا إلى الشرق لإيصال الطلب، علمًا بأن البعد بين كل شارعين في هذه المدينة هو  $\frac{1}{4}$  كلم.  
أ) هل الموقع خارج نطاق الخدمة المجانية؟ فسّر ذلك.

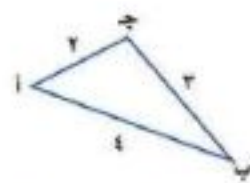
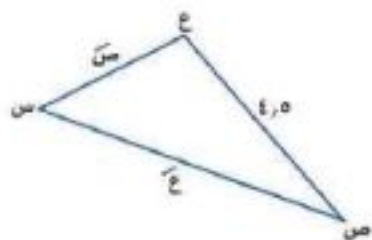
لا، المسافة نحو ٥٥ شارعًا أو نحو ٩ كلم

ب) صف موقعين للتوصيل يكون البعد بينهما ١٠ كلم تقريبًا.

٤٠ شارع إلى الجنوب و ٤٥ شارع إلى الغرب، ٣٨ شارع على الشمال و ٤٧ شارع إلى الغرب



(٢٠) إذا كان  $\Delta$  أ ب جـ  $\sim$   $\Delta$  س ص ع ، فأوجد أطوال الأضلاع المجهولة.



$$\frac{\text{س}}{2} = \frac{\text{ع}}{4} = \frac{4,5}{3}$$

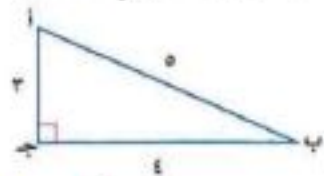
$$6 = \frac{4 \times 4,5}{3} = \text{ع}$$

$$3 = \frac{2 \times 4,5}{3} = \text{س}$$

$$\frac{\text{ج}}{4} = \frac{27}{9}$$

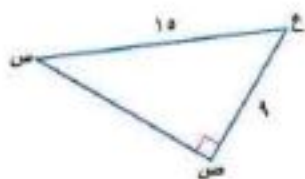
$$12 = \text{ج}$$

(٢١) أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية أ.



$$\text{جا أ} = \frac{4}{5}, \text{جتا أ} = \frac{3}{5}, \text{ظا أ} = \frac{4}{3}$$

(٢٢) أوجد ق  $\Delta$  س ص ع مقربًا إلى أقرب درجة.



$$\text{جا (س)} = \frac{9}{15}$$

$$\text{ماس} = 37^\circ$$

# الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤالٍ ممَّا يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة :

(١) بسِّط  $\frac{1}{\sqrt{7}+4}$

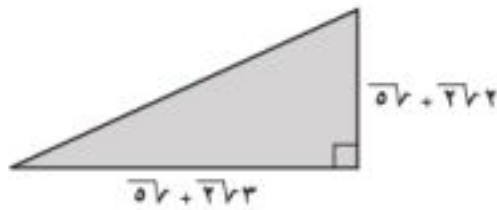
(ج)  $\frac{\sqrt{7}-4}{14}$

(١)  $\frac{\sqrt{7}+4}{14}$

(د)  $\frac{\sqrt{7}+2}{7}$

(ب)  $\frac{\sqrt{7}-2}{7}$

(٢) ما مساحة المثلث أدناه؟



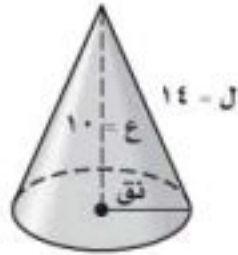
(١)  $\sqrt{5} \cdot 10 + \sqrt{3} \cdot 3$

(ب)  $\sqrt{10} \cdot 5 + 17$

(ج)  $\sqrt{5} \cdot 8 + \sqrt{3} \cdot 12$

(د)  $\sqrt{10} \cdot 2,5 + 8,5$

٣) يحسب طول راسم المخروط (ل) المبيّن بالشكل أدناه  
 بالعلاقة  $ل = \sqrt{ع^2 + نق^2}$  ، حيث نق نصف قطر القاعدة ، ع  
 ارتفاع المخروط، استعمل هذه العلاقة لإيجاد نق في الشكل  
 أدناه.



ج) ٩, ٨

أ) ٤, ٩

د) ١٠, ٢

ب) ٦, ٣

$$\sqrt{نق^2 + 100} = 14$$

$$نق^2 + 100 = 196$$

$$نق = 9.8$$

٤) أيُّ الأطوال التالية لا تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية؟

(أ) (١٢، ١٦، ٢٤)

(ب) (١٠، ٢٤، ٢٦)

(ج) (٢٤، ٤٥، ٥١)

(د) (١٨، ٢٤، ٣٠)

٥) أيُّ ممَّا يأتي لا يُعدُّ عاملاً من عوامل  $١٦ - ٤$ ؟

(أ)  $٢ - ٢$

(ب)  $٢ + ٢$

(ج)  $٢ + ٤$

(د)  $٤ + ٤$

٦) إذا كانت  $N$  تقع في منتصف المسافة بين  $A$  و  $B$ ، حيث  $N(١، ١)$ ،  $A(٢، ٢)$ ، فإن إحداثيات  $B$  تكون:

(أ)  $(٣، ٣)$

(ب)  $(١، ٥)$

(ج)  $(٠، ٠)$

(د)  $(\frac{1}{٢}، \frac{1}{٢})$

## إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

(٧) ما عدد المرات التي تتقاطع فيها الدالة  $v = s^2 - 4s + 10$  مع محور السينات؟

الدالة لا تتقاطع مع محور السينات

(٨) حلل كثيرة الحدود  $s^2 - 4s - 32$  تحليلًا تامًا.

$$(s^2 - 4s - 32) = (s + 4)(s - 8)$$

$$= (s + 2)(s - 2)(s + 4)$$

(٩) بسط العبارة  $\left( \frac{r^2 - r^2 h^2 n^2}{r^2 h^2 n^3} \right)^2$

$$= \left( \frac{r^2 - r^2 h^2 n^2}{r^2 h^2 n^3} \right)^2 =$$

$$= \frac{r^2 - r^2 h^2 n^2}{r^2 h^2 n^3} =$$

$$= \frac{r^2 25 n^{14}}{r^2 h^2 n^6} =$$



١٠) استعمال خاصية التوزيع لتحليل

$$3س^3 - 2س^2 - 6س + 3ص$$

$$3س(ص - 2س + 1)$$

١١) حلّل ثلاثية الحدود:  $9س^2 + 3س - 9$

$$(3س - 3)(3س + 3)$$

## إجابات مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضِّحًا خطوات الحل:

(١٢) حدِّدت هدى مواقع بعض الأماكن في حيِّها في المستوى الإحداثي المبيَّن أدناه، حيث الوحدة = ٥, ٢ ميل



(أ) أوجد المسافة الحقيقية بين المدرسة والمسجد مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم.

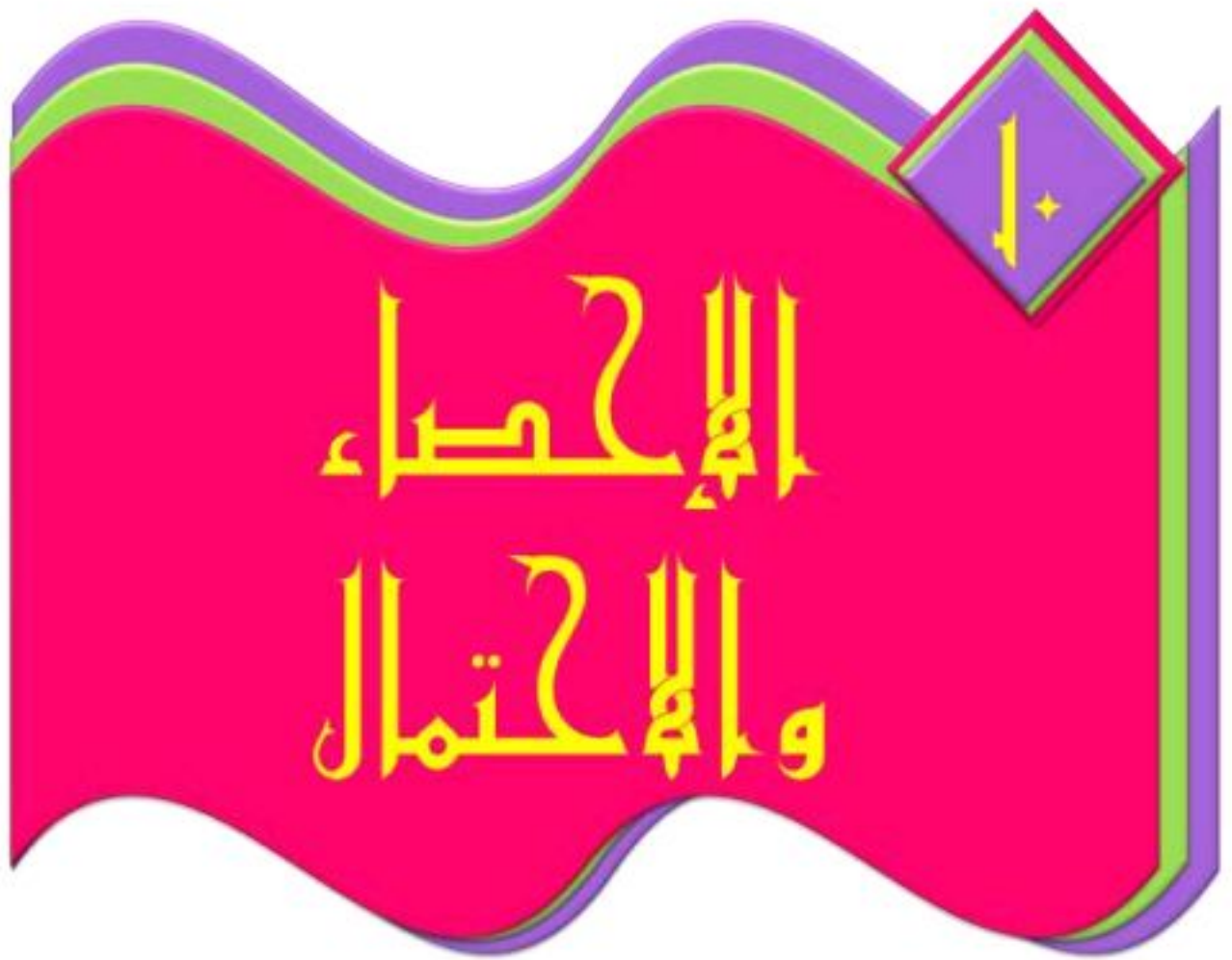
$$\overline{100+10} = \text{المسافة}$$

$$10 \approx$$

(ب) إذا وقع منزل هدى في منتصف المسافة بين المدرسة والمجمع التجاري، فأوجد إحداثيات موقع منزل هدى موضِّحًا خطوات الحل.

$$\left( \frac{5+4}{2}, \frac{4+3}{2} \right)$$

$$\left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$



# التهيئة

إذا اخترت عشوائياً مكعباً واحداً من كيس يحتوي ٦ مكعبات حمراء و ٤ صفراء و ٣ زرقاء ومكعباً واحداً أخضر، فأوجد كلاً من الاحتمالات الآتية:  
(١) ح (أحمر)

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \text{ح (أحمر)}$$

(٢) ح (أزرق)

$$\frac{3}{14} = \text{ح (أزرق)}$$

(٣) ح (ليس أحمر)

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{6-14}{14} = \text{ح (ليس أحمر)}$$

(٤) ح (أبيض)

$$0 = \frac{0}{14} = \text{ح (أبيض)}$$

(٥) إذا ألقى سعد مكعب أرقام مرة واحدة، فما احتمال ظهور الرقم ٥؟

$$\frac{1}{6} = \text{ح (الرقم ٥)}$$

٦) أدار محمود مؤشر قرص دوار مقسم إلى ٨ قطاعات متساوية، بألوان مختلفة أحدها باللون الأزرق. ما احتمال أن يستقر المؤشر على القطاع الأزرق؟

$$\text{ح(أزرق)} = \frac{1}{8}$$

أوجد ناتج الضرب واكتبه في أبسط صورة:

$$(٧) \frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4}$$

$$(٨) \frac{7}{20} \times \frac{4}{19}$$

$$\frac{7}{95} = \frac{28}{380} = \frac{7 \times 4}{20 \times 19}$$

$$(٩) \frac{7}{32} \times \frac{4}{32}$$

$$\frac{7}{256} = \frac{28}{1024} = \frac{7 \times 4}{32 \times 32}$$

$$(١٠) \frac{7}{11} \times \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{22} = \frac{30}{132} = \frac{6 \times 5}{11 \times 12}$$

$$(١١) \frac{24}{100} \times \frac{56}{100}$$

$$\frac{84}{625} = \frac{336}{2500} = \frac{1344}{10000} = \frac{24 \times 56}{100 \times 100}$$

$$(١٢) \frac{17}{27} \times \frac{9}{34}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{153}{918} = \frac{17 \times 9}{27 \times 34}$$



اكتب كل كسر من الكسور الآتية على صورة نسبة مئوية،  
مقربًا إلى إجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

$$\frac{14}{17} \quad (13)$$

$$\%82,4 = 100 \times 0,824, \quad 0,824 = \frac{14}{17}$$

$$\frac{7}{8} \quad (14)$$

$$\%87,5 = 100 \times \frac{7}{8}$$

$$\frac{107}{125} \quad (15)$$

$$\%85,6 = 100 \times \frac{107}{125}$$

$$\frac{625}{1024} \quad (16)$$

$$\%61,0 = 100 \times \frac{625}{1024}$$

(17) **تسوق:** زار 2000 متسوق مركزًا تجاريًا، 700 منهم دون سن 21.  
فما النسبة المئوية لمن هم دون سن 21 من بين المتسوقين؟

$$\%35 = 100 \times 0,35, \quad 0,35 = \frac{700}{2000}$$

# تصميم دراسة مسحية

١-١٠

## تحقق

حدّد العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كلِّ مما يلي:



المجموعة ٢  
طعام بلا سكر



المجموعة ١  
طعام فيه سكر

(أ) **بحوث:** قامت مؤسسة للبحوث العلمية بتحليل ردود أفعال مجموعتين من الفئران تجاه السكر.

**العينة:** مجموعة الفئران الموجودة في مركز البحوث

**المجتمع:** جميع الفئران

**أسلوب جمع البيانات هو التجربة**

(ب) **إعادة التدوير:** يرغب مجلس بلدي في أن يبدأ بمشروع إعادة تدوير،

فأرسل لمجموعة من السكان اختيروا عشوائياً ١٠٠٠ استبانة تضمنت

سؤالاً حول المواد التي يرغبون في إعادة تدويرها.

**العينة:** ١٠٠٠ من سكان المدينة تم اختيارهم عشوائياً

**المجتمع:** جميع سكان هذا المدينة

**أسلوب جمع البيانات هو: أسلوب الدراسة المسحية**

حدّد في كل مما يأتي إن كانت العينة متحيزة أم غير متحيزة، وفسّر إجابتك:

(أ٢) **مدرسة:** سُئل كل عاشر طالب يدخل المدرسة عن المادة

الدراسية المفضلة لديه.

**العينة غير متحيزة،** لان هذه العينة تتكون من طلاب اختيروا عشوائيا

(ب٢) **مطاعم:** يريد مدير مطعم أن يتحقق من أن العاملين يخدمون الزبائن

بأسلوب جيد، فراقب أحد العاملين مدة ساعة في اليوم.

**العينة متحيزة** لان المدير راقب عامل واحد فقط من بين العاملين مدة ساعة

واحدة فقط

حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف

العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة، وفسّر إجابتك:

(أ٣) **مستشفى:** اعتمادًا على المعلومات المبيّنة إلى اليمين، وفي ندوة تعريفية،

يتم اختيار طبيب من ، كل قسم عشوائيًا ليقدم نبذة عن الخدمات التي يوفرها  
المستشفى في قسمه.

