تم تحميل وعرض المادة من

موقع كتبي

المدرسية اونلاين

www.ktbby.org

موقع كتبي يعرض لكم الكتب الدراسية الطبعة الجديدة
وحلولها, وشرح للمناهج الدراسية، توزيع المناهج، تحاضير،
أوراق عمل، نماذج إختبارات عرض مباشر وتحميل PDF

جميع الحقوق محفوظة للقائمين على العمل

المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الرياضيات

للصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الأول

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٤٢-٢٠٢٠

يُوزع مجّاناً ولا يُباع

1-5.indd 1 05/03/2020 7:57 AM

ⓒ وزارة التعليم ، ١٤٣٨هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم
الرياضيات للصف الثالث المتوسط: (الفصل الدراسي الأول)/ وزارة التعليم – الرياض، ١٤٣٨هـ.
١٩٢ص ؛ ٢١ X ٢٧,٥ سم
ردمك : ١-٤٤٥-٥٠٨-٦٠٣-٩٧٨
١ ـ الرياضيات ـ كتب دراسية ٢ ـ التعليم المتوسط ـ السعودية ـ كتب دراسية. أ ـ العنوان
ديوي ٥١٠,٧١٢ ١٤٣٨/٣٦٥٠

رقم الإيداع : ١٤٣٨/٣٦٥٠
ردمك : ١-٤٤٥-٥٠٨-٦٠٣-٩٧٨

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم
www.moe.gov.sa

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين"

IEN.EDU.SA

تواصل بمقترحاتك لتطوير الكتاب المدرسي

FB.T4EDU.COM

1-5.indd 2 05/03/2020 7:57 AM

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمدلله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيِّئ للطالب فرص اكتساب مستويات عُليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية؛ وعيًا بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءًا من المرحلة الابتدائية، وتحقيقًا لرؤية المملكة العربية السعودية (٢٠٣٠)، لإعداد مناهج تعليمية متطورة، وسعيًا للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلبة، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية في مختلف المجالات العلمية والصحية والمالية والتنموية، وبما يعزز مبدأ رؤية (٢٠٣٠) «نتعلم لنعمل».
- تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
- إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
- الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلًّا متكاملًا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
- الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف استراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
- الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
- الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلبة بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.

ولمواكبة التطورات العالمية في هذا المجال، فإن المناهج المطوَّرة والكتب الجديدة سوف توفر للمعلم مجموعة متكاملة من المواد التعليمية المتنوعة التي تراعي الفروق الفردية بين الطلبة، بالإضافة إلى البرمجيات والمواقع التعليمية، التي توفر للطالب فرصة توظيف التقنيات الحديثة والتواصل المبني على الممارسة، مما يؤكد دوره في عملية التعليم والتعلم.

ونحن إذ نقدّم هذه الكتب لأعزائنا الطلبة، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم، وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق

الفهرس

الفصل ١ المعادلات الخطية

التهيئة للفصل ١ ..... ١١
١-١ المعادلات ١٢
معمل الجبر: حل المعادلات ١٨
٢-١ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة ٢٠
معمل الجبر: حل المعادلات المتعددة الخطوات ٢٦
٣-١ حل المعادلات المتعددة الخطوات ٢٧
اختبار منتصف الفصل ٣٢
٤-١ حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها ٣٣
٥-١ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة ٣٨
اختبار الفصل ٤٥
الاختبار التراكمي ٤٦

الفصل ٢ العلاقات وَالدوال الخطية

التهيئة للفصل ٢ ..... ٤٩
١-٢ العلاقات ٥٠
٢-٢ الدوال ٥٦
٣-٢ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا ٦٣
اختبار منتصف الفصل ٧٠
٤-٢ حل المعادلات الخطية بيانيًّا ٧١
٥-٢ معدل التغير والميل ٧٦
٦-٢ المتتابعات الحسابية كدوال خطية * ٨٣
اختبار الفصل ٨٩
الاختبار التراكمي ٩٠

الفصل ٣ الدوال الخطية

التهيئة للفصل ٣ ..... ٩٣
١-٣ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًّا ٩٤
٢-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع ١٠٠
اختبار منتصف الفصل ١٠٧
٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة * ١٠٨
٤-٣ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة ١١٣
اختبار الفصل ١١٩
الاختبار التراكمي ١٢٠

الفهرس

الفصل ٤ المتباينات الخطية

التهيئة للفصل ٤ ..... ١٢٣

٤-١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح * ١٢٤

معمل الجبر: حل المتباينات * ١٢٩

٤-٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة * ١٣٠

٤-٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات ١٣٥

اختبار منتصف الفصل ١٤١

معمل الجبر: قراءة العبارات المركبة ١٤٢

٤-٤ حل المتباينات المركبة ١٤٣

٤-٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة ١٤٨

اختبار الفصل ١٥٣

الاختبار التراكمي ١٥٤

الفصل ٥ أنظمة المعادلات الخطية

التهيئة للفصل ٥ ..... ١٥٧

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًّا ١٥٨

معمل الحاسبة البيانية: حل نظام من معادلتين خطيتين * ١٦٤

٥-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض ١٦٦

٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح * ١٧١

اختبار منتصف الفصل ١٧٨

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب ١٧٩

٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين * ١٨٥

اختبار الفصل ١٩٠

الاختبار التراكمي ١٩١

* موضوعات غير مقررة على مدارس تحفيظ القرآن الكريم.

في كل فصل لا تخصص حصة لكلٍّ من التهيئة والمراجعة والاختبارات.

ستركز في دراستك هذا العام على عدة موضوعات رياضية، تشمل ما يأتي:

- **المعادلات الخطيّة والتربيعية.**
- **الدوال الخطيّة والتربيعية.**
- **كثيرات الحدود والعبارات الجذرية.**
- **الإحصاء والاحتمال.**

وفي أثناء دراستك، ستتعلم طرائق لحل المسائل الرياضية وتمثيلها بصور متعددة وسوف تفهم لغة الرياضيات وتستعمل أدواتها، وتنمي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.

كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- **اقرأ** فقرة **فيما سبق** لتعرف ارتباط هذا الدرس بما درسته من قبل، ولتعرف أفكار الدرس الجديد اقرأ فقرة **والآن**.
- **ابحث** عن **المفردات** المظللة **باللون الأصفر**، واقرأ تعريف كل منها.
- **راجع** المسائل الواردة في **مثال** والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتوضيح أفكار الدرس الرئيسة.
- **ارجع** إلى **إرشادات للدراسة** حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.
- **ارجع** إلى فقرة **قراءة الرياضيات**؛ لتتذكر نُطق بعض الرموز والمصطلحات الرياضية.
- **تذكَّر** بعض المفردات التي تعلَّمتها من قبل، بالرجوع إلى فقرة **مراجعة المفردات** .
- **ارجع** إلى فقرة **تنبيه!** دائماً لتعرف الأخطاء الشائعة التي يقع فيها كثير من الطلاب حول بعض المفاهيم الرياضية فتجتنبها.
- **ارجع** إلى المثال المشار إليه مقابل بعض التمارين في فقرتي **تأكد** و **تدرب وحل المسائل** ليساعدك على حل هذه التمارين وما شابهها.
- **استعن** بأسئلة **تدريب على اختبار** لتتعرف بعض أنماط أسئلة الاختبارات.
- **ارجع** إلى **مراجعة تراكمية** لتراجع أفكار الدروس السابقة.
- **استعمل** أسئلة **استعد للدرس اللاحق** لمراجعة بعض المهارات والمفاهيم اللازمة للدرس التالي.
- **نفِّذ** **اختبار الفصل** في نهاية كل فصل، بعد أن تُراجع أفكار الدرس مستفيدًا مما دوَّنته من أفكار في **المطويات** .
- **نفذ** **الاختبار التراكمي** في نهاية كل فصل لمراجعة الأفكار الرئيسة للفصل وماقبله من فصول.

الفصل ١

المعادلات الخطية

فيما سبق

درستُ الأعداد الحقيقية والعمليات عليها.

والآن

- أحل المعادلات ذات الخطوة الواحدة.
- أحل المعادلات المتعددة الخطوات.
- أحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

لماذا ؟

قوارب نزهة : يؤجر منتجع سياحي قوارب للنزهة، ويمكن كتابة معادلة لإيجاد سعر تأجير أي عدد من هذه القوارب.

المفردات:

- المعادلة ص (١٢)
- مجموعة الحل ص (١٢)
- مجموعة التعويض ص (١٢)
- المتطابقة ص (١٤)
- المعادلات المتكافئة ص (٢٠)

المطويات منظم أفكار

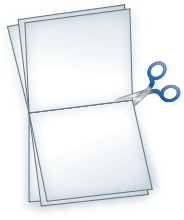
المعادلات الخطية : اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المعادلات الخطية، مبتدئًا بثلاث أوراق A4.

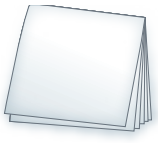
١ **اطوِ** كل ورقة من المنتصف عرضيًّا، ثم قص عند خط الطي.

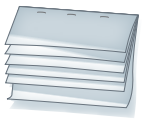
٢ **ثبّت** أنصاف الأوراق الستة معًا لتشكّل كتيبًا.

٣ **قص** حافة طولها ٥ سم من أسفل الورقة العليا، وَ ٤ سم من أسفل الورقة الثانية، وهكذا...، ثم اقلب المطوية.

٤ **سمّ** كل صفحة برقم الدرس، وخصّص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة .







رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ١

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

احسب قيمة كل مما يأتي: (مهارة سابقة)

١) $\frac{٢}{٣} \times ٦$

٢) $٥,١٣ \div ٢,٧$

٣) $\frac{٣}{٤} \times ٣\frac{١}{٥}$

٤) $٠,٢ \times ٢,٨$

٥) $٣ + {}^{٢}(٤ - ٩)$

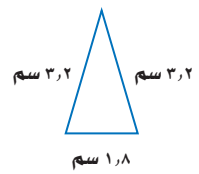
٦) $\frac{٣(٨)-١٢ \div ٢}{{}^{٣}٢}$

٧) $٢ [{}^{٢}(٣-٥)+٨] + (١-٣) \div ٢$

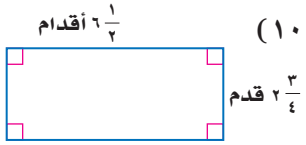
٨) **نجارة:** يُراد قص لوح خشبي طوله ٧,٢ م إلى ثلاث قطع متساوية. فما طول القطعة الواحدة؟

أوجد محيط كل شكل مما يأتي: (مهارة سابقة)

٩)



١٠)



١١) **سياج:** يريد خالد وضع سياج حول حديقة مستطيلة بُعداها ٦ م ، ٤ م. فكم مترًا من السياج يحتاج ؟

اكتب عبارة جبرية لكل مما يأتي: (مهارة سابقة)

١٢) أقل من ثلاثة أمثال العدد م بأربعة.

١٣) الفرق بين مثلي العدد ب وأحد عشر.

مراجعة سريعة

مثال ١

أ) أوجد قيمة: $٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٢}$

$٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٢} = \frac{٩}{٤} \div \frac{٣}{٢}$ — اكتب الأعداد الكسرية على صورة كسور غير فعلية

$= \frac{٩}{٤} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)$ — اضرب في مقلوب الكسر

$= \frac{١٨}{١٢} = ١\frac{١}{٢}$ — بسّط

ب) أوجد قيمة: ٥(٨-٢)+٣

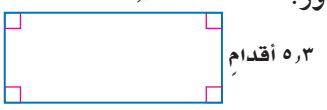
٥(٨-٢)+٣ = ٥(٦)+٣ — احسب قيمة ما داخل القوسين

= ٣٠+٣ — اضرب

= ٣٣ — اجمع

مثال ٢

أوجد محيط الشكل المجاور:



ح = ٢ل + ٢ض

= ٢(١٢,٨) + ٢(٥,٣) — ل= ١٢,٨ ، ض = ٥,٣

= ٢٥,٦ + ١٠,٦ = ٣٦,٢ — بسّط

المحيط = ٣٦,٢ قدمًا.

مثال ٣

اكتب عبارة جبرية تمثِّل الجملة الآتية:

"حاصل ضرب ثمانية في س مضافًا إليه تسعة".

٨ × س + ٩.

العبارة هي: ٨س+ ٩

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١-١ المعادلات

فيما سبق

درستُ العبارات الجبرية وتبسيطها.

والآن

- أحلُّ معادلات ذات متغير واحد.
- أحل معادلات ذات متغيرين.

المفردات

الجملة المفتوحة
المعادلة
حل الجملة المفتوحة
مجموعة الحل
المجموعة
العنصر
مجموعة التعويض
المتطابقة

لماذا؟

سجَّل المنتخب السعودي لكرة القدم ٣ أهداف في إحدى مبارياته في الشوط الأول، وانتهى اللقاء لصالحه بـ ٤ أهداف مقابل صفر.
يمكن أن تمثِّل التغير في عدد الأهداف بالجملة:

$$٣ + س = ٤$$

ويمثِّل العدد ١ حلًّا لها؛ أيْ أن المنتخب سجَّل هدفًا واحدًا في الشوط الثاني.

حل المعادلة: الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموز تسمى **جملة مفتوحة**، وإذا احتوت على إشارة المساواة (=) فإنها تسمّى **معادلة**.

عبارة جبرية: $٣س + ٧$ ← معادلة: $٣س + ٧ = ١٣$ ←

وعملية إيجاد قيم المتغير التي تجعل الجملة صحيحة تُسمى **حل الجملة المفتوحة**.

وتمثل كل قيمة منها أحد الحلول. ومجموعة هذه الحلول تُسمى **مجموعة الحل**.

المجموعة هي تجمع أشياء أو أعداد تُكتب غالبًا بين القوسين { }، ويفصل بين كل منها (،) ، ويُسمى كل منها **عنصرًا**.
أما **مجموعة التعويض** فهي مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل.

مثال ١ استعمال مجموعة التعويض

أوجد مجموعة حل المعادلة ٢ك + ٥ = ١٣ إذا كانت مجموعة التعويض هي {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

استعمل الجدول المجاور لتجد الحل.

عوِّض عن ك في المعادلة ٢ ك + ٥ = ١٣ بجميع قيم مجموعة التعويض. بما أن المعادلة صحيحة عندما ك = ٤، فإن حل المعادلة ٢ك + ٥ = ١٣ هو ك = ٤
وتكون مجموعة الحل: {٤}.

ك	٢ك + ٥ = ١٣	صحيح أم خطأ؟
٢	٢(٢) + ٥ = ١٣	خطأ
٣	٢(٣) + ٥ = ١٣	خطأ
٤	٢(٤) + ٥ = ١٣	صحيح
٥	٢(٥) + ٥ = ١٣	خطأ
٦	٢(٦) + ٥ = ١٣	خطأ

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {٠، ١، ٢، ٣} :

١أ) ٨م − ٧ = ١٧ **١ب)** ٤(١ + ٣د) = ٢٨

يمكنك أحيانًا استعمال ترتيب العمليات لحل المعادلات.

مثال ٢ من اختبار

ما حلُّ المعادلة: ٦ + (٥^{٢} − ٥) ÷ ٢ = ب؟

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ١٣ د) ١٦

اقرأ فقرة الاختبار:

تحتاج إلى تطبيق ترتيب العمليات على العبارة لحل المعادلة وإيجاد قيمة ب.

حل فقرة الاختبار:

٦ + (٥^{٢} − ٥) ÷ ٢ = ب	المعادلة الأصلية
٦ + (٢٥ − ٥) ÷ ٢ = ب	حساب القوى
٦ + ٢٠ ÷ ٢ = ب	طرح ٥ من ٢٥
٦ + ١٠ = ب	قسمة ٢٠ على ٢
١٦ = ب	اجمع، إذن الحل الصحيح هو د.

تحقق من فهمك

٢) ما حل المعادلة: ت = ٩^{٢} ÷ (٥ − ٢)؟

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ١٤,٢ د) ٢٧

بعض المعادلات لها حل وحيد، وبعض المعادلات لا حل لها.

مثال ٣ حلول المعادلات

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

أ) ٧ − (١٠ − ٤^{٢}) + ن = ١٠

٧ − (١٠ − ٤^{٢}) + ن = ١٠	المعادلة الأصلية
٧ − (١٠ − ١٦) + ن = ١٠	حساب القوى
٧ − ٦ + ن = ١٠	طرح ١٠ من ١٦
١ + ن = ١٠	طرح ٦ من ٧

القيمة الوحيدة لـ ن التي تجعل المعادلة صحيحة هي ٩. لذا يكون لهذه المعادلة حل وحيد هو ٩.

ب) ن(٣ + ٢) + ٦ = ٥ن + (١٠ − ٣)

ن(٣ + ٢) + ٦ = ٥ن + (١٠ − ٣)	المعادلة الأصلية
ن(٥) + ٦ = ٥ن + ٧	اجمع ٣+ ٢ ، اطرح ٣ من ١٠
٥ن + ٦ = ٥ن + ٧	خاصية الإبدال في الضرب

لاحظ أنه عند تعويض أي عدد حقيقي بدلًا من ن، سيكون الطرف الأيمن للمعادلة أقل من الطرف الأيسر بواحد دائمًا. لذا لا يمكن أن تكون المعادلة صحيحة، وبالتالي فإنه لايوجد حل لها.

قراءة الرياضيات

لا يوجد حل

الرمز الذي يمثل عدم وجود حل للمعادلة هو ∅ ويقرأ «فاي».

تحقق من فهمك حُلَّ كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

٣أ) (١٨ + ٤) + م = (٥ − ٣)م ٣ب) ٨ × ٤ × ك + ٥×٩ = (٣٦ − ٤) ك − (٢ × ٥)

تُسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير فيها **متطابقة** .ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

قراءة الرياضيات

المتطابقة:
هي معادلة طرفاها متكافئان دائمًا.

مثال ٤ المتطابقات

حُلَّ المعادلة: (٢ × ٥ − ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦] ٢.

(٢ × ٥ − ٨) (٣ هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢	المعادلة الأصلية
(١٠ − ٨)(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢	اضرب ٢×٥
٢(٣هـ + ٦) = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢	طرح ٨ من ١٠
٦هـ + ١٢ = [(٢هـ + هـ) + ٦]٢	خاصية التوزيع
٦هـ + ١٢ = [٣هـ + ٦]٢	اجمع ٢هـ + هـ
٦هـ + ١٢ = ٦هـ + ١٢	خاصية التوزيع

بما أن الطرف الأيمن للمعادلة يساوي الطرف الأيسر لها، فليس مهمًّا أن تعوض أي قيمة بدلًا من هـ ؛ لذا فالمعادلة دائمًا صحيحة، ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

٤أ) ٣(ب + ١) − ٥ = ٣ب − ٢ **٤ب)** ٥ − $\frac{١}{٢}$(جـ − ٦) = ٤

حل معادلات بمتغيرين: تحتوي بعض المعادلات على متغيرين؛ لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيم المتغير الثاني، إذا علمت قيمة المتغير الأول.

مثال ٥ معادلات تحتوي متغيرين

اتصالات: **يدفع حمزة ٣٥ ريالًا شهريًّا رسوم اشتراك في خدمة الهاتف الجوال، بالإضافة لـ ٠,٢٥ ريال لكل دقيقة اتصال. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الذي سيدفعه هذا الشهر إذا علمت أنه اتصل مدة ٨٠ دقيقة.**

رسم اشتراك الخدمة مقدار ثابت، والتغير هو في عدد دقائق الاتصال؛ لذا فالمبلغ الذي سيدفعه مقابل ٨٠ دقيقة اتصال هو حاصل ضرب ٠,٢٥ في ٨٠. لنفرض أن (ك) هي المبلغ الكلي الذي سيدفعه حمزة مقابل رسوم الخدمة والاتصال مدة ٨٠ دقيقة، و(م) هي مدة الاتصال.

ك = ٠,٢٥م + ٣٥	المعادلة الأصلية
= ٠,٢٥(٨٠) + ٣٥	عوض ٨٠ بدلًا من م
= ٢٠ + ٣٥	اضرب
= ٥٥	اجمع

إذن سيدفع حمزة ٥٥ ريالًا هذا الشهر.

تحقق من فهمك

٥) سفر: يقود رامي سيارته بمعدل ١٠٤ كلم في الساعة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي سيستغرقه للسفر مسافة ٣١٢ كلم.

تأكد

مثال ١ أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥}:

١) ن + ١٠ = ٢٣

٢) $\frac{\text{جـ}}{٢} = ٧$

٣) ٢٩ = ٣س − ٧

٤) (ك − ٨)١٢ = ٨٤

مثال ٢ ٥) **اختيار من متعدد:** ما حل المعادلة $\frac{\text{هـ} + ٥}{١٠} = ٢$؟

أ) ١٠ ب) ١٥ جـ) ٢٠ د) ٢٥

المثالان ٣ ، ٤ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٦) س = ٤(٦) + ٣

٧) ١٤ − ٨٢ = و

٨) ٥ + ٢٢أ = ٢ + ١٠ ÷ ٢

٩) (٢ × ٥) + $\frac{\text{جـ}}{٣}$ = جـ ÷ (١°٢ + ٢) + ١٠

مثال ٥ ١٠) **تدوير:** لتدوير الدهان غير المستعمل، يتم خلط ٥ جالونات من الدهان ثم وضعها في عبوة واحدة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد العبوات التي تسع ٣٠٠٠٠ جالون من الدهان.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت (ص) تنتمي إلى مجموعة التعويض {١، ٣، ٥، ٧، ٩} ، (ع) تنتمي إلى مجموعة التعويض {١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨}:

١١) ع + ١٠ = ٢٢

١٢) ٥٢ = ٤ع

١٣) $\frac{١٥}{\text{ص}} = ٣$

١٤) ١٧ = ٢٤ − ص

١٥) ٢ع − ٥ = ٢٧

١٦) ٤(ص + ١) = ٤٠

الأمثلة ٢ − ٤ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

١٧) أ = ٣٢ − ٩(٢)

١٨) و = ٥٦ ÷ (٢^{٢} + ٣)

١٩) $\frac{٥ + ٢٧}{١٦}$ = جـ

٢٠) أ = $\frac{(١ - ١٤)٤}{٥ - (٦)٣}$ + ٧

٢١) (٤ − ٢^{٢} + ٥) و = ٢٥

٢٢) ٧ + س − (٣ + ٣٢ ÷ ٨) = ٣

٢٣) ٣^{٢} − ٢ × ٣ + ي = (٣^{٣} − ٣ × ٨)(٢) + ي

٢٤) ٦ك + (٣ × ١٠ − ٨) = (٢ × ٣) ك + ٢٢

٢٥) (٣ × ٥)ن + (٢١ − ١٢) = ١٥ن + ٣^{٢}

٢٦) $\frac{٣ \times ٢٢}{٤ + ١٨}$ ر − $\left(١ - \frac{٢٤}{٧ + ٩}\right)$ ر = $\left(٣ \div \frac{٩ \times ٨}{٣}\right)$ + ر

٢٧) **مدرسة:** تتسع قاعة الاجتماعات في مدرسة لـ ٤٥ شخصًا على الأكثر. فإذا أراد مدير المدرسة ورائد النشاط والمرشد الطلابي الاجتماع ببعض الطلبة، شريطة أن يُحضر كل طالب ولي أمره. فما أكثر عدد من الطلبة يمكن أن يحضر الاجتماع؟

٢٨) **هندسة:** ثماني منتظم محيطه ١٢٨ سم، أوجد طول ضلعه.

مثال ٥

٢٩) **لياقة:** يتمرن رياضي كتلته ٩١كجم ٤ ساعات يوميًّا ويحتاج إلى ٢٨٣٦ سعرًا حراريًّا للحصول على الطاقة الأساسية اللازمة له. كما يحتاج خلال التدريب إلى ٣٠٩١ سعرًا حراريًّا إضافيًّا. اكتب معادلة لإيجاد السعرات الحرارية الكلية ك اللازمة لهذا الرياضي، ثم حلها.

الربط مع الحياة

يتناول الرياضي في أثناء التدريب وجبة معينة تزوده بالسعرات الحرارية الضرورية وتتكون من: ٦٩٪ كربوهيدرات، ٢٠٪ دهونًا، ١١٪ بروتينًا.

كوِّن جدولًا لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {-٢، -١، ٠، ١، ٢}

٣٠) ص = ٣ س - ٢

٣١) ٣,٢٥ س + ٠,٧٥ = ص

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

٣٢) ت - ١٣ = ٧؛ {١٠، ١٣، ١٧، ٢٠}

٣٣) ١٤(س + ٥) = ١٢٦؛ {٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

٣٤) $٢٢ = \frac{ن}{٣}$؛ {٦٢، ٦٤، ٦٦، ٦٨، ٧٠}

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٣٥) $د = \frac{٣(٩) - ٢}{٤ + ١}$

٣٦) جـ = ١٥ ÷ ٣ × ٥ - $٤^{٢}$

٣٧) جـ + $(٣ - ٣)^{٢}$ = ٢١

٣٨) ب = ٢٤ + $(٧ - ٢)^{٢}$ + (٩ × $-٣^{-٣}$)

حَدِّد إذا كان العدد المعطى بجانب كل معادلة فيما يأتي يمثّل حلًّا لها أم لا.

٣٩) س + ٦ = ١٥؛ ٩

٤٠) ١٢ + ص = ٢٦؛ ١٤

٤١) ٢ت - ١٠ = ٤؛ ٣

٤٢) $\frac{ك}{٢} = ١٠$؛ ٢٠

٤٣) $\frac{و - ٤}{٥} = -٣$؛ -١١

٤٤) $\frac{ج}{٣} - ٤ = ١٢$؛ ٤٨

كوّن جدولاً لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض للمتغير س هي: {-٢، -١، ٠، ١، ٢}.

٤٥) ص = ٣س + ٥

٤٦) -٢س - ٣ = ص

٤٧) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

٤٨) **هندسة:** مستطيل يزيد طوله على عرضه ٢سم. ومثلث متطابق الضلعين طول قاعدته ١٢سم، ويزيد طول كل من ضلعيه الآخرين ١سم على عرض المستطيل.

أ) ارسم كلاًّ من المستطيل والمثلث، واكتب أبعادهما.

ب) اكتب عبارتين لإيجاد محيط كلٍّ من المستطيل والمثلث.

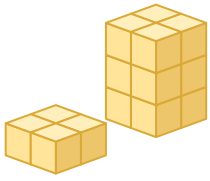
جـ) أوجد عرض المستطيل إذا كان له محيط المثلث نفسه.

٤٩) **إنشاءات:** يحتاج بناء كل طابق في إحدى البنايات إلى ١٠ أطنان من الحديد.

أ) عرّف متغيرًا، واكتب معادلة لإيجاد كمية الحديد الضرورية لبناء ١٥ طابقًا.

ب) كم طنًّا من الحديد يحتاج إليه البناء؟

٥٠) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف من خلال حل هذه المسألة المزيد حول طريقة كتابة المعادلات.



أ) حسيًّا: استعمل المكعبات السنتمترية لبناء مجسم يشبه المجسم المجاور.

ب) جدوليًّا: انقل الجدول المبين أدناه إلى دفترك، وأكمله بتسجيل عدد طبقات المجسم والمكعبات المستعملة في ذلك.

عدد الطبقات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
عدد المكعبات	؟	؟	؟	؟	؟	؟	؟

جـ) تحليليًّا: كيف يتغير عدد المكعبات في المجسم كلما زادت الطبقات؟

د) جبريًّا: اكتب قاعدة لإيجاد عدد المكعبات بدلالة عدد طبقات المجسم.

مسائل مهارات التفكير العليا

٥١) **مقارنة:** قارن بين المعادلة والعبارة الجبرية.

٥٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تمثل متطابقة.

٥٣) **اكتشف الخطأ:** حلَّ عصام وعدنان المعادلة: س= ٤(٣ − ٢)+ ٦ ÷ ٨ كما هو مبين أدناه. أيهما على صواب؟ وضِّح إجابتك.

عصام

س = ٤(٣ − ٢) + ٦ ÷ ٨

= ٤(١) + ٦ ÷ ٨

= ٤ + ٦ ÷ ٨

= ٤ + $\frac{٦}{٨}$

= ٤$\frac{٣}{٤}$

عدنان

س = ٤(٣ − ٢) + ٦ ÷ ٨

= ٤(١) + ٦ ÷ ٨

= ٤ + ٦ ÷ ٨

= ١٠ ÷ ٨

= $\frac{٥}{٤}$

٥٤) **تحدٍّ:** أوجد جميع حلول المعادلة: س^{٢} + ٥ = ٣٠.

٥٥) **اكتب:** فسِّر كيف تحدِّد أن معادلة ما ليس لها حل حقيقي، وأن حل معادلة أخرى هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

تدريب على اختبار

٥٦) **اختيار من متعدد:** يتوقع أن يحضر الحفل المدرسي ٦٥٪ من الطلاب. فإذا كان عدد الطلاب ٣٠٠ طالبٍ، فكم طالبًا يُتوقع حضورهم؟

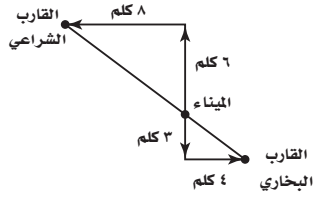
أ) ٥٠ طالبًا

ب) ٦٥ طالبًا

جـ) ١٠٥ طلابٍ

د) ١٩٥ طالبًا

٥٧) **هندسة:** تحرك قارب بخاري وآخر شراعي من الميناء نفسه. ويبين الشكل أدناه حركتيهما. فما المسافة بين القاربين؟



أ) ١٢ كلم

ب) ١٥ كلم

جـ) ١٨ كلم

د) ٢٤ كلم

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد النظير الجمعي لكلٍّ من الأعداد الآتية:

٥٨) ٣

٥٩) −١٠

٦٠) ٠

أوجد النظير الضربي لكلٍّ من الأعداد الآتية:

٦١) ٢

٦٢) $-\frac{١}{٣}$

٦٣) $-\frac{٤}{٥}$

استكشاف

١-٢ حل المعادلات

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

يمكنك استعمال **بطاقات الجبر** لتمثيل حل المعادلات. و**حل المعادلة** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة.
حيث تمثل البطاقة [س] المتغير س، والبطاقة [١] العدد موجب ١، والبطاقة [-١] العدد سالب ١. كما تمثل البطاقة [-س] المتغير سالب س.