**العينة: الأطباء الذين يتم اختيارهم**

**المجتمع: جميع أطباء المستشفى**

**هذه العينة طبقية** حيث قسم الأطباء إلى مجموعات حسب الأقسام ثم يتم

الاختيار

(ب٣) **طعام:** يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة

بدءًا بوقت يُحدّد عشوائيًا.

**العينة: الفطائر التي يتم فحصها كل ٢٠ دقيقة**

**المجتمع: جميع الفطائر التي تعد في المطعم**

**هذه العينة منتظمة** حيث يفحص جودة الفطائر في فترات زمنية محددة

٣ (ج) احتفالات: تلصق نجمة في أحد الاحتفالات أسفل ثلاثة أطباق،  
وتقدم هدايا للضيوف الذين تكون هذه الأطباق من نصيبهم.

العينة: الأطباق التي تحمل الملصقات

المجتمع: الأطباق كلها

هذه العينة بسيطة، لأنه لكل فرد الفرصة أن يكون الملصق على طبقه





حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنف أسلوب جمع البيانات المستعمل:

(١) **مجالات:** يريد القائمون على إعداد مجلة المدرسة اختيار تصميم لغلّاؤها من بين خمسة تصاميم؛ لذا فقد اختير عشرة من طلاب المدرسة عشوائياً للانتقاء من بين هذه التصاميم.

**العينة: عشرة طلاب**

**المجتمع: جميع طلاب المدرسة**

**الدراسة قائمة على الملاحظة**

(٢) **رياضة:** يريد مدير نادٍ رياضي أن يحدّد شعارًا للنادي، فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائياً عن آرائهم.

**العينة: ١٠٠ شخص من مشجعي النادي**

**المجتمع: مشجعي النادي جميعهم**

**هذا أسلوب الدراسة المسحية حيث تؤخذ البيانات من استجابة أفراد العينة نحو الشعار**

حدّد في كل مما يأتي إن كانت العينة متحيزة أم غير متحيزة، وفسّر إجابتك:

(٣) **هوايات:** يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة ويسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة.

**غير متحيزة لان لكل طالب الفرصة نفسها لأن يكون الطالب العاشر**



(٤) **تسوق:** سُئل كل خامس عشر متسوق في متجر ملابس عن نوع الهدية التي يود أن تُقدم له.

**متحيزة** لان هؤلاء الأشخاص موجودون في متجر الملابس، فسيكون الاحتمال الأكبر أن تكون إجاباتهم "الملابس"

حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة، مفسّراً إجابتك:

(٥) **بطاقات مصوّرة:** وزّع أحمد بطاقات الصور التي التقطها

في مجموعات بحسب المدن التي تمثلها هذه البطاقات، ثم اختار بطاقتين عشوائياً من كل مجموعة.

**العينة:** أزواج البطاقات التي اختارها من المجموعات

**المجتمع:** البطاقات كلها التي يملكها احمد

**نوع العينة:** طبقية حيث صنف احمد الصور إلى مجموعات حسب المدن التي تمثلها قبل اختيار العينة

(٦) **تلفزة:** تود محطة تلفزة أن تحدد أكثر برامجها مشاهدة، فأرسلت

استبانة إلى عدة أشخاص اختيروا عشوائياً من أنحاء المملكة كافة.

**العينة:** الأشخاص الذين استلموا الاستبانة من المحطة

**المجتمع:** مشاهدو المحطة من كافة أنحاء المملكة

**نوع العينة:** عشوائية بسيطة، فقد تم اختيار الأشخاص عشوائياً

## تدرب وحل المسائل:



عين فيما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنف أسلوب جمع البيانات المستعمل:

(٧) **صحف:** يريد محل بيع صحف أن يعرف عدد النسخ التي يطلبها من كل صحيفة يومية، فأرسل رسائل إلى جميع بيوت أحد الأحياء يسألهم فيها عن الصحيفة التي يطالعونها.

**العينة:** سكان الحي الذين تم سؤالهم

**المجتمع:** قراء الصحف كلهم

**أسلوب جمع البيانات:** الدراسة مسحية

(٨) **رحلات:** سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلاً والأقل تفضيلاً.

**العينة:** الزبائن جميعهم الذين تعاملوا مع الشركة خلال السنتين الماضيتين

**المجتمع:** الزبائن السابقون جميعهم

**أسلوب جمع البيانات:** الدراسة مسحية

حدّد في كل مما يأتي إن كانت كل العينة متحيزة أم غير متحيزة، وفسّر إجابتك:

(٩) **مكتبة:** سأل أمين مكتبة كل من يستعير كتاباً إن كان يستعمل

الحاسب الموجود في المكتبة.

**متحيزة لأنه يسأل الأشخاص الذين يستعرون الكتب فقط**

(١٠) **ملابس:** يعطي محل بيع ملابس كل زبون بطاقة يمكنه أن

يعيدها بالبريد، يسأله فيها عن نوع الثياب التي يفضلها

**غير متحيزة لان لكل زبون فرصة الاختيار نفسها**

حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة، وفسّر إجابتك:

(١١) **توظيف:** صنّفت شركة طلبات التوظيف لديها في مجموعات بحسب مناطق سكن مقدميها، ليتم فرزها لاختيار طلبات الشباب.

**العينة: طلبات الشباب**

**المجتمع: جميع طلبات التوظيف المقدمة للشركة**

**نوع العينة: طبقية حيث أن الطلبات قد قسمت**

(١٢) **تسويق:** يقدم مركز تجاري هدية للزبون رقم ٥٠ من بين كل خمسين زبوناً.

**العينة: كل زبون رقمه ٥٠، من بين كل ٥٠ زبونا**

**المجتمع: زبائن المركز التجاري جميعهم**

**نوع العينة: منتظمة، لأنه يتم اختيار الزبائن على فترات منتظمة**

(١٣) **حقائب:** أجرت شركة لصناعة الحقائب دراسة على زبائنها حول تصميم الحقبية، وذلك عن طريق تسجيل شكل ولون الحقبية التي يشتريها الزبون.

(أ) حدّد العينة، والمجتمع الذي اختيرت منه.

**العينة: الزبائن الذين خضعوا للدراسة المسحية**

**المجتمع: الزبائن جميعهم**

(ب) صنّف أسلوب جمع البيانات المستعمل.

**الدراسة قائمة على الملاحظة**

(ج) هل العينة متحيزة أم غير متحيزة؟ فسّر إجابتك.

**غير متحيزة لان لكل زبون الفرصة نفسها ليكون من بين المختارين في العينة**

(د) إذا كانت غير متحيزة فصنّفها إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة.

**منتظمة**



(١٤) تمثيلات متعددة: سوف تقوم في هذه المسألة بتصميم وتنفيذ دراسة مسحية خاصة بك، انظر اعمال الطلاب

## مسائل مهارات التفكير العليا:

(١٥) تبرير: قارن بين أوجه شبه وأوجه اختلاف أساليب جمع البيانات الثلاثة التي عرضها الدرس.

هذه الأساليب جميعها تقدم معلومات يمكن التوصل منها إلى استنتاجات حول المجتمع تطرح الدراسة المسحية عدة أسئلة وترصد الدراسة القائمة على الملاحظة ردود فعل على أمر أو موقف ما وترصد التجربة نتائج أو رد فعل لموقف مصطنع

(١٦) مسألة مفتوحة: صف مثلاً من واقع الحياة لدراسة قائمة على الملاحظة.

تريد إحدى الشركات المنتجة لألعاب الأطفال أن تقارن بين منتجاتها ومنتجات مشابهة للشركات المنافسة ولهذا الغرض تعد غرفة تضع فيها لعبة من إنتاجها وثلاثة ألعاب من إنتاج شركات منافسة وتلاحظ أي الألعاب يختارها أفراد العينة

(١٧) اكتب: فسّر أهمية الدراسات المسحية المضبوطة للشركات، وكيف يمكن للشركات استعمالها.

تحتاج الشركات إلى دراسات مسحية دقيقة لاتخاذ القرارات حول طرق تسويق وبيع منتجاتها التي تحقق للشركة أكبر ربح واتخاذ القرارات المناسبة بشأن التسويق والإعلان وطريقة الوصول للجماهير المستهدفة كما تساعدهم على اتخاذ القرارات بشأن أنواع المنتجات التي يجب تطويرها أو الاستمرار في بيعها.

## تدريب على اختبار

١٨) إجابة قصيرة: تزيد فترة الاحتراق الأولى لصاروخ مقدار ٢٨ ثانية على الفترة الثانية. فإذا كانت مدة الاحتراق كاملة ١٥٢ ثانية فكم ثانية مدة الفترة الأولى؟

$$ن + ن + ٢٨ = ١٥٢، ١٢٤ = ٢ن$$

$$ن = \text{الفترة الأولى} = ٦٢ \text{ ثانية}$$

$$\text{المرحلة الثانية} = ن + ٢٨ = ٦٢ + ٢٨ = ٩٠ \text{ ثانية}$$

١٩) هندسة: تُني سلك طوله ٤٢ سنتيمتراً ليكون مستطيلاً طوله يساوي مثلي عرضه. أوجد بُعدي المستطيل.

$$\text{ج) } ٩ \text{ سم، } ١٦ \text{ سم}$$

$$\text{أ) } ٥ \text{ سم، } ١٢ \text{ سم}$$

$$\text{د) } ١١ \text{ سم، } ١٨ \text{ سم}$$

$$\text{ب) } ٧ \text{ سم، } ١٤ \text{ سم}$$

$$\text{عرض} = س$$

$$\text{طول} = ٢س$$

$$\text{محيط المستطيل} = ٤٢ = (الطول + العرض) \times ٢$$

$$٤٢ = ٢ \times (س + ٢س)$$

$$٤٢ = ٢ \times ٣س$$

$$٤٢ = ٦س$$

$$س = ٦ \div ٤٢ = ٧$$

$$\text{العرض} = ٧ \text{ سم}$$

$$\text{الطول} = ٧ \times ٢ = ١٤ \text{ سم}$$

الاختيار الصحيح: ب) ٧ سم، ١٤ سم



## مراجعة تراكمية

٢٠) هندسة: إذا كانت مساحة المستطيل المجاور  $6s^2 + 19s - 7$  وحدة مربعة، فما عرضه؟



٣ - س ١

$$(-2s^2 + 19s - 7) \div (1 - 3s)$$

$$(-2s^2 + 19s - 7) \div [(1 - 3s)7 + (1 - 3s)2s]$$

$$(1 - 3s)(7 + 2s)$$

$$(1 - 3s) = \text{الطول}$$

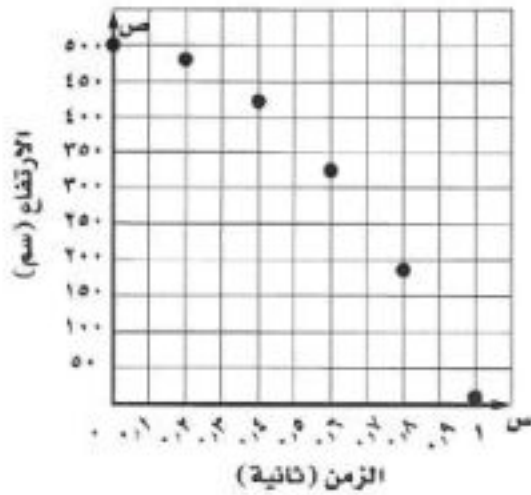
$$(7 + 2s) = \text{العرض}$$

## استعد للدرس اللاحق

(٢١) **علوم طبيعية :** في تجربة إلقاء جسم من ارتفاع ٥ م ، قام الطلاب بتسجيل ارتفاع الجسم عن الأرض ، والزمن الذي استغرقه ، فكانت كالاتي :

١	٠,٨	٠,٦	٠,٤	٠,٢	٠	الزمن (ثانية)
١٠	١٨٦	٣٢٤	٤٢٢	٤٨٠	٥٠٠	الارتفاع (سم)

مثل العلاقة بين ارتفاع الجسم والزمن بيانياً.



# تحليل نتائج الدراسة المسحية

٢-١٠

## تحقق

أي مقياس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كل مما يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس:

(أ) تسوق: سجّل أحد محال بيع الأجهزة الإلكترونية عدد الزبائن في كل ساعة عمل في أحد الأيام كما هو موضح في الجدول المجاور.

عدد الزبائن			
٨٦	٧١	٧٩	٨٦
٧٩	٣٢	٨٨	٨٦
٨٢	٦٩	٧١	٧٠
٨٦	٨١	٨٥	٨٦

المنوال، تحتوي مجموعة البيانات أعداداً متكررة  
المنوال = ٨٦

(ب) كتب: في دراسة مسحية لمصادر أبحاث عدد من طلاب الصف الثالث المتوسط في إحدى المناطق التعليمية كانت الاستجابات على النحو الآتي: من المعلم: ٤٢٠؛ من مكتبة المدرسة: ١٣٢٠؛ من المكتبة العامة: ١٠٢٠؛ من متاجر الكتب: ١٠٢٠؛ من المكتبة المنزلية: ٧٢٠؛ من الإنترنت: ٥٤٠؛ من الأصدقاء: ٥٤٠.

لا يمكن حساب مقياس نزعة مركزية لها، لان قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة

٢) مدينة ألعاب: طلب من كل عاشر زائر من بين ٥٠٠٠ زائر لمدينة ألعاب في أحد الأيام أن يجيب عن سؤال الاستبانة الآتي:  
السؤال: هل ترى أن أسعار بطاقات الدخول لمدينة الألعاب معقولة؟

الاستنتاج: أسعار التذاكر معقولة، ويجب أن تبقى كما هي.

النتائج	
الاختيار	الاستجابة
معقولة جدًا	٥٦
معقولة	١٨٥
معقولة نوعًا ما	١٣٢
غير معقولة	٦٩
غير معقولة أبدًا	٥٨

إن حجم العينة مناسب ولكنها قد تكون متحيزة لان الأشخاص الذين استجابوا لهذا المسح كانوا في مدينة الألعاب أي أنهم مستعدون وراغبون في دفع ثمن بطاقة الدخول

٣) يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة.



السؤال: ما اللعبة الرياضية التي تفضلها؟  
الاستنتاج: كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعًا بين الألعاب الرياضية المفضلة.  
حدّد ما إذا كان التمثيل بالأعمدة يقدم صورة صادقة أم لا لنتائج الدراسة المسحية. وفسّر إجابتك.

التمثيل والاستنتاج صحيحين  
بالنظر إلى التمثيل البياني واضح أن كرة اليد تمثل ٥٠ طالب بينما كل الألعاب الأخرى أكثر من ٥٠.



أي مقياس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كل مما يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس:

(١) **إعادة تدوير:** ترغب شركة في إعادة تدوير الأوراق الزائدة، فجمعتها في رزم ارتفاع الواحدة منها ٥٠ سم، وقد أحصى خالد عدد الرزم في نهاية كل شهر من السنة فكانت: ١٥، ١٢، ١٤، ١٥، ١٨، ١٥، ١٣، ١٤، ١٣، ١٢، ١٥، ١٨. **المنوال، لان مجموعة البيانات تتضمن قيما متكررة المنوال = ١٥**

(٢) **سياحة:** تريد إحدى وكالات السياحة التي تعمل عبر الإنترنت أن تنظم رحلات للعائلات، فأجرت مسحًا حول المكان المفضل لها لقضاء الإجازة. وقد كانت الأماكن الخمسة الأولى هي: الشواطئ ٢٥٪؛ المتنزّهات ٢٢٪؛ البر ٢١٪؛ المواقع الأثرية التاريخية ١٧٪؛ الجبال ١٥٪.

**لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية لان النسب المنوية المعطاة تمثل أشياء مختلفة**



حدّد صحة المعلومات والاستنتاجات لتقرير كل دراسة مسحية فيما يأتي:

(٣) **تلفاز:** تريد محطة تلفزيونية أن تغيّر نشاطها ، فأرسلت ١٠٠٠ استبانة بالبريد إلى أشخاص تمّ اختيارهم عشوائياً تقع ضمن منطقة بثها وتلقت ٧٥٠ ردّاً.

السؤال: ما نوع البرامج التلفزيونية التي تفضلها؟  
الاستنتاج: يجب أن تتحول المحطة إلى محطة إخبارية.

**غير صحيح** بسبب عدم ذكر نوع المحطة التي نفذت الدراسة يحتمل أن يكون الأشخاص الذين استجابوا للدراسة هم من الأشخاص الذين يشاهدون تلك المحطة أو المحطات المشابهة

النتائج	
الاختيار	الاستجابة
رياضية	٪٢٦
دينية	٪٣٢
إخبارية	٪٣٩
تعليمية	٪٣

(٤) **رياضة:** استطلعت إدارة التعليم في إحدى المناطق آراء ٣٥٨٥ طالباً عن رياضتهم المفضلة.

السؤال: ما الرياضة التي تفضل المشاركة فيها؟

النتائج: كرة الطائرة ٢٧١، كرة القدم ٥٧٠، كرة السلة ٤٣٦، التايكوندو ٢٧٩، المصارعة ١٩٧، جري التتابع ٢٠٩، السباحة ٣١٩، الجمباز ١٩٧، كرة اليد ٢٨٩، التنس ٢٠٢، رياضات أخرى ٦١٦.

الاستنتاج: كرة القدم هي الرياضة التي يفضل الطلاب المشاركة فيها.

ليس هناك دليل على التحيز في هذه البيانات وكذلك يبدو أن المصدر موثوق، والبيانات تؤيد الاستنتاج.

كذلك يبدو أن كلا من الدراسة المسحية والاستنتاج صحيحين

حدد إذا كان التمثيل بالأعمدة يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية.

( ٥ ) مسحوق غسيل: وزعت عينات من مسحوق غسيل على مجموعة من السيدات لمقارنته بمسحوق الغسيل الذي استخدمته. السؤال: ما رأيك باستبدال مسحوقك القديم بالمسحوق الجديد الاستنتاج: لن تستبدل معظم السيدات مسحوق الغسيل الذي يقمن باستعماله



يبدو للوهلة الأولى ان رأي معظم السيدات أن العينة أسوأ، و مع ذلك فإن فترات التدرج غير ثابتة. و إذا القينا نظرة فاحصة نجد ان نحو ١٤ سيدة ترى ان عينة المسحوق افضل او افضل

بكثير و ان من يرون انه اسوأ ١٠ سيدات فقط. لذا فإن التمثيل البياني المعروض مضلل، و الاستنتاج غير صادق.

( ٦ ) تلفاز: أجرت شبكة إعلامية دراسة حول عدد الساعات التي يقضيها الشباب في مشاهدة التلفاز في الأسبوع الواحد، وعرضت النتائج بالتمثيل البياني المجاور.



ليس هناك استنتاج لنرى إن كانت البيانات تؤيده أم لا، لذلك لا يمكن الحكم على صحة طريقة العرض

## تدرب وحل المسائل:



أي مقياس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كل مما يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس:

(٧) **كتب:** أجرى متجر كتب مسحًا لمعرفة موضوع الكتب المفضلة لزيائته، وكانت النتائج على النحو الآتي: الثقافية ٢١٪، القصص ١٩٪، المغامرات ١٢٪، العلمية ١٧٪، الدينية ١٨٪، التاريخية ١٣٪.

**لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية لان قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة**

الأنشطة الصيفية			
٤٣٣	المخيمات	٦٥٠	السباحة
٢٨١	المطالعة	٨٨٥	الرحلات
٥١٤	أخرى	١١٢٣	الرياضة

(٨) **أنشطة صيفية:** أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب، وعُرضت نتائجها في الجدول المجاور.

**لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية لان قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة**

حدّد صحة كلٍّ من المعلومات والاستنتاجات لتقرير كل دراسة مسحية فيما يأتي:

(٩) **قيادة:** أجرت صحيفة استطلاعًا شمل ٧٥٠ شخصًا من سكان إحدى المدن

السؤال: هل تتحدث عبر الهاتف الجوّال في أثناء قيادة السيارة؟

النتائج: لا ٧, ٢٠٪؛ بضع مرات ٧, ٤٨٪؛ على الأكثر ١, ٥٪؛ دائمًا ٥, ٢٥٪.

الاستنتاج: سائقو هذه المدينة غير حريصين.

**البيانات لا تؤيد والاستنتاج غير صحيح**



١٠) **قراءة:** أجرت مجلة نسائية استطلاعاً طلبت فيه من الطلاب والطالبات ذكر سبب القراءة.

النتائج: للاستمتاع ٢٥٪، لتعلم أشياء جديدة ٢٤٪، لتلبية طلبات المدرسة ١٨٪، بسبب الملل وعدم وجود شيء آخر ١٧٪، لأن أصدقاءهم يحبون القراءة ويتحدثون عن الكتب ١٦٪.

الاستنتاج: يقرأ الطلاب والطالبات الكتب لأسباب متعددة.

**لان المصدر مجلة نسائية فقد يكون معظم العينة من الفتيات وعندئذ لا يمكن التوصل إلى استنتاج غير متحيز بالنسبة للشباب بصورة عامة**

حدّد ما إذا كانت طريقة تمثيل النتائج تعطي صورة صحيحة حول نتائج

كل من الدراسات المسحية الآتية، وفسّر إجابتك.

١١) **بيئة:** أجرت مجلة بيئية دراسة مسحية شملت

١٠٠٠٠ شخص تم اختيارهم عشوائياً.

السؤال: ما التحدي البيئي الأكبر في القرن

الحادي والعشرين؟

الاستنتاج: إيجاد مكان لوضع النفايات أمر غير مهم.



الاستنتاج واسع جداً بالنسبة للبيانات المقدمة

(١٢) **تدريبات السلامة:** يعقد الهلال الأحمر دورات في السلامة مخصصة لطلاب المدارس المتوسطة والثانوية. سجّل ٧٤٪ من المشاركين في برنامج السلامة البحرية، ١٠٪ في برنامج رعاية الأطفال، ١٦٪ في برنامج الإسعافات الأولية.

السؤال: هل يجب أن يستمر الهلال الأحمر في طرح برنامج رعاية الأطفال؟ استعمل البيانات في كتابة استنتاج عن دورات السلامة.  
**لا يمكن أن يستمر برنامج رعاية الأطفال لأن نسبة المشتركين فيه ضعيفة جداً.**

(١٣) **تمثيلات متعددة:** سوف تستكشف في هذه المسألة طريقة أخرى لتحليل البيانات.

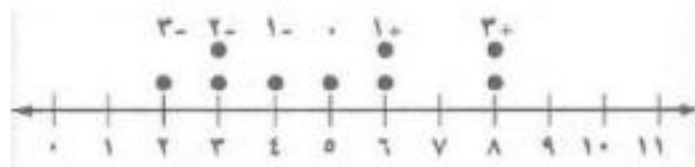
(أ) حسيًا: تجد أدناه توزيعًا لقطع نقود في مجموعات غير متساوية. ضع قطع نقود على الطاولة في مجموعات مماثلة للصورة.



**متروك للطالب**

(ب) بيانيًا: مثل هذه المجموعات بالنقاط، واكتب فوق كل عمود من النقاط الفرق بين عدد القطع في العمود والمتوسط الحسابي لعدد القطع في المجموعة الواحدة، ثم أوجد القيمة المطلقة لهذه الفروق.

**بيانيا:**





ج) تحليلياً: حرّك القطع لتجعل المجموعات متساوية، بحيث تحرك قطعة واحدة كل مرة، وتحرك القطعة مرة واحدة فقط، وعُدّ الحركات. فيوضّح ذلك مدى اختلاف المجموعات في الوضع الأصلي عنها في الوضع الجديد.

تقريباً ٨ حركات

د) تحليلياً: أوجد متوسط القيم المطلقة، وصف ما تمثله هذه القيمة، ووضّح معناها في هذه الحالة.

متوسط الفرق المطلق للقيم عن المتوسط الحسابي  $(٥) = ١,٧٨$

## مسائل مهارات التفكير العليا:

١٤) تحدّد، أوجد مجموعة من الأعداد يكون المتوسط الحسابي لها أكبر من الوسيط.

٩، ٥، ٤

١٥) مسألة مفتوحة: صف دراسة مسحية ترغب في أن تجريها. وحدّد العينة والمجتمع والأسئلة وكيفية عرض النتائج.

ارغب في إجراء دراسة مسحية حول الاحتفال الختامي للمدرسة سأختار لذلك عينة عشوائية طبقية مكونة من ٥٠ طالبا من فصول الصف الأول المتوسط و ٥٩ طالبا من فصول الصف الثاني متوسط و ٥٠ طالبا من فصول الصف الثالث المتوسط، واطرح عدة أسئلة على عينة الطلبة لتقويم اتجاهاتهم نحو الاحتفال الختامي للمدرسة واعرض النتائج باستعمال التمثيل بالأعمدة حيث يكون لكل سؤال لوحة أعمدة خاصة به.

١٦) اكتب: اشرح لماذا قد تعرض إحدى الشركات نتائج الدراسة المسحية

بصورة غير دقيقة، وأعطِ مثالا للطريقة التي يمكن أن يتم بها ذلك.

قد ترغب بعض الشركات في خداع الجمهور بإظهار أن منتجهم هو الأفضل وذلك من خلال عرض تمثيلات مضللة وقد يتم ذلك من خلال تمثيل البيانات بالأعمدة باستعمال تدرج كبير وترتيب البيانات فيه من الأصغر إلى الأكبر

## تدريب على اختبار

(١٧) إجابة قصيرة، بيعت ١٠٠٠ تذكرة في مهرجان. ثمن التذكرة ١٥ ريالاً للكبار، و٨ ريالات للأطفال، فكانت حصيلة المبيعات ١٢٩٠٠ ريال، فما عدد تذاكر الأطفال المباعة؟

$$\begin{aligned} \text{س} + \text{ص} &= 1000 \\ 15\text{س} + 8\text{ص} &= 12900 \text{ من} \\ 15(1000 - \text{ص}) + 8\text{ص} &= 12900 \\ 15000 - 15\text{ص} + 8\text{ص} &= 12900 \\ 15000 - 7\text{ص} &= 12900 \\ \text{إذن } 7\text{ص} &= 12900 - 15000 = 2100 \\ \text{ص} &= 300 \\ \text{إذن عدد تذاكر الأطفال المباعة} &= 300 \text{ تذكرة} \end{aligned}$$

(١٨) إذا كانت ٥, ٤ كيلومترات تعادل ٨, ٢ ميل تقريباً، فكم ميلاً تقريباً يساوي ١, ٦ كيلومترات؟

- (أ) ٣, ٢ أميال  
(ب) ٣, ٦ أميال  
(ج) ٣, ٨ أميال  
(د) ٤, ٠ أميال

$$4,5 \text{ س} = 2,8 \times 6,1$$

$$\text{س} = 3,8$$

الاختيار الصحيح: (ج) ٣, ٨ أميال

## مراجعة تراكمية

١٩) **كتب:** للتحقق من جودة الكتب التي تتم طباعتها يتم فحص الكتاب الخمسين من كل خمسين كتابًا تُطبع في المطبعة. حدّد العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، وهل هي متحيزة أم غير متحيزة؟ وإذا كانت غير متحيزة فصنّفها إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة غير متحيزة ومنتظمة

في السؤالين ٢٠-٢١ افترض أن  $\Delta$  زاوية حادة في المثلث القائم أ ب ج، ثم أوجد:

$$(٢٠) \text{ جتا } \alpha, \text{ ظا } \alpha \text{ إذا كان } \text{جا } \alpha = \frac{1}{4}$$



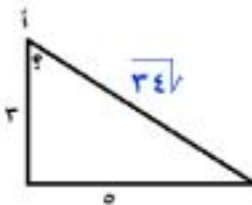
$$\text{جا } \alpha = \frac{4}{15}$$

$$\text{إذن المجاور} = \sqrt{15^2 - 4^2} = \sqrt{225 - 16} = \sqrt{209}$$

$$\text{جتا } \alpha = \frac{\sqrt{209}}{15}$$

$$\text{ظا } \alpha = \frac{4}{\sqrt{209}}$$

$$(٢١) \text{ جتا } \alpha, \text{ جتا } \alpha \text{ إذا كان } \text{ظا } \alpha = \frac{5}{3}$$



$$\text{ظا } \alpha = \frac{5}{3}$$

$$\text{إذن الوتر} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

$$\text{جتا } \alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\text{جا } \alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$$



## استعد للدرس اللاحق

أوجد الوسط الحسابي، والوسيط والمنوال لكل مجموعة بيانات فيما يأتي، قرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم:

(٢٢) ١١٠، ١٠٠، ١٠٥، ١٠٠، ١٠٥، ١٠٠

١١٠، ١٠٥، ١٠٥، ١٠٠، ١٠٠، ١٠٠

$$103,3 \approx \frac{110+105+105+100+100+100}{6} = \text{الوسط الحسابي}$$

$$102,5 = \frac{105+100}{2} : \text{الوسيط}$$

المنوال: ١٠٠

(٢٣) ٤٨، ٣١، ٢٧، ٤٢، ٣٥، ١٤، ٢٥، ١٢

٤٨، ٤٢، ٣٥، ٣١، ٢٧، ٢٥، ١٤، ١٢

$$29,3 \approx \frac{48+42+35+31+27+25+14+12}{8} = \text{الوسط الحسابي}$$

$$29 = \frac{31+27}{2} : \text{الوسيط}$$

المنوال: لا يوجد

(٢٤) ٨٥، ٢٥، ٦٥، ٣٥، ٤٥، ٦٥، ٥٥

٨٥، ٦٥، ٦٥، ٥٥، ٤٥، ٣٥، ٢٥

$$53,6 \approx \frac{85+65+65+55+45+35+25}{7} = \text{الوسط الحسابي}$$

الوسيط: ٥٥

المنوال: ٦٥



# إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

٣-١٠

## تحقق

(١) **أغذية:** يتم اختيار عبوة عشوائياً من خط إنتاج أحد الأغذية المحفوظة، ثم يُؤخذ بدءاً من تلك العبوة، العبوات التي أرقامها من مضاعفات ٥٠، وتُدوّن كتلتها ويُحسب المنوال لعينة كتل الإنتاج اليومي.

**العينة:** العبوة التي تؤخذ عن خط الإنتاج ويتم وزنها  
**المجتمع:** جميع العبوات التي ينتجها المصنع  
**إحصائي العينة:** منوال عينة أوزان الإنتاج اليومي.  
**معلمة المجتمع:** منوال أوزان جميع عبوات الإنتاج.

(٢) **تسويق:** رصد موزّع عدد صناديق العصير اليومية التي بيعت فكانت:  
١٢، ٣٢، ٣٦، ٤١، ٢٢، ٤٧، ٥١، ٣٣، ٣٧، ٤٩. أوجد الانحراف المتوسط لهذه البيانات.

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{49 + 37 + 33 + 51 + 47 + 22 + 41 + 36 + 32 + 12}{10}$$

$$36 = \frac{360}{10} =$$

مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي:

$$+|36 - 47| + |36 - 22| + |36 - 41| + |36 - 36| + |36 - 32| + |36 - 12|$$

$$|36 - 49| + |36 - 37| + |36 - 33| + |36 - 51|$$

$$9 = 10 \div 90 = 13 + 1 + 3 + 15 + 11 + 14 + 5 + 0 + 4 + 24$$

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعتي البيانات الآتيتين:

١٣ (أ) ٨، ١١، ١٥، ١٠، ٦

$$\bar{x} = \frac{8+11+15+10+6}{5} = \text{المتوسط الحسابي س}$$

$$\frac{{}^2(10-8) + {}^2(10-11) + {}^2(10-15) + {}^2(10-10) + {}^2(10-6)}{5} = \text{التباين ع}^1$$

$$9.2 = \frac{46}{5} =$$

$$3.0 = \sqrt{9.2} = \text{الانحراف المعياري ع}$$

٣ (ب) ١٠٠، ٨٣، ٧١، ٨٤، ٩٢

$$\bar{x} = \frac{430}{5} = \frac{100+83+71+84+92}{5} = \text{المتوسط الحسابي س}$$

$$\frac{{}^2(86-100) + {}^2(86-83) + {}^2(86-71) + {}^2(86-84) + {}^2(86-92)}{5}$$

$$9.4 = \text{التباين ع}^1$$

$$9.7 = \sqrt{94} = \text{الانحراف المعياري ع}$$

٤) رصد خالد استهلاكه من السيارات خلال أسبوع آخر فكان:

٢٠٠٠، ٢١٠٠، ١٩٠٠، ٢٠٠٠، ٢١٠٠، ٢٠٠٠، ١٩٥٠

أوجد الانحراف المعياري لاستهلاكه من السيارات في هذا الأسبوع.

الانحراف المعياري لاستهلاكه من السيارات = ٦٧,٨ تقريباً



عين العينة والمجتمع في كل من الموقفين الآتين، ثم صف إحصائي العينة ومعلّمة المجتمع:

(١) **تعليم:** اختيرت عينة عشوائية من ١٠٠٣ طلاب من الصف الثالث الثانوي في المدارس الثانوية في جدة، وسُئلوا إن كانوا راغبين في دراسة الهندسة بالجامعة، ثم حُسبت النسبة المئوية للذين كانت إجاباتهم "نعم".

**العينة:** ١٠٠٣ من طلبة الصف الثالث الثانوي في المدارس الثانوية في جدة  
**المجتمع:** طلبة الصف الثالث الثانوي جميعهم في المدارس الثانوية في جدة  
**إحصائي العينة:** النسبة المئوية للطلبة الراغبين في دراسة الهندسة بالجامعة  
**من طلبة العينة**

**معلمة المجتمع:** النسبة المئوية للطلبة الراغبين في دراسة الهندسة بالجامعة من كل طالب في الصف الثالث الثانوي في مدارس جدة الثانوية

(٢) **كتب:** أُجريت دراسة شملت عينة مكونة من ١٠٠٠ طالب في الجامعات السعودية حول المبالغ التي ينفقونها في شراء الكتب الإضافية في كل عام، ثم حُسب المتوسط الحسابي لهذه المبالغ.

**العينة:** ١٠٠٠ طالب من الجامعات السعودية  
**المجتمع:** طلبة الجامعات السعودية جميعهم  
**إحصائي العينة:** المتوسط الحسابي للمبالغ التي ينفقها طلبة العينة في شراء الكتب الإضافية

**معلمة المجتمع:** المتوسط الحسابي للمبالغ التي ينفقها طلبة الجامعات السعودية جميعهم في شراء الكتب الإضافية



(٣) **عمل إضافي:** أحصى مدير أحد المصانع عدد ساعات العمل الإضافي لعمال أحد الأقسام في الأسبوع فكانت: ١٠، ١٢، ٠، ٦، ٩، ١٥، ١٢، ١٠، ١١، ٢٠. أوجد الانحراف المتوسط لهذه البيانات مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{20+11+10+12+15+9+6+0+12+10}{10}$$

$$10,5 = \frac{105}{10} =$$

$$|10,5 - 15| + |10,5 - 9| + |10,5 - 6| + |10,5 - 0| + |10,5 - 12| + |10,5 - 10|$$

$$٣,٥ = 10 \div [ |10,5 - 20| + |10,5 - 11| + |10,5 - 10| + |10,5 - 12| +$$

$$٣,٥ = \text{الانحراف المتوسط}$$

.....

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعتي البيانات الآتيتين:

(٤) ١٧، ٢١، ١٨، ٤، ٣

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{17+21+18+4+3}{5} = 12,6$$

$$\text{التباين} = \frac{{}^2(12,6 - 17) + {}^2(12,6 - 21) + {}^2(12,6 - 18) + {}^2(12,6 - 4) + {}^2(12,6 - 3)}{5}$$

$$= ٥٧$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{57} = 7,6$$

(٥) ٢١، ١٨، ١٥، ١٢

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{21+18+15+12}{4} = 16,5$$

$$\text{التباين} = \frac{{}^2(16,5 - 21) + {}^2(16,5 - 18) + {}^2(16,5 - 15) + {}^2(16,5 - 12)}{4}$$

$$= ١١,٣$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{11,3} = 3,4$$

٦) إلكترونيات: أجرى محمود مسحًا لعدد الأجهزة الإلكترونية الموجودة في منزل كل واحد من زملائه في الفصل فكانت إجاباتهم: ٣، ١٠، ١١، ١٠، ٩، ١١، ١٢، ٨، ١١، ٨، ٧، ١٢، ١١، ١١، ٥. أوجد الانحراف المعياري مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة لمجموعة البيانات.

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{5+11+11+12+7+8+11+8+12+11+9+11+10+3}{15}$$

$$= 9.3$$

$$\text{التباين} = \frac{^2(16.5-21) + ^2(16.5-18) + ^2(16.5-15) + ^2(16.5-12)}{4}$$

$$= 6.4$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{6.4} = 2.5$$



## تدرب وحل المسائل:



عين العينة والمجتمع في كل من الموقفين الآتيتين، ثم صف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع:

(٧) اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية، وسُئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كلُّ منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع.

**العينة:** عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية

**المجتمع:** طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير جميعهم  
**إحصائي العينة:** الوقت الذي يقضيه أفراد العينة في الأنشطة المنهجية الإضافية

**معلمة المجتمع:** الوقت الذي يقضيه كل طلبة المدارس الثانوية في منطقة عسير في الأنشطة المنهجية الإضافية

(٨) اختيرت عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢٥٠٠ طالب من طلاب المدارس الثانوية في المملكة. وسُئل أفراد العينة عن المبلغ الذي ينفقه كلُّ منهم في الشهر.

**العينة:** عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢٥٠٠ طالب من طلاب المدارس الثانوية في المملكة

**المجتمع:** طلاب المدارس الثانوية في المملكة جميعهم  
**إحصائي العينة:** المبلغ الذي ينفقه كل واحد من أفراد العينة في الشهر  
**معلمة المجتمع:** المبلغ الذي ينفقه كل طالب من طلبة المدارس الثانوية في المملكة في الشهر

أوجد الانحراف المتوسط مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعتي البيانات الآتيتين:

٩) أقراص مدمجة: طلب مدرس إلى طلاب الصف أن يحددوا عدد الأقراص المدمجة التي يمتلكونها.

عدد الأقراص المدمجة					
١٤	١٢	٨٢	٥	٣٩	٢٦
٦	٤١	١٩	١٥	٣	٠
٢٩	١٩	١	١١	٠	٢

$$\begin{aligned} \text{المتوسط الحسابي} &= [11 + 15 + 5 + 0 + 3 + 39 + 2 + 0 + 26] \\ 18 &= 18 \div [29 + 6 + 14 + 19 + 41 + 12 + 1 + 19 + 82 + \\ &+ |18 - 0| + |18 - 3| + |18 - 39| + |18 - 2| + |18 - 0| + |18 - 26| \\ &+ |18 - 19| + |18 - 82| + |18 - 11| + |18 - 15| + |18 - 5| + |18 - 0| \\ &+ |18 - 6| + |18 - 14| + |18 - 19| + |18 - 41| + |18 - 12| + |18 - 1| + \\ &+ |18 - 29|] \\ 258 &= 18 \div [18 - 29| + \\ \text{الانحراف المتوسط} &= 18 \div 258 = 14,3 \end{aligned}$$

١٠) مبيعات: رصد صاحب محل عدد الأكياس التي تُباع في كل ساعة من أحد أنواع الحلوى، فكانت: ١٦، ٢٤، ١٥، ١٧، ٢٢، ١٦، ١٨،

٢٤، ١٧، ١٣، ٢٥، ٢١

$$\begin{aligned} \text{المتوسط الحسابي} &= [17 + 24 + 18 + 16 + 22 + 17 + 15 + 24 + 16] \\ 19 &= 12 \div [21 + 25 + 13 + \\ &+ |19 - 16| + |19 - 22| + |19 - 17| + |19 - 15| + |19 - 24| + |19 - 16| \\ &+ |19 - 21| + |19 - 25| + |19 - 13| + |19 - 17| + |19 - 24| + |19 - 18| \\ &+ |19 - 16| + |19 - 22| + |19 - 17| + |19 - 15| + |19 - 24| + |19 - 16| \\ &+ |19 - 21| + |19 - 25| + |19 - 13| + |19 - 17| + |19 - 24| + |19 - 18| \\ 42 &= 12 \div \\ \text{الانحراف المتوسط} &= 19 \div 42 = 3,5 \end{aligned}$$

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعتي البيانات الآتيتين:

(١١) ١٢،٧،٨،٣

$$7,5 = \frac{30}{4} = \frac{12+7+8+3}{4} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{{}^2(7,5-12) + {}^2(7,5-7) + {}^2(7,5-8) + {}^2(7,5-3)}{4} = \text{التباين}$$

$$10,3 =$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{10,3} = 3,2$$

(١٢) ٧٥،٧٤،٨٣،٧٨،٧٦

$$77,2 = \frac{75+74+83+78+76}{5} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{{}^2(77,2-75) + {}^2(77,2-74) + {}^2(77,2-83) + {}^2(77,2-78) + {}^2(77,2-76)}{5} = \text{التباين}$$

$$10,2 =$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{10,2} = 3,2$$

(١٣) مزاد: يرسم نجيب لوحات تحمل مناظر طبيعية ويعرضها للبيع في المزاد. فكان ثمن بيع بعض هذه اللوحات: ٣٢٥ ريالاً، ٤٥٠ ريالاً، ٥٠٠ ريالاً، ٥٧٥ ريالاً، ٢٢٥ ريالاً، ٨٥٠ ريالاً، ٦٠٠ ريالاً، ٣٥٠ ريالاً، ٤٥٠ ريالاً، ٥٠٠ ريالاً. أوجد الانحراف المعياري لهذه البيانات إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\frac{500+450+350+600+850+225+575+500+450+325}{10} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$482,5 =$$

$$26881,25 = \text{التباين}$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{26881,25} = 1640$$



١٤) كرة السلة: يبين الجدول المجاور أطوال لاعبي فريق كرة السلة في أحد الأندية الرياضية بالسنتيمترات.

أطوال لاعبي فريق كرة السلة				
١٩٨	١٨٨	٢١١	١٩٦	٢٠٣
١٧٥	٢١١	١٨٨	٢١١	٢٠٣
٢٠١	٢٠٦	٢٠٦	٢١٦	١٩٨

أ) أوجد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للأطوال.

المتوسط الحسابي = مجموع القيم الموجودة في الجدول على عدد هذه القيم

$$\text{المتوسط الحسابي} = 200,6$$

التباين = ع'

$$= \frac{\dots^2(200,6-196) + \dots^2(200,6-198) + \dots^2(200,6-203) + \dots^2(200,6-203)}{15}$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{ع'} = 10,5 \text{ تقريباً}$$

ب) إذا غيّرنا اللاعب الذي طوله ١٧٥ سم بلاعب طوله متر وسبعون سنتيمتراً، فأوجد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري. وصف أثر هذا التبديل في النتائج السابقة.

$$\begin{aligned} \text{المتوسط الحسابي} &= (203 + 203 + 198 + 196 + 211 + 216 + 211 + 188) \div 8 \\ &= 200,3 \end{aligned}$$

التباين = ع'

$$= \frac{\dots^2(200,3-196) + \dots^2(200,3-198) + \dots^2(200,3-203) + \dots^2(200,3-203)}{15}$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{ع'} = 11,4 \text{ تقريباً}$$

نقص المتوسط الحسابي وزاد الانحراف المعياري

## مسائل مهارات التفكير العليا:

١٥) اكتشف الخطأ: تصف كلٌّ من سحر ورغد طريقة لزيادة دقة دراسة مسحية، فأيهما كانت إجابتها صحيحة؟ فسّر إجابتك.

رغد	لسحر
يجب اختيار عينة الدراسة المسحية عشوائياً، ويجب أن تؤخذ عدة عينات عشوائية.	يجب أن تشتمل الدراسة المسحية على أكبر عدد ممكن من أفراد المجتمع.

كلاهما إجابة صحيحة إذ أن الطريقة التي ذكرها كل من سحر ورغد تؤدي إلى زيادة دقة الدراسة المسحية

١٦) تحدّ، أوجد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لمجتمع البيانات الممثلة بالمدرج التكراري أدناه.



$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{4 + 8 + 8 + 12 + 15 + 8 + 8 + 5}{8} = 8,75 =$$

$$\text{التباين} = \frac{\dots + (8,75 - 15)^2 + (8,75 - 12)^2 + (8,75 - 8)^2 + (8,75 - 8)^2 + (8,75 - 5)^2 + \dots}{8} = 11,2 =$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{11,2} = 3,3$$



(١٧) **تبرير** : حدّد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أحياناً أم صحيحة دائماً

أم غير صحيحة أبداً، وفسّر إجابتك:

"العينتان العشوائيتان المأخوذتان من المجتمع نفسه لهما

المتوسط الحسابي والانحراف المعياري نفسهما".

**غير صحيحة إطلاقاً** فإذا كانت العينات عشوائية حقاً فلن تحتوي عادة على

العناصر نفسها وكذلك سيكون المتوسط الحسابي والانحراف المعياري

للعينة الأولى مختلفين عن نظيريهما للعينة الثانية.

(١٨) **مسألة مفتوحة** : صف موقفاً من واقع الحياة يكون من المفيد فيه استعمال

متوسط العينة لتقدير متوسط المجتمع. وصف طريقة اختيار عينة عشوائية

من هذا المجتمع.

لإيجاد متوسط دخل الأسرة في المملكة تؤخذ عينة عشوائية طبقية مكونة

من ١٠٠٠ أسرة من مختلف مناطق المملكة.

(١٩) **اكتب** : قارن بين الانحراف المعياري والانحراف المتوسط.

هما قيمتان إحصائيتان تبينان درجة انحراف كل قيمة عن المتوسط

الحسابي لمجموعة البيانات ويحسب الانحراف المتوسط بإيجاد متوسط

القيم المطلقة للفروق بين كل عدد والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات

ولإيجاد الانحراف المعياري تربيع كل الفروق ثم تجد الجذر التربيعي

لمتوسط هذه المربعات.

## تدريب على اختبار

٢٠) إجابة قصيرة: زارت مجموعة من الطلاب مبنى التلفزيون، فدخل ٢٠ طالبًا منهم إلى قسم الأخبار. فإذا شكّل هؤلاء الطلاب ١٦٪ من مجموعة الطلاب، فما عدد أفراد المجموعة؟

$$\frac{16}{100} = \frac{20}{\text{س}}$$

بفرض أن س عدد أفراد المجموعة

$$\text{إذن س} = \frac{100 \times 20}{16} = 125 \text{ طالب.}$$

٢١) أطوال أعلى ٧ أشجار في حديقة هي: ١٩، ٢٤، ١٧، ٢٦، ٢٤، ٢٠، ١٨ قدمًا. أوجد الوسيط لهذه الأطوال؟

٢١ (ج)

١٧ (أ)

٢٤ (د)

٢٠ (ب)

١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢٤، ٢٤، ٢٦

الوسيط = ٢٠

الاختيار الصحيح: (ب) ٢٠

## مراجعة تراكمية

أيُّ مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كلِّ ممَّا يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة هذا المقياس:

(٢٢) **جمعيات النشاط:** كانت أعداد طلاب أحد الصفوف قد وُزعت على جمعيات النشاط على النحو الآتي: ٨، ١٢، ١٨، ٢٥، ٢١، ٥، ١٠، ١٤.