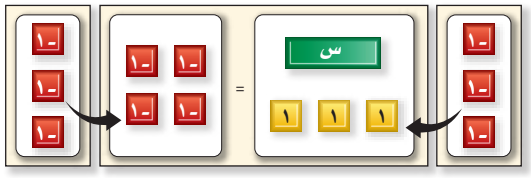
قواعد تمثيل المعادلات عند الجمع والطرح	
يمكن أن تحذف العدد نفسه من بطاقات الجبر المتماثلة من كلا طرفي المساواة، أو تضيفه دون أن تتغيير المعادلة.	
البطاقة الموجبة الواحدة والبطاقة السالبة الواحدة من الوحدة نفسها تسميان زوجًا صفريًّا؛ لأن ١ + (-١)= ٠ ويمكن أن تحذف أزواجًا صفرية من طرفي المساواة أو تضيفها دون تغيير المعادلة.	

نشاط ١ معادلات الجمع

حل المعادلة: س + ٣ = -٤ مستعملًا بطاقات الجبر.

الخطوة ١: مثّل المعادلة ببطاقات الجبر. ضع بطاقة واحدة س، وثلاث بطاقات من العدد موجب ١ في طرف، وأربع بطاقات من العدد سالب ١ في الطرف الآخر.

الخطوة ٢: اعزل البطاقة س وحدها في طرف بإضافة ٣ بطاقات من العدد سالب ١ إلى الطرفين، فيكون حل المعادلة: س = -٧.



س + ٣ = -٤

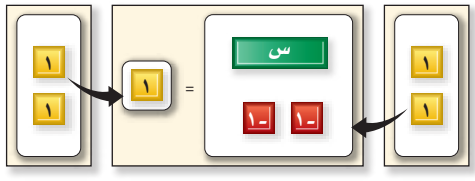
س + ٣ + (-٣) = -٤ + (-٣)

س = -٧

نشاط ٢ معادلات الطرح

حل المعادلة: س - ٢ = ١ مستعملًا بطاقات الجبر.

الخطوة ١:

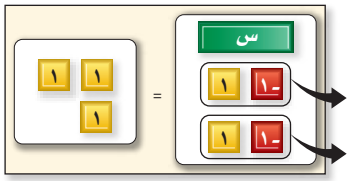


س - ٢ = ١

س - ٢ + ٢ = ١ + ٢

ضع بطاقة س واحدة، وبطاقتين من العدد سالب ١ في طرف والعدد موجب ١ في الطرف الثاني، ثم أضف بطاقتين إلى كلا الطرفين من العدد موجب ١.

الخطوة ٢:



س = ٣

جمّع البطاقات لتشكل أزواجًا صفرية، ثم احذف الأزواج الصفرية لتحصل على المعادلة: س = ٣ التي هي حل للمعادلة.

التمثيل والتحليل:

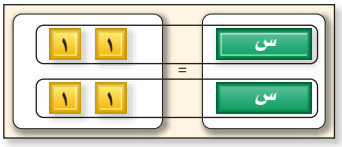
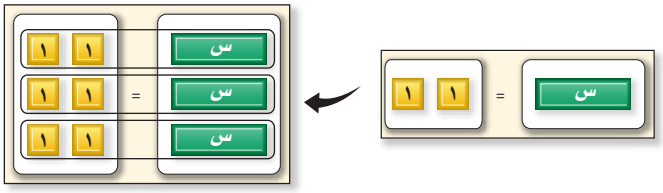
استعمل بطاقات الجبر لحل كلٍّ من المعادلات الآتية:

١) س + ٤ = ٩ ٢) س + (−٣) = −٤ ٣) س + ٧ = −٢ ٤) س + (−٢) = ١١

٥) **اكتب:** إذا كانت أ = ب، فما العلاقة بين أ + جـ وَ ب + جـ ؟ وما العلاقة بين أ − جـ وَ ب − جـ؟

عند حل معادلات الضرب يبقى الهدف هو نفسه؛ أيْ فصل البطاقة س وحدها في طرف باستعمال قواعد القسمة.

قواعد تمثيل المعادلات عند القسمة

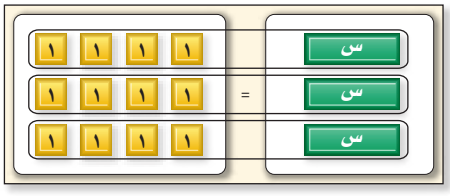
يمكن إعادة تنظيم البطاقات في كل من طرفي المعادلة في مجموعات بحيث يكون عددها متساويًا في كلا الطرفين دون أن يغير ذلك شيئًا في المعادلة.	
يمكن إضافة مجموعات متساوية إلى كل من الطرفين دون تغيير المعادلة.	

نشاط ٣ معادلات الضرب

حل المعادلة: ٣ س = ١٢ مستعملًا بطاقات الجبر.

الخطوة ١: مثّل المعادلة؛ بوضع ٣ بطاقات س في أحد طرفيها، وبوضع ١٢ بطاقة من العدد موجب ١ في الطرف الآخر.

الخطوة ٢: وزع بطاقات العدد موجب ١ إلى ٣ مجموعات متساوية تقابل بطاقات س الثلاث؛ وبذلك تقترن كل بطاقة من س مع أربع بطاقات من موجب ١، ويكون حل المعادلة: س = ٤



٣س = ١٢

$\frac{٣س}{٣} = \frac{١٢}{٣}$

س = ٤

التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقات الجبر لحل كلٍّ من المعادلات الآتية:

٦) ٥س = −١٥ ٧) −٣س = −٩ ٨) ٤س = ٨ ٩) −٦س = ١٨

١٠) **خمّن:** كيف تستعمل بطاقات الجبر لحل المعادلة $\frac{س}{٤} = ٥$ ؟ اشرح الخطوات التي تتبعها لحل هذه المعادلة جبريًّا.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١-٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

لماذا؟

في موسم الحج لعام ١٤٣٧هـ بلغ عدد الحجاج القادمين من خارج المملكة ١٣٢٥٣٧٢ حاجًا، وفي العام ١٤٣٨هـ بلغ عددهم ١٧٥٢٠١٤ حاجًا.

ولمعرفة الزيادة في عدد حجاج عام ١٤٣٨هـ على العام السابق له نحل المعادلة:

١٣٢٥٣٧٢ + س = ١٧٥٢٠١٤

حل المعادلات باستعمال الجمع أوالطرح: يمثل المتغير في المعادلة العدد الذي يحققها.
و**حل المعادلة** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة.

وتتضمن عملية حل المعادلة فصل المتغير (الذي معامله ١) في أحد طرفي المعادلة. وينتج عن كل خطوة من الخطوات المتبعة في الحل معادلات متكافئة. و**المعادلات المتكافئة** لها الحل نفسه.
ويمكنك استعمال **خاصية الجمع في المساواة** لحل المعادلات.

فيما سبق

درستُ كيفية التعبير عن الجمل الكلامية بمعادلات.

والآن

- أحل معادلات باستعمال الجمع أو الطرح.
- أحل معادلات باستعمال الضرب أو القسمة.

المفردات

حل المعادلة

المعادلات المتكافئة

مفهوم أساسي — خاصية الجمع في المساواة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة، وأُضيف العدد نفسه إلى كل من طرفيها فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضًا صحيحة.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، إذا كان أ = ب، فإن أ + جـ = ب + جـ

أمثلة:

١٤ = ١٤	-٣ = -٣
١٤ + ٣ = ١٤ + ٣	+ ٩ = + ٩
١٧ = ١٧	٦ = ٦

مثال ١ — حل المعادلات بالجمع

حل المعادلة: جـ - ٢٢ = ٥٤

الطريقة الأفقية		الطريقة الرأسية
جـ - ٢٢ = ٥٤	المعادلة الأصلية	جـ - ٢٢ = ٥٤
جـ - ٢٢ + ٢٢ = ٥٤ + ٢٢	أضف ٢٢ إلى كلا الطرفين	+ ٢٢ + ٢٢
جـ = ٧٦	بسّط	جـ = ٧٦

وللتحقق من أن ٧٦ هو الحل، عوّض ٧٦ بدلًا من جـ في المعادلة الأصلية.

تحقق:

جـ - ٢٢ = ٥٤	المعادلة الأصلية
٧٦ - ٢٢ ≟ ٥٤	عوّض ٧٦ بدلًا من جـ
٥٤ = ٥٤ ✓	اطرح

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

١أ) ١١٣ = ق - ٢٥ **١ب)** ر - ٨٧ = -٣

كما يمكنك استعمال **خاصية الطرح في المساواة** لحل المعادلات بطريقة مماثلة لاستعمال خاصية الجمع.

إرشادات للدراسة

الطرح

إن طرح عدد ما يكافئ إضافة المعكوس الجمعي لذلك العدد.

مفهوم أساسي — **خاصية الطرح في المساواة**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضًا صحيحة.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، إذا كان أ = ب، فإن أ – جـ = ب – جـ

أمثلة:

$٨٧ = ٨٧$

$٨٧ - ١٧ = ٨٧ - ١٧$

$٧٠ = ٧٠$

$١٣ = ١٣$

$-٢٨ = -٢٨$

$-١٥ = -١٥$

إرشادات للدراسة

حل المعادلة

يمكنك استعمال الطريقة الأفقية أو الرأسية لحل المعادلة.

وكلتا الطريقتين تعطي الحل نفسه.

مثال ٢ — **حل المعادلات بالطرح**

حل المعادلة: $٦٣ + م = ٧٩$

الطريقة الأفقية		الطريقة الرأسية
$٦٣ + م = ٧٩$	المعادلة الأصلية	$٦٣ + م = ٧٩$
$٦٣ - ٦٣ + م = ٧٩ - ٦٣$	اطرح ٦٣ من كلا الطرفين	$-٦٣ = -٦٣$
$م = ١٦$	بسّط	$م = ١٦$

للتحقق من أن ١٦ هو الحل، عوض ١٦ بدلًا من م في المعادلة الأصلية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

٢أ) $٢٧ + ك = ٣٠$

٢ب) $-١٢ = ف + ١٦$

حل المعادلات باستعمال الضرب أو القسمة: في المعادلة: $\frac{س}{٣} = ٩$ لاحظ أن المتغيّر س قد قُسِمَ على ٣ ولحل هذه المعادلة تخلص من المقام بضرب كلا الطرفين في ٣، ويُعد هذا مثالًا على **خاصية الضرب في المساواة**.

مفهوم أساسي — **خاصية الضرب في المساواة**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة وضرب كلا طرفيها في العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠ . إذا كان أ = ب، فإن أ × جـ = ب × جـ .

مثال: إذا كانت س = ٥، فإن ٣س = ١٥ .

خاصية القسمة في المساواة

التعبير اللفظي: إذا كانت المعادلة صحيحة وقسم كل من طرفيها على العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

الرموز: لأي أعداد حقيقية أ، ب، جـ، جـ ≠ ٠ . إذا كان أ = ب، فإن $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{جـ}$.

مثال: $س = -٢٠$، فإن $\frac{س}{٥} = \frac{-٢٠}{٥} = -٤$.

ويمكنك أيضًا استعمال مقلوب العدد لحل المعادلات.

مثال ٣ حل المعادلات بالضرب أو القسمة

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

أ) $\frac{٢}{٣}ق = \frac{١}{٢}$

$\frac{٢}{٣}ق = \frac{١}{٢}$ المعادلة الأصلية

$\frac{٣}{٢}\left(\frac{٢}{٣}\right)ق = \frac{٣}{٢}\left(\frac{١}{٢}\right)$ اضرب كلا الطرفين في $\frac{٣}{٢}$

$ق = \frac{٣}{٤}$ $\frac{٣}{٢}\left(\frac{٢}{٣}\right) = ١$، تحقق من الحل

ب) $٣٩ = -٣ر$

$٣٩ = -٣ر$ المعادلة الأصلية

$\frac{٣٩}{-٣} = \frac{-٣ر}{-٣}$ اقسم كلا الطرفين على -٣

$ر = -١٣$ تحقق من الحل

تحقق من فهمك حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

أ٣) $\frac{٣}{٥}ل = ٦$

ب٣) $-\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٣}ب$

مراجعة المفردات

مقلوب العدد

هو النظير الضربي لذلك العدد.

يمكن أيضًا استعمال مقلوب العدد وخصائص المساواة لحل مسائل من واقع الحياة.

مثال ٤ من واقع الحياة حل المعادلات بالضرب

مسح: أُجري مسح على مجموعة من الأشخاص فأجاب ٢٢٥ أي نحو $\frac{٩}{٢٠}$ من الذين أُجري عليهم المسح بأنهم يفضلون قضاء الإجازة الصيفية في مدينة الطائف. فما عدد الذين أُجري عليهم المسح؟

التعبير اللفظي: تسعة من عشرين ممن أجري عليهم المسح يساوي ٢٢٥

الرموز: افترض أن ش = عدد الأشخاص الذين أجري عليهم المسح.

المعادلة: $\frac{٩}{٢٠}ش = ٢٢٥$

$\frac{٩}{٢٠}ش = ٢٢٥$ المعادلة الأصلية

$\left(\frac{٢٠}{٩}\right)\frac{٩}{٢٠}ش = ٢٢٥\left(\frac{٢٠}{٩}\right)$ اضرب كلا الطرفين في $\frac{٢٠}{٩}$

$ش = \frac{٤٥٠٠}{٩}$ $\left(\frac{٢٠}{٩}\right)\left(\frac{٩}{٢٠}\right) = ١$

$ش = ٥٠٠$ بسّط

إذن أُجري المسح على ٥٠٠ شخصٍ.

الربط مع الحياة

الطائف من المدن السياحية الجميلة في المملكة؛ لوقوعها في منطقة مرتفعة تتعرض للرياح الشمالية، فمناخها معتدل صيفًا، وهواؤها لطيف.

تحقق من فهمك

٤) **زجاج:** يحتاج وليد كي يصمم لوحة زجاجية إلى أن يكون خُمس الزجاج أزرق اللون. فإذا استعمل ٢٨٨ سنتمترًا مربعًا من الزجاج الأزرق، فما كمية الزجاج التي استعملها وليد في تصميم اللوحة؟

تأكد

الأمثلة ١-٣ حل كلًّا من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

١) $ق + ٥ = ٣٣$ ٢) $١٠٤ = ص - ٦٧$ ٣) $١\frac{١}{٢} = ل + \frac{٢}{٣}$

٤) $١,٥ = ص - (-٥,٦)$ ٥) $٣ + ق = \frac{١}{٤}$ ٦) $س + ٤ = \frac{٣}{٤}$

٧) $\frac{ن}{٧} = -٥$ ٨) $\frac{أ}{٣٦} = \frac{٤}{٩}$ ٩) $\frac{٢}{٣}م = ١٠$

مثال ٤ ١٠) **تسوق:** قرّر هاني أن يشتري ساعةً ثمنها ٢٤٠ ريالًا من مؤسسة تتبرع بـ $\frac{١}{٨}$ قيمة مبيعاتها لدار رعاية الأيتام. فكم ريالًا من ثمن الساعة يحوّل لدار رعاية الأيتام؟

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١-٣ حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١١) $ف - ٩ = ١٤$ ١٢) $٤٤ = ت - ٧٢$ ١٣) $١٨ + ع = ٤٠$

١٤) $-٤أ = ٤٨$ ١٥) $١٨ - (-ف) = ٩١$ ١٦) $-١٦ - (-ت) = -٤٥$

١٧) $\frac{١}{٣}ف = -٥$ ١٨) $-\frac{١}{٢} + أ = \frac{٥}{٨}$ ١٩) $-\frac{ت}{٧} = \frac{١}{١٥}$

٢٠) $-\frac{٥}{٧} = ص - ٢$ ٢١) $-\frac{٢}{٣}ب = -٢٢$ ٢٢) $\frac{٢}{٣} + ر = -\frac{٤}{٩}$

مثال ٤ ٢٣) **فطائر:** قسمت فطيرة دائرية إلى ٦ قطع متساوية. إذا كانت كتلة القطعة الواحدة ١٨ جرامًا، فاكتب معادلة لإيجاد كتلة الفطيرة كاملة، وحلها.

٢٤) **سيارات:** معدل الوقت الذي يحتاج إليه صنع سيارة واحدة في الولايات المتحدة الأمريكية ٢٤,٩ ساعة، ويزيد هذا الوقت بِـ ١,٨ ساعات على وقت صنع سيارة مشابهة في اليابان. اكتب معادلة لإيجاد معدل الوقت لِصنع سيارة واحدة في اليابان، وحلها.

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٥) $\frac{ب}{٧} = -١١$ ٢٦) $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{٨}ص$ ٢٧) $\frac{٢}{٣}ن = ١٤$

٢٨) $-٥ = \frac{١}{٢}٣س$ ٢٩) $٦ = -\frac{١}{٢}ن$ ٣٠) $-\frac{٢}{٥} = -\frac{ع}{٤٥}$

اكتب معادلة تمثل كلَّ جملة فيما يأتي، ثم حُلَّها:

٣١) ستة أمثال عدد تساوي ١٣٢

٣٢) ثلثان يساوي سالب ثمانية أمثالِ عدد.

٣٣) خمسة أجزاء من أحد عشر جزءًا من عدد تساوي ٥٥

٣٤) أربعة أخماس تساوي عشرة من ستة عشر جزءًا من عدد.

٣٥) **تسوق:** يقارن عثمان بين نوعين من الشوكولاتة يُباعان في أحد المتاجر. ويرغب في الحصول على أفضل سعر للقطعة الواحدة.

(أ) (ب)

أ) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (أ).

ب) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (ب).

جـ) ما النوع الذي سعر القطعة منه أرخص؟ فسّر إجابتك.

للسؤالين ٣٦ ، ٣٧ اكتب معادلة ثم حلها:

٣٦) **طيران:** اشترت إحدى شركات الطيران طائرة إيرباص (A380) ، وأعلنت أن هذه الطائرة تقل نحو ٥٥٥ مسافرًا؛ أيْ بزيادة مقدارها ١٣٩ مسافرًا على عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينج (747). فما عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينج (747)؟

٣٧) **وقود:** صُنّفت نحو ٥ ملايين سيارة وشاحنة في عام ٢٠٠٤م بأنها ثنائية الوقود؛ أيْ أنها يمكن أن تستعمل البنزين أو الإيثانول. وقد ارتفع هذا العدد إلى ٧,٥ ملايين في عام ٢٠٠٦م. فكم زاد عدد السيارات والشاحنات الثنائية الوقود في عام ٢٠٠٦م على ما كان عليه عام ٢٠٠٤م؟

الربط مع الحياة

يستخرج الإيثانول من الذرة، ويُعد فعالًا حيث ينتج طاقة أكثر بـ ٢٥٪ من الطاقة المستعملة في عملية إنتاجه.

٣٨) **مهن تعليمية:** كان عدد معلمي المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية عام ١٤٢٣هـ نحو ١٧٥٠٠٠ معلم.

أ) إذا كان عدد معلمي الحاسوب مضروبًا في ٢٥ يساوي عدد جميع المعلمين، فاكتب معادلة لإيجاد عدد معلمي الحاسوب، ثم حلها.

ب) إذا علمت أن عدد معلمي العلوم يزيد بِـ ١٠٠٠٠ على عدد معلمي الحاسوب، فما عدد معلمي العلوم في المرحلة الثانوية؟

٣٩) **احتفالات:** خصصت إدارة مدرسة متوسطة مبلغ ٢٥٠٠ ريال لإقامة حفل المدرسة السنوي، وأنفقت منه ٧٥٠ ريالًا لشراء الحلوى والعصير للحضور.

أ) اكتب معادلة تمثل المبلغ المتبقي، ثم حلها.

ب) إذا أنفقت الإدارة أيضًا مبلغ ١٤٧٥ ريالًا لشراء هدايا وجوائز للطلاب المتفوقين، فاكتب معادلة تمثل ما تبقى من المبلغ المرصود للحفل.

جـ) إذا أنفق المبلغ المتبقي لشراء ٥ كتب لمكتبة المدرسة لكل منها القيمة نفسها، فما ثمن الكتاب الواحد؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٠) حدّد المعادلة التي تختلف عن المعادلات الثلاث الأخرى، وفسِّر تبريرك.

ن+ ١٤ = ٢٧	١٢ + ن = ٢٥	ن –١٦ = ٢٩	ن– ٤ = ٩

٤١) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تتضمن عملية الجمع، ووضح طريقتين لحلها.

٤٢) **تحدّ:** بيّن ما إذا كانت كل من الجملتين الآتيتين صحيحة دائمًا أم صحيحة أحيانًا أم غير صحيحة إطلاقًا:

أ) س + س = س　　ب) س + ٠ = س

٤٣) **تبرير:** حدد القيمة المطلوبة في كل مما يأتي:

أ) إذا كانت س – ٧ = ١٤، فما قيمة س – ٢؟

ب) إذا كانت ن + ٨ = –١٢، فما قيمة ن + ١؟

٤٤) **تحدٍّ:** وضح لماذا يكون للمعادلتين: $\frac{٢}{٣}$ ن = ١٦، ٤٨ = ٢جـ الحل نفسه.

٤٥) **اكتب:** تأمل خاصيتي الضرب والقسمة في المساواة. ثم اشرح لماذا يمكن اعتبارهما خاصية واحدة، وأيهما أسهل للاستعمال، في رأيك؟

تدريب على اختبار

٤٦) أيّ المسائل اللفظية الآتية تمثلها المعادلة: هـ – ١٥ = ٣٣ ؟

أ) أضاف جاسم (هـ) كوبًا من الماء إلى إناء به ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا أضاف؟

ب) أضاف جاسم ١٥ كوبًا من الماء إلى إناء ليحصل على ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا من الماء (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

جـ) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء وبقي فيه ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

د) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء كان فيه ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا من الماء (هـ) بقي في الإناء؟

٤٧) **هندسة:** كمية الماء اللازمة لملء بركة تمثل :

أ) حجمها　　ب) عمقها　　جـ) مساحة سطحها　　د) محيطها

مراجعة تراكمية

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض هي: { ٢، ٦، ٨ ، ١٠، ١٢ }. (الدرس١-١)

٤٨) س – ٦ = ٨　　٤٩) ٣ س = ٣٠

٥٠) ٠,٥ س + ٣ = ٦　　٥١) $\frac{س}{٢}$ = ٦

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

٥٢) **أدوات مكتبية:** يبيِّن الجدول المجاور أسعار بعض الأدوات المكتبية. اكتب عبارة عددية تعبِّر عن ثمن ٣ أقلام ومسطرة وعلبتي ألوان، وأوجد قيمتها.

النوع	السعر (ريال)
قلم	٤,٥
مسطرة	٣
علبة ألوان	٦,٢٥

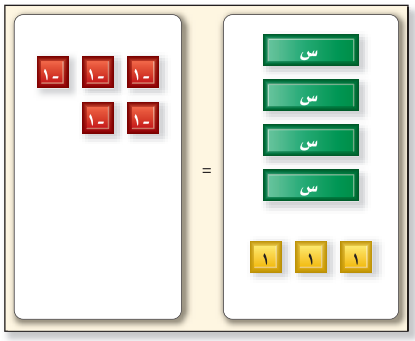
حل المعادلات المتعددة الخطوات

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المعادلات المتعددة الخطوات.

نشاط حل المعادلة: ٤ س + ٣ = −٥ مستعملًا بطاقات الجبر.

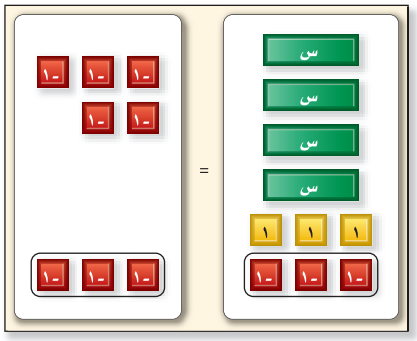
الخطوة ١ مثِّل المعادلة.



٤س + ٣ = −٥

ضع أربع بطاقات س وثلاثًا من بطاقات العدد ١ في طرف، وخمسًا من بطاقات العدد سالب ١ في الطرف الآخر.

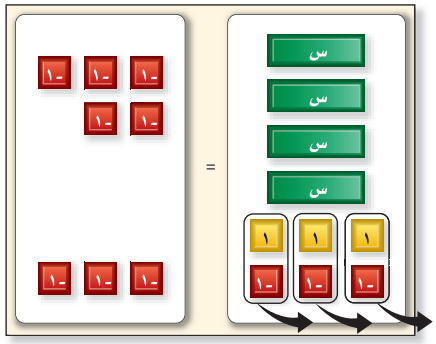
الخطوة ٢ اعزل البطاقات س في طرفٍ وحدها.



٤س + ٣ − ٣ = −٥ − ٣

بما أن هناك ٣ من بطاقات العدد ١ في الطرف الذي فيه بطاقات س، لذا أضف ٣ من بطاقات العدد سالب ١ إلى كل من الطرفين للحصول على أزواج صفرية.

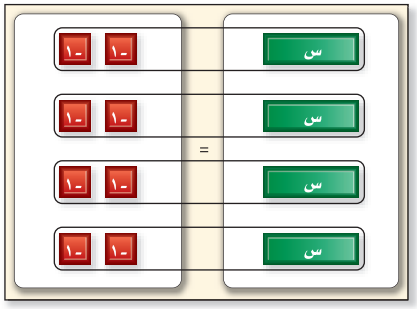
الخطوة ٣ احذف الأزواج الصفرية.



٤س = −٨

جمّع البطاقات لتكوّن أزواجًا صفرية ثم احذفها.

الخطوة ٤ وزِّع البطاقات في مجموعات.



$\frac{٤س}{٤} = \frac{-٨}{٤}$

جمِّع بطاقات العدد سالب ١ في ٤ مجموعات متساوية لتقابل بطاقات س الأربع. لاحظ أن كل بطاقة من س تقترن ببطاقتين من سالب ١، فيكون حل المعادلة: س = −٢

التمثيل والتحليل: استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:

١) ٣س − ٧ = −١٠ ٢) ٢س + ٥ = ٩ ٣) ٥س − ٧ = ٨ ٤) −٧ = ٣س + ٨

٥) ٥ + ٤س = −١١ ٦) ٣س + ١ = ٧ ٧) ١١ = ٢س − ٥ ٨) ٧ + ٦س = −١١

٩) ما الخطوة الأولى التي تتبعها عند حل المعادلة: ٨ س − ٢٩ = ٦٧؟

١٠) ما الخطوات التي تتبعها لحل المعادلة: ٩ س + ١٤ = −٤٩؟

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-١ حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

فيما سبق

درستُ حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة.

والآن

- أحلّ المعادلات المتعددة الخطوات.
- أحلّ المعادلات التي تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.

المفردات

المعادلة المتعددة الخطوات

الأعداد الصحيحة المتتالية

نظرية الأعداد

لماذا؟

إذا مثّل الرمز ك المسافة بين بريدة وحائل، فإن العبارة ٤ ك + ٣٦ تمثل المسافة بين بريدة ومكة المكرمة وهي ٨٧٦ كيلومترًا.

حل المعادلات المتعددة الخطوات:

يمكنك التعبير عن الموقف أعلاه بالمعادلة:

٤ك + ٣٦ = ٨٧٦

ولكون هذه المعادلة تتطلب أكثر من خطوة لحلّها؛ لذا تُسمّى **معادلة متعددة الخطوات**. ولحلّ هذه المعادلة يجب أن نُلغي عمل كلّ عملية بالحلّ عكسيًّا.

مثال ١ حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

حُلّ كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

أ) ١١س − ٤ = ٢٩

١١س − ٤ = ٢٩	المعادلة الأصلية
١١س − ٤ + ٤ = ٢٩ + ٤	أضف ٤ إلى كلا الطرفين.
١١س = ٣٣	بسّط.
$\frac{١١س}{١١} = \frac{٣٣}{١١}$	اقسم كلا الطرفين على ١١
س = ٣	بسّط.

ب) $\frac{أ + ٧}{٨} = ٥$

$\frac{أ + ٧}{٨} = ٥$	المعادلة الأصلية
$٨\left(\frac{أ + ٧}{٨}\right) = ٨(٥)$	اضرب كلا الطرفين في ٨
أ + ٧ = ٤٠	بسّط.
−٧ −٧	اطرح ٧ من كلا الطرفين.
أ = ٣٣	بسّط.

ويمكنك التحقق من صحة الحل بتعويض النتيجة في المعادلة الأصلية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

١أ) ٢أ − ٦ = ٤

١ب) $\frac{ن + ١}{-٢} = ١٥$

مثال ٢ من واقع الحياة — كتابة معادلة متعددة الخطوات وحلها

زي مدرسي: اشترت فاطمة زيًّا مدرسيًّا بثلثي سعره الأصلي، كما استعملت بطاقة تعطيها خصمًا مقداره ٢٥ ريالًا فأصبح ثمنه ٥٥ ريالًا. فما السعر الأصلي للزي؟ اكتب معادلة تمثّل المسألة، ثم حلها.