**الوسيط، لا يوجد فجوات كبيرة بين الأعداد،**

٥، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٨، ٢١، ٢٥

$$13 = \frac{12+14}{2}$$

**الوسيط = ١٣**

(٢٣) **درجات اختبار:** كانت درجات بعض الطلاب في مادة الرياضيات على النحو الآتي: ٧٨، ٨١، ٨٥، ٨٦، ٨٨، ٨٥، ٩٠، ٩١، ٨٥، ٩٥، ٩٨.

**المنوال، تكررت قيمة واحدة،**

**المنوال = ٨٥**

حدّد في كلِّ ممَّا يأتي، هل العينة متحيزة أم غير متحيزة؟ وبرّر إجابتك:

(٢٤) **تسوق:** طُلب إلى كلِّ عاشر شخص يدخل إلى مجمع تجاري أن يُسمّي المتجر المفضل لديه.

**غير متحيزة حيث يتم اختيار الأشخاص عشوائياً ولا يوجد دليل على التأثير.**

(٢٥) **رياضة:** سُئل كلِّ خامس شخص في مهرجان رياضي عن القناة التلفزيونية التي يفضلها.

**متحيزة، لأنهم موجودون في مهرجان رياضي فالأكثر احتمالاً أن يختاروا قناة رياضية.**

## استعد للدرس اللاحق

إذا اخترت عشوائياً بطاقة واحدة من كيسٍ يحوي ٣ بطاقات حمراء و ٦ بطاقات خضراء و ٥ بطاقات صفراء، و ٨ بطاقات برتقالية اللون فأوجد كلاً من الاحتمالات الآتية:

(٢٦) ح (حمراء)

$$\frac{3}{22} = \text{ح}$$

(٢٧) ح (برتقالية)

$$\frac{4}{11} = \frac{8}{22} = \text{ح}$$

(٢٨) ح (صفراء أو خضراء)

$$\frac{1}{2} = \frac{11}{22} = \frac{6+5}{22} = \text{ح}$$

(٢٩) ح (ليست برتقالية)

$$\frac{7}{11} = \frac{14}{22} = \text{ح}$$

(٣٠) ح (ليست خضراء)

$$\frac{8}{11} = \frac{16}{22} = \text{ح}$$

(٣١) ح (حمراء أو برتقالية)

$$\frac{1}{2} = \frac{11}{22} = \frac{8+3}{22} = \text{ح}$$



# الفصل ١٠ اختبار منتصف الفصل

الدروس ١٠-١ إلى ١٠-٣

عين العينة والمجتمع الذي اختيرت منه فيما يأتي، ثم صنف أسلوب جمع البيانات المُستعمل: (الدرس ١٠-١)

(١) شركة حليب: دعت شركة إنتاج حليب ١٠٠ طفلٍ ووالديهم لتذوق حليب بمذاق جديد.

العينة: ١٠٠ طفل ووالديهم

المجتمع: مجموعة من حديثي الولادة ووالديهم

أسلوب جمع البيانات: أسلوب الدراسة المسحية

(٢) غداء في فندق: يريد مدير فندق إضافة تعديلاتٍ على قائمة الطعام في الفندق، فسأل نُزلاء الغرف ذات الأرقام الفردية عن القائمة الجديدة المُقترحة للطعام.

العينة: عينة نزلاء الغرف الفردية

المجتمع: نزلاء الفندق

التصنيف: عينة عشوائية منتظمة



(٣) **دواء:** قامت مؤسسة للبحوث العلمية بتجربة دواء جديد على مجموعة من الفئران، فوجدوا أن فأراً من بين كل ٥٠ فأراً أخذوا الدواء قد تساقط شعرهم، فاستنتجوا النتيجة نفسها على كل ٥٠ شخصاً سيتناولون الدواء.

**العينة: عينة الفئران**

**المجتمع: فئران**

**التصنيف: عينة عشوائية منتظمة**

(٤) **أنشطة مدرسية:** تريد إدارة مدرسة إشراك الطالبات في الأنشطة المدرسية، فأرسلت نماذج لجميع الطالبات؛ لتحديد النشاط الذي ترغب الطالبة في الاشتراك فيه.

**العينة: طالبات المدرسة اللاني استلمن النماذج**

**المجتمع: جميع طالبات المدرسة**

**التصنيف: أسلوب الدراسة المسحية**

في كلِّ مما يأتي، حدّد ما إذا كانت العينة كلها متحيّزة أم غير متحيّزة، وفسّر إجابتك: (الدرس ١٠-١)

(٥) **المادة المفضلة:** سُئِلَ كلُّ خامس طالب يدخل المدرسة عن مادته المفضلة.

**غير متحيّزة، لان العينة من طلاب اختيروا عشوائياً**

(٦) **تسويق**؛ سُئِلَ كل شخصٍ يغادر مجمعاً تجارياً عن اسم المحل الذي يفضل التسوق منه.

**غير متحيزة لان لكل زبون فرصة الاختيار نفسها**

(٧) **كرة قدم**؛ وقف عددٌ من الطلّاب عند مدخل مدرسة ليسألوا كل عاشر طالبٍ يدخلها عن اسم فريق كرة القدم الذي يشجّعه.

**غير متحيزة، لان العينة من طلاب اختيروا عشوائياً**

(٨) **ألوان**؛ سُئِلَتْ كل خامسٍ طالبة تدخل المدرسة عن لونها المفضل.

**غير متحيزة، لان العينة من طالبات اختيروا عشوائياً**

(٩) **اختيار من متعدد**؛ كل ١٠ دقائق يُسجّل خالدٌ ما يُعرَض على التلفاز، وهل هو برنامج أم مسلسل، أيُّ العبارات التالية تصف العينة؟

(ج) منتظمة.

(أ) بسيطة.

(د) لا شيء ممّا ذكر.

(ب) طبقية.

أيُّ مقاييس النزعة المركزية (إن وُجِدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كلِّ ممَّا يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس: (الدرس ١٠-٢)

١٠) **حديقة الحي:** أعمار مجموعة من الأطفال الذين يلعبون في حديقة الحي هي: ٢، ٣، ٢، ٢، ٤، ٢، ٣، ٢، ٨، ٣، ٤، ٢

المنوال، تحتوي مجموعة البيانات أعدادا متكررة  
المنوال = ٢

١١) **إعادة تدوير:** عدد العلب المعدنية التي تمَّ تجميعها عند مدرسة في كلِّ أسبوع لإعادة تدويرها هو:  
٢٢، ١٠، ٢٣، ٢٥، ٢٤، ٢٣، ٢٥، ١٩.

المنوال، تحتوي مجموعة البيانات أعدادا متكررة  
المنوال = ٢٣، ٢٥

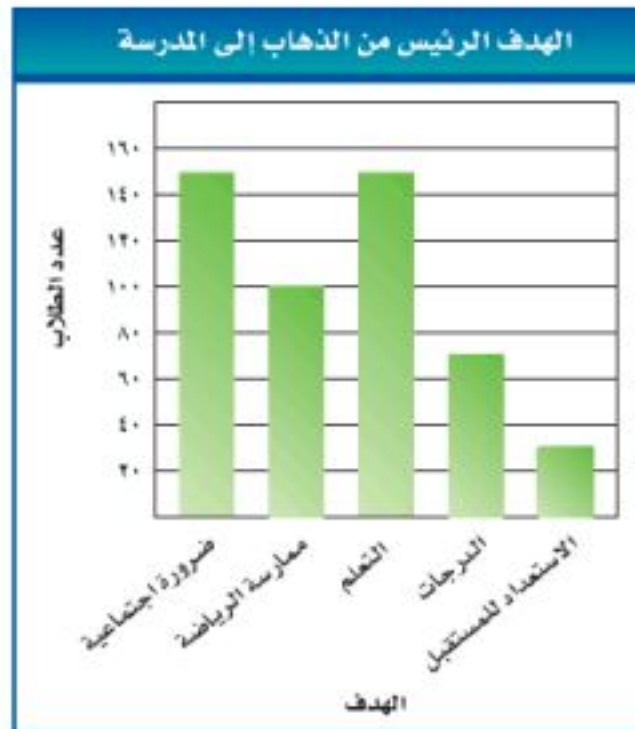
١٢) حدد ما إذا كانت طريقة تمثيل النتائج تُعطي صورة صحيحة

حول نتيجة الدراسة المسحية الآتية أم لا: (الدرس ١٠-٢)

أُجريت دراسة مسحية شملت ٥٠٠ طالب.

السؤال: ما الهدف الرئيس من ذهابك للمدرسة.

الاستنتاج: الاستعداد لبناء مستقبل ليس مهمًا على الإطلاق



يبدو للوهلة الاولى ان الهدف من الذهاب للمدرسة و هو الاستعداد للمستقبل أن العينة أسوأ، و مع ذلك فأن فترات التدرج غير ثابتة. و اذا القينا نظرة فاحصة نجد ان نحو ١٥٠ هدفهم التعلم افضل او افضل بكثير و ان من يرون انه اسوأ ٣٠ فقط. لذا فإن التمثيل البياني المعروض مضلل، و الاستنتاج غير صادق.

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعتي البيانات الآتيتين:

(١٣) ٩،٧،٧،٥،٤،٢

$$5,7 \approx \frac{9+7+7+5+4+2}{6} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{{}^2(5,7-9) + (5,7-7) + {}^2(5,7-7) + {}^2(5,7-5) + {}^2(5,7-4) + {}^2(5,7-2)}{6} = \text{ع}^2$$

التباين = 5,2

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{5,2} = 2,3$$

(١٤) ٢١،١٨،١٤،١٣

$$16,5 \approx \frac{21+18+14+13}{4} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{{}^2(16,5-21) + {}^2(16,5-18) + {}^2(16,5-14) + {}^2(16,5-13)}{4} = \text{ع}^2$$

التباين = 10,3

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{10,3} = 3,2$$



## التباديل والتوافيق

٤-١٠

### تحقق

(١) محاضرات: دخل ناصر وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات. فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعًا على ٦ مقاعد خالية في صف واحد؟

$$\text{عدد الطرق} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{ طريقة}$$

(٢) لوحات: رسم فنان ١٥ لوحة فنية. فبكم طريقة يمكنه اختيار ١٠ لوحات منها لعرضها في معرض فني.

$$L = \frac{!N}{!(R-N)}$$

$$10897286400 = \frac{!15}{!(5)} = \frac{!15}{!(10-15)} = {}_{10}L^{15}$$

(٣) اختبار: تقدّم سعيد لاختبار في التاريخ، طلب فيه الإجابة عن ١٠ أسئلة من بين ١٢ سؤالًا بكم طريقة يمكن أن يختار الأسئلة؟

$$66 \text{ طريقة} = \frac{!12}{!10!2} = {}_{10}L^{12}$$

٤) كتب: أراد أربعة طلاب أن يختاروا كتبًا يقرؤونها من بين ١٨ كتابًا مختلفًا، تتكون من ٤ روايات، و ٦ كتب علمية، و ٨ كتب إسلامية. بكم طريقة يمكنهم اختيار الكتب الأربعة؟

$${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$${}^{18}C_4 = \frac{18!}{4!(18-4)!} = 3060 \text{ طريقة}$$

٥) شركات: يريد أعضاء مجلس إدارة شركة أن يختاروا رئيسًا ونائبًا للرئيس وأمينًا للسر وأمينًا للصندوق. وكان فهد وسطام من بين تسعة مرشحين لهذه المراكز.

أ) بكم طريقة يمكن لأعضاء مجلس الإدارة اختيار الأعضاء الذين يشغلون هذه المراكز؟

$${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}^9P_4 = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = 3024$$

ب) إذا تم الاختيار عشوائيًا، فما احتمال أن يُختار فهد أو سطام لمركز الرئيس أو نائب الرئيس؟

$$\frac{5}{12} = 41.7\% \text{ تقريبًا}$$

$$\text{عدد طرق اختيار رئيس ونائب رئيس} = {}^9C_2 = \frac{9!}{2! \times 7!} = 36$$

٨ طرق يكون فيها فهد رئيس و ٨ طرق يكون فيها سطام رئيس

٨ طرق يكون فيها فهد نائب رئيس (إحداها مكررة عندما يكون سطام رئيس)

وأيضا ٨ طرق يكون سطام نائب رئيس (إحداها مكررة عندما يكون فهد رئيس)

عدد الطرق التي يكون فيها فهد أو سطام رئيس أو نائب رئيس = ٧ + ٨ + ٨

٧ + ٨ = ٣٠ (حذف المكرر) يمكن التوضيح بأي من الثلاث شرائح التالية

$$\text{ح (فهد أو سطام)} = \frac{30}{9 \times 8} = \frac{12}{5} = 74.4\%$$

# تأكد:

(١) جوائز: يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائزه الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة. بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد؟

$$720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \text{ طريقة}$$

أوجد قيمة كل مما يأتي:

$${}^7P_2 \quad (2)$$

$$\frac{!n}{!(r-n)} = P$$

$$42 = \frac{!7}{!5} = \frac{!7}{!(2-7)} = {}^7P_2$$

$${}^9P_3 \quad (3)$$

$$\frac{!n}{!(r-n)} = P$$

$$504 = \frac{!9}{!6} = \frac{!9}{!(3-9)} = {}^9P_3$$

$${}^6C_4 \quad (4)$$

$$\frac{!n}{!r!(r-n)} = {}^nC_r$$

$$15 = \frac{!6}{!4!(4-6)} = {}^6C_4$$

(٥)  ${}^5P_2$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$10 = \frac{!5}{!2!(3)} = \frac{!5}{!2!(2-5)} = {}^5P_2$$

(٦) إعادة تدوير: وضع خالد حاويات لتجميع المواد التي سيُعاد تدويرها،

على أن تكون هناك حاوية لكل من المواد الآتية: الزجاج والبلاستيك والورق والألومنيوم. بكم طريقة يمكن أن ينظم خالد هذه الحاويات في صف؟

نفس طريقة حل السؤال السابق = ٢٤

$$!4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

(٧) مثلجات: يعرض أحد مصانع المثلجات ٥ أنواع مختلفة بطعم الشوكولاتة،

و ٤ أنواع مختلفة بطعم الفراولة و ٦ أنواع بطعم التوت.

(أ) بكم طريقة يمكن أن يختار أحد الزبائن ٣ أنواع مختلفة من المثلجات؟

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$${}^5P_3 = \frac{!5}{!3!(2)} = \frac{!5}{!3!(3-5)} = ٥٥ \text{ طريقة}$$

(ب) هل تتضمن عملية الاختيار التباديل أم التوافيق؟

**توافيق**

(ج) إذا تم اختيار أنواع «المثلجات» عشوائياً، فما احتمال أن تكون

الأنواع الثلاثة التي اختارها أحد الزبائن بطعم الشوكولاتة؟

$$\text{عدد طرق اختيار ٣ أنواع من الشوكولاتة} = {}^5P_3 = \frac{!5}{!3 \times !2} = 10$$

$$\text{احتمال (ان تكون الانواع الثلاثة شوكولاتة)} = \frac{10}{455} = 2,2\%$$



## تدرب وحل المسائل:



٨ تصوير، اصطف الطلاب الأربعة الأوائل في فصول الصف الثالث المتوسط في إحدى المدارس في صفٍ لالتقاط صورة؛ لعرضها على لوحة الشرف في المدرسة. فبكم طريقة يمكن أن ينظم المصور الطلاب الأربعة ليلتقط الصورة؟

$$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$$

٩ مسابقات علمية، وصل ٨ طلاب إلى المرحلة النهائية في مسابقات علمية فبكم طريقة يمكن أن يقف هؤلاء الطلاب في صفٍ على منصة قاعة الاحتفالات؟

$$40320 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$$

أوجد قيمة كل مما يأتي:

$${}_{10}P_6$$

$$\frac{{}^nP}{{}^{(r-n)}!} = P$$

$$720 = \frac{{}^9P}{!6} = \frac{{}^6P}{!(6-6)} = {}_6P_6$$

$${}_{11}P_5$$

$$\frac{{}^nP}{{}^{(r-n)}!} = P$$

$$5 = \frac{{}^5P}{!4} = \frac{{}^5P}{!(1-5)} = {}_5P_5$$



(۱۲)  ${}_1P^4$

$$\frac{n!}{!(r-n)} = P$$

$$4 = \frac{!4}{!3} = \frac{!4}{!(1-4)} = {}_1P^4$$

(۱۳)  ${}_3P^7$

$$\frac{n!}{!(r-n)} = {}_rP^n$$

$$210 = \frac{!7}{!4} = \frac{!7}{!(3-7)} = {}_3P^7$$

(۱۴)  ${}_6P^7$

$$\frac{n!}{r! (r-n)!} = {}_rC^n$$

$$7 = \frac{!7}{!6!1} = \frac{!7}{!6!(6-7)} = {}_6C^7$$

(۱۵)  ${}_3C^5$

$$\frac{n!}{r! (r-n)!} = {}_rC^n$$

$$10 = \frac{!5}{!6!2} = \frac{!5}{!3!(3-5)} = {}_3C^5$$

(۱۶)  ${}_5C^5$

$$\frac{n!}{r! (r-n)!} = {}_rC^n$$

$$1 = \frac{!5}{!5!(5-5)} = {}_5C^5$$

(١٧)  ${}^3C_n$ .

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$$

$$1 = \frac{3!}{10!(0-3)} = {}^3C_0$$

(١٨) **مجوهرات:** يعمل قاسم في محل لبيع المجوهرات. وقد طلب منه مدير أن يضع ثلاثاً من القلائد الاثنتي عشرة في خزانة العرض الأمامية. فبكم طريقة يمكن أن يرتب قاسم القلائد في خزانة العرض؟

$$\frac{n!}{(n-r)!} = {}^nP_r$$

$$1320 = \frac{12!}{9!} = \frac{12!}{(3-12)!} = {}^{12}P_3$$

(١٩) **كرات زجاجية:** يوجد في كيس ٢٠ كرة زجاجية، منها ٧ كرات حمراء و ٨ زرقاء و ٥ خضراء. فإذا سُحبت ١٥ كرة من الكيس عشوائياً، فما احتمال سحب ٥ كرات من كل لون؟

$$\text{عدد طرق سحب ١٥ كرة} = {}^{20}C_{15} = \frac{20!}{15! \times 5!}$$

$$15504 = \frac{16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20}{2 \times 3 \times 4 \times 5} =$$

$$\text{عدد طرق سحب ٥ كرات حمراء} = {}^7C_5 = 21$$

$$\text{عدد طرق سحب ٥ كرات زرقاء} = {}^8C_5 = 56$$

$$\text{عدد طرق سحب ٥ كرات خضراء} = {}^5C_5 = 1$$

$$\text{عدد طرق سحب ٥ كرات من كل لون} = 1 \times 56 \times 21 = 1176$$

$$\text{احتمال (سحب ٥ كرات من كل لون)} = \frac{1176}{15504} = 7,59\%$$

(٢٠) كرة قدم، رشَّح معلم التربية الرياضية ٩ طلاب من الصف الأول الثانوي، و٦ طلاب من الصف الثاني الثانوي، و٨ طلاب من الصف الثالث الثانوي؛ لتشكيل فريق كرة القدم المدرسي. إذا علمت أن الفريق يتكون من ١١ لاعباً أساسياً.

(أ) ما عدد طرق اختيار الفريق الأساسي؟

$$\text{عدد الطلاب} = ٩ + ٨ + ٦ = ٢٣ \text{ طالب}$$

(الترتيب غير مهم)

عدد طرق اختيار الفريق الأساسي

$${}^{23}C_{11} = \frac{!23}{!11 \times !12} = 1352078$$

(ب) إذا تم اختيار الفريق الأساسي عشوائياً، فما احتمال أن يكون من بينهم طالب واحد على الأقل من الصف الثالث الثانوي؟

لإيجاد احتمال أن يكون طالب واحد على الأقل من الصف الثالث نوجد

احتمال عدم وجود طالب من الصف الثالث في الفريق ثم نطرحه من ١

(احتمال متممة حادثة)

عدد طرق عدم وجود أي طالب من الصف الثالث (أي أن الفريق يتكون من

طلاب الصفين الأول والثاني فقط)

$${}^{15}C_{11} = \frac{!15}{!11 \times !4} = 1365$$

$$\text{ح (عدم وجود أي طالب من الصف الثالث)} = \frac{1365}{1352078}$$

ح (وجود طالب على الأقل من الصف الثالث) =

$$1 - \frac{1365}{1352078} \approx 99,9\%$$

حدّد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق:  
(٢١) اختيار ٣ أنواع مختلفة من الفطائر من قائمة تحتوي على ١٢ نوعاً.

توافيق

(٢٢) اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية.

تباديل

(٢٣) اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رفّ.

توافيق

(٢٤) ترتيب حروف كلمة «سعودي».

تباديل

(٢٥) **وظائف:** أجرى ٥١ شخصاً مقابلة لشغل إحدى الوظائف، فقامت

لجنة المقابلة باختيار مرشح لهذه الوظيفة و٤ بدلاء.

(أ) هل تتضمن عملية الاختيار تباديل أم توافيق؟

تباديل

(ب) بكم طريقة يمكن أن تختار اللجنة المرشّح للوظيفة والبدلاء الأربعة؟

$$L = \frac{!n}{!(n-r)}$$

$$L^{51} = \frac{!51}{!(51-4)} = \frac{!51}{!46} = 281887200 \text{ طريقة}$$

٢٦) **خزانه**: نسي هاني ترتيب الأعداد التي يستعملها لفتح خزانه.  
ولكنه يتذكر أنها تتكون من الأعداد ٥، ١٦، ٣١. فما العدد الأكبر  
للمحاولات التي ينفذها لفتح الخزانه؟

٣١، ١٦، ٥

١٦، ٣١، ٥

٣١، ٥، ١٦

٥، ٣١، ١٦

١٦، ٥، ٣١

٥، ١٦، ٣١

**٦ محاولات**



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢٧) اكتشف الخطأ، تريد كل من سلمى ونوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات؛ للإشراف على تزيين المدرسة استعدادًا لاحتفال تكريم الأوائل. تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل. فأيتهما كانت إجابتها صحيحة؟ فسّر إجابتك.

$$\begin{array}{l} \text{نوف} \\ \frac{110}{4!(4-10)} = 1^{\circ} \text{ ق} \\ 210 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{سلمى} \\ \frac{110}{4!(4-10)} = 1^{\circ} \text{ ل} \\ 5040 = \end{array}$$

**نوف،** بما أن الترتيب غير مهم فيجب استعمال التوافيق

(٢٨) حدّد الموقف المختلف عن المواقع الثلاثة الأخرى فيما يأتي، ووضّح إجابتك:

اختيار ١٠ كرات ملونة من حقيبة.

اختيار ٥ متسابقين في مسابقة ثقافية

تحديد ترتيب الطلاب الفائزين في إحدى المسابقات.

اختيار ٤ خيول من بين ٦ خيول للمشاركة في سباق.

**تحديد ترتيب للطلاب، لأنها الحالة الوحيدة التي يكون فيها الترتيب مهما**

(٢٩) تبرير: حدّد هل تكون العبارة  ${}^n C_r = {}^n P_r$  صحيحة أحيانًا أم صحيحة دائمًا أم غير صحيحة أبدًا. فسّر إجابتك.

**أحيانًا،** تكون هذه العبارة صحيحة عندما  $r=1$ ، لان الترتيب غير وارد عند اختيار عنصر واحد وهي صحيحة أيضا عندما  $r=n$ .

(٣٠) اكتب: اذكر موقفاً لاختيار ٣ أشياء من بين ٨ أشياء، على ألا يكون الترتيب فيه مهمًا.

اختيار ٣ طلاب للمشاركة في الإذاعة المدرسية من بين ثمانية طلاب

## تدريب على اختبار

(٣١) يريد سعيد أن يزرع ٣ أنواع مختلفة من بين ٨ أنواع مختلفة من الأزهار على جانب ممر في حديقته. بكم طريقة يمكنه زراعة هذه الأزهار؟

(ج) ٣٣٦

(أ) ٣٤٢

(د) ٣٢٨

(ب) ٣٣٨

$$L = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$L^8 = \frac{8!}{(8-3)!} = 336 \text{ طريقة}$$

الاختيار الصحيح: (ج) ٣٣٦

(٣٢) مع سالم ٣٠ ورقة نقد من فئتي عشرين ريالاً وخمسة ريالات، قيمتها ٤٢٠ ريالاً. فكم ورقة معه من فئة عشرين ريالاً؟

(ج) ١٨

(أ) ١٢

(د) ٢٠

(ب) ١٥

س فئة العشرين، ص فئة الخمسة

$$س + ص = ٣٠$$

$$٢٠س + ٥ص = ٤٢٠$$

بضرب المعادلة الاولى  $\times ٥$

$$١٥٠س + ٢٥ص = ٢١٠٠$$

$$٢٠س + ٥ص = ٤٢٠$$

$$420 = 20س + 5ص$$

$$150 = 5س + 5ص \quad (-)$$

$$270 = 15س$$

نطرح المعادلتين

$$٢٧٠ = ١٥س$$

$$١٨ = س$$

قسمة الطرفين على ١٥

إذا ١٨ ورقة من فئة ٢٠

الاختيار الصحيح: (ج) ١٨

## مراجعة تراكمية

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لكل مجموعة من مجموعات البيانات الآتية مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$(٣٣) ٨٩،٧٢،٤٧،٥٩،٤٧،٧٦$$

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{٨٩ + ٧٢ + ٤٧ + ٥٩ + ٤٧ + ٧٦}{٦} = ٦٥$$

التباين = ع'

$$\frac{{}^2(65-89) + {}^2(65-72) + {}^2(65-47) + {}^2(65-59) + {}^2(65-47) + {}^2(65-76)}{6}$$

$$= 238,3$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{ع'} = ١٥,٤ \text{ تقريبًا}$$

$$(٣٤) ٥٠،١٢،٢٠،٤٠،١٠،٣٠،٢٠$$

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{٥٠ + ١٢ + ٢٠ + ٤٠ + ١٠ + ٣٠ + ٢٠}{٧} = ٢٦$$

التباين = ع'

$$\frac{\dots + {}^2(26-20) + {}^2(26-40) + {}^2(26-10) + {}^2(26-30) + {}^2(26-20)}{6}$$

$$= 187,42$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{ع'} = ١٣,٧ \text{ تقريبًا}$$

(٣٥) مسح: أجرت إحدى شركات صنع العصائر دراسة مسحية؛ لمعرفة عدد العلب التي يشتريها الزبون في الأسبوع. فحصلت على الاستجابات الآتية: ١٤، ٧، ٣، ٠، ١٠، ١٢، ١٠، ١٠، فأى مقياس النزعة المركزية أفضل لتمثيل هذه البيانات؟ برّر إجابتك، ثم أوجد هذا المقياس.

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{١٠ + ١٢ + ١٠ + ٠ + ٣ + ٧ + ١٤}{٧} = ٨$$

$$\text{المتوسط الحسابي} = ٨، لعدم وجود قيم متطرفة$$

## استعد للدرس اللاحق

إذا اخترت عشوائياً قطعة بلاستيك واحدة من كيس يحوي ١٠ قطع حمراء و ١٢ قطعة زرقاء و ٨ قطع خضراء و ٤ قطع صفراء و ١٢ قطعة سوداء، فأوجد كلاً من الاحتمالات الآتية:

(٣٦) ح (زرقاء)

$$\frac{6}{23} = \frac{12}{46} = \text{ح}$$

(٣٧) ح (حمراء)

$$\frac{5}{23} = \frac{10}{46} = \text{ح}$$

(٣٨) ح (سوداء أو صفراء)

$$\frac{8}{23} = \frac{12+4}{46} = \text{ح}$$

(٣٩) ح (خضراء أو حمراء)

$$\frac{9}{23} = \frac{10+8}{46} = \text{ح}$$

(٤٠) ح (ليست زرقاء)

$$\frac{17}{23} = \frac{10+8+4+12}{46} = \text{ح}$$

(٤١) ح (ليست خضراء)

$$\frac{19}{23} = \frac{10+12+4+12}{46} = \text{ح}$$



## احتمالات الحوادث المركبة

٥-١٠

### تحقق

كرات زجاجية، يحتوي كيس على ٦ كرات سوداء و ٩ زرقاء و ٤ صفراء و كرتين خضراوين. فإذا سُحبت منه كرة عشوائياً ثم أُعيدت و سُحبت كرة ثانية، فأوجد احتمال

(أ) ح (زرقاء وخضراء)

$$\text{ح(زرقاء)} = \frac{9}{21}$$

$$\text{ح(خضراء)} = \frac{2}{21}$$

$$\text{ح(زرقاء وخضراء)} = \frac{9}{21} \times \frac{2}{21} = \frac{18}{441} = 4.1\%$$

(ب) ح (ليست سوداء وزرقاء)

$$30.6\% = \frac{135}{441} = \frac{9}{21} \times \frac{15}{21} = \frac{9}{21} \times \frac{6-21}{21}$$

**بطاقات:** يوجد في صندوق ١٠ بطاقات حمراء و ١٠ صفراء و ١٠ زرقاء و ١٠ بيضاء. و بطاقات كل مجموعة مرقمة بالأرقام من ١ إلى ١٠. فإذا سحب عبد الكريم ثلاث بطاقات عشوائياً من الصندوق واحدة تلو الأخرى من دون إرجاع. فأوجد احتمال أن تكون البطاقات المسحوبة بالترتيب المُعطى في كلِّ ممَّا يأتي:

(١٢) ح (اثان، خمسة، ليس خمسة)

ح (اثان، خمسة، ليس خمسة) = ح (اثان) × ح (خمس) × ح (ليس خمسة)

$$0.9\% = \frac{576}{64000} = \frac{36}{40} \times \frac{4}{40} \times \frac{4}{40} =$$

(ب٢) ح (حمراء، ليست حمراء، حمراء)

$$4.6\% \text{ تقريباً} = \frac{45}{988} = \frac{576}{64000} = \frac{10}{40} \times \frac{30}{40} \times \frac{10}{40} =$$

أوجد كلاً من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام:

(١٣) ح (أقل من ٣)

ح (أقل من ٣) = ح (ظهور ١) + ح (ظهور ٢)

$$33.3\% \approx 33\% = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$$

(ب٣) ح (عدد زوجي)

ح (عدد زوجي)

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

(٤) مكعب أرقام: عند رمي مكعب أرقام، ما احتمال ظهور عدد فردي أو أولي؟

$$66.7\% \text{ تقريباً} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

# تأكد: ✓

بيّن إن كانت الحوادث في الأسئلة الآتية مستقلة أم غير مستقلة،  
ثم أوجد احتمال كلٍّ منها :

## العاب الأطفال:

(١) ألعاب الأطفال: يحتوي صندوق ألعاب على ١٢ دمية و ٨ سيارات صغيرة و ٣ كرات. إذا اختارت أمينة اثنتين عشوائيًا من هذه الألعاب لأخيها الأصغر، فما احتمال أن تكون قد اختارت سيارتين صغيرتين؟

$$11 \approx \frac{28}{253} = \frac{56}{506} = \frac{7}{22} \times \frac{8}{23}$$

(٢) فواكه: تحتوي سلة على ٦ تفاحات و ٥ موزات و ٤ برتقالات و ٥ درّاقان. إذا اختار ماجد حبة واحدة من الفاكهة عشوائيًا وأكلها ثم اختار حبة ثانية. فما احتمال أن يكون قد اختار موزة ثم تفاحة؟  
غير مستقلة

$$ح(موزة) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$ح(تفاحة) = \frac{6}{19}$$

$$ح(موزة) \times ح(تفاحة) = \frac{6}{19} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{76} = \frac{3}{38} = 8\% \text{ تقريباً}$$