التعبير اللفظي		ثلثا	سعر الزي	ناقص	٢٥	يساوي ٥٥
المتغير	افترض أن السعر الأصلي للزي = س					
المعادلة	$\frac{٢}{٣}$	× س		−	٢٥	= ٥٥

$\frac{٢}{٣}$ س − ٢٥ = ٥٥	المعادلة الأصلية
$\frac{٢}{٣}$ س − ٢٥ + ٢٥ = ٥٥ + ٢٥	أضف ٢٥ إلى كلا الطرفين
$\frac{٢}{٣}$ س = ٨٠	بسّط
$\frac{٣}{٢}\left(\frac{٢}{٣}\text{س}\right) = \frac{٣}{٢}(٨٠)$	اضرب كلا الطرفين في $\frac{٣}{٢}$
س = ١٢٠	بسّط

السعر الأصلي للزي = ١٢٠ ريالًا.

تحقق من فهمك

٢) **القراءة:** قرأ عبدالله $\frac{٣}{٤}$ كتاب في عطلة نهاية الأسبوع، ثم قرأ ٢٢ صفحة يوم الأحد. فإذا كان عدد الصفحات التي قرأها عبد الله في هذه الأيام ٢٢٠ صفحة، فما عدد صفحات ذلك الكتاب؟

الربط مع الحياة

يحقق الالتزام بالزيِّ المدرسي أهدافًا سلوكية وتربوية؛ مثل: التنظيم والانضباط، ومراعاة المظهر العام، وإزالة الفوارق بين الطلاب لصالح التحصيل العلمي.

حل مسائل تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية: **الأعداد الصحيحة المتتالية** هي أعداد صحيحة مرتبة بالتتالي مثل: ٤، ٥، ٦، أو ن، ن + ١، ن +٢. وإذا عددت اثنين كل مرة تحصل على أعداد متتالية: زوجية إذا كان العدد الأول زوجيًّا، وفردية إذا كان العدد الأول فرديًّا.

مفهوم أساسي — الأعداد الصحيحة المتتالية

أضف إلى مطويتك

النوع	التعبير اللفظي	الرموز	مثال
أعداد صحيحة متتالية	أعداد مرتبة بترتيب العدّ	ن، ن+١، ن+٢، ...	...، −٢، −١، ٠، ١، ٢، ....
أعداد صحيحة زوجية متتالية	عدد صحيح زوجي يتبعه العدد الصحيح الزوجي الآتي.	ن، ن+٢، ن+٤، ... حيث (ن زوجي)	...، −٢، ٠، ٢، ٤، ...
أعداد صحيحة فردية متتالية	عدد صحيح فردي يتبعه العدد الصحيح الفردي الآتي.	ن، ن+٢، ن+٤، ... حيث (ن فردي)	...، −١، ١، ٣، ٥، ...

نظرية الأعداد: هي دراسة الأعداد الصحيحة والعلاقات بينها.

مثال ٣ حلّ مسائل تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية

نظرية الأعداد: اكتب معادلة للمسألة الآتية، ثم حلها:

"أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها (– ٥١)".

افترض أن العدد الأصغر = ن، فيكون العدد الفردي الآتي = ن+٢، وأكبر هذه الأعداد = ن+ ٤ .

التعبير اللفظي	مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية	يساوي	– ٥١
المعادلة	ن + (ن + ٢) + (ن + ٤)	=	– ٥١

ن + (ن + ٢) + (ن + ٤) = – ٥١	المعادلة الأصلية
٣ن + ٦ = – ٥١	بسّط
– ٦ – ٦	اطرح ٦ من كلا الطرفين
٣ن = – ٥٧	بسّط
$\frac{٣ن}{٣} = \frac{-٥٧}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ن = – ١٩	بسّط

ن + ٢ = – ١٩ + ٢ = – ١٧ ، ن + ٤ = – ١٩ + ٤ = – ١٥

فالأعداد الصحيحة الفردية الثلاثة هي: – ١٩، – ١٧، – ١٥

تحقق: – ١٩، – ١٧، – ١٥ هي أعداد فردية متتالية

– ١٩ + (– ١٧) + (– ١٥) = – ٥١ ✓

تحقق من فهمك

٣) اكتب معادلة للمسألة الآتية، ثم حلها : **"أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٢١".**

إرشادات للدراسة

تمثيل الأعداد الصحيحة المتتالية

يمكن استعمال العبارات نفسها لتمثيل الأعداد المتتالية الزوجية أو الفردية، والاختلاف بينهما هو في قيمة ن (فردي أو زوجي).

تأكد

مثال ١ حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١) ٣م + ٤ = – ١١ **٢)** ١٢ = – ٧ف – ٩ **٣)** $\frac{س - ٥}{٧} = ٨$

مثال ٢ **٤) نقود:** مع نايف مبلغ من المال يقل ١٧٥ ريالًا عن مثلي المبلغ الذي يملكه سعد. فإذا كان مع نايف ٧٥٥ ريالًا، فاكتب معادلة تمثل هذا الموقف. ثم أوجد المبلغ الذي يملكه سعد.

مثال ٣ اكتب معادلة لكل من المسألتين الآتيتين، ثم حُلها:

٥) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٧٥

٦) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها – ٣٦

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٧) $٣ت + ٧ = -٨$ ٨) $٨ = ١٦ + ٨ن$ ٩) $-٣٤ = ٦م - ٤$

١٠) $\frac{ع + ٦}{-٢} = ١٤$ ١١) $\frac{جـ - ٥}{٦} = -١١$ ١٢) $\frac{-٢٢ و}{٣} = -٧$

مثال ٢ ١٣) **اتصالات:** تقدم شركة للاتصالات العروض المبينة في الجدول الآتي، فإذا اختار محمد خط رجال الأعمال، وخصص له ١٠٠ ريال في الشهر، فاكتب معادلة تمثل هذا الموقف، وحدد عدد الدقائق التي يمكنه التحدث بها دون أن يتجاوز المبلغ المخصص شهريًّا.

نوع الخط	الاشتراك الشهري	الدقائق المجانية	تكلفة الدقيقة بعد الدقائق المجانية
شخصي	٢٩,٩٩ ريالا	٢٥٠	٠,٢٠ ريال
رجال أعمال	٤٩,٩٩ ريالا	٦٥٠	٠,١٥ ريال

مثال ٣ اكتب معادلة لكل مسألة فيما يأتي، ثم حلها:

١٤) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها -٨٤.

١٥) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ١٤١.

١٦) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها -١٤٢.

حل كلاًّ من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١٧) $-٦م - ٨ = ٢٤$ ١٨) $٤٥ = -٧ - ٥ن$ ١٩) $\frac{٢ب}{٣} + ٦ = ٢٤$

٢٠) $\frac{١}{٥} - \frac{٤}{٩}أ = \frac{٢}{١٥}$ ٢١) $\frac{٣}{٤} - \frac{ب}{٢} = \frac{٣}{٧}$ ٢٢) $\frac{٣}{٤}س + \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢}$

اكتب معادلة تمثل المسألة الآتية، ثم حلها:

٢٣) **أسرة:** تشكّل أعمار ثلاثة إخوة أعدادًا صحيحة متتالية مجموعها ٩٦

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٤) $-٥س - ٤,٨ = ٦,٧$ ٢٥) $٠,٦جـ + ٩ = ١٤,٤$ ٢٦) $\frac{أ}{٢} - ٤,٥ = ١١,٥$

٢٧) إذا كانت $٧م - ٣ = ٥٣$، فما قيمة: $١١م + ٢$؟

٢٨) إذا كانت $-٥ل + ٦ = -٦٩$ ، فما قيمة : $٦ل - ١٥$؟

٢٩) **مركز رياضي:** إذا كان الاشتراك الشهري في مركز رياضي هو ٢٧٥ ريالًا شاملًا دخول المركز وموقفًا مجانيًّا للسيارة، بالإضافة إلى ٥ ريالات في اليوم لقاء استعمال المسبح. أما غير المشتركين فيدفعون ٦ ريالات يوميًّا لموقف السيارة، و١٥ ريالًا لدخول المركز، و٩ ريالات لاستعمال المسبح.

أ) اكتب معادلة لإيجاد عدد الزيارات التي تتساوى عندها التكلفة الكلية لكل من: المشترك وغير المشترك إذا استعمل كلاهما المسبح عند كل زيارة، ثم حل هذه المعادلة.

ب) كوّن جدولًا يبين التكلفة للمشترك ولغير المشترك بعد ٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥ زيارة للمركز.

جـ) عيّن هذه النقاط في المستوى الإحداثي، وصف ما تلاحظه على هذا التمثيل البياني.

الربط مع الحياة

السباحة رياضة مفيدة؛ تخفض ضغط الدم والكولسترول، وتقوي القلب والعضلات، وتعالج آلام المفاصل.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٠) **مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة يمكن التعبير عنها بالمعادلة: ٢ س + ٤٠ = ٦٠، ثم حل المعادلة.

٣١) **تبرير:** صف الخطوات التي يمكن أن تستعملها لحل المعادلة: $\frac{هـ + ٣}{٥} - ٤ = ٦$.

٣٢) **تحدٍّ:** يمكن استعمال الصيغة ق = $\frac{١٨٠^\circ \times (ن - ٢)}{ن}$ لإيجاد قياس الزاوية الداخلية في مضلع منتظم، حيث ن تمثل عدد أضلاع المضلع، ق قياس كل زاوية من زواياه الداخلية. إذا علمت أن ق = ١٥٦°، فما عدد أضلاع المضلع؟

٣٣) **اكتب:** اكتب فقرة توضح ترتيب الخطوات التي يمكن أن تتبعها لحل معادلة متعددة الخطوات.

تدريب على اختبار

٣٤) **إحصاء:** يبيِّن الجدول الآتي درجات ٥ طلاب في اختبار للرياضيات:

الطالب	١	٢	٣	٤	٥
الدرجة	٨٠	٩١	٩٩	٧٩	٧٨

فما مدى درجات هؤلاء الطلاب؟

أ) ١٠ ج) ٣٥

ب) ٢١ د) ٤٠

٣٥) مربع محيطه ٢٠سم، ما مساحته؟

أ) ٤ سم^٢ ج) ٢٠ سم^٢

ب) ٥ سم^٢ د) ٢٥ سم^٢

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ١-٢)

٣٦) ٤س = −٨

٣٧) س − ٨ = ٨

٣٨) أوجد حل المعادلة: ٢ س + ٥ = ١٩ ، إذا كانت مجموعة التعويض هي: {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧} . الدرس (١-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلٍّ مما يلي:

٣٩) ٥ + ٣(٤^٢)

٤٠) $\frac{٣٨ - ١٢}{٢ \times ١٣}$

٤١) ٣[(١+١)٥]

٤٢) ٧ + [٨ (٢) − ٤^٢]

الفصل ١ اختبار منتصف الفصل

الدروس ١-١ إلى ١-٣

اكتب معادلة تمثِّل المسألة في كلٍّ مما يأتي: (الدرس ١-١)

١) حاصل جمع ثلاثة أمثال س مع ٤ يساوي خمسة أمثال س.

٢) ربع ص ناقص ٦ يساوي ٢ مضروبًا في حاصل جمع ص مع العدد ٩.

٣) حاصل ضرب ع مع العدد ٥ يساوي القوة الثالثة للعدد ع.

٤) **كرات:** في صندوق ٥٠ كرة (حمراء، خضراء، زرقاء)، إذا كان عدد الكرات الحمراء أكبر بـ ٦ من عدد الكرات الزرقاء، وعدد الكرات الخضراء أقل بـ ٤ من عدد الكرات الزرقاء، فاكتب معادلة لإيجاد عدد الكرات الزرقاء، وحُلَّها. (الدرس ١-١)

٥) **اختيار من متعدد:** أيّ مما يأتي يمثِّل متطابقة؟ (الدرس ١-١)

أ) ٢س + ٣ = ٥

ب) ٢(س + ١) = ٢س + ٢

جـ) ٢(س + ١) = ٢س + ١

د) ٢س + ٣ = ٤س − ٥

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٢)

٦) ب + ٨ = ١٣

٧) −٢٦ = م − ٣

٨) $\frac{س}{٦}$ = ٣

٩) **اختيار من متعدد:** حَلُّ المعادلة $\frac{٣}{٥}$ ص = $\frac{١}{٤}$ هو: (الدرس ١-٢)

أ) $\frac{٣}{٢٠}$

ب) ٢

جـ) $\frac{٥}{١٢}$

د) −٣

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣)

١٠) ٢س + ٥ = ١٣

١١) −٢١ = ٧ − ٤ ص

١٢) $\frac{م}{٣}$ − ٣ = ٨

١٣) $\frac{د+٣}{٥}$ = −٤

اكتب معادلة لكل من المسائل الآتية ثم حُلَّها: (الدرس ١-٣)

١٤) ثلاثة أرباع عدد مطروحًا منه ٩ يساوي −٩.

١٥) ستة أضعاف عدد مضافًا إليه ١٢ يساوي ٣٠.

١٦) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ١٠٦.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١-٤ حل المعادلات التي تحتوي متغيرًا في طرفيها

لماذا؟

اتفق كل من طلال وريَّان على شراء هدية لوالدتهما. فإذا كان لدى طلال (٣٠) ريالًا في حصالته، وبدأ يضيف إليها (٣) ريالات يوميًّا، بينما بدأ ريَّان في اليوم نفسه بادخار (٦) ريالات يوميًّا.

لمعرفة بعد كمْ يومٍ يتساوى ما وفر كل منهما، يمكننا كتابة المعادلة:

٣٠ + ٣س = ٦س ، حيث تمثل (س) عدد الأيام.

فيما سبق

درست حل المعادلات المتعددة الخطوات.

والآن

- أحل المعادلات التي تحتوي المتغير نفسه في طرفيها.
- أحل المعادلات التي تحتوي أقواسًا.

المتغيرات في طرفي المعادلة: لحل معادلة تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح لكتابة معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها فقط.

إرشادات للدراسة

حل المعادلة

يمكنك أن تحذف الحد الذي يتضمن متغيرًا من أحد الطرفين قبل حذف الحد الثابت.

مثال ١ حل المعادلة التي تحتوي متغيرًا في كلا طرفيها

حل المعادلة: ٢ + ٥ك = ٣ك – ٦، وتحقق من صحة الحل.

٢ + ٥ك = ٣ك – ٦	المعادلة الأصلية
– ٣ك = – ٣ك	اطرح ٣ ك من كلا الطرفين
٢ + ٢ك = –٦	بسّط
– ٢ = – ٢	اطرح ٢ من كلا الطرفين
٢ك = –٨	بسّط
$\frac{٢ك}{٢} = \frac{-٨}{٢}$	اقسم كلا الطرفين على ٢
ك = –٤	بسّط

تحقق:

٢ + ٥ك = ٣ك – ٦	المعادلة الأصلية
٢ + ٥(–٤) ≟ ٣(–٤) – ٦	تعويض ك = –٤
٢ + –٢٠ ≟ –١٢ – ٦	اضرب
–١٨ = –١٨ ✓	بسّط

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

أ) ٣هـ + ٢ = ٧هـ

ب) ٥س + ٢ = ٦ – ٧س

جـ) $\frac{س}{٢} + ١ = \frac{١}{٤}$ س – ٦

د) ١,٣ جـ = ٣,٣ جـ + ٢,٨

الأقواس: إذا احتوت المعادلة أقواسًا، فاستعمل خاصية التوزيع للتخلص منها.

مثال ٢ حل معادلة تحتوي أقواسًا

حل المعادلة: $٦(٥م - ٣) = \frac{١}{٣}(٢٤م + ١٢)$.

$٦(٥م - ٣) = \frac{١}{٣}(٢٤م + ١٢)$	المعادلة الأصلية
$٣٠م - ١٨ = ٨م + ٤$	خاصية التوزيع
$٣٠م - ١٨ - ٨م = ٨م + ٤ - ٨م$	اطرح ٨ م من كلا الطرفين
$٢٢م - ١٨ = ٤$	بسّط
$٢٢م - ١٨ + ١٨ = ٤ + ١٨$	أضف ١٨ إلى كلا الطرفين
$٢٢م = ٢٢$	بسّط
$\frac{٢٢م}{٢٢} = \frac{٢٢}{٢٢}$	اقسم كلا الطرفين على ٢٢
$م = ١$	بسّط

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٢أ) $٨ل - ١٠ = ٣(٦ - ٢ل)$ **٢ب)** $٧(ن - ١) = -٢(٣ + ن)$

بعض المعادلات ليس لها حل كالمعادلة : $٥س + ٥ = ٣(٥س - ٤) - ١٠س$؛ أي لا توجد قيمة للمتغير تجعل المعادلة صحيحة. وفي المقابل بعض المعادلات مثل: $٣(٢ب - ١) - ٧ = ٦ب - ١٠$ تكون صحيحة لجميع قيم المتغيرات، وكما سبق فإنَّ مثل هذه المعادلات تسمى متطابقات.

يمكن تلخيص الخطوات المتبعة في حل المعادلات كما يأتي:

مفهوم أساسي خطوات حل المعادلة

مطويتك

الخطوة ١: بسّط العبارات الموجودة في طرفي المعادلة، واستعمل خاصية التوزيع إن احتجت إلى ذلك.

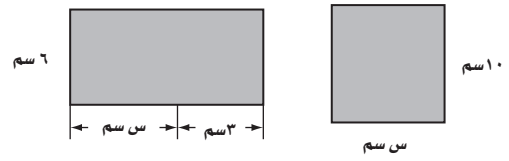
الخطوة ٢: استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح في المساواة للحصول على معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها والأعداد الثابتة في الطرف الآخر، ثم بسّط.

الخطوة ٣: استعمل خاصية الضرب أو خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلة.

وهناك مواقف كثيرة يظهر فيها المتغير في كلا طرفي المعادلة.

مثال ٣ من اختبار

أوجد قيمة س التي تجعل مساحتي الشكلين الآتيين متساويتين :



أ) ٣ ب) ٤,٥ جـ) ٦,٥ د) ٧

اقرأ فقرة الاختبار:

مساحة المستطيل الأول = ١٠س، ومساحة المستطيل الثاني = ٦ (٣ + س)

والمعادلة هي: ١٠ س= ٦ (٣ + س).

حل فقرة الاختبار:

أ) ١٠س = ٦ (٣ + س)

١٠(٣) ≟ ٦ (٣ + ٣)

٣٠ ≟ ٦ (٦)

٣٠ ≟ ٣٦ ✗

ب) ١٠س = ٦ (٣ + س)

١٠(٤,٥) ≟ ٦ (٣ + ٤,٥)

٤٥ ≟ ٦ (٧,٥)

٤٥ = ٤٥ ✓

بما أن القيمة ٤,٥ أعطتنا عبارة صحيحة فلا ضرورة للتحقق من القيمتين ٦,٥ ، ٧.

ولذا تكون ب هي الإجابة الصحيحة.

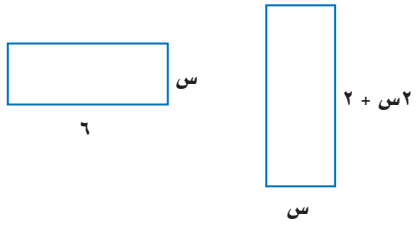
إرشادات للدراسة

اختر طريقة

توجد أحيانًا أكثر من طريقة لحل المسألة. وفي هذا المثال يمكن أن تكتب معادلة، ثم تحلها، أو تعوض بدائل الإجابات في هذه المعادلة حتى تجد الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك

٣) أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساويين:



أ) ١,٥ ب) ٢ جـ) ٣,٢ د) ٤

تأكد

المثالان ١ ، ٢

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١) ١٣س + ٢ = ٤س + ٣٨

٢) $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٦}$ ق = $\frac{٥}{٦}$ ق + $\frac{١}{٣}$

٣) ٦ (ن + ٤) = −١٨

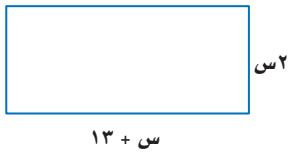
٤) ٧ = −١١ + ٣ (ب + ٥)

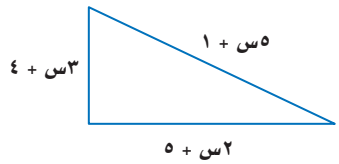
٥) ٥ + ٢(ن + ١) = ٢ن

٦) ١٤هـ + ٦ = ٢ (٥ + ٧هـ) − ٤

مثال ٣

٧) **اختيار من متعدد:** أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساويين:





أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ د) ٧

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) ٧جـ + ١٢ = −٤جـ + ٧٨

٩) ٢م − ١٣ = −٨م + ٢٧

١٠) $\frac{ب - ٤}{٦} = \frac{ب}{٢}$

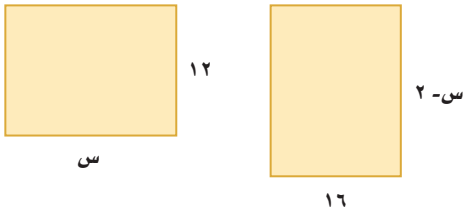
١١) ٦(ن + ٥) = ٦٦

١٢) ٣(٣م − ٢) = ٢(٣م + ٣)

١٣) ١٢ − $\frac{٤}{٥}$(س + ١٥) = ٤

مثال ٣

١٤) **هندسة:** أوجد قيمة س التي تجعل لكل من المستطيلين المجاورين المساحة نفسها.



١٥) **نظرية الأعداد:** عددان زوجيان متتاليان، يقل أربعة أمثال أصغرهما عن مثلي أكبرهما بمقدار ١٢. فما العددان؟

١٦) **نظرية الأعداد:** ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يزيد مثلا أصغرها على ثلاثة أمثال أكبرها بمقدار ١٥. فما هذه الأعداد؟

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

١٧) ٢س = ٢(س − ٣)

١٨) $\frac{٢}{٥}$هـ − ٧ = $\frac{١٢}{٥}$هـ − ٢هـ + ٣

١٩) ٢(٤ر + ٦) = $\frac{٢}{٣}$(١٢ر + ١٨)

٢٠) $\frac{١}{١٢} + \frac{٣}{٨}$ص = $\frac{٥}{١٢} + \frac{٥}{٨}$ص

٢١) $\frac{١}{٨}$(٣ر − ٢) = $\frac{١}{٤}$(ر + ٥)

٢٢) ٣,٢ك − ٤,٣ = ١٢,٦ك + ١٤,٥

الربط مع الحياة

فوائد العصير:
يزود عصير الفواكه الطازجة الإنسان بالفيتامينات والمعادن، ويقيه من معظم الأمراض، كما يمد الجسم بعنصر الماء المهم.

٢٣) **عصائر:** ينفق محل للعصائر ٢٠٠ ريال يوميًّا نفقات ثابتة، بالإضافة إلى ٢,٥ ريال تكلفة كوب العصير. فإذا بيع الكوب الواحد بمبلغ ٥ ريالات، فكم كوبًا يجب أن يبيع المحل يوميًّا ليبدأ بتحقيق الربح؟

٢٤) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة حلًّا للمعادلة: ٢س + ٤ = −س − ٢.

أ) بيانيًّا: أنشئ جدولًا يحتوي على خمس نقاط لكل من المعادلتين:
ص = ٢ س + ٤، ص = −س − ٢، وعَيِّن هذه النقاط في المستوى الإحداثي.

ب) جبريًّا: حُلَّ المعادلة: ٢ س + ٤ = − س − ٢.

جـ) لفظيًّا: وضح العلاقة بين الحل الذي توصّلت إليه في الفقرة (ب)، مع نقطة التقاطع للتمثيلين البيانيين في الفقرة (أ).

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **تبرير:** حُلَّ المعادلة الآتية موضحًا كل خطوة من خطوات الحل:

ت = ٢ − ٢ [٢ ت − ٣ (١ − ت)]

٢٦) **تحدٍّ:** اكتب معادلة تحتوي متغيرًا في كل من طرفي إشارة المساواة بحيث يكون أحد المعاملات على الأقل كسرًا، ويكون حلها − ٦، وناقش الخطوات التي اتبعتها.

٢٧) **تحدٍّ:** أوجد قيمة ك التي تجعل كلًّا من المعادلتين الآتيتين متطابقة:

أ) ك(٣س − ٢) = ٤ − ٦س

ب) ١٥ص − ١٠ + ك = ٢(ك ص − ١) − ص

٢٨) **اكتب:** وضّح كلًّا من أوجه الشبه والاختلاف بين حل معادلات تحتوي متغيرات في كلا طرفيها، وحل معادلات من خطوة واحدة أو متعددة الخطوات، تحتوي متغيرات في أحد طرفيها فقط.

تدريب على اختبار

٢٩) بدأت طائرة شراعية الهبوط من ارتفاع ٢٥ مترًا عن سطح الأرض بمعدل ثابت مقداره ٢ متر في الثانية. فأيّ المعادلات الآتية تبين ارتفاع الطائرة ع بعد ن ثانية؟

أ) ع = ٢٥ن + ٢ن

ب) ع = −٢٥ن + ٢

جـ) ع = ٢ن + ٢٥

د) ع = −٢ن + ٢٥

٣٠) ما قيمة س التي تحقق المعادلة الآتية؟

$\frac{٤}{٥}$ س + ٧ = $\frac{٣}{١٥}$ س − ٣

أ) $-١٦\frac{٢}{٣}$

ب) $-١٤\frac{٤}{٩}$

جـ) $-٦\frac{٢}{٣}$

د) −١٠

مراجعة تراكمية

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٣)

٣١) ٥ن + ٦ = −٤

٣٢) −١ = ٧ + ٣جـ

٣٣) $\frac{أ}{٧}$ − ٣ = −٢

٣٤) $\frac{ص}{٥}$ + ٩ = ٦

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية: (الدرس ١-٢)

٣٥) س + ١ = ٠

٣٦) س − ٢ = ٤

٣٧) ٢س = ١٠

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية إذا كانت مجموعة التعويض هي {١، ٢، ٣، ٤، ٥}: (الدرس ١-١)

٣٨) ٦ (س + ٥) = ٤٢

٣٩) ٩٢ = س + ١١

٤٠) ١٧ = $\frac{٤٥}{س}$ + ٢

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلٍّ ممَّا يأتي:

٤١) |٥|

٤٢) |−٣|

٤٣) −|٢|

٤٤) −٣ − |−٣|

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١-٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

فيما سبق

درست حلّ المعادلات التي تحتوي متغيرات في طرفيها.

والآن

- أحسب قيم عبارات تتضمن القيمة المطلقة.
- أحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

لماذا؟

أُجري مسح لمعرفة أنواع الكتب التي يقرؤها طلاب الجامعة، وسُمح للشخص الواحد بأن يختار أكثر من نوع من الكتب.

نفترض أنه يوجد في هذا المسح نسبة خطأ مقدارها ٣ ٪، وهذا يعني أنه قد يكون في هذا المسح زيادة ٣ ٪ أو نقص ٣ ٪ فعلى سبيل المثال، قد تزيد نسبة الذين يقرؤون كتب الثقافة الإسلامية على ٦٩ ٪، أو قد تقل عن ٦٣ ٪ .

عبارات القيمة المطلقة: يتم حساب قيم العبارات التي تتضمن قيمًا مطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

مثال ١ العبارات الجبرية التي تتضمن القيمة المطلقة

احسب قيمة: $|م + ٦| - ١٤$ ، إذا كانت م = ٤.

$|م + ٦| - ١٤ = |٤ + ٦| - ١٤$ عوض م = ٤

$= |١٠| - ١٤$ $١٠ = ٤ + ٦$

$= ١٠ - ١٤$ $|١٠| = ١٠$

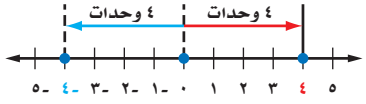
$= -٤$ بسّط.

تحقق من فهمك

١) احسب قيمة العبارة : $٢٣ - |٣ - ٤س|$ ، إذا كانت س = ٢.

معادلات القيمة المطلقة: بالنظر إلى الفقرة الواردة في أعلى الصفحة نلاحظ أن نسبة الخطأ فيها هو مثال على القيمة المطلقة. فالمسافة بين ٦٦ و ٦٩ على خط الأعداد تساوي المسافة بين ٦٣ و ٦٦.

هناك ثلاثة أنواع من الجمل الرياضية التي تتضمن قيمًا مطلقة: $|س| = ن$، $|س| < ن$ ، $|س| > ن$.
وسنتناول في هذا الدرس النوع الأول فقط. فمثلًا المعادلة $|س| = ٤$ تعني أن المسافة بين س، والصفر تساوي ٤ وحدات.



فإذا كانت $|س| = ٤$ ، فإن س = -٤، أو س= ٤.
وبذلك تكون مجموعة حل هذه المعادلة هي $\{-٤، ٤\}$.

ويجب أن تأخذ كلتا الحالتين في الحسبان في معادلات القيمة المطلقة. ولحل معادلة القيمة المطلقة، افصل القيمة المطلقة في أحد جانبي إشارة المساواة أولًا إذا لم تكن كذلك أصلًا.

مفهوم أساسي

معادلات القيمة المطلقة

مطويتك

التعبير اللفظي: عند حل معادلات تتضمن قيمًا مطلقة هنالك حالتان يجب أخذهما في الحسبان:

الحالة ١: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبةً أو صفرًا.

الحالة ٢: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبةً.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب إذا كانت $|أ| = ب$ فإن $أ = ب$، أو $أ = -ب$.

مثال: $|د| = ١٠$ إذن $د = ١٠$ أو $د = -١٠$

قراءة الرياضيات

القيمة المطلقة

تقرأ العبارة $|ف + ٥|$ القيمة المطلقة للمقدار "ف زائد خمسة".