(٣) كتب: اختار حسن كتابًا من الرف المجاور عشوائيًا، وأعادته ثم اختار كتابًا آخر. فما احتمال أن يكون قد اختار كتابين من كتب الرياضيات؟



مستقلة

$$22,1\% \text{ تقريبًا} = \frac{64}{289} = \frac{8}{17} \times \frac{8}{17}$$

يحتوي صندوق على ٨ كرات حمراء و٨ سوداء و٨ بيضاء و٨ زرقاء، وقد رُقمت كرات كل لون بالأرقام من ١ إلى ٨، ثم سُحبت كرة واحدة عشوائيًا من الصندوق. حدّد هل الحادثان في كلٍّ مما يأتي متنافيتان أم غير متنافيتين، ثم أوجد الاحتمال:

(٤) ح (٢ أو ٨)

$$\frac{1}{4} = \frac{8}{32} = \frac{4}{32} + \frac{4}{32} \text{، متنافيتان،}$$

(٥) ح (حمراء أو زرقاء)

$$\frac{1}{2} = \frac{16}{32} = \frac{8}{32} + \frac{8}{32} \text{، متنافيتان،}$$

(٦) ح (زوجي أو سوداء)

غير متنافيتان

الأعداد الزوجية ٢، ٤، ٦، ٨

$$\frac{3}{4} = \frac{24}{32} = \frac{8}{32} + \frac{16}{32}$$



## تدرب وحل المسائل:



حدّد إذا كانت الحوادث فيما يأتي مستقلة أم غير مستقلة، ثم احسب احتمال كلٍّ منها:

(٧) **نقود:** إذا أُلقيت قطعة نقود ٤ مراتٍ، فما احتمال ظهور الكتابة

في المرات الأربع جميعها؟

$$\text{مستقلة، } 6,3\% \approx \frac{1}{16} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

(٨) **مكعب أرقام:** رمي مكعب أرقام مرتين، فما احتمال ظهور عددين مختلفين؟

**مستقلة**

$$83\% \approx \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \times \frac{6}{6}$$

(٩) **حلوى:** يحتوي صندوق على ١٠ قطع شوكولاتة بالحليب و٨ قطع شوكولاتة

سوداء و٦ قطع شوكولاتة بيضاء. اختار محمد قطعة واحدة عشوائياً وأكلها،

ثم اختار قطعة ثانية عشوائياً. فما احتمال أن يكون قد اختار قطعة شوكولاتة

بالحليب، ثم قطعة شوكولاتة بيضاء؟

**غير مستقلة**

$$11\% \approx \frac{5}{46} = \frac{60}{552} = \frac{6}{23} \times \frac{10}{24}$$

(١٠) **مكعب أرقام:** إذا أُلقي مكعب أرقام مرتين، فما احتمال ظهور

العدد نفسه في الرمتين؟

$$\text{مستقلة، } 17\% \approx \frac{1}{6}$$



حدّد إذا كانت الحوادث الآتية متنافية أم غير متنافية، ثم أوجد احتمال كلٍّ منها:

(١١) لعبة البولينج: تشير نتائج سابقة إلى أن احتمال أن يسقط مشعل جميع

القوارير في المحاولة الأولى ٣٠٪، واحتمال إسقاطها في المحاولة الثانية ٤٥٪،  
واحتمال عدم إسقاطها في المحاولتين ٢٥٪. فما احتمال أن يسقط مشعل القوارير  
جميعها في المحاولة الأولى أو الثانية لأيّ إطارٍ؟

متنافيتان

$$٧٥\% \text{ تقريبا} = \frac{75}{100} = \frac{45}{100} + \frac{30}{100}$$

(١٢) صفار القططة: أنجبت هرة ٨ قططة صغيرة: خمس إناث؛ اثنتان برتقاليّتان،

و ٣ ملونة، وثلاثة ذكور؛ واحد برتقالي، واثنان ملونان. فأراد خالد أن يحتفظ  
بواحدة من القططة الصغيرة، فما احتمال أن يختار منها واحدًا برتقالي اللون أو  
أنثى عشوائياً؟

غير متنافيتان

$$٧٥\% \text{ تقريبا} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

يحتوي كيس على ١٠ بطاقات حمراء و ١٠ زرقاء و ١٠ بيضاء و ١٠ خضراء،

ورُقمت البطاقات من كل لون بالأعداد من ١ إلى ١٠، فإذا سُحبت بطاقتان من  
دون إرجاع، فأوجد كلاً من الاحتمالات الآتية:

(١٣) ح (حمراء أو زرقاء)

$$50\% = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{10}{40} + \frac{10}{40}$$

(١٤) ح (زرقاء أو بيضاء)

$$50\% = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{10}{40} + \frac{10}{40}$$

(١٥) ح (١٠ ثم حمراء)

$$٢\% \text{ تقريبا} = \frac{3}{130} = \frac{36}{1560} = \frac{9}{39} \times \frac{4}{40}$$

(١٦) ح (٨ ثم زرقاء)

$$٢\% \text{ تقريبا} = \frac{3}{130} = \frac{36}{1560} = \frac{9}{39} \times \frac{4}{40}$$

(١٧) ح (خمسة ثم خضراء)

$$٢\% \text{ تقريبا} = \frac{3}{130}$$

$$٢\% \text{ تقريبا} = \frac{3}{130} = \frac{36}{1560} = \frac{9}{39} \times \frac{4}{40}$$

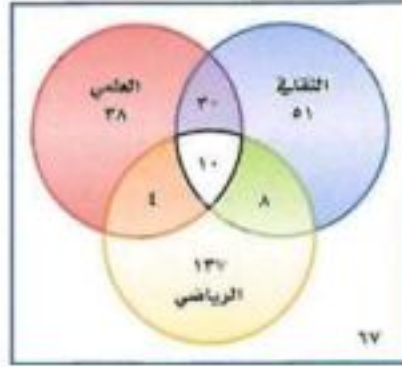
(١٨) ح (٣ أو ليست بيضاء)

$$٧٨\% \text{ تقريبا} = \frac{31}{40}$$

$$٣٠ = ١٠ - ٤٠ = \text{ليست بيضاء}$$

$$\frac{34}{40} = \frac{30}{40} + \frac{4}{40}$$

١٩) النشاط المدرسي: يمثل شكل فن الآتي النشاطات المدرسية التي يشارك فيها طلاب المرحلة المتوسطة في إحدى المدارس.



أ) ما عدد طلاب المرحلة المتوسطة في هذه المدرسة؟

$$٣٤٥ \text{ طالب} = ٦٧ + ١٣٧ + ٤ + ٨ + ١٠ + ٣٨ + ٣٠ + ٥١$$

ب) ما عدد الطلاب المشاركين في النشاط الرياضي؟

$$١٥٩ \text{ طالب} = ٤ + ١٠ + ٨ + ١٣٧$$

ج) إذا اختير أحد طلاب الصف عشوائياً، فما احتمال أن يكون مشاركاً في النشاط الرياضي أو العلمي؟

$$\%٦٦ \text{ تقريباً} = \frac{227}{345} = \frac{68}{345} + \frac{159}{345} = \frac{(30+38)}{345} + \frac{159}{345}$$

د) إذا اختير أحد طلاب الصف عشوائياً، فما احتمال أن يكون مشاركاً في النشاطين الثقافي والعلمي فقط؟

$$\%٩ = \frac{2}{23} \text{ تقريباً}$$

٢٠) **حلولي**: يحتوي وعاء على ١٠ قطع حلوى حمراء، و٦ خضراء، و٧ صفراء و ٥ برتقالية. فما احتمال أن يتم اختيار ٣ قطع عشوائياً مع الإرجاع، على أن تكون الأولى حمراء والثانية حمراء والثالثة برتقالية؟

$$\%٢ \text{ تقريباً} = \frac{125}{5488} = \frac{500}{21952} = \frac{5}{28} \times \frac{10}{28} \times \frac{10}{28}$$



## مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢١) **اكتشف الخطأ:** يريد كلُّ من حميد وجمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء أو حمراء عشوائياً من كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و ٤ بيضاء. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ اشرح تبريرك.

$$\begin{aligned} &\text{جمال} \\ &\text{ح (زرقاء أو حمراء)} \\ &\text{ح (زرقاء)} \times \text{ح (حمراء)} = \\ &\frac{6}{66} \times \frac{8}{66} = \\ &= \frac{48}{4356} = 1.1\% \text{ تقريباً} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{حميد} \\ &\text{ح (زرقاء أو حمراء)} \\ &\text{ح (زرقاء)} + \text{ح (حمراء)} = \\ &\frac{6}{66} + \frac{8}{66} = \\ &= \frac{14}{66} = 21.2\% \text{ تقريباً} \end{aligned}$$

**حمد،** يجب جمع الاحتمالين لأننا نريد احتمال كرة زرقاء أو حمراء وهما حادثان متنافيتان

(٢٢) **تبرير:** افترض أن هناك ٣ حوادث غير متنافية هي أ، ب، ج، واكتب جميع الاحتمالات التي يجب أخذها في الاعتبار عند حساب ح (أ أو ب أو ج)، ثم اكتب الصيغة التي تستعمل لحساب هذا الاحتمال.

$$\begin{aligned} &\text{ح (أ)، ح (ب)، ح (ج)، ح (أ و ب)، ح (أ و ج)، ح (ب و ج)،} \\ &\text{ح (أ أو ب أو ج)} = \text{ح (أ) + ح (ب) + ح (ج) - ح (أ و ب) - ح (أ و ج) -} \\ &\text{ح (ب و ج) + ح (أ و ب و ج)} \end{aligned}$$

(٢٣) **مسألة مفتوحة:** صف موقفاً في حياتك يتضمن حوادث مستقلة وأخرى غير مستقلة، وشرح الأسباب التي تجعل الحادثة مستقلة أو غير مستقلة.

اختيار كتاب وقراءته ووضع جانبا ثم اختيار كتاب آخر وقراءته ووضع جانبا تمثل حادثاً مستقلاً لان الكتاب الأول وضع جانبا قبل اختيار الكتاب الثاني أما اختيار الواجب البيتي لمادتين لطلهما فسيكون حادثاً غير مستقل إذا لم اضع الواجب الأول جانبا.

(٢٤) اكتب: اشرح لماذا يُستعملُ الطرح عند حساب احتمال حادثتين غير متنافيتين.  
 إذا كانت الحادثتان غير متنافيتين فإنه يوجد فيهما عناصر مشتركة لذا لا بد أن  
 نطرح للتخلص من العناصر التي تحسب مرتين.

### تدريب على اختبار

(٢٥) بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصاً؟

- (أ) ٤٨  
 (ب) ٤٨٣  
 (ج) ٤٩٥  
 (د) ١١٨٨٠

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$495 = \frac{12!}{4!8!} = \frac{12!}{4!(12-4)!} = {}^{12}C_4$$

الاختيار الصحيح: (ج) ٤٩٥

(٢٦) إجابة قصيرة، إذا كان احتمال ظهور الشعار عند إلقاء قطعة نقود يساوي  
 احتمال ظهور الكتابة، فما احتمال ظهور الكتابة إذا أُلقيت قطعة النقد مرة أخرى؟

- (أ)  $\frac{1}{2}$   
 (ب)  $\frac{1}{3}$   
 (ج)  $\frac{1}{4}$   
 (د)  $\frac{3}{4}$

الاختيار الصحيح: (أ)  $\frac{1}{2}$



## مراجعة تراكمية

(٢٧) هندسة: مستطيل عرضه  $3\sqrt{5}$  سنتيمتر، وطوله  $4\sqrt{10}$  سنتيمتر. أوجد مساحته. ثم اكتب الإجابة على شكل جذر في أبسط صورة.

$$\begin{aligned} \text{مساحته} &= 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{10} = 12\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} \\ &= 12 \times 2 \times 5 = 120 \text{ سم}^2 \end{aligned}$$

حل كلاً من المعادلات الآتية، ثم تحقق من صحة الحل:

$$6 = \sqrt{3 - a} \quad (28)$$

$$6 = \sqrt{3 - a}$$

$$36 = (\sqrt{3 - a})^2$$

$$36 = 3 - a$$

$$12 - a = 0$$

تحقق:

$$6 = \sqrt{36 - 0}$$

$$6 = 6$$

$$\sqrt{s} = \sqrt{2 \times 5} \quad (29)$$

$$\sqrt{s} = (\sqrt{2 \times 5})$$

$$^2(\sqrt{s}) = ^2(\sqrt{2 \times 5})$$

$$s = 50$$

$$50 = s$$

تحقیق:

$$\sqrt{s} = (\sqrt{2 \times 5})$$

$$\sqrt{50} = (\sqrt{2 \times 5})$$

$$\sqrt{5 \times 5 \times 2} = (\sqrt{2 \times 5})$$

$$c \quad \sqrt{2 \times 5} = (\sqrt{2 \times 5})$$

$$10 = 2 - \sqrt{4s} \quad (30)$$

$$10 = (2 - \sqrt{4s})^3$$

$$100 = (2 - \sqrt{4s})^2$$

$$100 = \sqrt{4s} \cdot 12 - 4 + 4s \times 9$$

$$96 = \sqrt{4s} \cdot 12 - 36s$$

$$0 = 96 - \sqrt{4s} \cdot 12 - 36s$$

$$0 = 8 - \sqrt{4s} - 3s$$

$$0 = 8 - \sqrt{4s} - 3s$$

$$8 - 3s = \sqrt{4s}$$

$$0 = 4s - 48s - 64 + 2s^2$$

$$0 = 64 + 52s - 2s^2$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = s$$

$$0 = 64 + 52s - 2s^2$$

$$\frac{64 \times 9 \times 4 - 2 \times 52^2}{18} \pm 52 = s$$

$$\frac{20 \pm 52}{18} = \frac{400 \pm 52}{18} = s$$

$$4 \pm = s$$

تحقیق:

$$10 = (2 - \sqrt{4s})^3$$

$$10 = (2 - \sqrt{4 \times 4})^3$$

$$c \quad 10 = (2 - 12)^3$$

$$10 = (2 - \sqrt{4s})^3$$

$$d \quad 10 = (2 - \sqrt{4 \times 4})^3$$

# اختبار الفصل

عين العينة والمجتمع الذي اختيرت منه فيما يأتي، ثم صنف الطريقة  
المستعملة لجمع البيانات:

(١) **لعب:** دعت شركة تنتج لعباً للأطفال ٥٠ طفلاً لاختيار لعبة  
جديدة ورصدت ردود أفعالهم.

**العينة:** الأطفال الخمسون

**المجتمع:** الأطفال جميعهم

**طريقة جمع البيانات:** دراسة قائمة على الملاحظة

(٢) **أزهار:** أرسل مشتل استبانة؛ لتحديد نوع الأزهار التي يفضلها  
الناس بصورة أكثر. وقد أرسل هذه الاستبانة إلى من تخطى  
سن الـ ٥٠ سنة في القوائم البريدية الخاصة بزيائن المشتل.

**العينة:** من هم في سنن ٥٠ سنة جميعهم على القائمة البريدية الخاصة  
بزيائن المشتل

**المجتمع:** الزبائن على القائمة البريدية للمشتل

**طريقة جمع البيانات:** دراسة مسحية

احسب قيمة كل من المقادير الآتية:

(٣)  ${}^7P_0$

$${}^7P_0 = \frac{!7}{!2} = \frac{!7}{!5-7}$$

(٤)  ${}^{10}P_4$

$${}^{10}P_4 = \frac{!10}{!4!6} = \frac{!10}{!4!4-10}$$

(٥)  ${}^7P_2$

$${}^7P_2 = \frac{!7}{!2!5} = \frac{!7}{!2!2-7}$$

(٦)  ${}^6P_3$

$${}^6P_3 = \frac{!6}{!3} = \frac{!6}{!3-6}$$

ما مقياس النزعة المركزية الأنسب لتمثيل البيانات الآتية؟ برّر

إجابتك، واحسب قيمة المقياس:

(٧) اقتراع: رصد مركز اقتراع، أعمار الأشخاص الذين اقترعوا

في ذلك المركز فكانت: ٢١، ٢٥، ٣٢، ٤١، ٣٢، ٢٠، ٦٥،

٣٣، ٣٠، ٧٢

٢٠، ٢١، ٢٥، ٣٠، ٣٢، ٣٢، ٣٣، ٤١، ٦٥، ٧٢

$$32 = \frac{32+32}{2}$$

الوسيط = ٣٢، يوجد قيم متطرفة



(٨) تسوق: رصد محل تجاري عدد القطع التي يشتريها المتسوقون في يوم معيّن فكانت: ٣، ٥، ٥، ٣، ٤، ٤، ٥، ٣، ٤، ٥، ٣، ٢، ٣، ٢، ١٠.

١٠، ٥، ٥، ٥، ٤، ٤، ٣، ٣، ٣، ٣، ٢، ٢

$$3,5 = \frac{7}{2} = \frac{4+3}{2}$$

الوسيط = 3,5، توجد قيم متطرفة

بيّن إن كانت العينة في كلّ ممّا يأتي متحيزة أم غير متحيزة، وبرّر إجابتك:

(٩) صحف: أرسلت استبانة لجميع المشتركين في إحدى الصحف؛ لمعرفة الصحيفة التي يفضل الناس قراءتها.

**متحيزة** لان الدراسة المسحية أجريت على مشركي الصحيفة بعينها لذا سيختار المستجيبون تلك الصحيفة على الأغلب

(١٠) تسوق: سُئل كل شخص يغادر مجتمعًا تجاريًا عن أفضل ٣ محالّ لبيع الملابس في المجتمع.

**غير متحيزة** لان الأشخاص جميعهم الذين خرجوا من المجتمع سنلوا

(١١) كتب: بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة من بين عشرة كتب مختلفة؟

$${}^3P_{10} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10!}{3!3-10} = {}^3P_{10}$$

١٢) ما الاحتمال النظري لظهور الشعار عند إلقاء قطعة نقد؟

$$\frac{1}{2} = 50\%$$

١٣) مكعب أرقام، عند رمي مكعب أرقام مرتين، ما احتمال ظهور العدد ٢ في المرة الأولى، والعدد ٣ في المرة الثانية؟

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

١٤) **تعليم:** سأل خالد ٢٠٠ طالب في مدرسته عن عدد الأيام التي يحل فيها الطلاب واجباتهم المنزلية في الأسبوع. وعرضت النتائج في الجدول الآتي:

عدد الطلاب	عدد الأيام
٦	٠
١٨	١
٣١	٢
٤٦	٣
٥٧	٤
٤٢	٥ أو أكثر

أ) إذا اختير أحد طلاب المدرسة عشوائياً، فما احتمال أن يكون قد حل واجبات منزلية في أكثر من أربعة أيام؟

$$\text{ح (حل في أكثر من ٤ أيام)} = \frac{42}{200} = 21\%$$

ب) إذا اختير أحد طلاب المدرسة عشوائياً، فما احتمال أن يكون قد حل واجبات منزلية في ثلاثة أيام على الأكثر؟

$$\text{ح (حل في ٣ أيام على الأكثر)} = \frac{101}{200} = 50,5\%$$

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري إلى أقرب جزء من عشرة لكل من مجموعات البيانات الآتية:

(١٥) ١٠، ٨، ٩، ٦، ٦، ٥، ٥، ٤

$$\text{المتوسط الحسابي} = 8 \div (10 + 8 + 9 + 6 + 6 + 5 + 5 + 4) = 6,6$$

التباين =  $\sigma^2$

$$4 \approx 8 \div (6,6 - 10)^2 + (6,6 - 8)^2 + (6,6 - 6)^2 + (6,6 - 6)^2 + (6,6 - 5)^2 + (6,6 - 5)^2 + (6,6 - 4)^2$$

الانحراف المعياري =  $\sqrt{\sigma^2} = 2$  تقريباً

(١٦) ٣٠، ٢٧، ٢٥، ٢٢

$$\text{المتوسط الحسابي} = 4 \div (30 + 27 + 25 + 22) = 26$$

التباين =  $\sigma^2$

$$8,5 = \frac{(26 - 30)^2 + (26 - 27)^2 + (26 - 25)^2 + (26 - 22)^2}{4}$$

الانحراف المعياري =  $\sqrt{\sigma^2} = 2,9$  تقريباً

(١٧) **صحف:** تابع ناصر زمن مطالعة الصحيفة بالدقائق لسبعة من زملائه في أحد الأيام فكانت: ٥، ٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥، ٦٠. أوجد الانحراف المتوسط لهذه البيانات مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.

$$20 = 7 \div [60 + 25 + 20 + 15 + 10 + 5 + 5]$$

$$[|20 - 60| + |20 - 25| + |20 - 20| + |20 - 15| + |20 - 10| + |20 - 5| + |20 - 5|]$$

$$12,9 = 7 \div 90 =$$

$$\text{الانحراف المتوسط} = 12,9$$

١٨) اختيار من متعدد: لتمثيل مدرسة متوسطة في تجمع طلابي  
اختير طالبان عشوائياً من كل صف من الصفوف: الأول  
والثاني والثالث المتوسط. فما أفضل وصف لهذه العينة؟

أ) بسيطة. ج) منتظمة.

ب) طبقية. د) لا شيء مما ذكر.

الاختيار الصحيح: ج) منتظمة

# الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة.  
(١) بيّن الجدول الآتي عدد السُّعرات الحرارية في ١٢ صنفاً من الأطعمة الخفيفة المختلفة. فما مقياس النزعة المركزية الأكثر تأثراً بالقيمة المتطرفة ٣٤٢ سعراً؟

عدد السُّعرات الحرارية في الأطعمة			
١٢١	١٤٩	٨٧	١٢٢
٧٢	٣٤٢	١٣٨	٦٤
١١٤	٩٩	١٠٥	١٧٩

(أ) المتوسط الحسابي (ج) المنوال

(ب) الوسيط (د) المدى

الإجابة الصحيحة: (أ) المتوسط الحسابي



(٢) أيُّ ممَّا يأتي ليس من عوامل  $s^4 - 6s^2 - 27$ ؟

(أ)  $s^2 + 3$  (ج)  $s + 3$

(ب)  $s - 3$  (د)  $s^2 - 3$

(س  $+ 4$  س  $- 2$  س  $- 2$  س  $- 2$  س  $- 2$ )

س  $^2$  (س  $+ 2$ )  $9 - (3 + 2$  س  $+ 2$ )

(س  $+ 2$ ) (س  $- 2$ )  $9$

(س  $+ 2$ ) (س  $- 3$ ) (س  $+ 3$ )

الاختيار الصحيحة: (د)  $s^2 + 3$

(٣) لدى فاروق ٢٠ قصةً، ويريد أن يختار ٣ قصصٍ منها؛ ليأخذها معه في رحلة لبضعة أيام، فبكم طريقةٍ يمكنه أن يختار القصص إذا كان الترتيب غير مهم؟

(أ) ٦٠ (ج) ١١٤٠

(ب) ٨٤ (د) ١٤٨٢

$$1140 = \frac{!20}{!3 !17} = \frac{!20}{!3 !3 - 20} = {}_3C_{20}$$

الاختيار الصحيح: (ج) ١١٤٠

٤) ما معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $(-1, 3)$ ،  $(-2, 3)$ ؟

أ)  $ص = 6س - 9$       ج)  $ص = 4س - 5$

ب)  $ص = -\frac{1}{4}س + 3$       د)  $ص = \frac{2}{3}س + 1$

$$الميل = \frac{(3-) - 3}{(1-) - 2-} = \frac{6}{1-} = \frac{6}{1+2-} = 6-$$

الاختيار الصحيح: أ)  $ص = 6س - 9$

٥) ترتفع قمة جبل حتى  $2037$  مترًا فوق سطح البحر. فإذا تحدد

موقع شخص يسير على هذا الجبل. بالدالة

م (ن)  $= 5 - 2ن + 2037$ ، حيث ن عدد الدقائق، فأَيُّ ممَّا

يأتي يُعدُّ أفضل تفسير لميل الدالة؟

أ) كان الموقع الابتدائي لهذا الشخص  $2037$  مترًا تحت مستوى سطح البحر.

ب) كان الموقع الابتدائي لهذا الشخص  $2037$  مترًا فوق مستوى سطح البحر.

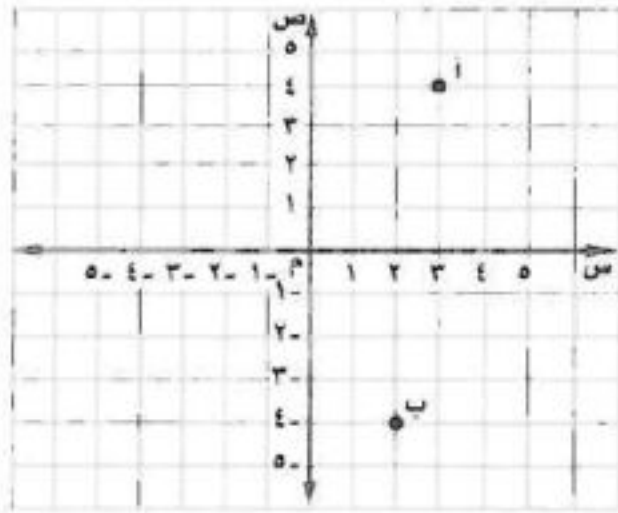
ج) ينزل هذا الشخص بسرعة  $5, 2$  متر لكل دقيقة.

د) يصعد هذا الشخص بسرعة  $5, 2$  متر لكل دقيقة.

$$الميل = -2,5$$

الاختيار الصحيح: ج)

٦) أوجد المسافة بين النقطتين أ و ب مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة؟



ج) ٩, ٦

أ) ٨, ١

د) ١٠, ٢

ب) ٨, ٥

(٤, ٣) (٤, -٢)

$$f = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$f = \sqrt{(4 - 2)^2 + (4 - (-4))^2}$$

$$f = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} = 8.2$$

الاختيار الصحيح: أ) ٨, ٢

٧) ثمن تذكرة دخول المتحف للأطفال ٨ ريالاً، وللكبار ١٥ ريالاً. ما هي تكلفة دخول عائلة مكونة من ٤ أطفال ووالديهم؟

ج) ٧٦ ريالاً

ا) ٤٨ ريالاً

د) ٩٠ ريالاً

ب) ٦٢ ريالاً

$$= 15 \times 2 + 8 \times 4$$

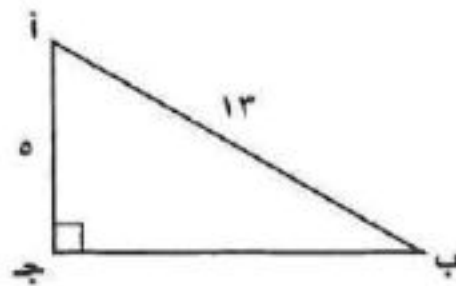
$$62 = 30 + 32$$

الاختيار الصحيح: ب) ٦٢ ريالاً

### اجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٨) ما قيمة جاب في الشكل أدناه؟ اكتب إجابتك في صورة كسر اعتيادي.



جاب = المقابل ÷ الوتر

$$\text{جاب} = \frac{5}{13}$$

٩) أوجد الانحراف المعياري لمجموعة البيانات الآتية، موضحًا خطوات الحل، ثم قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك.

٦	٩	١١	١٤
١٣	١٥	١٦	١٠
١٠	١٩	١٢	٩

المتوسط الحسابي =  $(١٤ + ١١ + ٩ + ٦ + ١٠ + ١٦ + ١٥ + ١٣ + ٩ + ١٠)$

$$١٢ = ١٢ \div (١٠ + ١٩ +$$

التباين = ع<sup>٢</sup>

$$+^2(12-10) + ^2(12-6) + ^2(12-9) + ^2(12-11) + ^2(12-14)$$

$$+^2(12-12) + ^2(12-9) + ^2(12-13) + ^2(12-15) + ^2(12-16)$$

$$118 = 12 \div ^2(12-10) + ^2(12-19)$$

الانحراف المعياري =  $\sqrt{ع} = ٣,٤$  تقريبًا

١٠) مع لطيفة علبة فيها ٥ قطع بسكويت بطعم البندق و ٧ قطع بطعم الشوكولاتة و ٩ قطع بطعم جوز الهند و ٤ قطع بطعم الفراولة. إذا اختارت قطعيتين من العلبة عشوائيًا من دون إرجاع، فما احتمال أن تختار قطعة بطعم البندق، ثم قطعة بطعم الفراولة؟ اكتب الإجابة في صورة كسر اعتيادي.

$$\frac{1}{30} = \frac{2}{60} = \frac{20}{600} = \frac{4}{24} \times \frac{5}{25}$$



(١١) اكتب عبارة جبرية تمثل مساحة مثلث ارتفاعه ٤ جـ<sup>٣</sup> د<sup>٢</sup>، وطول قاعدته ٣ جـ د<sup>٤</sup> بالوحدات المربعة.

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \text{ طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = 4 \times \frac{1}{2} \text{ ج}^3 \text{ د}^2 \times 3 \text{ ج}^4 \text{ د}^4$$

$$= 6 \text{ ج}^{1+3} \text{ د}^{2+4} = 6 \text{ ج}^4 \text{ د}^6$$

(١٢) سجّل عدنان ٨٤ هدفاً خلال موسم كرة السلة، وكان مجموع النقاط لهذه الأهداف ١٨٣ نقطة. إذا علمت أنه يمكن أن يكون للهدف نقطتان أو ثلاث نقاط، فما عدد الأهداف التي حصل فيها على ٣ نقاط، والأهداف التي حصل فيها على نقطتين في هذا الموسم؟

$$\begin{aligned} \text{س} + \text{ص} &= 84 \times 2 \\ \text{س} - 2\text{ص} &= 168 \times 2 \\ 2\text{س} + 3\text{ص} &= 183 \end{aligned}$$

$$\text{ص} = 15$$

$$2\text{س} + 3\text{ص} = 183$$

$$2\text{س} + 3 \times 15 = 183$$

$$2\text{س} - 183 = 45$$

$$2\text{س} = 138$$

$$\text{س} = 69$$

## إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضعًا خطوات الحل.

١٣) أراد مجلس بلدية أن يُعيد تنظيم أحد أحياء المدينة. فقرر أعضاء المجلس أن يستطلعوا آراء سكان الحي. فاختر المجلس ٢٥٠ رب أسرة من سكان الحي عشوائيًا، ثم سألهم عبر الهاتف عن رأيهم في مشروع إعادة التنظيم. وبناءً على نتائج الاستطلاع، توصل المجلس إلى استنتاج أن ٧١٪ من سكان الحي يؤيدون إعادة التنظيم.

(أ) حدّد العينة.

**العينة: ٢٥٠ رب أسرة من سكان الحي**

(ب) صِفِ المجتمع الذي اختيرت منه.

**المجتمع: سكان الحي**

(ج) هل طريقة جمع البيانات التي استعملها المجلس دراسة مسحية أم تجريبية أم دراسة قائمة على الملاحظة؟ اشرح إجابتك.

هذا هو أسلوب الدراسة المسحية، حيث تؤخذ البيانات من استجابات أفراد الحي

(د) هل العينة متحيزة أم غير متحيزة؟ فسّر إجابتك.

**(د) غير متحيزة لأن هذه العينة تتكون من أشخاص اختيروا عشوائيا.**

(هـ) إذا كانت العينة غير متحيزة فصنّفها إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة. وفسّر إجابتك.

**عينة عشوائية بسيطة، لأن لكل رب أسرة الفرصة نفسها ليكون بين الذين تم الاتصال بهم**