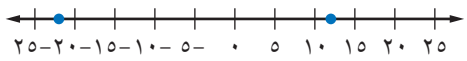
مثال ٢

حل معادلات القيمة المطلقة

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة الحل بيانيًّا:

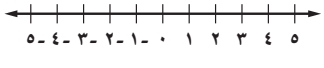
أ) $|ف + ٥| = ١٧$

$|ف + ٥| = ١٧$	المعادلة الأصلية	
الحالة ١		**الحالة ٢**
$ف + ٥ = ١٧$		$ف + ٥ = -١٧$
$ف + ٥ - ٥ = ١٧ - ٥$	اطرح ٥ من كلا الطرفين	$ف + ٥ - ٥ = -١٧ - ٥$
$ف = ١٢$	بسّط	$ف = -٢٢$



ب) $|ب - ١| = -٣$

$|ب - ١| = -٣$ تعني أن المسافة بين ب و ١ تساوي -٣، وبما أنه لا يمكن أن تكون المسافة سالبة فإن مجموعة حل هذه المعادلة هي المجموعة الخالية ϕ.



تحقق من فهمك حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٢أ) $|ص + ٢| = ٤$ **٢ب)** $|٣ن - ٤| = -١$

تَظهر معادلات القيمة المطلقة في المواقف الحياتية؛ حيث تصِف المدى الذي يجب أن تقع ضمنه قيم المتغير.

مثال ٣ من واقع الحياة — استعمال خط الأعداد لحل المسائل

أفاعٍ: يجب أن تكون درجة حرارة المكان المخصص للأفاعي في حديقة الحيوان نحو ٢٧° س بزيادة أو نقصان قدرها ٢°. أوجد درجتي الحرارة العظمى والصغرى للمكان.

يمكن أن تستعمل خط الأعداد لحل المسألة.

المسافة بين ٢٧ و ٢٥ تساوي ٢ وحدة.
المسافة بين ٢٧ و ٢٩ تساوي ٢ وحدة.

إذن درجة الحرارة العظمى ٢٩°س، ودرجة الحرارة الصغرى ٢٥°س.

تحقق من فهمك

٣) **دواء:** يجب حفظ أحد الأدوية عند درجة ٨° س بزيادة أو نقصان مقدارها ٣°.
أوجد درجتي الحرارة العظمى والصغرى اللتين يجب حفظ الدواء عندهما.

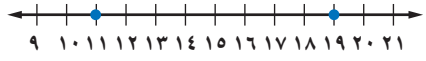
الربط مع الحياة

درجة حرارة الأفاعي:
الأفاعي من ذوات الدم البارد، فهي تفضل درجات حرارة متوسطة، ليست مرتفعة جدًّا أو منخفضة جدًّا، ومع ذلك فلكل نوع حاجة من الحرارة، فثعابين الصحاري تختلف عن ثعابين الغابات.

إذا أُعطيتْ نقطتان على خط الأعداد، يمكنك أن تكتب معادلة قيمة مطلقة تمثل المسافة بينهما.

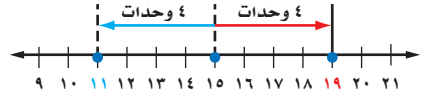
مثال ٤ — كتابة معادلة القيمة المطلقة

اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة للتمثيل الآتي:



أوجد نقطة تبعد المقدار نفسه عن ١١ وعن ١٩.

هذه النقطة هي نقطة المنتصف بين ١١ و ١٩ وتساوي ١٥.



المسافة بين ١٥ و ١١ تساوي ٤ وحدات
المسافة بين ١٥ و ١٩ تساوي ٤ وحدات

إذن المعادلة المطلوبة هي: $|س - ١٥| = ٤$.

تحقق من فهمك

٤) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة للتمثيل الآتي:

إرشادات للدراسة

إيجاد نقطة المنتصف
لإيجاد النقطة التي تقع في منتصف المسافة بين نقطتين اجمع العددين اللذين يمثِّلانهما، وأقسم المجموع على ٢.
فمثلاً في المثال ٤:
١١+١٩=٣٠
وَ ٣٠ ÷ ٢=١٥
لذا فإن نقطة المنتصف بين ١١،١٩ هي ١٥.

تأكد

مثال ١ احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت ف = ٣، هـ = ٥، د = −٤:

١) $|٣ - هـ| + ١٣$ ٢) $١٦ - |د + ٩|$ ٣) $|ف + د| - هـ$

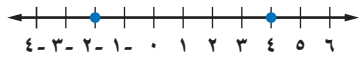
مثال ٢ حل كلًّا من المعادلات الآتية، ومثِّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٤) $|ن + ٧| = ٥$ ٥) $|٣ع - ٣| = ٩$ ٦) $|٤ن - ١| = -٦$

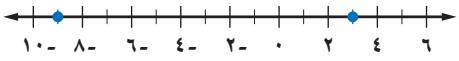
مثال ٣ ٧) **استثمار:** تعتقد شركة أنها تربح في استثمارها ما نسبته ١٢٪ زائد أو ناقص ٣٪. احسب أكبر وأقل نسبة ربح تعتقد الشركة أنها ستحصل عليه.

مثال ٤ اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لكل من التمثيلين الآتيين:

٨)



٩)



تدرب وحل المسائل

مثال ١ احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت أ= −٢ ، ب= −٣، جـ = ٢، س= ١ ,٢ ، ص = ٣ ، ع = −٢ ,٤ :

١٠) $٤أ - |٣ب + ٢جـ|$ ١١) $-|٥أ + جـ| + |٣ص + ٢ع|$

١٢) $|ص - ٢ع| - ٣$ ١٣) $٣|٣ب - ٨جـ| - ٣$

١٤) $|٢س - ع| + ٦ب$ ١٥) $-٤|جـ - ٣| + ٢|ع - أ|$

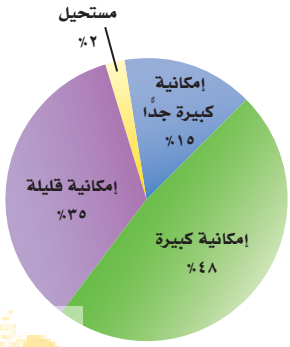
مثال ٢ حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

١٦) $|ن - ٣| = ٥$ ١٧) $|ف + ١٠| = ١$

١٨) $|هـ - ٢| = -٥$ ١٩) $|٤ق - ٨| = ٢٠$

٢٠) $|\frac{١}{٢}س + ٥| = -٣$ ٢١) $|-٢ص + ٦| = ٦$

مثال ٣ ٢٢) **دراسة مسحية:** يبين التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور نتائج دراسة مسحية وجّه فيها السؤال الآتي إلى عدد من الشباب: "ما إمكانية أن تصبح ثريًّا يومًا ما؟" فإذا كانت نسبة الخطأ في هذا المسح ± ٤٪ ، فما مدى النسبة المئوية للشباب الذين أجابوا بأن إمكانية أن يصبحوا أثرياء كبيرة جدًّا؟



٢٣) **حوار:** يعطى المتكلم في برنامج حواري متلفز فرصة الحديث لمدة دقيقتين مع فارق ±٥ ثوانٍ.

أ) أوجد أطول وأقصر مدة ممكنة للحديث بالدقائق وبالثواني.

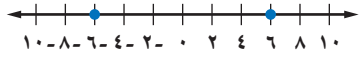
ب) أوجد أطول وأقصر مدة ممكنة للحديث بالثواني.

الربط مع الحياة

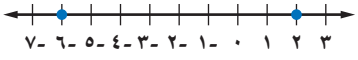
أهمية الحوار:
للحوار قيمة حضارية وإنسانية في حياتنا وممارساتنا التربوية والأسرية؛ للتعرف على آراء الآخرين والتواصل معهم، وقد حثنا القرآن الكريم والسنة النبوية على الحوار الهادف لصالح الفرد والمجتمع.

اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لكل من التمثيلين الآتيين:

٢٤)



٢٥)



حل كلًّا من المعادلات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٢٦) $|-\frac{١}{٢}ب - ٢| = ١٠$

٢٧) $|-٣د + ٦| = ١٢$

٢٨) $|٣ق - ٤| = ١٠$

٢٩) $|٥ف - ٣| = ١٢$

٣٠) **مضمار:** مضمار سباق التتابع ٤ × ٤٠٠ هو سباق يتناوب فيه ٤ عدّائين الجريَ مسافة ٤٠٠ متر أو دورة واحدة لكلٍّ منهم حول المضمار.

أ) إذا أنهى العدّاء الأول دورته في ٥٢ ثانية زائد أو ناقص ٢ ثانية، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له.

ب) إذا أنهى العدّاء الثاني دورته في ٥٣ ثانية زائد أو ناقص ثانية واحدة، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له.

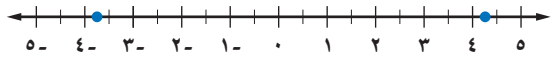
٣١) **سيارات:** تتأثر دقة مقياس سرعة السيارة بعدة عوامل؛ منها قطر الإطارات. فإذا كان الفارق عن القراءة الدقيقة عند السرعة ٥٠ كلم/ س هو ±٣ كلم/ س.

أ) فما مدى السرعة الحقيقية عندما تكون السرعة ٥٠ كلم/ س؟

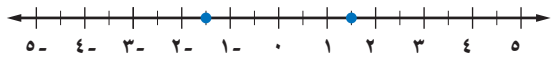
ب) إذا علمت أنه عندما تكون السرعة ٤٥ كلم/ س يصبح فارق السرعة ± ١ كلم/ س فقط، فماذا تستنتج؟

اكتب معادلة تتضمن قيمةً مطلقةً لكلٍّ من التمثيلات الآتية:

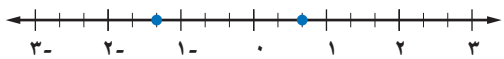
٣٢)



٣٣)



٣٤)



٣٥) صوتيات: يوجد في أحد المدرجات حوالي ٢٠٠٠٠ شخص بفارق لا يجاوز ألف شخص أكثر أو أقل، يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية بوضوح.

أ) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لتمثل الحد الأقصى لعدد الأشخاص الذين يمكنهم أن يسمعوا الأصوات الطبيعية في هذا المدرج بوضوح (افترض أنّ ن = عدد الأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات بوضوح).

ب) ما مدى عدد الأشخاص في الفقرة أ ؟

٣٦) قراءة: اتفق طلاب الثالث المتوسط في مدرسة على قراءة فصل من كتاب ينتهي عند الصفحة ٢٠٣، مع زيادة أو نقص عشر صفحات.

أ) اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثل أرقام الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطلاب عن القراءة.

ب) اكتب مدى الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطلاب عن القراءة.

الربط مع الحياة

بلغ عدد زوار مكتبة الملك عبد العزيز العامة بالرياض في أحد الأعوام نحو ٦٥٠ ألف زائر؛ أي بمعدل ١٨٠٠ زائر يوميًّا.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٧) مسألة مفتوحة: صف موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بالمعادلة: |س− ٤| = ١٠.

تبرير: **مفترضًا أن جـ عدد صحيح، حدد ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة أحيانًا أو صحيحة دائمًا أو غير صحيحة أبدًا، وفسر تبريرك:**

٣٨) قيمة |س+١| أكبر من الصفر.

٣٩) حل المعادلة: |جـ + س| = ٠ عدد أكبر من الصفر.

٤٠) ليس للمتباينة: |س| + جـ < ٠ حلًّا.

٤١) تبرير: لماذا لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة سالبة؟

٤٢) اكتشف الخطأ: حلَّ كلٌّ من علي وعبدالرحمن المعادلة: | س + ٥ | = −٣ كما هو موضح أدناه ، فأيهما إجابته صحيحة؟ ولماذا؟

علي

|س + ٥| = ٣ أو |س + ٥| = −٣

س + ٥ = ٣ ، س + ٥ = −٣

−٥ −٥ ، −٥ −٥

س = −٢ ، س = −٨

عبدالرحمن

|س + ٥| = −٣

ليس لها حل ، ∅

٤٣) **اكتب:** وضِّح لماذا يمكن أن يكون لمعادلة القيمة المطلقة حلان أو حل واحد أو لا يكون لها حل. وأعطِ مثالًا على كل حالة.

تدريب على اختبار

٤٤) **هندسة:** ما محيط الدائرة التي مساحتها ٢٥ ط سنتمترًا مربعًا؟

أ) ٥ ط سم
ب) ١٠ ط سم
جـ) ٥٠ ط سم
د) ٦٢٥ ط سم

٤٥) أي المعادلات التالية تمثِّل الخطوة الثانية في عملية الحل الموضحة؟

الخطوة ١: ٤(٢س + ٧) − ٦ = ٣س
الخطوة ٢: ———
الخطوة ٣: ٥س + ٢٨ − ٦ = ٠
الخطوة ٤: ٥س = − ٢٢
الخطوة ٥: س = − ٤,٤

أ) ٤(٢س−٦) + ٧ = ٣س
ب) ٤(٢س+١) = ٣س
جـ) ٨س+ ٧ − ٦ =٣س
د) ٨س + ٢٨ − ٦ =٣س

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ١ - ٤)

٤٦) ٢ س +١ = ٨ س

٤٧) ٤ (م + ٣) = − ٢ (١ + م)

٤٨) حل المعادلة ٢س + ١ = ٩ (الدرس ١-٣)

٤٩) حل المعادلة ٦ + س = ٠ (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

عبّر عن كل مسألة مما يأتي بمعادلة، وحلها.

٥٠) ما العدد الذي نضربه في ٧ فيكون الناتج −٨٤؟

٥١) ما العدد الذي خمساه ٢٤؟

٥٢) ما العدد الذي ثلاثة أمثاله تساوي −١١٧؟

اكتب معادلةً تمثل المسألة في كلٍّ ممّا يأتي:

١) حاصل جمع العدد ٦ إلى أربعة أمثال د، يساوي د مطروحًا منه ٩.

٢) حاصل ضرب العدد ٣ بالفرق بين مثلَي م والعدد ٥، يساوي ثمانية أمثال القوة الثانية للعدد م.

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٣) س − ٥ = −١١

٤) $\frac{٢}{٣} = ص + \frac{١}{٤}$

٥) $\frac{ت}{٦} = -٣$

حل كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٦) ٢أ − ٥ = ١٣

٧) $\frac{ب}{٤} - ٣ = ٩$

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين وتحقق من صحة الحل:

٨) ٨ل + ٣ = ٥ل + ٩

٩) $\frac{٣}{٤}$ هـ + ٦ = ٩ − $\frac{١}{٤}$ هـ

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم مَثِّل مجموعة الحل بيانيًّا:

١٠) |س − ٤| − ٦ = ٠

١١) |٢س + ٥| = ٩

أوجد قيمة كلٍّ من العبارتين الآتيتين إذا كانت
س = −٤، ص = ٧، ع = −٩:

١٢) |٢−٣ص| + ٢س

١٣) |−٤ص+٢ع|−٣ع

١٤) **أسماك:** متوسط طول سمكة الهامور يساوي ٦٥ سم، وهذا يساوي متوسط طول سمكة الشعري مضروبًا في ٦ , ٢.

أ) اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد متوسط طول سمكة الشعري.

ب) ما متوسط طول سمكة الشعري؟

١٥) **اختيار من متعدد:** ما حلُّ المعادلة: |٦أ − ٣| = ٩ ؟

أ) ٢ **جـ)** −٣، ٦

ب) −١، ٢ **د)** −٣، ٣

١٦) **قهوة:** يُقال إنه لكي تشرب فنجانًا ممتازًا من القهوة يجب غليها عند درجة حرارة ٢٠٠° ف زائد أو ناقص ٥°. اكتب معادلة تمثل درجتي الحرارة العظمى والصغرى لغلي فنجان ممتاز من القهوة، ثم حل المعادلة.

١٧) **اختيار من متعدد:** أي المعادلات الآتية تمثل متطابقة؟

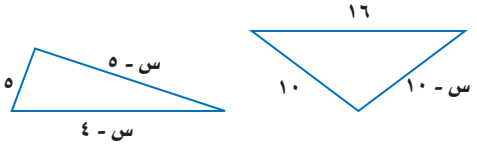
أ) ل + ٣ = ٣ل + ١

ب) ٢ل + ٣ = ٢ل + ١

جـ) ٤ل − ١ = ٤ل + ١

د) ٦ + ٥ل = ٥ل + ٦

١٨) **هندسة:** أوجد قيمة س التي تجعل لكل من الشكلين الآتيين المحيط نفسه:

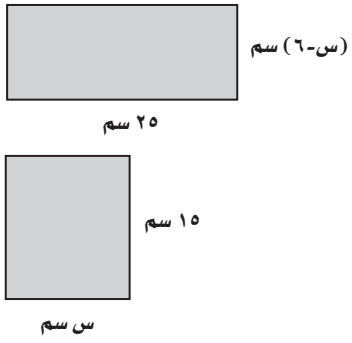


الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أوجد قيمة س التي تجعل مساحتي الشكلين أدناه متساويتين.



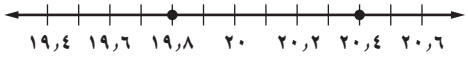
أ) ١٠ ب) ١٢ جـ) ١٣ د) ١٥

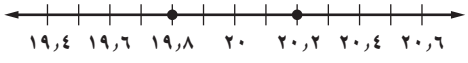
٢) ثمن كمبيوتر محمول أكثر من ١٦ مثل المبلغ الذي مع سعيد بمقدار ٢٧ ريالًا، إذا كان مع سعيد ٢٥٧ ريالًا، فما ثمن الكمبيوتر؟

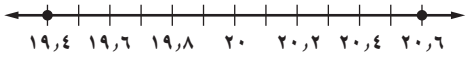
أ) ٤٠٨٥ ريالًا ب) ٤١٠٣ ريالاتٍ جـ) ٤١٣٩ ريالًا د) ٤٢١٥ ريالًا

٣) يُعبِّر عن كمية الصودا الموجودة في مقدار معين من سائل بالمعادلة |س−٢٠|=٠,٤، أي التمثيلات الآتية تعبر عن أقل وأكبر كمية؟

أ)

ب) 

جـ) 

د) 

٤) أوجد العدد الذي ناتج جمع خمسه مع العدد ٣ يساوي نصفه.

أ) ٥ جـ) ١٥

ب) ١٠ د) ٢٠

٥) حل المعادلة $\frac{س}{٢} = \frac{٥}{٢}$ هو:

أ) $\frac{٥}{٢}$ جـ) $\frac{٥}{٤}$

ب) ٥ د) ١

٦) أيٌّ مما يأتي يمثِّل متطابقة؟

أ) ٣(س + ٤) = ٣س + ٤

ب) $٣س^{٢} + ٥س + ٧ = ٣س^{٢} + ١٢س$

جـ) ٤(س+٣) = ٤س + ١٢

د) $\frac{٣س}{٢} = \frac{٣}{٤}$

٧) القيمة العددية للعبارة $|س^{٢} + س + ١|$ إذا كانت س = −١ هي:

أ) ٣ جـ) −٣

ب) ١ د) −١

٨) مجموعة حل المعادلة |س − ١| = −١ هو:

أ) { ٠ ، ١ } جـ) ∅

ب) { ٠ } د) { +١ ، −١ }

إجابة قصيرة

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

٩) $\frac{\text{س}}{١٨} = \frac{٧}{٢١}$

١٠) س + ٣ = −٢

١١) ٧س = −٢١

١٢) | س | = ٤

أوجد قيمة كلٍّ من العبارتين الآتيتين إذا كانت:
س = −١، ص = ٢، ع = ١:

١٣) | ٢س^{٢} + ص |

١٤) | ٥ − ٣س | + ع

إجابة مطولة

١٥) حصل فؤاد على عرضين مختلفين من شركتي تأمين:
العرض الأول: اشتراك سنوي قيمته ٢٥٠٠ ريال، وفي كل مراجعة لمركز صحي يدفع المشترك ٧٥ ريالًا.
العرض الثاني: اشتراك سنوي قيمته ٣٠٠٠ ريال، وفي كل مراجعة لمركز صحي يدفع المشترك ٥٠ ريالًا.

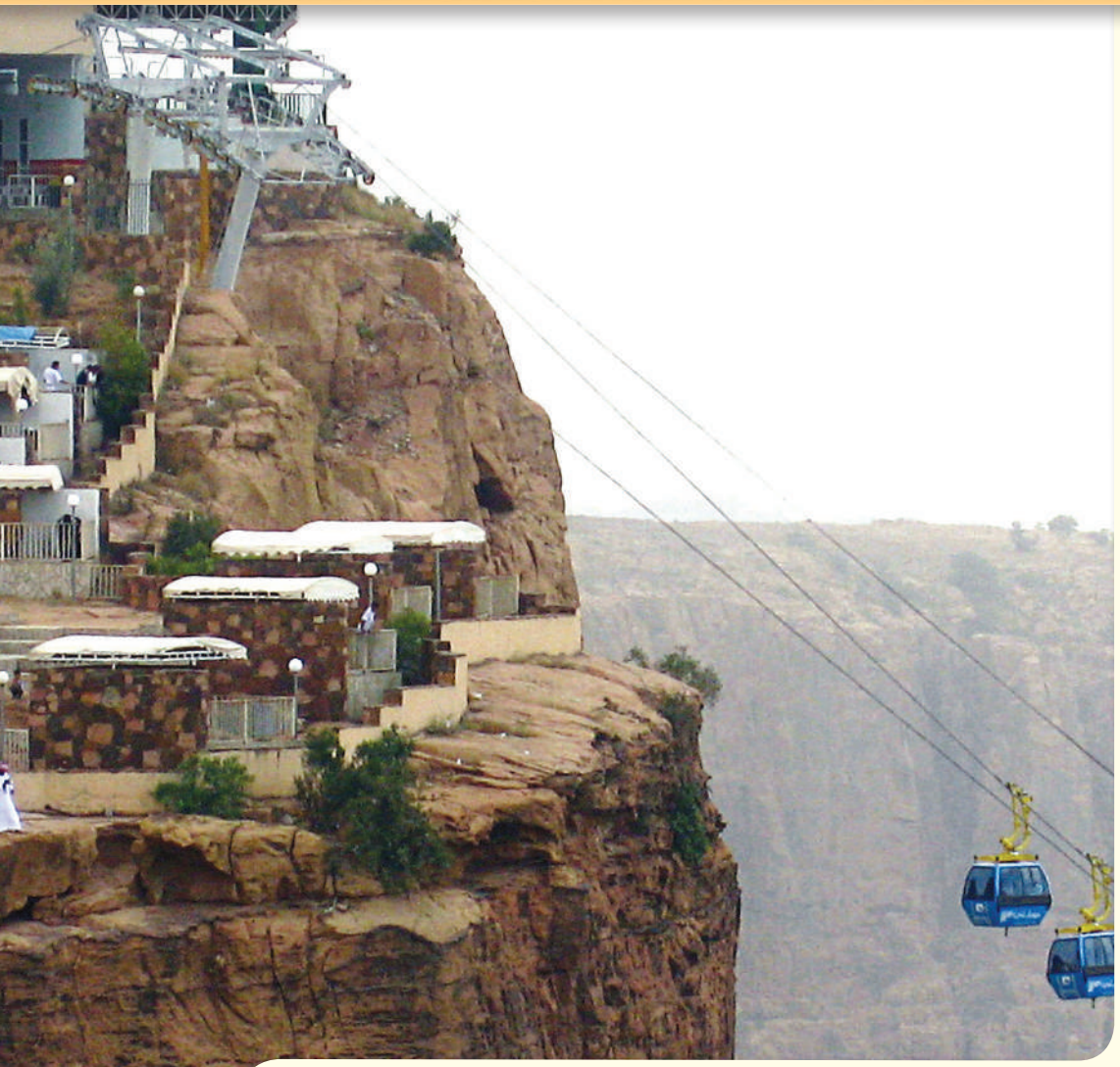
أ) اكتب معادلة تعبر عن الحالة التي تتساوى فيها تكلفتا العرضين بالنسبة لعدد المراجعات س، وحُلَّها.

ب) إذا كان عدد المراجعات في العام ٣٠ مراجعة، فأي العرضين يكون أفضل؟ برّر إجابتك.

جـ) إذا كان عدد المراجعات ١٥ مراجعة في العام، فأي العرضين يكون أفضل؟ برّر إجابتك.

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	١-٤	١-٣	١-٥	١-٣	١-٣	١-١	١-٥	١-٥	٢-١	٢-١	٢-١	١-٥	١-٥	١-٥	١-٤

الفصل ٢
العلاقات والدوال الخطية



فيما سبق

درستُ حل المعادلات الخطية جبريًا.

والآن

- أمثل العلاقات والدوال.
- أميز المعادلة الخطية، وأُحدد مقطعيها السيني والصادي .
- أمثل المعادلات الخطية بيانيًا وأكتبها.
- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أتعرف المتتابعات الحسابية كدوال خطية.

لماذا؟

متنزهات: يعدُّ متنزه الحبلة في منطقة عسير من أهم مناطق الجذب السياحي في بلادنا. إذا كان عدد زواره يزداد سنويًا بصورة ثابتة تقريبًا، فيمكن تمثيل ذلك بدالة خطية تصف معدل تغير عدد الزوار بالنسبة للزمن.

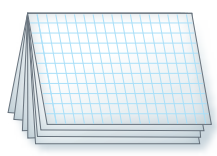
المفردات:

- النظام الإحداثي ص (٥٠)
- المخطط السهمي ص (٥٠)
- المتغير المستقل ص (٥٢)
- المتغير التابع ص (٥٢)
- الدالة ص (٥٦)
- المعادلة الخطية ص (٦٣)
- الميل ص (٧٨)

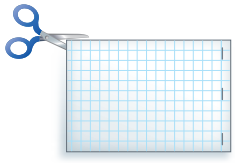
المطويات منظم أفكار

العلاقات والدوال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول العلاقات والدوال الخطية، مبتدئًا بأربع أوراق مربعات.

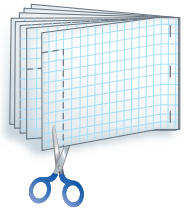
١ **اطو** كل ورقة إلى نصفين من أعلى إلى أسفل.



٢ **قص** عند خط الطي وثبِّت الأنصاف الثمانية معًا لتشكِّل كتيبًا.



٣ **قص** هامشًا طوليًا من الطرف الحر للأوراق بعرض سطرين، مبتدئًا بالورقة الأخيرة، ثم التي تسبقها وهكذا.



٤ **سمّ** غلاف المطوية بعنوان الفصل، ثم رقِّم الصفحات بتسلسل الدروس: وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٢

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

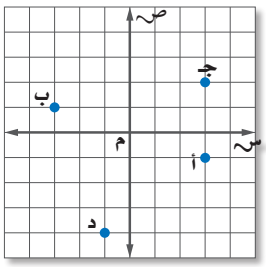
اختبار سريع

مثِّل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي:

(مهارة سابقة)

١) (-٢، ١) ٢) (٣، ٠) ٣) (٠، ٦)

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:



٤) أ ٥) ب

٦) جـ ٧) د

حل كلاً من المعادلات الآتية: (الدروس ١-٢، ١-٣، ١-٤)

٨) ٢س = ٨ ٩) س + ١ = ٦

١٠) س - ١ = ٥ ١١) $\frac{١}{٣}$ س = ١

١٢) ٢س + ٤ = ٠ ١٣) س + ٢ = ٢س

أوجد قيمة $\frac{أ - ب}{جـ - د}$ لكل مجموعة من القيم الآتية:

(الدرس ١-١)

١٤) أ = ٧، ب = ٦، جـ = ٩، د = ٥

١٥) أ = -٣، ب = ٠، جـ = ٣، د = -١

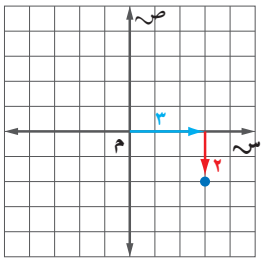
١٦) أ = -٥، ب = -٥، جـ = ٥، د = ٨

١٧) أ = -٦، ب = ٣، جـ = ٨، د = ٢

مراجعة سريعة

مثال ١

مثِّل النقطة (٣ ، -٢) في المستوى الإحداثي:



مثال ٢

حل المعادلة: ٣س = ٩ .

٣ س = ٩	المعادلة الأصلية
$\frac{١}{٣} \times$ ٣س = $\frac{١}{٣} \times$ ٩	اضرب كلا الطرفين في العدد $\frac{١}{٣}$
س = ٣	بسط

مثال ٣

احسب $\frac{أ - ب}{جـ - د}$ إذا كانت أ = ٣، ب = ٥، جـ = -٢، د = -٦.

$\frac{أ - ب}{جـ - د}$	العبارة الأصلية
$= \frac{٣ - ٥}{-٢ - (-٦)}$	عوض قيم أ ، ب ، جـ ، د
$= \frac{-٢}{٤}$	بسط
$= \frac{-٢ \div ٢}{٤ \div ٢}$	اقسم -٢، ٤ على ق.م.أ. لهما ويساوي ٢
$= -\frac{١}{٢}$ أو $-\frac{١}{٢}$	بسط ، بما أن الإشارتين مختلفتان، لذا فناتج القسمة سالب

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٢-١ العلاقات

فيما سبق

درستُ حل المعادلات بمتغير أو بمتغيرين.

والآن

- أمثل العلاقات.
- أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

المفردات

النظام الإحداثي
المستوى الإحداثي
المحور س
المحور ص
نقطة الأصل
الزوج المرتب
الإحداثي السيني
الإحداثي الصادي
العلاقة
المخطط السهمي
المجال
المدى
المتغير المستقل
المتغير التابع

لماذا؟

كلما تعمقت في المحيط زاد الضغط على الجسم لكثرة الماء من فوقك. فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب ضغطًا أكبر. والمعادلة ض= ث ت ع تربط ضغط الماء الكلي بالعمق. حيث إن:

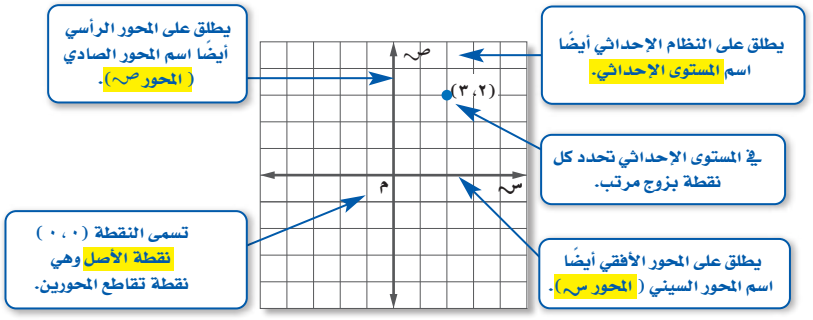
ض= الضغط　　ث= كثافة الماء

ت= تسارع الجاذبية الأرضية　　ع= عمق الماء

(علمًا بأن ث ، ت ثوابت)

تمثيل العلاقة: يمكن تمثيل العلاقة التي تربط بين العمق والضغط الناتج بخط مستقيم في مستوى إحداثي.

النظام الإحداثي يتكون من تقاطع خطّي أعداد، هما: المحور الأفقي والمحور الرأسي.



تُمثل النقط على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

- **الزوج المرتب** عددان يكتبان على الصورة (س، ص).
- تُسمى قيمة س **بالإحداثي السّيني**، وتمثل البعد الأفقي للنقطة عن المحور س.
- تسمى قيمة ص **بالإحداثي الصّادي** وتمثل البعد الرأسي للنقطة عن المحور ص.

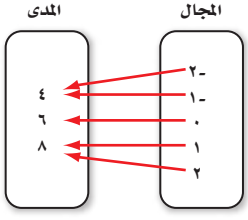
تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي.

ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.

ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**، وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى**.

والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:

(-٢، ٤)، (-١، ٤)، (٠، ٦)، (١، ٨)، (٢، ٨)



إرشادات للدراسة

التمثيلات المتعددة:
يخدم كل تمثيل للعلاقة الواحدة غرضًا مختلفًا. فالتمثيل البياني يبين النمط بين النقاط. ونستدل من المخطط السهمي على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه.

ادرس التمثيلات الآتية التي تمثل العلاقة نفسها:

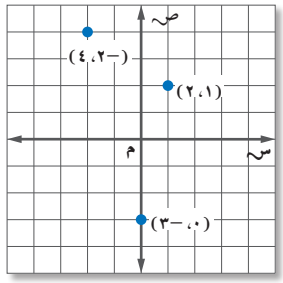
أزواج مرتبة

(١، ٢)
(٠، -٣)
(-٢، ٤)

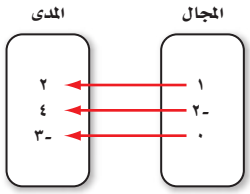
جدول

س	ص
١	٢
-٢	٤
٠	-٣

تمثيل بياني



مخطط سهمي



بما أن قيم س في العلاقة هي عناصر المجال، وقيم ص هي عناصر المدى، فإن المجال في العلاقة أعلاه هو: {-٢، ٠، ١}، والمدى هو: {-٣، ٢، ٤}.

إرشادات للدراسة

العناصر المكررة:
عند تمثيل العلاقة بجدول تكتب العناصر المكررة في المجال أو المدى، ولا تكتب مكررة عند التمثيل بالمخطط السهمي.

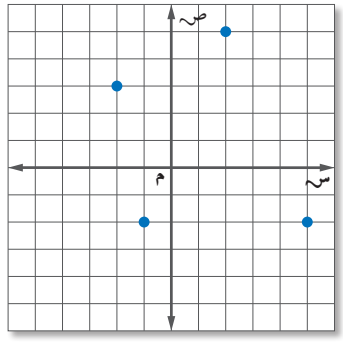
مثال ١ تمثيلات العلاقة

أ) مثِّل العلاقة {(٢، ٥)، (-٢، ٣)، (٥، -٢)، (-١، -٢)} بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي.

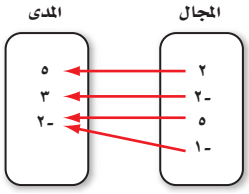
الجدول:
اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

س	ص
٢	٥
-٢	٣
٥	-٢
-١	-٢

التمثيل البياني
مثّل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.



المخطط السهمي
ضَعْ قائمة لقيم س في المجال وقيم ص في المدى. وارسم أسهمًا من قيم س في المجال إلى قيم ص التي تقابلها في المدى.



ب) حدِّد كلًّا من مجال العلاقة ومداها.

المجال هو: {-٢، -١، ٢، ٥}، والمدى هو: {-٢، ٣، ٥}.

تحقق من فهمك

١أ) مثّل العلاقة {(٤، -٣)، (٣، ٢)، (-٤، ١)، (٠، -٣)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي.

١ب) حدد كلًّا من: المجال والمدى.

يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة **المتغير المستقل**، أما المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل فيسمى **المتغير التابع**.

مثال ٢ من واقع الحياة — المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة

حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

أ) مبيعات: **في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة صورًا تذكارية. وكلما زادت المبيعات، زاد الدخل.**

عدد الصور المبيعة متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالدخل الذي يحققه الجناح، أما الدخل فيكون متغيرًا تابعًا؛ لأن مقداره يعتمد على عدد الصور المبيعة.

ب) أكلات شعبية: **في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة أكلات شعبية من المناطق السعودية المختلفة. وكلما زاد عدد زوّار الجناح زادت أرباحه.**

عدد الزوّار متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالأرباح التي يجنيها الجناح، أما الأرباح فتكون متغيرًا تابعًا؛ لأن مقدارها يعتمد على عدد زوّار الجناح.

تحقق من فهمك

حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

٢أ) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ازدياد درجة الحرارة.

٢ب) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.

الربط مع الحياة

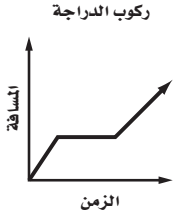
مهرجان الجنادرية:
مهرجان الجنادرية مهرجان تراثي وثقافي كبير يقام في المملكة العربية السعودية سنويًّا منذ عام ١٤٠٥هـ، ويجمع بين الماضي والحاضر، ويجذب العديد من الزوار.

التمثيل البياني للعلاقات: يمكن تمثيل العلاقة دون تدريج المحورين. وتفسر هذه التمثيلات من خلال تحليل أشكالها.

مثال ٣ تحليل التمثيلات البيانية

يوضح التمثيل البياني المجاور المسافة التي قطعها سعد بدراجته الهوائية، صف هذا التمثيل.

تزداد المسافة بازدياد الزمن حتى يصبح الخط أفقيًّا. حيث يزداد الزمن مع بقاء المسافة ثابتة. مما يعني أن سعدًا قد توقف في هذه المرحلة ثم تابع ركوب الدراجة، فازدادت المسافة مع ازدياد الزمن بعد ذلك.



تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:

٣أ)

٣ب)

50-55.indd 52 04/03/2020 1:23 PM

تأكد

مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدولٍ ، وبيانيًّا، وبمخططٍ سهمي، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

١) {(٤، ٣)، (−٢، ٢)، (٥، −٦)}

٢) {(٥، −٧)، (−١، ٤)، (٠، −٥)، (−٢، ٣)}

مثال ٢ حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلِّ علاقة فيما يأتي:

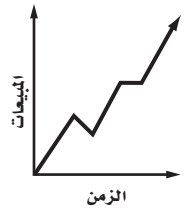
٣) زيادة درجة حرارة مُركَّب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.

٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشترى بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

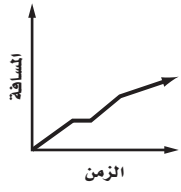
٥) يجري محل تجاري تخفيضات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكثر.

مثال ٣ صف كلًّا من التمثيلين البيانيين الآتيين:

٦) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات شركة عبر الإنترنت.



٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.



تدرب وحل المسائل

مثال ١ مثِّل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانيًّا، وبمخطط سهمي ، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

٨) {(٠، ٠)، (−٣، ٢)، (٦، ٤)، (−١، ١)}

٩) {(٥، ٢)، (٥، ٦)، (٣، −٢)، (٠، −٢)}

١٠) {(−١، ٣)، (٣، −٦)، (−١، −٨)، (−٣، −٧)}

١١) {(٤، −٣)، (١، ٣)، (٧، −٢)، (٢، −٢)، (١، ٥)}

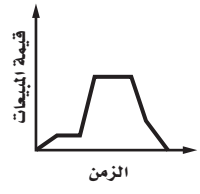
مثال ٢ حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع لكلِّ علاقة فيما يأتي:

١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركًا، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

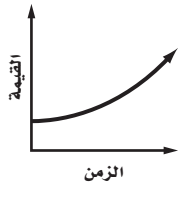
١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورةٍ أسرع، فإنه يستغرق وقتًا أطول للوقوف التام.

مثال ٣ صف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.

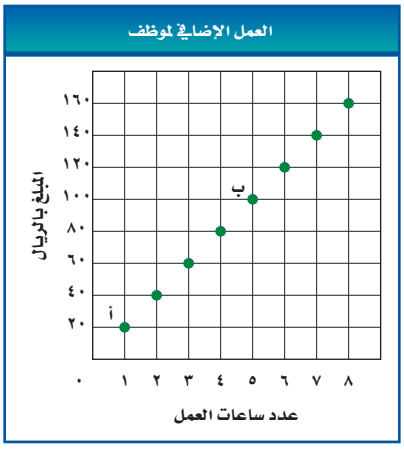


١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه قيمة لوحة فنية نادرة.



١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعتها سيارة.

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٧ – ١٩ :

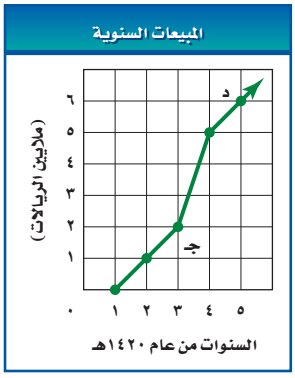


١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيِّن ماذا يمثل.

١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيِّن ماذا يمثل.

١٩) عيِّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢٠ – ٢٢ :



٢٠) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة جـ ، وبيِّن ماذا يمثل.

٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د، وبيِّن ماذا يمثل.

٢٢) عيِّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

الربط مع الحياة

تعدُّ الأسماك طعامًا مغذيًا ومفيدًا، فهي تحوي كثيرًا من العناصر الغذائية، مثل: الحديد والأملاح المعدنية والفوسفور والزنك والنحاس والكالسيوم.

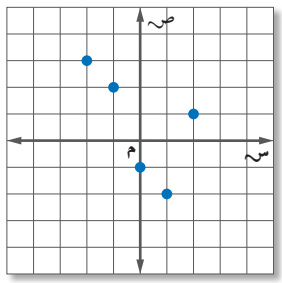
المصدر: الموقع الرسمي للهيئة العامة لتنمية الثروة السمكية.

مثِّل كل علاقة فيما يأتي في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة، وحدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

٢٣)

أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (ريال)
١	٢٥
٢	٥٠
٥	١٢٥
٨	١٥٠

٢٤)

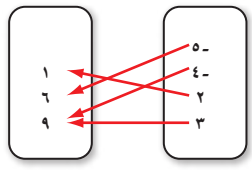


مَثِّل كل علاقة فيما يأتي بمجموعة أزواج مرتبة:

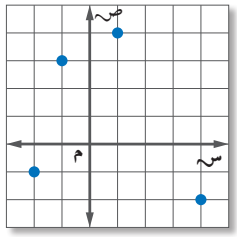
٢٥)

س	ص
٤	١-
٨	٩
٢-	٦-
٧	٣-

٢٦)



٢٧)



٢٨) **رياضة تنافسية:** بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟

التمثيل أ

التمثيل ب

التمثيل جـ

مثِّل كل موقف فيما يأتي بيانيًّا :

٢٩) **سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنتاجها.

٣٠) **رياضة:** يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.

٣١) **علم الأحياء:** يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلوجرام ماء تقريبًا لكل ٣ كيلوجرامات من كتلة جسمه. ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة و= ٢ (جـ/٣)، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (جـ) كتلة الجسم.

أ) كوِّن جدولًا يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ كيلوجرامًا، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا.

ب) حدِّد كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

جـ) حدِّد كلًّا من المجال والمدى، ثم مثِّل العلاقة بيانيًّا.

الربط مع الحياة

ترياثلون سباق ثلاثي، وهو أشبه بالمارثون، يبدأ بالسباحة، ثم ركوب الدراجات، وينتهي بالجري، بحيث يفصل بين كل مرحلة وأخرى فترة تبديل الملابس والأحذية بحسب المرحلة التالية

المصدر: الموقع الرسمي للاتحاد الدولي للترياثلون.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٢) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبيِّن كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مَثِّل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

٣٣) **تحدَّ:** صف موقفًا من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.

٣٤) **اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

تدريب على اختبار

٣٥) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة : ٦(٣- جـ)+ ٢(١١ - جـ)؟

أ) ٢(٢٠- جـ) **ب)** ٨(١٤- جـ) **جـ)** ٨(٥- جـ) **د)** ٤٠- جـ

مراجعة تراكمية

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}: (الدرس ١-١)

٣٦) ٦(س + ٥)= ٤٢ ٣٧) ١٥ = س + ١١ ٣٨) ١٧= ٤٥/و + ٢

٣٩) حل المعادلة: | س - ٣ | = ٣. (الدرس ١-٥)

٤٠) حل المعادلة ٣س = ٦س - ٦ . (الدرس١-٤)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلًّا مما يأتي:

٤١) ٣ (٢)^{٢} + ٤ ٤٢) ٢ + ٥ × ٣ ٤٣) [٥ × (٢-١)]^{٢}

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٢-٢ الدوال

فيما سبق

درست العلاقات وتمثيلها وتفسيرها.

والآن

- أحدِّد ما إذا كانت العلاقة دالة أم لا.
- أجد قيم دالة.

المفردات

الدالة

الدالة المنفصلة

الدالة المتصلة

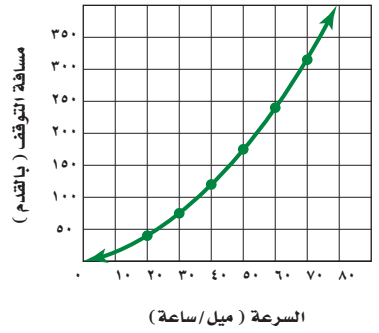
اختبار الخط الرأسي

الدالة غير الخطية

لماذا؟

يطلق على المسافة التي تقطعها سيارة للوقوف التام عند استعمال المكابح مسافة التوقف. وكلما كانت السيارة أسرع كانت مسافة التوقف أطول. وتمثل مسافة التوقف دالة لسرعة السيارة.

مسافة التوقف



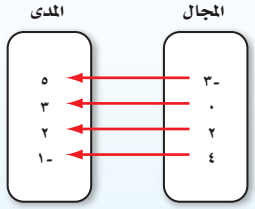
تحديد الدوال: **الدالة** علاقة تربط المدخلات بالمخرجات، على أن يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة.

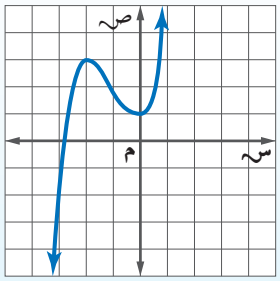
مفهوم أساسي — الدالة

مطويتك

التعبير اللفظي: الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.

أمثلة:

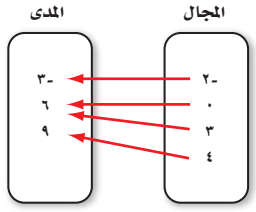




مثال ١ — تحديد الدوال

هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسّر ذلك.

أ)



كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى. لذا فإن هذا المخطط السهمي يمثل دالة. ولا يؤثر ارتباط أكثر من عنصر في المجال بعنصر واحد من المدى.

ب)

المجال	١	٣	٥	١
المدى	٤	٢	٤	-٤

ارتبط العنصر ١ في المجال بالعنصرين ٤، -٤ في المدى. لذا فإنه يوجد أكثر من قيمة ممكنة لـ ص عندما س = ١ . وبالتالي فإن هذه العلاقة ليست دالة.

تحقق من فهمك

١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسِّر ذلك.

{(٢، ١)، (٣، -٢)، (٣، ١)، (٢، -٢)}

تُسمى الدالة التي تُمثل بيانيًّا بنقاط غير متصلة **دالة منفصلة**.

أما الدالة التي تُمثّل بخط أو منحنى دون انقطاع فتُسمى **دالة متصلة**.

الربط مع الحياة

تنظم مسابقات في بناء القلاع فوق رمال الشاطئ يشارك فيها الكبار والصغار. وتتكون هذه القلاع عادة من أشكال هندسية مختلفة.

مثال ٢ التمثيل البياني

البناء فوق الرمال: في مسابقة لبناء القلاع فوق رمال الشاطئ بلغ عدد القلاع التي بناها كل فريق على النحو الآتي: الفريق الأول: ٤ قلاع؛ الفريق الثاني: ٥ قلاع؛ الفريق الثالث: ٣ قلاع؛ الفريق الرابع: ٦ قلاع؛ الفريق الخامس: ٤ قلاع.

أ) كوِّن جدولًا للقيم التي تظهر العلاقة بين رقم الفريق وعدد قلاعه.

الفريق	١	٢	٣	٤	٥
عدد القلاع	٤	٥	٣	٦	٤

ب) حدِّد كلًّا من مجال الدالة ومداها:

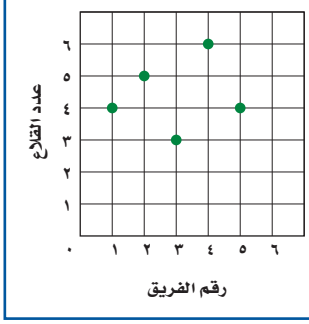
مجال الدالة هو: {١، ٢، ٣، ٤، ٥}؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير المستقل الذي لا يتأثر بعدد القلاع.

مدى الدالة هو: {٤، ٥، ٣، ٦، ٤}؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير التابع. وتعتمد هذه القيم على رقم الفريق.

جـ) اكتب البيانات في صورة أزواج مرتبة، ثم مَثِّلها بيانيًّا.

بناءً على الجدول، وبما أن رقم الفريق متغير مستقل وعدد القلاع متغير تابع، لذا فالأزواج المرتبة هي:
(١، ٤)، (٢، ٥)، (٣، ٣)، (٤، ٦)، (٥، ٤). وبما أن أرقام الفرق وعدد قلاعهم المناظرة لها لا يمكن أن تأخذ قيمًا بين النقط المعطاة، لذا يجب عدم وصل هذه النقاط.

القلاع فوق الرمال



د) بيِّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسِّر إجابتك.

بما أنه لا يمكن وصل هذه النقاط، فالدالة منفصلة.

تحقق من فهمك

٢) يتسع وعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتلئ ٤,٣ كجم.

أ) كوِّن جدولًا يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠، ١، ٢، ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

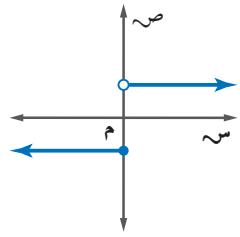
ب) حدِّد كلًّا من: مجال الدالة ومداها.

جـ) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانيًّا.

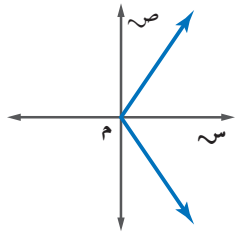
د) بيِّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** لتتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا، فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإن العلاقة لا تمثل دالة. وإلا فالعلاقة دالة.

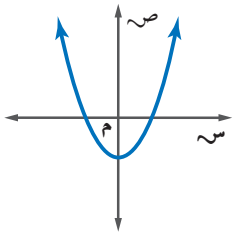
دالة



ليست دالة



دالة



تذكر أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة، فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة.

إرشادات للدراسة

اختبار الخط الرأسي

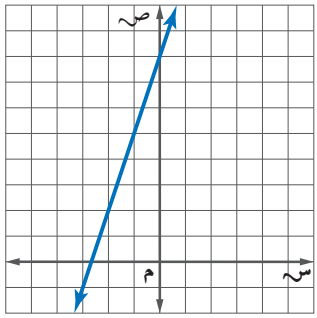
إحدى طرائق إجراء اختبار الخط الرأسي هي استعمال قلم الرصاص. ضع قلمك رأسيًّا على الرسم وتحرك لأعلى ولأسفل. فإذا قطع القلم التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

مثال ٣ **المعادلات كدوال**

هل تمثّل المعادلة: −٣س+ ص= ٨ دالة؟

كوِّن جدولًا للقيم، ثم مثِّل المعادلة.

س	−١	٠	١	٢
ص	٥	٨	١١	١٤



إن الخط الرأسي لجميع قيم س، يمر بنقطة واحدة فقط على التمثيل البياني؛ لذا فإن المعادلة تمثل دالة.

تحقق من فهمك

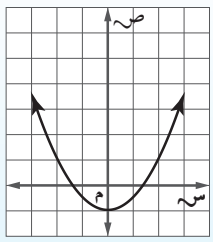
هل تمثّل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

٣أ) ٤س= ٨ **٣ب)** ٤س= ص+ ٨

يمكن تمثيل الدالة بطرائق مختلفة.

ملخص المفهوم **طرائق تمثيل الدالة**

أضف إلى مطويتك

الجدول	المخطط السهمي	المعادلة	التمثيل البياني
س | ص −٢ | ١ −١ | ٠ ١ | ٢	المجال: −٢، ٠، ٢ — المدى: ١، −١	د (س)= $\frac{١}{٢}$ $س^{٢}$ − ١	

إرشادات للدراسة

إشارة الدالة

يشار إلى الدالة بالرمز د(س) ويقرأ دال سين. ويمكن استعمال حروف أخرى غير حرف الدال مثل جـ أو هـ للتعبير عن الدالة جـ(س) أو هـ(س) وهكذا.

إيجاد قيم دالة : يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوال باستعمال **رمز الدالة**. فمثلًا: ص = ٣س−٨ .

المعادلة	رمز الدالة
ص = ٣س − ٨	د(س) = ٣س − ٨

تمثل قيم س في الدالة عناصر المجال، وتمثل قيم د (س) عناصر المدى. فمثلًا د(٥) وتُقرأ "دال ٥" تمثل قيمة الدالة عندما س = ٥ . ويتم إيجادها بتعويض ٥ بدلًا من س في الدالة.

مثال ٤ قيم الدالة

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = −٤س + ٧ .

أ) د(٢)

د(٢) = −٤(٢) + ٧ — س= ٢

= −٨ + ٧ — اضرب

= −١ — اجمع

ب) د(−٣) + ١

د(−٣) + ١ = [−٤(−٣) + ٧] + ١ — س= −٣

= ١٩ + ١ — بسّط

= ٢٠ — اجمع

تحقق من فهمك

أوجد القيم الآتية للدالة: د(س) = ٢س− ٣ .

٤أ) د(١) **٤ب)** ٦ − د(٥) **٤جـ)** د(−١) + د(٢)

الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد ١ تُسمى **دالة غير خطية**، وتمثيلها البياني ليس خطًّا مستقيمًا.

مثال ٥ قيم الدالة غير الخطية

إذا كان: هـ(ت)= −١٦ت^{٢} + ٦٨ت + ٢، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

أ) هـ(٤)

هـ(٤) = −١٦(٤^{٢}) + ٦٨(٤) + ٢ — عوِّض عن ت بـ ٤

= −٢٥٦ + ٢٧٢ + ٢ — اضرب

= ١٨ — اجمع

ب) ٢[هـ(جـ)]

٢[هـ(جـ)] = ٢[−١٦(جـ)^{٢} + ٦٨(جـ) + ٢] — عوِّض عن ت بـ جـ

= ٢[−١٦جـ^{٢} + ٦٨جـ + ٢] — بسّط

= −٣٢جـ^{٢} + ١٣٦جـ + ٤ — خاصية التوزيع

تحقق من فهمك

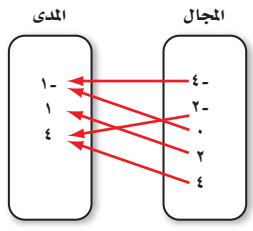
إذا كان د(ت)= ٢ت^{٣}، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

٥أ) د(٤) **٥ب)** ٣[د(ت)] + ٢ **٥جـ)** د(−٣)− د(١)

تأكد

المثالان ١ ، ٣ هل تمثّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا ؟ فسِّر إجابتك.

١)



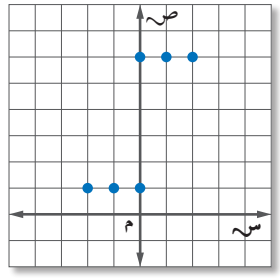
٢)

المجال	المدى
٢	٦
٥	٧
٦	٩
٦	١٠

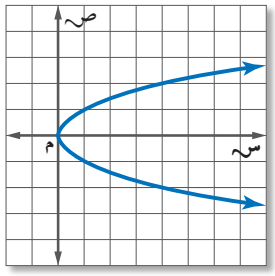
٣) {(٢، ٢)، (-١، ٥)، (٥، ٢)، (٢، -٤)}

٤) ص = $\frac{١}{٢}$ س - ٦

٥)



٦)



مثال ٢ ٧) **حج:** يبيِّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقربًا إلى أقرب ألف:

العام	١٤٣٥ هـ	١٤٣٦ هـ	١٤٣٧ هـ	١٤٣٨ هـ
عدد حجاج الداخل بالآلاف	٣٤٠	٢٠٨	٢٠٧	٦٠٠

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء stats.gov.sa

أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءًا من العام ١٤٣٥ هـ .

ب) مثِّل العلاقة التي تربط السنوات بعدد حجاج الداخل بيانيًّا.

جـ) ما مجال هذه العلاقة؟ وما مداها؟

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان د (س) = ٦س + ٧، هـ (س) = س^{٢} - ٤، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

٨) د(-٣)　　٩) د(م)　　١٠) د(ر - ٢)

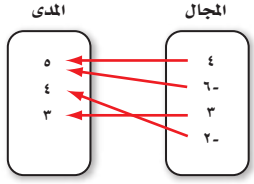
١١) هـ (٥)　　١٢) هـ (أ)　　١٣) هـ (-٤ت)

١٤) د(ك + ١)　　١٥) د(٢) + هـ (-٢)　　١٦) هـ (-ب)

تدرب وحل المسائل

مثال ١ هل تمثِّل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسِّر إجابتك.

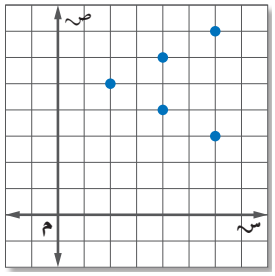
١٧)



١٨)

المجال	المدى
٤	٦
٥-	٣
٦	٣-
٥-	٥

١٩)



مثال ٢ ٢٠) **عقار:** يبيِّن الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٣٦ هـ إلى ١٤٣٨ هـ.

السنة	السعر بالريال
١٤٣٦ هـ	١٦٩٩٠٠
١٤٣٧هـ	١٩٤٩٠٠
١٤٣٨هـ	٢٠٧٧٠٠

أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة.

ب) مثِّل العلاقة بين السنة والسعر بيانيًّا.

جـ) ما مجال هذه البيانات؟ وما مداها؟

مثال ٣ هل تمثِّل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

٢١) {(٥، -٧)، (٦، -٧)، (-٨، -١)، (٠، -١)}

٢٢) {(٤، ٥)، (٣، -٢)، (-٢، ٥)، (٤، ٧)}

٢٣) ص = -٨

٢٤) س = ١٥

٢٥) ص = ٣س - ٢

٢٦) ص = ٣س + ٢ص

المثالان ٤ ، ٥ إذا كان د(س) = -٢س - ٣، هـ(س) = س^{٢} + ٥س، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

٢٧) د(-١)

٢٨) د(٦)

٢٩) هـ(٢)

٣٠) هـ(-٦م)

٣١) د(ر + ٢)

٣٢) ٣ [هـ(ن)]

٣٣) **تعليم:** مثَّل معلمٌ معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات د(ت)، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم ت بالدالة: د(ت) = ٠,٩ ت + ١٠.

أ) مثّل هذه الدالة بيانيًّا.

ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟

جـ) ما مجال هذه الدالة؟ وما مداها؟

٣٤) **أمن:** يتقاضى حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالًا عن كل ساعة عمل.

أ) اكتب عبارة جبرية تبيِّن ما يتقاضاه الحارس لقاء س ساعة عمل.

ب) اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملها الحارس. وكوِّن جدولًا بالساعات س، والمبلغ الذي يتقاضاه مقابلها.

جـ) مثِّل قيم الجدول بيانيًّا.

د) هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولًا؟ برّر إجابتك.

الربط مع الحياة

إن المهمة الأساسية لحارس الأمن هي الحفاظ على أمن الأفراد وممتلكاتهم ومنشآتهم، ويتم اختياره وفق معايير خاصة.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٥) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثِّلها بطريقة أخرى.

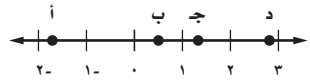
٣٦) **تبرير:** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة {(٠، ١)، (٣، ٢)، (٣، -٥)، (٥، ٤)} علاقة بين المتغيرين س، ص. مثّل هذه الأزواج المرتبة بيانيًّا، وحدّد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسّر إجابتك.

٣٧) **تحدٍّ:** إذا كان د (٣ب- ١) = ٩ب- ١، فاكتب عبارة تمثل د(س).

٣٨) **اكتب:** استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسر كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.

تدريب على اختبار

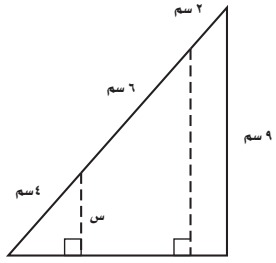
٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عددًا مربعه أقل منه؟



أ) أ　　جـ) جـ

ب) ب　　د) د

٤٠) **هندسة:** ما قيمة س؟



أ) ٣ سم.

ب) ٤ سم.

جـ) ٥ سم.

د) ٦ سم.

مراجعة تراكمية

٤١) مثِّل العلاقة :{(-٤ ، ٢) ، (٣ ، -٥) ، (٤ ، ٢) ، (٩ ، -٧) ، (-٣ ، -٥)} بمخطط سهمي. (الدرس ٢-١)

٤٢) حل المعادلة ٣س - ٨ = ٧ . (الدرس ١-٤)

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-١)

٤٣) $\text{س} = \frac{٢٧ + ٣}{١٠}$　　٤٤) $\text{م} = \frac{٤ + ٢٣}{٥ - ٧}$　　٤٥) ع = ٣٢ + ٤(-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة مما يأتي:

٤٦) س - ٨ = ١٥　　٤٧) ٩س - ١١ = -٢٩　　٤٨) ١٨ - ٢س = ٢٤

٤٩) ٥ - ٨ص = ٦١　　٥٠) $\frac{\text{س}}{٢} + ٣ = ٧$　　٥١) $\frac{\text{س}}{٦} + ١ = ٥$

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٢-٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

فيما سبق

درست تمثيل العلاقة بين الكميات بالمعادلات.

والآن

- أميِّز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثّل المعادلات الخطية بيانيًا.

المفردات

المعادلة الخطية
الصورة القياسية
الحد الثابت
المقطع السيني
المقطع الصادي

لماذا؟

تشير دراسة إلى أن إعادة تدوير طن واحد من نفايات الأوراق توفر حوالي ١٧ شجرة، وَ ٧٠٠٠ جالون ماء، وَ٣ براميل بترول.

ويمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق المعاد تدويره وعدد الأشجار الموفرة بالمعادلة: ص = ١٧ س؛ حيث تمثل ص عدد الأشجار، وس كتلة الورق بالطن.

المعادلة الخطية هي المعادلة التي تمثل بيانيًّا بخطٍّ مستقيم، وتكتب على الصورة: أ س + ب ص = جـ وتسمى **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية. ويسمى جـ **الحد الثابت**، وتمثل أ س ، ب ص الحدود الجبرية.

مفهوم أساسي — الصورة القياسية للمعادلة الخطية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: أ س + ب ص = جـ ، أ ≥ ٠ ولا تكون قيمتا أ وَ ب معًا صفرًا . أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١ .

الأمثلة: في المعادلة: ٣ س + ٢ ص = ٥، أ = ٣ ، ب = ٢ ، جـ = ٥

وفي المعادلة: س = −٧ ، أ = ١ ، ب = صفر ، جـ = −٧

مثال ١ — تمييز المعادلات الخطية

حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

أ) ص = ٤ − ٣س

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

ص = ٤ − ٣س	المعادلة الأصلية
ص + ٣س = ٤ − ٣س + ٣س	أضف ٣ س إلى الطرفين
٣س + ص = ٤	بسط

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ٣ ، ب = ١ ، جـ = ٤، وهي معادلة خطية.

ب) ٦س − س ص = ٤

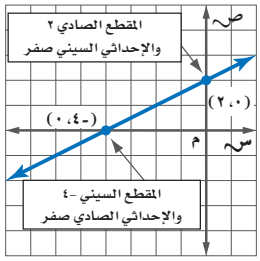
بما أن الحد س ص فيه متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة أ س + ب ص = جـ . لذا فالمعادلة ليست خطية.

تحقق من فهمك

١أ) $\frac{١}{٣}$ ص = −١

١ب) ص = س^{٢} − ٤

يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.

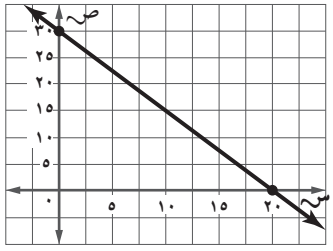


والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحدٌ، ومقطع صادي واحدٌ، ما لم تكن المعادلة على النحو س = ٠ ، أو ص = ٠ .

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

مثال ٢ من الاختبار

أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا.



أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.

ب) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.

جـ) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.

د) المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

قراءة الرياضيات

المقطعان السيني والصادي

المقطع السيني ٣ يقع على النقطة (٣، صفر). والمقطع الصادي ٦ يقع على النقطة (صفر ، ٦).

اقرأ الفقرة :

نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانيًّا.

حل الفقرة :

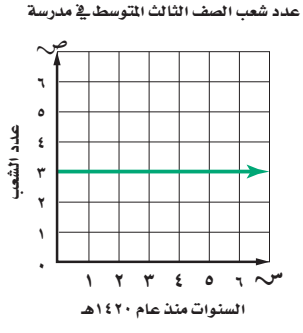
الخطوة ١ : لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.
بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢٠ ، ٠)، إذن فالمقطع السيني هو ٢٠.

الخطوة ٢ : لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.
بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٣٠)؛ إذن فالمقطع الصادي هو ٣٠.

وعليه فالجواب الصحيح هو ب.

تحقق من فهمك

٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا:



أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.

ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.

جـ) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.

د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

يكون للمقطعين السيني والصادي معنى عندما تمثل المعادلات مواقف من واقع الحياة.

مثال ٣ من واقع الحياة
إيجاد المقطعين السيني والصادي

بركة سباحة: فُرّغت بركة سباحة بمعدّل ٧٢٠ لترًا في الساعة. ويبيِّن الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، والزمن اللازم لتفريغها.

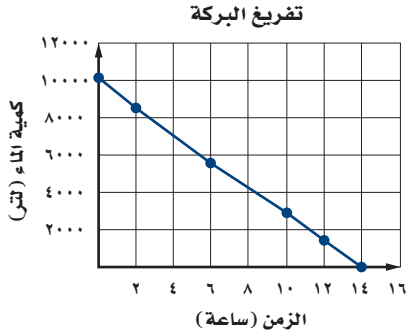
تفريغ البركة	
الزمن (ساعة)	كمية الماء (لتر)
(س)	(ص)
٠	١٠٠٨٠
٢	٨٦٤٠
٦	٥٧٦٠
١٠	٢٨٨٠
١٢	١٤٤٠
١٤	٠

أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة.

المقطع السيني = ١٤ — ١٤ هي قيمة س عندما تكون ص = ٠

المقطع الصادي = ١٠٠٨٠ — ١٠٠٨٠ هي قيمة ص عندما تكون س = ٠

ب) صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.



يعني المقطع السيني ١٤ أن كمية الماء في البركة بعد ١٤ ساعة سيكون صفرًا، أو أن البركة قد فُرّغت بشكل كامل. ويعني المقطع الصادي ١٠٠٨٠ أن البركة تحتوي على ١٠٠٨٠ لترًا من الماء في الزمن صفر؛ أي قبل بداية عملية التفريغ. وهذا ما يظهره التمثيل البياني.

تحقق من فهمك

٣) قيادة السيارة: تريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبين المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصِفْ معنى كل منهما.

الزمن (ساعة)	المسافة المتبقية (كلم)
(س)	(ص)
٠	٢٤٨
١	١٨٦
٢	١٢٤
٣	٦٢
٤	٠

تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا: أوجد المقطعين السيني والصادي. فتتكون لديك نقطتان يمر بهما التمثيل البياني للدالة، ثم استعملهما لتمثيل المستقيم؛ لأنك بحاجة إلى نقطتين فقط لتمثيله.

مثال ٤
تمثيل المعادلة بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي

مثِّل المعادلة ٢س + ٤ص = ١٦ بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

٢س + ٤ص = ١٦	المعادلة الأصلية
٢س + ٤(٠) = ١٦	استبدل ص بصفر
٢س = ١٦	بسّط
س = ٨	اقسم على ٢

فيكون المقطع السيني ٨؛ أيْ أنّ المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٨ ، ٠).

إرشادات للدراسة

تمييز المتغيرات

الزمن في المثال ٣ هو المتغير المستقل، وكمية الماء هو المتغير التابع.

إرشادات للدراسة

المعادلات المتكافئة

إعادة كتابة المعادلة بدلالة ص يسهّل عملية إيجاد قيم ص. فمثلًا إذا كان:

٤س + ص = −٣

فإن: ص = −٤ س −٣

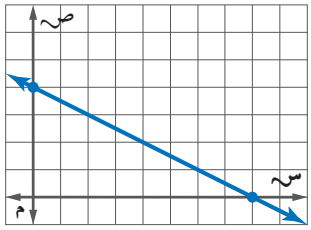
إرشادات للدراسة

المقطعان السيني والصادي

المقطع السيني هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور السينات، وقيمة ص فيه صفر دائمًا. والمقطع الصادي هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات، وقيمة س فيه صفر دائمًا.

ولإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

٢س + ٤ ص = ١٦	المعادلة الأصلية
٢(٠) + ٤ص = ١٦	عوِّض عن س بصفر
٤ص = ١٦	بسّط
ص = ٤	اقسم على ٤



فيكون المقطع الصادي ٤؛ أيْ أنّ المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٤).

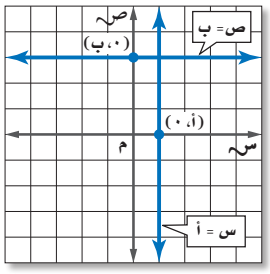
عيِّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صِلْ بينهما بخط مستقيم.

تحقق من فهمك

مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

١٤أ) – س + ٢ص = ٣ **١٤ب)** ص = – – س – ٥

لاحظ أن المعادلة في المثال ٤ لها مقطع سيني ومقطع صادي. إلا أن بعض المستقيمات قد يكون لها مقطع سيني ولا يوجد لها مقطع صادي أو بالعكس. فمثلًا التمثيل البياني لـ ص = ب هو مستقيم أفقي له مقطع صادي فقط (ما لم تكن ب = صفر)، ويكون موقع المقطع على النقطة (٠ ، ب). والتمثيل البياني لـ س = أ هو مستقيم رأسي له مقطع سيني فقط (ما لم تكن أ = ٠)، ويكون موقع المقطع على النقطة (أ ، ٠).



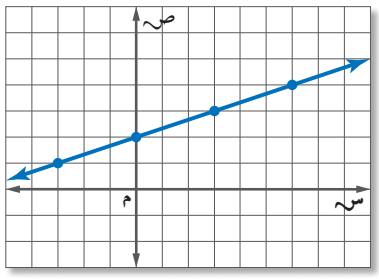
وكل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثّل نقطة على المستقيم، لذا فالتمثيل البياني للمعادلة يمثل جميع حلولها. وأي زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة لا تقع على المستقيم.

مثال ٥ التمثيل البياني بتكوين جدول

مثِّل المعادلة ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ بيانيًّا.

المجال جميع الأعداد الحقيقية. اختر قيمًا للمجال وكوِّن جدولًا. ويفضل عندما يكون معامل س كسرًا أن تختار أعدادًا من المجال تكون من مضاعفات المقام، ثم تكوّن أزواجًا مرتبة وتمثّلها بيانيًّا.

س	$\frac{١}{٣}$ س + ٢	ص	(س، ص)
–٣	$\frac{١}{٣}$ (–٣) + ٢	١	(–٣، ١)
٠	$\frac{١}{٣}$ (٠) + ٢	٢	(٠، ٢)
٣	$\frac{١}{٣}$ (٣) + ٢	٣	(٣، ٣)
٦	$\frac{١}{٣}$ (٦) + ٢	٤	(٦، ٤)



تحقق من فهمك

مثِّل بيانيًّا كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول:

١٥أ) ٢س – ص = ٢ **١٥ب)** س = ٣ **١٥جـ)** ص = –٢

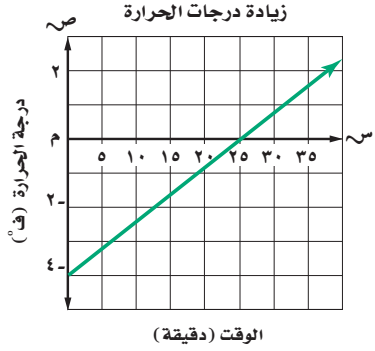
تأكد

مثال ١ حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

١) س = ص − ٥ ٢) −٢س − ٣ = ص ٣) −٤ص + ٦ = ٢ ٤) $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١}{٣}$ ص = ٢

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

٥)



٦)

موقع غطاس	
الزمن (ثانية)	العمق (متر)
(س)	(ص)
٠	−٢٤
٣	−١٨
٦	−١٢
٩	−٦
١٢	٠

مثال ٤ ٧) مثِّل المعادلة : ٢س − ٥ص = ١ بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

مثال ٥ ٨) مثِّل المعادلة : س + ٢ص = ٤ بيانيًّا بإنشاء جدول.

تدرب وحل المسائل

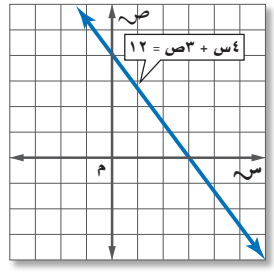
مثال ١ حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

٩) ٥س + ص^{٢} = ٢٥ ١٠) ٨ + ص = ٤س ١١) ٩س ص − ٦س = ٧

١٢) ٤ص^{٢} + ٩ = −٤ ١٣) ١٢س = ٧ص − ١٠ص ١٤) ص = ٤س + س

المثالان ٢ ، ٣ أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

١٥)



١٦)

س	ص
−٣	−١
−٢	٠
−١	١
٠	٢
١	٣

مثال ٤ مثِّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

١٧) ص = ٤ + ٢س ١٨) ٥ – ص = –٣س

مثال ٥ مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا بإنشاء جدول:

١٩) س = –٢ ٢٠) ص = –٤ ٢١) ٣س = ص

حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

٢٢) ٧ن – ٨م = ٤ – ٢م ٢٣) ٣أ + ب – ٢ = ب

٢٤) ٢س – ٣س ص + ٥ص = ١ ٢٥) $\frac{م٣}{٤} = \frac{ن٢}{٣} - ٥$

٢٦) **مبيعات:** راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتقاضى عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

أ) اكتب المعادلة التي تمثّل دخل أيمن الشهري إذا باع س سيارة، ثم مَثِّلها بيانيًّا.

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ريال.

مثِّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا:

٢٧) ص + $\frac{١}{٥}$ س = ٣ ٢٨) ٣ص – ٧ = ٤س + ١

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلتين الآتيتين:

٢٩) ٥س + ٣ص = ١٥ ٣٠) ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ١

مسائل مهارات التفكير العليا

٣١) **تحدٍّ:** انسخ كل جدول مما يأتي وأكمله، ثم حدِّد أيّ الجداول استُعملت فيه معادلة خطيّة:

محيط المربع	
طول الضلع	المحيط
١	
٢	
٣	

مساحة المربع	
طول الضلع	المساحة
١	
٢	
٣	

حجم المكعب	
طول الضلع	الحجم
١	
٢	
٣	

٣٢) **تبرير:** بيِّن نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة ص = ٢س+١ التي مجالها {١، ٢، ٣، ٤} والمعادلة ص = ٢س+١ التي مجالها جميع الأعداد الحقيقية.

مسألة مفتوحة: أعط مثالًا لمعادلة خطية على الصورة أس+ ب ص = جـ لكل حالة مما يأتي:

٣٣) أ = ٠ ٣٤) ب = ٠ ٣٥) جـ = ٠

٣٦) **اكتب:** اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخّص طريقة تمثيل معادلة خطية بيانيًّا.

تدريب على اختبار

٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومترًا بهذا المعدّل تقريبًا؟

أ) ٨ ساعات.
جـ) ٦ ساعات و٣٢ دقيقة.
ب) ساعتان.
د) ساعة واحدة و٥٣ دقيقة.

٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علمًا بأن نسبة الزكاة هي ٢,٥ ٪ ؟

أ) ٢٥ ريالًا.
جـ) ٥٠ ريالًا.
ب) ٥٠٠ ريال.
د) ٥٠٠٠ ريال.

مراجعة تراكمية

٣٩) إذا كان: د(س) = $-٣س^{٢} + ٨س - ١$ فأوجد د(−١). (الدرس ٢-٢)

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٥)

٤٠) $|س+٥| = -٨$

٤١) $|٨ - ٥س| = ١٢$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين، ثم تحقق من صحة الحل:

٤٢) $١٥ = ٤أ - ٥$

٤٣) $\frac{ص}{٥} + ٩ = ٦$

إذا كانت س = ٢، ص = ٥، ع = ٧ ، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

٤٤) $٣س^{٢} - ٤ص$

٤٥) $\frac{س - ص^{٢}}{ع^{٢}}$

٤٦) $\left(\frac{ص}{ع}\right)^{٢} + \frac{س ص}{٢}$

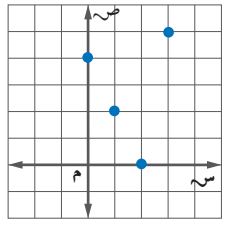
٤٧) $ع^{٢} - ص^{٣} + ٥س^{٢}$

اختبار منتصف الفصل

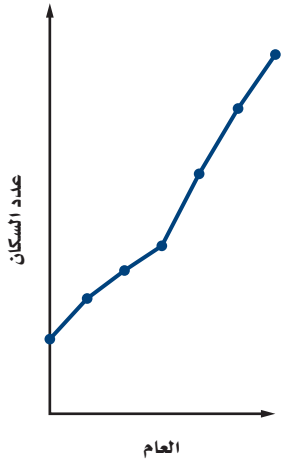
الدروس ٢-١ إلى ٢-٣

١) مثِّل العلاقة { (٣، ١)، (٢، ٤)، (١، ٥)، (٦، ٥) } بمخطط سهمي. (الدرس ٢-١)

٢) حدِّد كلًّا من مجال العلاقة التالية ومداها. (الدرس ٢-١)



٣) **اختيار من متعدد:** التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان خلال عدة أعوام في مدينة.



صف التمثيل البياني. (الدرس ٢-١)

أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

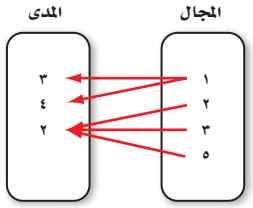
ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

جـ) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويتزايد في أعوام أخرى.

٤) هل تمثِّل العلاقة الآتية دالة أم لا؟ فسِّر ذلك.

(الدرس ٢-٢)



٥) إذا كان هـ(س) = ٣س^{٢} + ٥س − ١، فأوجد هـ(−١) + هـ(٢) (الدرس ٢-٢)

حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية. (الدرس ٢-٣)

٦) ص = −٤س + ٣

٧) س^{٢} + ٣ص = ٨

٨) $\frac{١}{٤}$ س = $\frac{٣}{٤}$ ص − ١

مثِّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي: (الدرس ٢-٣)

٩) ص = ٣س − ٦

١٠) ٢س + ٥ص = ١٠

مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا بإنشاء جدول: (الدرس ٢-٣)

١١) ص = −٢س

١٢) س = ٨ − ص

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٢-٤ حل المعادلات الخطية بيانيًّا

فيما سبق

درست تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا باستعمال الجداول أو المقطعين.

والآن

- أحل المعادلات الخطية بيانيًا.
- أقدّر حل المعادلة الخطية بيانيًا.

المفردات

الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)

الجذر

الأصفار

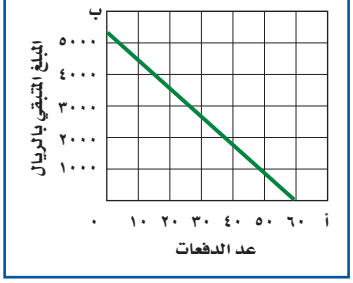
لماذا؟

يبيِّن الشكل المجاور المبلغ المتبقي بعد أن يدفع أحمد عددًا من أقساط تكلفة تقويم أسنانه، الذي تمثِّله الدالة:

ب = −٨٥ أ + ٥١٠٠

حيث تمثل أ عدد الدفعات التي قيمة كل منها ٨٥ ريالًا، و ب المبلغ المتبقي.

تكلفة تقويم الأسنان



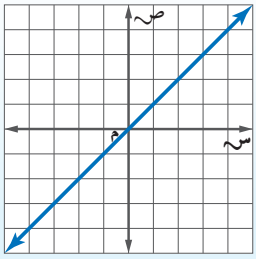
الحل بيانيًا: **الدالة الخطية** هي دالة تمثِّل بيانيًّا بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي د (س) = س، وتسمى **الدالة المولدة (الأم)** لمجموعة الدوال الخطية.

مفهوم أساسي — أضف إلى مطويتك

الدالة الخطية

الدالة المولدة (الأم)	د (س) = س
نوع التمثيل البياني	خط مستقيم
المجال	جميع الأعداد الحقيقية
المدى	جميع الأعداد الحقيقية

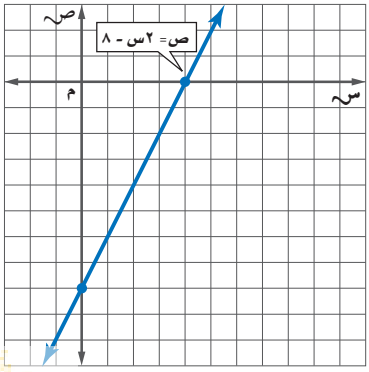


حل المعادلة أو **الجذر** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكنك إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها، ولكتابة هذه الدالة بمعادلة، عوّض صفرًا بدلًا من د (س).

المعادلة الخطية	الدالة المرتبطة
٢ س − ٨ = ٠	د (س) = ٢ س − ٨ أو ص = ٢ س − ٨

تسمى قيم س التي تجعل د (س) = ٠ **أصفار** الدالة.

ويقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:



- ٤ هو المقطع السيني للمعادلة: ٢س − ٨ = ٠
- ٤ هو حل المعادلة: ٢ س − ٨ = ٠
- ٤ هو جذر المعادلة: ٢ س − ٨ = ٠
- ٤ هو صفر الدالة: د (س) = ٢س − ٨

مثال ١ حل المعادلة التي لها جذر واحد

حل كل معادلة فيما يأتي:

أ) $\frac{١}{٣}$ س − ٢ = ٠

الطريقة ١ : **الحل جبريًّا**

$\frac{١}{٣}$ س − ٢ = ٠	المعادلة الأصلية
$\frac{١}{٣}$ س − ٢ + ٢ = ٠ + ٢	أضف ٢ إلى الطرفين
$٣\left(\frac{١}{٣}\text{ س}\right) = ٣(٢)$	اضرب كل طرف في ٣
س = ٦	بسّط

الحل هو ٦.

ب) ٣س + ١ = −٢

الطريقة ٢ : **الحل بيانيًّا**

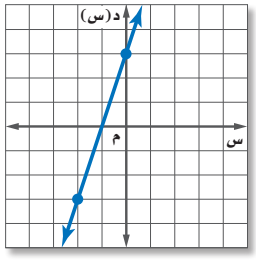
أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفها الأيسر صفرًا.

٣س + ١ = −٢	المعادلة الأصلية
٣س + ١ + ٢ = −٢ + ٢	أضف ٢ إلى الطرفين
٣س + ٣ = ٠	بسّط

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي: د (س) = ٣س + ٣

ولتمثيل الدالة بيانيًّا كوّن جدولًا.

س	د (س) = ٣س + ٣	د (س)	(س ، د (س))
−٢	د (−٢) = ٣ × −٢ + ٣	−٣	(−٢ ، −٣)
٠	د (٠) = ٣ × ٠ + ٣	٣	(٠ ، ٣)



الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند −١، لذا فإن الحل هو س = −١.

إرشادات للدراسة

الأصفار من الجدول:
صفر الدالة هو المقطع السيني الذي قيمة ص عنده تساوي صفرًا.

تحقق من فهمك

١أ) $\frac{٢}{٥}$ س + ٦ = ٠ **١ب)** ١,٢٥ س + ٣ = ٠

إذا تضمنت المعادلة المتغير نفسه في كلا طرفيها، فضع المتغير في طرف واحد باستعمال الجمع أو الطرح، ثم أوجد الحل.

مثال ٢ معادلات ليس لها حل

حل كل معادلة فيما يأتي:

أ) ٣س + ٧ = ٣س + ١

الطريقة ١ : **الحل جبريًّا**

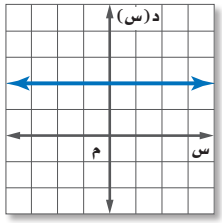
٣س + ٧ = ٣س + ١	المعادلة الأصلية
٣س + ٧ − ١ = ٣س + ١ − ١	اطرح ١ من الطرفين
٣س + ٦ = ٣س	بسّط
٣س − ٣س + ٦ = ٣س − ٣س	اطرح ٣س من الطرفين
٦ = ٠	بسّط

وهذا مستحيل، وتكون الدالة المرتبطة هي د(س) = ٦ . وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة س عندما يكون د (س) = ٠ ، وحيث د (س) يساوي ٦ دائمًا فليس للمعادلة حل.

ب) ٢س − ٤ = ٢س − ٦

الطريقة ٢ : الحل بيانيًّا

٢س − ٤ = ٢س − ٦	المعادلة الأصلية
٢س − ٤ + ٦ = ٢س − ٦ + ٦	أضف ٦ إلى الطرفين
٢س + ٢ = ٢س	بسّط
٢س − ٢س + ٢ = ٢س − ٢س	اطرح ٢س من الطرفين
٢ = ٠	بسّط



مثِّل الدالة المرتبطة د(س) = ٢ بيانيًّا، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.

تحقق من فهمك

أ٢) ٤س + ٣ = ٤س − ٥

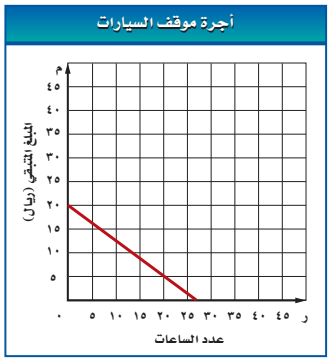
ب٢) ٢ − ٣س = ٦ − ٣س

تقدير الحل باستعمال التمثيل البياني: قد يزودك التمثيل البياني بحل تقديري. وفي هذه الحالة، استعمل الطريقة الجبرية لإيجاد الحل الدقيق.

مثال ٣ من واقع الحياة — التقدير باستعمال التمثيل البياني

مواقف سيارات: تمثِّل الدالة م = ٢٠ − ٠,٧٥ ر المبلغ (م) المتبقي مع أحمد بعد توقف سيارته (ر) ساعة في موقف للسيارات. أوجد صفر الدالة، وبيِّن ما يعنيه في هذا السياق.

ر	م = ٢٠ − ٠,٧٥ ر	م	(ر ، م)
٠	م = ٢٠ − ٠,٧٥ × ٠	٢٠	(٠ ، ٢٠)
٥	م = ٢٠ − ٠,٧٥ × ٥	١٦,٢٥	(٥ ، ١٦,٢٥)



يبيِّن التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند ر ≈ ٢٧ . وللتأكد استعمل طريقة الحل الجبري.

م = ٢٠ − ٠,٧٥ ر	المعادلة الأصلية
٠ = ٢٠ − ٠,٧٥ ر	عوض القيمة صفرًا بدلًا من م
٠ + ٠,٧٥ ر = ٢٠ − ٠,٧٥ ر + ٠,٧٥ ر	أضف ٠,٧٥ ر إلى الطرفين
٠,٧٥ ر = ٢٠	بسط
$\frac{٠,٧٥\ ر}{٠,٧٥} = \frac{٢٠}{٠,٧٥}$	اقسم على ٠,٧٥
ر ≈ ٢٦,٦٧	بسط

فيكون صفر هذه الدالة هو ٢٦,٦٧ تقريبًا؛ لذا فأقصى عدد من الساعات الكاملة التي يمكن لأحمد إيقاف سيارته خلالها هو ٢٦ ساعة.

الربط مع الحياة

تظهر أهمية مواقف انتظار السيارات في استيعابها عددًا كبيرًا من السيارات بما يقضي على معاناة المواطنين وإعاقة سير المركبات والمشاة بسبب توقف السيارات على جوانب الطرق.

تحقق من فهمك

٣) **مقصف مدرسة:** اشترى مقصف مدرسة علبة حلوى بمبلغ ٤٥ ريالًا. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة ص = ١,٥ س – ٤٥ تمثل الربح الذي يحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، وصِف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

تأكد

المثالان ١ ، ٢ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

١) –٢س + ٦ = ٠

٢) ٤س – ٢ = ٠

٣) ٩س + ٣ = ٠

٤) ٠ = – س – ٨

٥) ٤س + ١١ = ٤س – ٢٤

٦) ٢س – ٥ = ٢س + ٨

مثال ٣ ٧) **خضار:** تمثِّل الدالة و = ٦٠ – ٢ن كتلة الجزر المتبقي بالكيلوجرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيسًا. أوجد صفر الدالة، ووضِّح ما يعنيه في هذا السياق.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٢ حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٨) ٠ = س + ٣

٩) ٥ – ٨س = ١٦ – ٨س

١٠) ٣س – ١٠ = ٢١ + ٣س

١١) ٤س – ٣٦ = ٠

١٢) ٠ = ٧س + ١٠

١٣) –٧س + ٣٥ = ٢٠ – ٧س

مثال ٣ ١٤) أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ ٧٥ ريالًا، والمعادلة م = –٣ د + ٧٥ تمثِّل المبلغ (م) بالريال المتبقي معه بعد شراء (د) قلمًا . أوجد صفر الدالة، ووضِّح ما يعنيه في هذا السياق.

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

١٥) ١٥ + ٦س = ٠

١٦) ٠ = ١٣س + ٣٤

١٧) ٠ = ٢٢س – ١٠

١٨) ٠ = $\frac{٣}{٤}$ – $\frac{٢}{٥}$ س

١٩) **قالب ثلجي:** كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجه من حافظة الثلج –١٠° س. وتمثل المعادلة: ت = ١,٢٥ هـ – ١٠ درجة حرارة الثلج بعد هـ ساعة من إخراجه. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجه عند الساعة ٨:٠٠ صباحًا ؟

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا، وتحقق من إجابتك جبريًّا:

٢٠) ٧ – ٣س = ٨ – ٤س

٢١) ١٩ + ٣س = ١٣ + س

٢٢) ١٥س – ٣٠ = ٥س – ٥٠

٢٣) $\frac{١}{٢}$ س – ٥ = ٣س – ١٠

٢٤) **منتجات الشعر:** تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعانًا. وتُمثِّل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة: ص = −١٢,٥ س + ١٠٠؛ حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

أ) أوجد صفر الدالة.

ب) مثِّل الدالة بيانيًّا.

جـ) بيِّن ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

د) اذكر كلًّا من مجال الدالة ومداها.

إرشادات للدراسة

صفر الدالة:
يُسمى صفر الدالة أيضًا جذر المعادلة أو المقطع السيني.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **تبرير:** وضِّح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها $-\frac{٣}{٤}$. واكتب الدالة المرتبطة بها.

٢٧) **اكتب:** لخِّص كيف تحل معادلة خطية جبريًّا وبيانيًّا.

تدريب على اختبار

٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

س	ص
٠	٥
١	٣
٢	١
٣	−١
٤	−٣

أ) بين ٠، ١

ب) بين ٢، ٣

جـ) بين ١، ٢

د) بين ٣، ٤

٢٩) يبيِّن الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة.

الساعات (هـ)	١	٢	٣
التكلفة بالريال (جـ)	٢٥	٥٠	٧٥

أي المعادلات الآتية تمثِّل بيانات الجدول؟

أ) جـ = ٢٥ هـ

ب) جـ = ٢٥−٧٥ هـ

جـ) جـ = هـ +٢٥

د) جـ = ٢٥هـ +٧٥

مراجعة تراكمية

أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٢-٣)

٣٠) ص = ٢س + ١٠

٣١) ٣ص = ٦س − ٩

٣٢) **حل المعادلة:** | س−١ | = ٧. (الدرس ١-٥)

٣٣) مثِّل العلاقة: {(١، ٣)، (٢، ٤)، (٣، ٥)، (٤، ٦)} بجدول، وبيانيًّا، وبالمخطط السهمي، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها. (الدرس ٢-١)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسِّط كلًّا مما يأتي:

٣٤) $\frac{٢٥}{١٠}$

٣٥) $\frac{-٤}{-١٢}$

٣٦) $\frac{٦}{-١٢}$

٣٧) $\frac{-٣٦}{٨}$

احسب قيمة $\frac{أ - ب}{جـ - د}$ في كلٍّ مما يأتي:

٣٨) أ = ٦، ب = ٢، جـ = ٩، د = ٣

٣٩) أ = ٤، ب = −٧، جـ = −١، د = −٢

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٢ ـ ٥ معدل التغير والميل

فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

والآن

- أستعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

المفردات

معدّل التغير

لماذا؟

تسمح لك إحدى الألعاب المائية بالانحدار لمسافة ٢٠ مترًا، ويصف معدّل التغير في هذه اللعبة نسبة تغير المسافة التي يقطعها الشخص بالنسبة للتغير في الزمن.

معدّل التغير: معدّل التغير هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

مفهوم أساسي — معدّل التغير

أضف إلى مطويتك

إذا كانت س هي المتغير المستقل، وص المتغير التابع فإن:

$$\text{معدّل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

مثال ١ من واقع الحياة — إيجاد معدّل التغير

ألعاب مسلية: استعمل الجدول المجاور لإيجاد معدّل التغير، ثم فسِّر معناه.

عدد ألعاب الحاسوب (س)	التكلفة (ريال) (ص)
٢	٧٨
٤	١٥٦
٦	٢٣٤

$$\text{معدّل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{الريالات} \\ \leftarrow \text{الألعاب}\end{matrix}$$

$$= \frac{\text{التغير في التكلفة}}{\text{التغير في عدد الألعاب}}$$

$$= \frac{١٥٦ - ٧٨}{٤ - ٢} \quad \text{عوّض}$$

$$= \frac{٧٨}{٢} = \frac{٣٩}{١} \quad \text{بسّط}$$

معدّل التغير هو $\frac{٣٩}{١}$ وهذا يعني أن كل لعبة تكلف ٣٩ ريالًا.

تحقق من فهمك

١) تبليط: يبيِّن الجدول المجاور كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

عدد البلاطات (س)	المساحة المبلطة (سم^٢) (ص)
٣	١٢٠٠
٦	٢٤٠٠
٩	٣٦٠٠

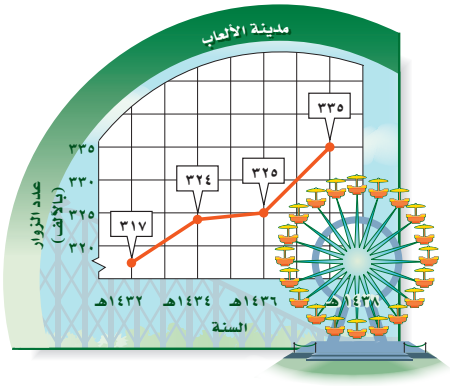
أ) أوجد معدّل التغير.

ب) فَسِّر معنى معدّل التغير.

تعرفت من الأمثلة السابقة على معدلات التغير الثابتة، إلا أن كثيرًا من المواقف من واقع الحياة تتضمن معدّلات تغير ليست ثابتة.

مثال ٢ من واقع الحياة — معدل التغير غير الثابت

مدينة ألعاب: يبيِّن التمثيل البياني المجاور عدَّد زوار إحدى مدن الألعاب.



أ) أوجد معدّل التغير في الفترة من ١٤٣٢هـ – ١٤٣٤هـ، وفي الفترة من ١٤٣٤هـ – ١٤٣٦هـ.

معدّل التغير في الفترة ١٤٣٢ هـ – ١٤٣٤هـ:

$$\frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{\text{الزوّار} \rightarrow ٣١٧ - ٣٢٤}{\text{السنوات} \rightarrow ١٤٣٢ - ١٤٣٤} \quad \text{عوّض}$$

$$= \frac{٧}{٢} = ٣,٥ \quad \text{بسّط}$$

ازداد عدد الزوار خلال هاتين السنتين ٧ آلاف، وذلك بمعدل تغير مقداره ٣,٥ آلاف في السنة.

معدّل التغير في الفترة ١٤٣٤ هـ – ١٤٣٦هـ:

$$\frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{٣٢٤ - ٣٢٥}{١٤٣٤ - ١٤٣٦} \quad \text{عوّض}$$

$$= \frac{١}{٢} = ٠,٥ \quad \text{بسّط}$$

زاد عدد الزوار خلال هاتين السنتين ألفًا، وذلك بمعدّل تغير مقداره ٥٠٠ زائر في السنة.

ب) فسِّر معنى معدّل التغير في كل حالة.

في الفترة من ١٤٣٢هـ – ١٤٣٤هـ:
زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٣٥٠٠ زائر كل سنة.

في الفترة من ١٤٣٤هـ – ١٤٣٦هـ
زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٥٠٠ زائر كل سنة.

جـ) كيف تظهر معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

هناك تغير رأسي أكبر في الفترة من ١٤٣٢هـ – ١٤٣٤هـ عن الفترة من ١٤٣٤هـ – ١٤٣٦هـ. ولذا يكون الجزء الذي يمثل الفترة من ١٤٣٢هـ – ١٤٣٤هـ أكثر ميلًا.

إرشادات للدراسة

المعدّل: يشير معدّل التغير الموجب إلى الزيادة مع تغير الزمن. أما معدّل التغير السالب فيشير إلى نقصان الكمية.

تحقق من فهمك

٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد – دون إجراء عمليات حسابية – فترة السنتين ذات معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

إرشادات للدراسة

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية يجب أن يكون معدل التغير ثابتًا؛ أي يجب أن يكون التغير في كل من قيم س،ص ثابتًا.

يكون معدل التغير للدالة ثابتًا إذا لم تتغير قيمته بين أي نقطتين على التمثيل البياني لتلك الدالة. والدوال الخطية لها معدّل تغير ثابت.

مثال ٣ معدلات التغير الثابتة

حدِّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسِّر إجابتك:

أ)

س	ص
١	٦−
٤	٨−
٧	١٠−
١٠	١٢−
١٣	١٤−

معدّل التغير

$\frac{-٨-(-٦)}{٤-١} = -\frac{٢}{٣}$

$\frac{-١٠-(-٨)}{٧-٤} = -\frac{٢}{٣}$

$\frac{-١٢-(-١٠)}{١٠-٧} = -\frac{٢}{٣}$

$\frac{-١٤-(-١٢)}{١٣-١٠} = -\frac{٢}{٣}$

بما أن معدّل التغير ثابت، فالدالة خطية.

ب)

س	ص
٣−	١٠
١−	١٢
١	١٦
٣	١٨
٥	٢٢

معدّل التغير

$\frac{١٠-١٢}{-١-(-٣)} = ١$

$\frac{١٢-١٦}{١-(-١)} = ٢$

$\frac{١٦-١٨}{٣-١} = ١$

$\frac{١٨-٢٢}{٥-٣} = ٢$

بما أن معدّل التغير ليس ثابتًا، فالدالة ليست خطية.

تحقق من فهمك

٣أ)

س	ص
٣−	١١
٢−	١٥
١−	١٩
١	٢٣
٢	٢٧

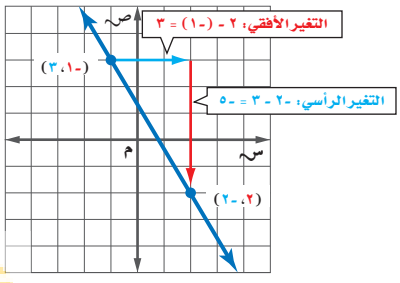
٣ب)

س	ص
١٢	٤−
٩	١
٦	٦
٣	١١
٠	١٦

إيجاد الميل: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير في الإحداثي الصادي إلى التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير.

إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحدارًا.

يُظهر الرسم البياني المجاور مستقيمًا مارًّا بالنقطتين (−١ ، ٣) ، (٢ ، −٢).



الميل $= \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

$= \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

$= \frac{-٢-٣}{٢-(-١)} = -\frac{٥}{٣}$

لذا، فميل المستقيم هو $-\frac{٥}{٣}$.

وبما أن معدّل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسي لتحديد ميله.

مفهوم أساسي — الميل

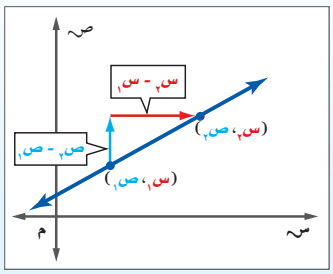
مطويتك

التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

الرموز: يمكن إيجاد الميل (م) للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين $(س_١ ، ص_١)$ ، $(س_٢ ، ص_٢)$ على النحو الآتي:

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ ← التغير في ص / ← التغير في س

الرسم



قراءة الرياضيات

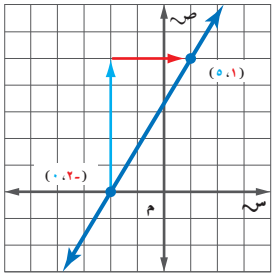
تقرأ $ص_١$ على الصورة صاد واحد. وتقرأ $س_٢$ على الصورة سين اثنين. ويشير الرقمان ١، ٢ إلى النقطتين الأولى والثانية اللتين ترتبط بهما قيم س، ص.

يمكن أن يكون ميل مستقيم موجبًا أو سالبًا أو صفرًا أو غير مُعرَّف. فإذا لم يكن المستقيم أفقيًّا ولا رأسيًّا، فميله إما موجب وإما سالب.

مثال ٤ — الميل الموجب أو السالب أو الصفر

أوجد ميل المستقيم المارّ بكل نقطتين من النقاط الآتية:

أ) (−٢، ٠)، (١، ٥)

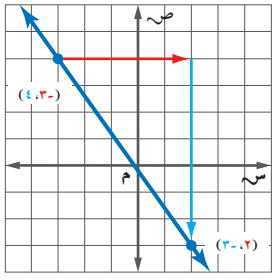


$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ ← التغير الرأسي / ← التغير الأفقي

$$= \frac{٠ - ٥}{(-٢) - ١}$$ $(-٢، ٠) = (س_١، ص_١)$ ، $(١، ٥) = (س_٢، ص_٢)$

$$= \frac{٥}{٣}$$ بسّط

ب) (−٣، ٤)، (٢، −٣)

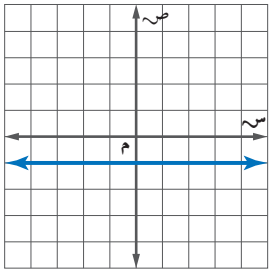


$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ ← التغير الرأسي / ← التغير الأفقي

$$= \frac{-٣ - ٤}{٢ - (-٣)}$$ $(-٣، ٤) = (س_١، ص_١)$ ، $(٢، -٣) = (س_٢، ص_٢)$

$$= \frac{-٧}{٥} = -\frac{٧}{٥}$$ بسّط

جـ) (−٣، −١)، (٢، −١)



$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ ← التغير الرأسي / ← التغير الأفقي

$$= \frac{-١ - (-١)}{٢ - (-٣)}$$ عوّض

$$= \frac{٠}{٥} = ٠$$ بسّط

تنبيه!

ترتيب: كن حريصًا على عدم تبديل قيم س أو قيم ص.

تحقق من فهمك

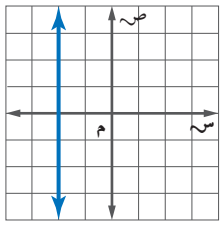
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١أ) (−٤، −٢)، (٠، −٢)

١ب) (−٢، ٢)، (−٦، ٤)

مثال ٥ الميل غير المعرّف

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (−٢ ، ٤)، (−٢ ، −٣):



م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$	التغير الرأسي / التغير الأفقي
= $\frac{٤ - (-٣)}{(-٢) - (-٢)}$	عوّض
= $-\frac{٧}{٠}$ أو غير معرّف	بسّط

تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

أ) (٦ ، ٣)، (٦ ، ٧) **ب)** (−٣ ، ٢)، (−٣ ، −١)

إرشادات للدراسة

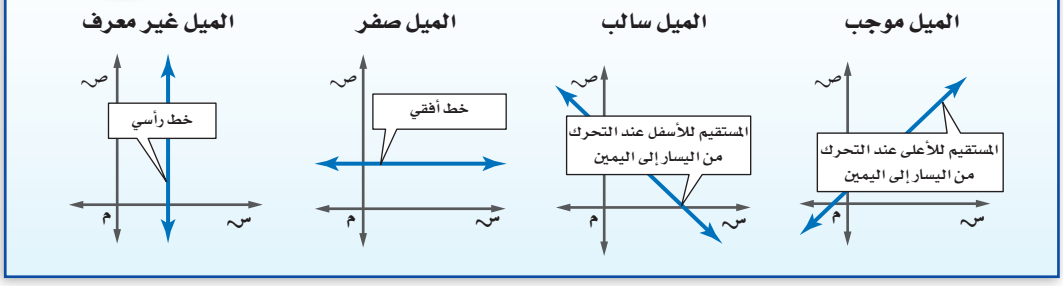
الميل الذي قيمته صفر والميل غير المعرّف:

إذا كان الفرق في قيم ص صفرًا، فسيكون الخط أفقيًّا. وإذا كان الفرق في قيم س صفرًا، فسيكون الميل غير معرّف، وسيكون الخط رأسيًّا.

وفيما يلي ملخص الرسوم البيانية للمستقيمات المختلفة الميل:

مفهوم أساسي الميل

مطويتك



أحيانًا قد تعطى قيمة الميل ويطلب إليك إيجاد الإحداثي المجهول.

مثال ٦ إيجاد الإحداثي إذا عُلم الميل

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٤) ، (−٥ ، ر) يساوي $\frac{١}{٣}$.

م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$	صيغة الميل
$\frac{١}{٣} = \frac{ر - ٤}{-٥ - ١}$	ضع (س$_١$ ، ص$_١$) = (١ ، ٤) ، (س$_٢$ ، ص$_٢$) = (−٥ ، ر)
$\frac{١}{٣} = \frac{ر - ٤}{-٦}$	اطرح
٣(ر − ٤) = ١(−٦)	اضرب تبادليًّا
٣ر − ١٢ = −٦	خاصية التوزيع
٣ر = ٦	أضف ١٢ إلى كلا الطرفين، وبسّط
ر = ٢	اقسم على ٣ ، وبسّط

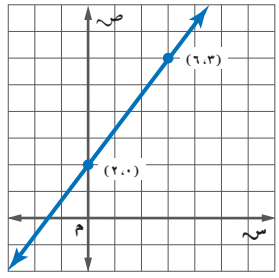
لذلك فإن المستقيم يمر بالنقطة (−٥، ٢).

تحقق من فهمك

٦) أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (−٢، ٦)، (ر ، −٤) يساوي −٥ .

تأكد

مثال ١ أوجد معدّل التغير الممثل في كلٍّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

١) 

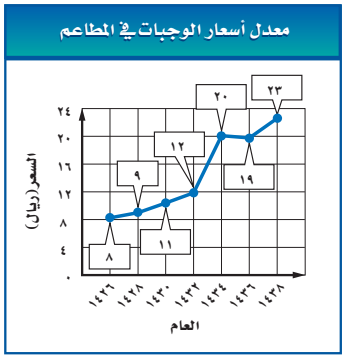
٢)

س	ص
٣	٦-
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

مثال ٢ ٣) **مطاعم:** استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

أ) أوجد معدّل التغير في الأسعار من ١٤٣٦هـ – ١٤٣٨هـ، وفسِّر معناه.

ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدّل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٣٦هـ – ١٤٣٨هـ، وفسِّر إجابتك.



مثال ٣ حدِّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسِّر إجابتك:

٤)

س	٧-	٤-	١-	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

٥)

س	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤
ص	٧	٥	٣	٠	٢-

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٦) (-٤، ٣)، (-٢، ١)

٧) (-٣، ٧)، (-٣، ٤)

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

٨) (-٤، ر)، (-٨، ٣)، م = -٥

٩) (٥، ٢)، (-٧، ر)، م = $\frac{٥}{٦}$

تدرب وحل المسائل

مثال ١ أوجد معدّل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

١٠)

س	٥	١٠	١٥	٢٠
ص	٢	٣	٤	٥

١١)

س	١	٢	٣	٤
ص	١٥	٩	٣	٣-

مثال ٢ ١٢) **سكان:** أوجد المعدّل السنوي للتغير في عدد سكان المملكة العربية السعودية من عام ١٤٣١هـ إلى ١٤٣٨هـ؟ وفسِّر معناه.

السنة	عدد سكان المملكة العربية السعودية
١٤٣١هـ	٢٧١٣٦٩٧٧
١٤٣٨هـ	٣٢٥٥٢٣٣٦

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

مثال ٣ حدِّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسِّر إجابتك:

١٣)

س	٧-	٥-	٣-	١-	٠
ص	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣

١٤)

س	٠,٢-	٠	٠,٢	٠,٤	٠,٦
ص	٠,٧	٠,٤	٠,١	٠,٣	٠,٦

المثالان ٤ ، ٥ أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٥) (٨، −٢)، (١، ١)　　١٦) (٢، ٢)، (−٢، −٢)　　١٧) (٦، −١٠)، (٦، ١٤)

مثال ٦ أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

١٨) (١٢، ١٠)، (−٢، ر)، م = −٤　　١٩) (ر، −٥)، (٣، ١٣)، م = ٨

٢٠) **معدّل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتمترًا. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضًا أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:

الزمن (شهر)	٠	٣	٦
طول شعر فاطمة (سم)			

أ) أكمل الجدول المجاور.

ب) مثّل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانيًّا.

جـ) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟

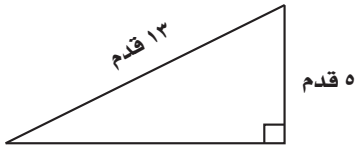
مسائل مهارات التفكير العليا

الربط مع الحياة

تتميز سيارات الدفع الرباعي بنظام حركي يوفر لها الأمان وسهولة الحركة على الطرق الرملية والجبلية والوعرة.

٢١) **تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسِّر ذلك.

٢٢) **تحدّ:** إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدمًا تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟



٢٣) **تحدّ:** أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (أ، ب)، (جـ، د) يساوي $\frac{١}{٢}$.

٢٤) **اكتب:** بيِّن العلاقة بين معدّل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.

تدريب على اختبار

٢٥) اشترت روان حاسوبًا بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد سنتين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟

أ) ١٥٠٠ ريال.　　**ب)** ٧٥٠ ريالًا.

جـ) ٢٥٠٠ ريال.　　**د)** ١٢٥٠ ريالا

٢٦) **احتمال:** ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (١-٦) مرة واحدة؟

أ) $\frac{٥}{٦}$　　**ب)** $\frac{١}{٥}$

جـ) $\frac{١}{٢}$　　**د)** $\frac{١}{٦}$

مراجعة تراكمية

حُلَّ كلَّ معادلة فيما يأتي بيانيًّا: الدرس (٢-٤)

٢٧) ٣س + ١٨ = ٠　　٢٨) ٨س − ٣٢ = ٠　　٢٩) ٠ = ١٢س − ٤٨

٣٠) حُلَّ المعادلة |س − ٣| = ٨ . الدرس (١-٥)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ناتج الطرح في كل مما يأتي:

٣١) ١٣ − (−١)　　٣٢) ٤ − ١٦　　٣٣) −٣ − ٣　　٣٤) −٨ − (−٢)

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٦-٢ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

فيما سبق

درست الدوال الخطية

والآن

- أتعرف المتتابعات الحسابية.
- أمثل المتتابعات الحسابية بدوال خطية.

المفردات

المتتابعة

الحدّ

المتتابعة الحسابية

الأساس

لماذا؟

في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

- ٤٠٠ متر في دقيقة و٣٢ ثانية.
- ٨٠٠ متر في ٣ دقائق و٤ ثوانٍ.
- ١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و٣٦ ثانية.
- ١٦٠٠ متر في ٦ دقائق ٨ ثوانٍ.

وأنهى الفريق السباق كاملًا في زمن قدره ٧ دقائق و٤٠ ثانية.

تعرّف المتتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدوال خطية. و**المتتابعة** هي مجموعة مرتبة من الأعداد ، ويُسمى كل عدد فيها **حدًّا**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكوّن جدولًا، ثم حلّل البيانات.

المسافة (متر)	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠
الزمن (ثواني:دقائق)	١:٣٢	٣:٠٤	٤:٣٦	٦:٠٨	٧:٤٠

+ ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متتابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساسي — المتتابعة الحسابية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: المتتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى **أساس المتتابعة**.

أمثلة

٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ...

+٢ +٢ +٢ +٢

د = ٢

٣٣، ٢٩، ٢٥، ٢١، ١٧، ...

-٤ -٤ -٤ -٤

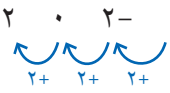
د = -٤

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتتابعة التي لم تكتب.

مثال ١ تمييز المتتابعة الحسابية

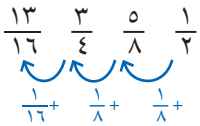
حدِّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك:

أ) $-٤، -٢، ٠، ٢، \ldots$



الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت، فالمتتابعة حسابية.

ب) $\frac{١}{٢}، \frac{٥}{٨}، \frac{٣}{٤}، \frac{١٣}{١٦}، \ldots$



ليست متتابعة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والذي يليه ليس ثابتًا.

تحقق من فهمك

أ١) $-٢٦، -٢٢، -١٨، -١٤، \ldots$

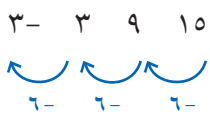
ب١) $١، ٤، ٩، ٢٥، \ldots$

يمكن استعمال أساس المتتابعة الحسابية لإيجاد الحد التالي فيها.

مثال ٢ إيجاد الحد التالي

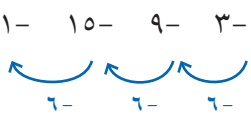
أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة الحسابية: $١٥، ٩، ٣، -٣، \ldots$

الخطوة ١: أوجد الأساس بطرح الحدود المتتالية.



الأساس -٦.

الخطوة ٢: أضف -٦ إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.



الحدود الثلاثة التالية هي: $-٩، -١٥، -٢١$.

تحقق من فهمك

٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية: $٥، ٩، ١١، ١٢، ١٤، \ldots$

يمكن التعبير عن أي حد من حدود المتتابعة الحسابية بدلالة الحد الأول $أ_١$ والأساس د كما يأتي:

الحد	الرمز	بدلالة $أ_١$، د	العدد (على فرض أن $أ_١ = ٨$ ، د = ٣).
الحد الأول	$أ_١$	$أ_١$	٨
الحد الثاني	$أ_٢$	$أ_١ + د$	$٨ + ١(٣) = ١١$
الحد الثالث	$أ_٣$	$أ_١ + ٢د$	$٨ + ٢(٣) = ١٤$
الحد الرابع	$أ_٤$	$أ_١ + ٣د$	$٨ + ٣(٣) = ١٧$
⋮	⋮	⋮	⋮
الحد النوني	أن	$أ_١ + (ن - ١)د$	$٨ + (ن - ١)(٣)$

مفهوم أساسي الحد النوني في متتابعة حسابية

أضف إلى مطويتك

يُعبّر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدها الأول $أ_١$، وأساسها د بالصيغة: $أ_ن = أ_١ + (ن-١)$ د ،حيث ن عدد صحيح موجب.

إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.

تاريخ الرياضيات

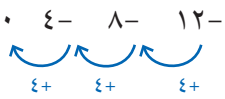
ابن حمزة المغربي:

عالم مسلم عاش في القرن ١٠هـ، درس المتتابعات الحسابية والهندسية، والربط بينها، ليضع أسس علم اللوغاريتمات في كتابهِ **"تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد"**.

مثال ٣ إيجاد الحد النوني

أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: −١٢، −٨، −٤، ٠، ...

الخطوة ١: أوجد الأساس.



الأساس ٤

الخطوة ٢: اكتب المعادلة:

أن = أ١ + (ن − ١) د	معادلة الحد النوني بشكل عام
= −١٢ + (ن − ١)٤	أ١ = −١٢ ، د = ٤
= −١٢ + ٤ن − ٤	خاصية التوزيع
= ٤ن − ١٦	بسّط

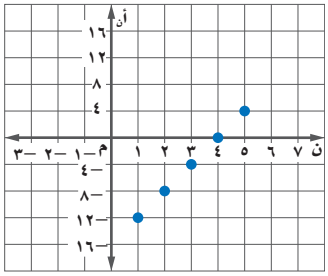
ب) أوجد الحد التاسع في المتتابعة السابقة.

عوِّض ٩ بدلًا من ن في معادلة الحد النوني التي توصلت إليها في الفقرة أ.

أن = ٤ن − ١٦	معادلة الحد النوني
أ٩ = ٤(٩) − ١٦	ن = ٩
أ٩ = ٣٦ − ١٦	اضرب
أ٩ = ٢٠	بسّط

جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة بيانيًّا.

ن	٤ن − ١٦	أن	(ن، أن)
١	٤(١) − ١٦	−١٢	(١، −١٢)
٢	٤(٢) − ١٦	−٨	(٢، −٨)
٣	٤(٣) − ١٦	−٤	(٣، −٤)
٤	٤(٤) − ١٦	٠	(٤، ٠)
٥	٤(٥) − ١٦	٤	(٥، ٤)



د) ما الحد الذي قيمته ٣٢؟

عوِّض ٣٢ بدلًا من أن في معادلة الحد النوني.

أن = ٤ن − ١٦	معادلة الحد النوني
٣٢ = ٤ن − ١٦	أن = ٣٢
٣٢ + ١٦ = ٤ن − ١٦ + ١٦	أضف ١٦ إلى الطرفين
٤٨ = ٤ن	بسّط
١٢ = ن	اقسم على ٤

إذن الحد الذي قيمته ٣٢ هو الثاني عشر.

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية: ٣، −١٠، −٢٣، −٣٦، ... أجب عمّا يأتي:

٣أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة.

٣ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

٣جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانيًّا.

٣د) ما الحد الذي قيمته (−١١٤)؟

إرشادات للدراسة

الحد النوني:

بما أن ن تمثل ترتيب الحد، فإن قيمها هي الأعداد الصحيحة الموجبة .

المتتابعات الحسابية والدوال: كما رأيت في المثال ٣ التمثيل البياني للحدود الأولى للمتتابعة الحسابية يظهر أنها تقع على خط مستقيم. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يكون فيها (ن) متغيرًا مستقلًا، أن متغيرًا تابعًا، (د) هو الميل؛ لذا يمكن إعادة كتابة معادلة الحد النوني على صورة الدالة:
ق(ن) = (ن−١) د+ أ١، حيث ن عدد صحيح موجب.

وعلى الرغم من أن مجال معظم الدوال الخطية هو الأعداد الحقيقية، فإن مجال الدالة في المثال ٣ هو مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، ومداها هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

مثال ٤ من واقع الحياة — المتتابعة الحسابية باعتبارها دالة

دعوة: **المتتابعة الحسابية ٠,٢٥ ريال ، ٠,٥٠ ريال، ٠,٧٥ ريال ، ١ ريال، ... تمثل تكلفة الرسائل النصية التي أرسلها منصور لأصدقائه لحضور حفل زفافه مقابل إرساله رسالة واحدة، رسالتين، ٣ رسائل، ٤ رسائل، ...**

أ) اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.

٠,٢٥ ، ٠,٥٠ ، ٠,٧٥ ، ١

+٠,٢٥ +٠,٢٥ +٠,٢٥

الحد الأول في المتتابعة أ١ هو ٠,٢٥، وأساسها ٠,٢٥ أيضًا.

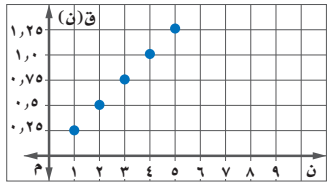
أن = أ١ + (ن − ١) د	معادلة الحد النوني
= ٠,٢٥ + (ن − ١) ٠,٢٥	أ١ = ٠,٢٥، د = ٠,٢٥
= ٠,٢٥ + ٠,٢٥ن − ٠,٢٥	خاصية التوزيع
= ٠,٢٥ن	بسّط.

فتكون الدالة: ق (ن) = ٠,٢٥ن.

ب) مثِّل الدالة بيانيًا، وحدِّد مجالها.

معدّل التغير للدالة ٠,٢٥ ، كوّن جدولًا للدالة، ثم عيِّن النقاط بيانيًّا.

ن	ق (ن)
١	٠,٢٥
٢	٠,٥٠
٣	٠,٧٥
٤	١
٥	١,٢٥



بما أن مجال الدالة هو عدد الرسائل التي بعثها منصور؛ لذا فالمجال = {١، ٢، ٣،...}

تحقق من فهمك

٤) الوثب الطويل: يبيِّن الجدول الآتي أطوالَ وَثبات محمد في أثناء تدربه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	١	٢	٣	٤
طول الوثبة (متر)	٢	٢,١	٢,٢	٢,٣

أ) اكتب دالة تمثّل المتتابعة الحسابية.

ب) مثِّل الدالة بيانيًّا.

الربط مع الحياة

يُعدُّ الرياضي السعودي حسين السبع أول واثب عربي يتخطى حاجز ٨ أمتار، وذلك بعد أن سجَّل ٨,٠٤ أمتار في تصفيات دورة الألعاب الأولمبية بالعاصمة الصينية عام ٢٠٠٨م.

المصدر: وكالة الأنباء السعودية

تأكد

مثال ١ حدِّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك:

١) ١٨، ١٦، ١٥، ١٣، ...

٢) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ...

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

٣) ١٢، ٩، ٦، ٣، ...

٤) -٢، ٢، ٦، ١٠، ...

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثِّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

٥) ١٥، ١٣، ١١، ٩، ...

٦) -١، -٥, ٠، ٠, ٥، ...

مثال ٤ ٧) **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالًا في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالًا، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالًا. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالًا. اكتب دالة تعبر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثّلها بيانيًّا.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدِّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك:

٨) -٣، ١، ٥، ٩، ...

٩) $\frac{1}{2}$، $\frac{3}{4}$، $\frac{5}{8}$، $\frac{7}{16}$، ...

مثال ٢ أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

١٠) ٠,٠٢ ، ١,٠٨ ، ٢,١٤ ، ٣,٢ ، ...

١١) ١٥، ١٧، ١٩، ٢١، ...

١٢) $2\frac{1}{3}$، $2\frac{2}{3}$، ٣، $3\frac{1}{3}$، ...

١٣) $-\frac{1}{2}$، ٠، $\frac{1}{2}$، ١، ...

مثال ٣ اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثِّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

١٤) -٣، -٨، -١٣، -١٨، ...

١٥) -٢، ٣، ٨، ١٣، ...

١٦) -٠,٧٥ ، -٠,٥ ، -٠,٢٥ ، ٠ ، ...

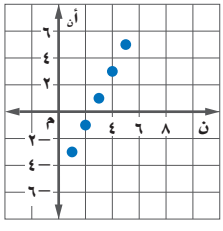
١٧) -١١، -١٥، -١٩، -٢٣، ...

مثال ٤ ١٨) **حدائق ترفيهية:** لعب حمد وأصدقاؤه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، وبعد ثلاث ساعات ٦ ألعاب.

أ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

ب) مثِّل الدالة بيانيًّا، وحدد المجال.

١٩) مستعملًا التمثيل البياني المجاور لمتتابعة حسابية:



أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.

ب) اكتب معادلة الحد النوني.

جـ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

٢٠) **إعلانات:** تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبر عن تكاليف الإعلان.

الإعلانات اليومية في الصحيفة	
١٠ كلمات ٣٥ ريالًا ١٥ كلمة ٤٢,٥ ريالًا	٢٠ كلمة ٥٠ ريالًا ٢٥ كلمة ٥٧,٥ ريالًا

٢١) ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢؟

٢٢) متتابعة حسابية أساسها −٥. إذا كان $أ_{١٢}$ يساوي ٢٢ فما قيمة $أ_{١}$؟

٢٣) ما الحد الذي قيمته − ٣٦ في المتتابعة الحسابية ٢٨، ٢٠، ١٢، ٤، ...؟

٢٤) **تمثيلات متعددة:** في متتابعة فيبوناشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.

والحدود الستة الأولى لها هي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ...

أ) جبريًا: اكتب معادلة الحد النوني إذا كانت ن ≤ ٣.

ب) جبريًا: أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

جـ) تحليليًا: بيِّن ما إذا كانت متتابعة فيبوناشي حسابية أم لا؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **مسألة مفتوحة:** كوِّن متتابعة حسابية أساسها −١٠.

٢٦) **تحدٍّ:** أوجد قيمة س التي تجعل س+٨، ٤س+٦، ٣س الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية.

٢٧) بيِّن إذا كانت المتتابعة: س−١ ، ٣س+٢ ، ٥س+٥ ، ... حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك.

٢٨) **تحدٍّ:** بيِّن هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسِّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) ٢س+١، ٣س+١، ٤س+١ ...

ب) ٢س، ٤س، ٨س، ...

٢٩) **اكتب:** وضِّح كيف تجد حدًّا معينًا في متتابعة حسابية، وكيف تكتب المتتابعة الحسابية كدالة خطية.

تدريب على اختبار

٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟

أ) {(−٥، ٦)، (٤، −٣)، (٢، −١)، (٤، ٢)}

ب) {(٣، −١)، (٣، −٥)، (٣، ٤)، (٣، ٦)}

جـ) {(−٢، ٣)، (٠، ٣)، (−٢، −١)، (−١، ٢)}

د) {(−٥، ٦)، (٤، −٣)، (٢، −١)، (٠، ٢)}

٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: −٧، −٤، −١، ٢، ...

أ) أن = ٣ن − ٤

ب) أن = −٧ن + ١

جـ) أن = ٣ن − ١٠

د) أن = −٧ن + ٤

مراجعة تراكمية

٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٩، ٢)، (−٣، −١). (الدرس ٢-٥)

حُلَّ كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا: (الدرس ٢-٤)

٣٣) ٣س + ٣ = −١

٣٤) $\frac{٢}{٣}$س − ١ = ٠

٣٥) حُلَّ المعادلة ٥س + ٧ = −٨، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣)

٣٦) حُلَّ المعادلة ٣س = −١٢. (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثِّل كلًّا من المعادلات الآتية بيانيًّا:

٣٧) ص = س − ٨

٣٨) س − ص = −٤

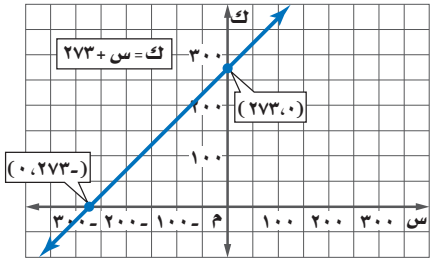
٣٩) ٢س + ٤ص = ٨

١) مثِّل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:
{(-٣ ، ٢) ، (-٤ ، ٣) ، (-١ ، ٠) ، (١ ، -٢) ، (٠ ، ٣) }.

إذا كان د (س) = ٥ - ٢ س ، هـ (س) = س^{٢} + ٧ س
فأوجد قيمة كل من :

٢) هـ (٣)　　٣) د (-٦ص)

٤) **درجة الحرارة:** يبيِّن الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية (س) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن (ك).



أ) حدِّد كلًّا من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسِّر ذلك.

ب) أوجد المقطع س والمقطع ك، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

مثِّل كلًّا من المعادلات الآتية بيانيًّا:

٥) ص = س + ٢

٦) ص = ٤ س

٧) س + ٢ص = -١

٨) -٣س = ٥ - ص

حُلَّ كُلَّ معادلة مما يأتي بيانيًّا:

٩) ٤ س + ٢ = ٠

١٠) ٠ = ٦ - ٣س

١١) ١٢س = ٤ س + ١٦

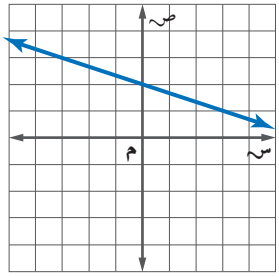
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

١٢) (٥، ٨)، (-٣، ٧)

١٣) (٥، -٢)، (٣، -٢)

١٤) (٦، -٣)، (٦، ٤)

١٥) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟



أ) -٣

ب) $-\frac{١}{٣}$

جـ) ٣

د) $\frac{١}{٣}$

١٦) **اختيار من متعدد:** ما قيمة ر التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٠) ، (ر، ٣) يساوي ٢؟

أ) $\frac{٢}{٥}$　　جـ) ٣

ب) $\frac{٥}{٢}$　　د) -٣

١٧) أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

٥، ٦، ٨، ١١، ١٥، ...

بيِّن ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

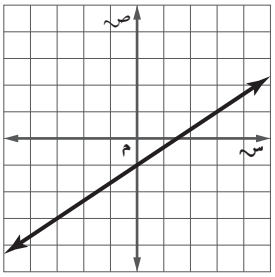
١٨) -٤٠ ، -٣٢ ، -٢٤ ، -١٦ ، ...

١٩) ٠,٧٥ ، ١,٥ ، ٣ ، ٦ ، ١٢ ، ...

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

١) أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبيَّن في الشكل أدناه؟



أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٣}{٢}$

٢) أوجد معدل التغير للدالة الخطية بناءً على الجدول أدناه.

ساعات العمل	١	٢	٣	٤
الأجر (ريال)	٥٥	١١٠	١٦٥	٢٢٠

أ) زيادة ٦٥ ريالًا في الساعة.

ب) زيادة ٥٥ ريالًا في الساعة.

جـ) نقصان ٥٥ ريالًا في الساعة.

د) نقصان ٦٥ ريالًا في الساعة.

٣) ما معادلة الحد النوني للمتتابعة:
$-٢، ١، ٤، ٧، ١٠، ١٣، \ldots$ ؟

أ) $أ_ن = ٢ن - ١$ جـ) $أ_ن = ٣ن + ٢$

ب) $أ_ن = ٢ن + ٤$ د) $أ_ن = ٣ن - ٥$

٤) الجدول الآتي يبيِّن تكلفة شراء عدد من الوجبات (ن) وخدمة التوصيل.

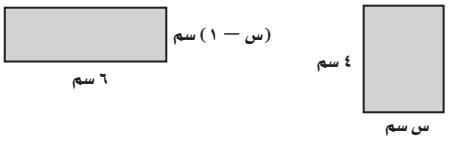
عدد الوجبات	التكلفة (ريال)
١	٦٠
٢	٨٥
٣	١١٠
٤	١٣٥

أيُّ المعادلات الآتية تعبِّر عن الموقف؟

أ) د(ن) = ٢٥ن + ٣٥ جـ) د(ن) = ٣٥ن + ٢٥

ب) د(ن) = ٢٥ن + ٣٠ د) د(ن) = ٣٥ن + ٤٠

٥) إذا كان للشكلين الآتيين المساحة نفسها، فأوجد قيمة س.



أ) ٣ جـ) ٥

ب) ٤ د) ٦

٦) الجدول أدناه يبيِّن كميات الأمطار بعد عدد معين من الساعات.

الساعة (س)	١	٢	٣	٤
الكمية (ص)	٠,٤٥	٠,٩	١,٣٥	١,٨

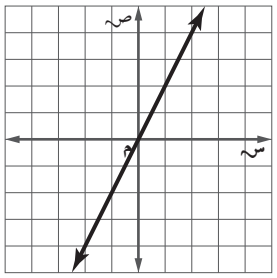
ما الدالة الخطية التي تعبِّر عن الموقف؟

أ) ص = ٠,٤٥ س جـ) ص = ٠,٩ س

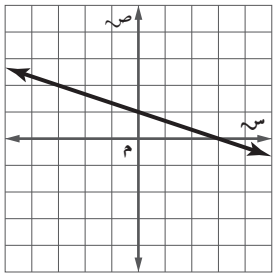
ب) س = ٠,٤٥ ص د) ص = ١,٨ س

إجابة قصيرة

٧) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثَّل أدناه.



٨) استعمل التمثيل البياني أدناه لحل المعادلة: $-\frac{١}{٣}$س + ١ = ٠



إجابة مطولة

٩) أطلق بالون من ارتفاع ٦٠ قدمًا فوق سطح الأرض لأعلى، إذا كان معدل ارتفاع البالون ١٥ قدمًا/ الدقيقة.

أ) فأوجد ارتفاع البالون بعد: دقيقة، دقيقتين، ٣ دقائق، ٤ دقائق من إطلاقه.

ب) إذا كانت ز تعبِّر عن الزمن الذي أُطلق بعده البالون، ع تمثّل ارتفاع البالون، فعبِّر عن الموقف بمتتابعة حسابية.

جـ) استعمل المعادلة في الفرع ب لإيجاد ارتفاع البالون بعد ٨ دقائق من إطلاقه.

للمساعدة ..									
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
فراجع الدرس ..	٢-٥	٢-٥	٢-٦	١-١	١-٤	٢-٦	٢-٣	٢-٣	٢-٦

الفصل ٣
الدوال الخطية

فيما سبق

درست تمثيل الدوال الخطية بيانيًا.

والآن

- أكتب المعادلات الخطية بصيغها المختلفة وأُمثّلها بيانيًا.
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معلومة ويوازي / يعامد مستقيمًا معلومًا.

لماذا؟

سفر: يختلف عدد الرحلات الجوية من سنة إلى أخرى، وبناءً على البيانات السنوية لعدد الرحلات يمكن إيجاد معدل التغير السنوي لتحديد النموذج الخطي المستعمل للتنبؤ بعدد الرحلات في السنوات القادمة.

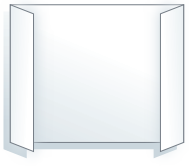
المفردات

- صيغة الميل والمقطع ص (٩٤)
- التنبؤ الخطي ص (١٠٢)
- صيغة الميل ونقطة ص (١٠٨)
- المستقيمان المتوازيان ص (١١٣)
- المستقيمان المتعامدان ص (١١٤)

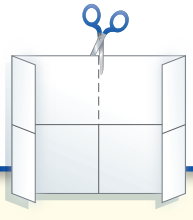
المطويات منظم أفكار

الدوال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الدوال الخطية، مبتدئًا بورقة A3 .

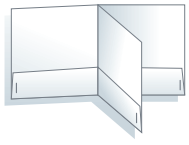
١ **اطو** الحافتين الصغيرتين من الورقة طوليًّا بمقدار ٤ سم لكل منها.



٢ **اطو** الورقة من المنتصف طوليًّا وعرضيًّا، ثم افتح الطي، وقص على طول خط الطي من الأعلى إلى المركز.



٣ **اطو** النصف العلوي للورقة إلى أسفل، ثم اطو الورقة من المنتصف إلى الخلف واقلبها لتشكل جيبًا مع الحواف السفلية.



٤ **سمّ** غلاف المطوية بعنوان الفصل.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٣

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد قيمة $٣أ^{٢} - ٢أب + جـ$ عند القيم المعطاة: (الدرس ١-١)

١) أ = ٢، ب = ١، جـ = ٥

٢) أ = −١، ب = ٠، جـ = ١١

٣) أ = ٥، ب = −٣، جـ = −٩

٤) **استئجار سيارة:** تمثل تكلفة استئجار سيارة بالمعادلة ت = ٤٩س + ٣,٠ص ، حيث يمثل س عدد الأيام، وص عدد الكيلومترات. أوجد تكلفة استئجار السيارة مدة ٥ أيام لقطع مسافة ٤٢٥ كلم.

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي: (الدروس ١-٢، ١-٣، ١-٤)

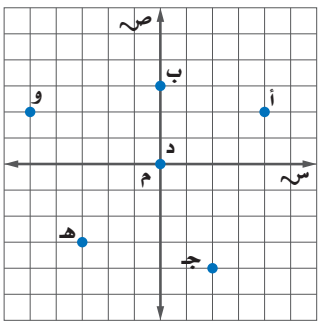
٥) س + ٣ = ٥

٦) ٢س − ٤ = ٦

٧) ٢ص − ٢ = ص + ٣

٨) **هندسة:** إذا علمت أن قانون محيط المستطيل هو مح = ٢ل + ٢ض، حيث ل = الطول، ض = العرض، فأوجد قيمة ض بدلالة كل من ل ، مح .

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي: (الدرس ٢-١)



٩) أ

١٠) ب

١١) جـ

١٢) د

١٣) هـ

١٤) و

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد قيمة: $٢(م - ن)^{٢} + ٣ب$ عندما م = ٥، ن = ٢، ب = −٣.

$٢(م - ن)^{٢} + ٣ب$	العبارة الأصلية
$= ٢(٥ - ٢)^{٢} + ٣(-٣)$	عوّض عن م، ن، ب
$= ٢(٣)^{٢} + ٣(-٣)$	اطرح
$= ٢(٩) + ٣(-٣)$	أوجد قيمة القوة
$= ١٨ + (-٩)$	اضرب
$= ٩$	اجمع

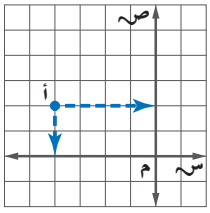
مثال ٢

حُلَّ المعادلة ٥س + ١٥ = ٩

٥س + ١٥ = ٩	المعادلة الأصلية
٥س + ١٥ − ١٥ = ٩ − ١٥	اطرح ١٥ من الطرفين
٥س = −٦	بسّط
$\frac{٥س}{٥} = \frac{-٦}{٥}$	اقسم كل طرف على ٥
$س = \frac{-٦}{٥}$	بسّط

مثال ٣

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل النقطة أ.



الخطوة ١: ابدأ من النقطة أ.

الخطوة ٢: أنزل خطًّا رأسيًّا إلى المحور (س)، فيكون الإحداثي السيني هو −٤.

الخطوة ٣: أنزل خطًّا أفقيًّا إلى المحور (ص)، فيكون الإحداثي الصادي هو٢.

إذن الزوج المرتب للنقطة أ هو (−٤، ٢).

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًّا

فيما سبق

درست معدل التغير والميل.

والآن

- أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وأمثّلها بيانيًّا.
- أمثّل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

المفردات

صيغة الميل والمقطع

لماذا؟

يحفظ جميل ٥٠٠ بيت من الشعر، وعندما اشترك في نادي الشعر بدأ بحفظ ٣٠ بيتًا جديدًا كل شهر. ولمعرفة عدد الأبيات (ص) التي يحفظها بعد (س) شهرًا نكتب المعادلة:

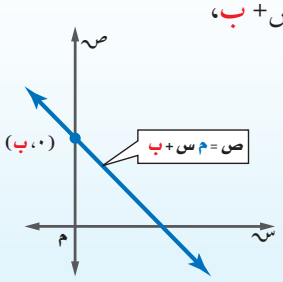
ص = ٣٠س + ٥٠٠.

صيغة الميل والمقطع: يمكن كتابة أي معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع. على النحو: ص = م س + ب حيث م الميل، ب المقطع الصادي، وأي تغيير في قيمة أي منهما يؤدي إلى تغيير التمثيل البياني للمعادلة.

مفهوم أساسي — صيغة الميل والمقطع

مطويتك

التعبير اللفظي: صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي: ص = م س + ب، م = الميل، ب = المقطع الصادي.



مثال: ص = م س + ب

ص = ٢ س + ٦

الميل ← ٢، ٦ → المقطع الصادي

مثال ١ — كتابة المعادلة وتمثيلها بيانيًّا

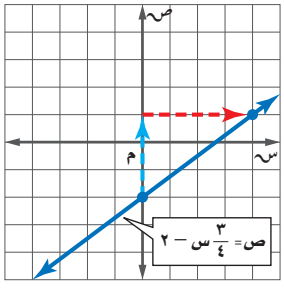
اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٤}$، ومقطعه الصادي = −٢ بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا.

ص = م س + ب — صيغة الميل والمقطع

ص = $\frac{٣}{٤}$ س + (−٢) — عوّض عن م بـ $\frac{٣}{٤}$، وعن ب بـ (−٢)

ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢ — بسّط

والآن، مثّل المعادلة بيانيًّا.



الخطوة ١: عيّن النقطة (٠، −٢) التي تمثّل المقطع الصادي

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{٣}{٤}$، تحرّك من النقطة (٠، −٢) بمقدار ٣ وحدات إلى الأعلى، و٤ وحدات إلى اليمين وعيّن النقطة الجديدة.

الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيمًا يمر بهاتين النقطتين.

تحقق من فهمك

اكتب معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:

١أ) الميل = −$\frac{١}{٢}$، المقطع الصادي = ٣ **١ب)** الميل = −٣، المقطع الصادي = −٨

إذا لم تكن المعادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، فإن إعادة كتابتها بهذه الصيغة تسهل تمثيلها بيانيًّا.

مثال ٢ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

مثِّل المعادلة ٣س + ٢ص = ٦ بيانيًّا.

أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

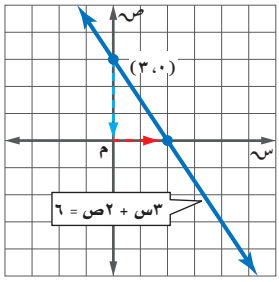
٣س + ٢ص = ٦	المعادلة الأصلية
٣س + ٢ص − ٣س = ٦ − ٣س	اطرح ٣ س من طرفي المعادلة
٢ص = ٦ − ٣س	بسّط
٢ص = −٣س + ٦	٦ − ٣س = ٦ + (−٣س) = −٣س + ٦
$\frac{٢ص}{٢} = \frac{-٣س + ٦}{٢}$	اقسم كل طرف على ٢
ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + ٣	صيغة الميل والمقطع

والآن، مثِّل المعادلة بيانيًّا، الميل = $\frac{-٣}{٢}$، والمقطع الصادي = ٣.

الخطوة ١: عيِّن المقطع الصادي (٠، ٣)

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{-٣}{٢}$، تحرّك من النقطة (٠، ٣) إلى الأسفل ٣ وحدات ووحدتين إلى اليمين، وعيِّن النقطة الجديدة.

الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيمًا يصل بين النقطتين.



تحقق من فهمك

مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

أ١) ٣س − ٤ص = ١٢ **ب٢)** −٢س + ٥ص = ١٠

إرشادات للدراسة

المتغيرات التابعة:
ص هو المتغير التابع؛ لأنه يعتمد على التغير في س.

إرشادات للدراسة

الميل والاتجاه:
لتحديد النقطة الثانية التي يمر بها المستقيم؛ انطلاقًا من النقطة التي تمثل المقطع الصادي، نستعمل الميل، فإذا كان موجبًا فتحرك إلى أعلى وإلى اليمين. وإذا كان سالبًا؛ فإما أن يكون البسط سالبًا فتتحرك إلى الأسفل، وإما أن يكون المقام سالبًا فتتحرك إلى اليسار. وفي كلتا الحالين نحصل على المستقيم نفسه.

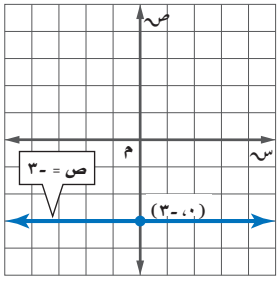
بما أن ميل المستقيمات الأفقية يساوي صفرًا، لذا فمعادلات المستقيمات الأفقية يمكن أن تُكتب بصيغة الميل والمقطع في صورة: ص = ٠س + ب، أو ص = ب. أما الخطوط المستقيمة الرأسية فليس لها ميل، لذا، لا يمكن كتابة معادلاتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

مثِّل المعادلة ص = −٣ بيانيًّا.

الخطوة ١ عيِّن المقطع الصادي (٠، −٣).

الخطوة ٢ الميل = ٠، ارسم خطًّا مستقيمًا يمر بالنقاط التي إحداثيها الصادي −٣.



تحقق من فهمك

مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

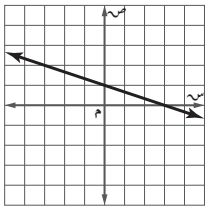
أ٣) ص = ٥ **ب٣)** ٢ص = ١

لاحظ أن معادلات المستقيمات الأفقية لا تتضمن المتغير س، وأن تمثيلها لا يقطع محور السينات ما عدا التمثيل البياني للمعادلة ص= ٠ الذي ينطبق على محور السينات.

قد تحتاج أحيانًا إلى كتابة معادلة عرف تمثيلها البياني. ولإجراء ذلك، عيّن المقطع الصادي، ثم استعمل الحركة أفقيًّا ورأسيًّا لإيجاد نقطة أخرى على الشكل، ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٤ من اختبار

أيّ مما يأتي يمثّل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟



أ) ص = −٣س + ١

ب) ص = −٣س + ٣

جـ) ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ١

د) ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ٣

إرشادات للاختبار

حذف البدائل (الخطأ)

حلّل التمثيل البياني وأوجد الميل والمقطع الصادي، ثم احذف البدائل التي لا تتوافق مع الشكل.

اقرأ السؤال:

أنت بحاجة إلى معرفة كل من: الميل والمقطع الصادي للمستقيم من أجل كتابة معادلته.

حل السؤال:

الخطوة ١: بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ١)، لذا فالمقطع الصادي يساوي (١)، وتكون الإجابة الصحيحة هي أ أو جـ.

الخطوة ٢: للانتقال من النقطة (٠، ١) إلى (٣، ٠)، تحرك وحدة واحدة إلى الأسفل وثلاث وحدات إلى اليمين، فالميل يساوي $-\frac{١}{٣}$.

الخطوة ٣: اكتب المعادلة: ص= م س+ ب

ص= $-\frac{١}{٣}$ س+ ١.

تحقق: يمر المستقيم بالنقطة (−٣، ٢) أيضًا، وتكون هذه النقطة حلًّا للمعادلة إن كانت صحيحة.

ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ١

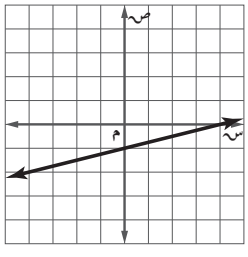
٢ ≟ $-\frac{١}{٣}$ (−٣) + ١

٢ ≟ ١ + ١

٢ = ٢ ✓ الإجابة الصحيحة هي جـ.

تحقق من فهمك

٤) أيّ مما يأتي يمثّل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟



أ) ص = $\frac{١}{٤}$ س − ١

ب) ص = ٤س − ١

جـ) ص = ٤س + ٤

د) ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٤

تمثيل بيانات من واقع الحياة: يمكن تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة خطية إذا كان معدل تغيرها ثابتًا، فالمعدل الثابت للتغير يمثل الميل، والمقطع الصادي هو النقطة التي تكون عندها قيمة المتغير المستقل تساوي صفرًا.

مثال ٥ من واقع الحياة — كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًّا

مدارس: استعمل المعلومات الواردة إلى اليمين عن عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد طالبات المرحلة الثانوية بعد عام ١٤٠١ هـ.

عدد الطالبات يساوي معدل التغير في عدد السنوات زائد العدد في البداية

ليكن ص= عدد الطالبات، س= عدد السنوات منذ عام ١٤٠١هـ .

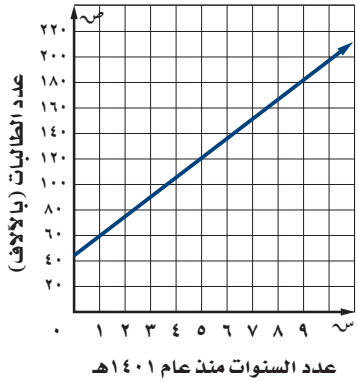
ص = ١٧ × س + ٤٢

المعادلة هي ص= ١٧ س+ ٤٢

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

المقطع الصادي هو نقطة البداية، لذا فالمستقيم يمر بالنقطة (٠، ٤٢) .

معدل التغير هو الميل، لذا فالميل يساوي ١٧



جـ) قدِّر عدد الطالبات عام ١٤٤٤ هـ .

ص = ١٧ س + ٤٢ — اكتب المعادلة

= ١٧ × (٤٣) + ٤٢ — عوّض عن س بـ (٣٦)

= ٧٧٣ — بسّط

فيكون عدد طالبات المرحلة الثانوية عام ١٤٤٤ هـ نحو ٧٧٣ ألف طالبة.

٥) مهرجان خيري: بلغت تكلفة وجبات العشاء في مهرجان خيري ١١٦٠ ريالًا، فإذا بيعت الوجبة الواحدة بـ ٥ ريالات.

أ) فاكتب معادلة تبيِّن مقدار ربح المهرجان عند بيع (ن) وجبة.

ب) مثِّل هذه المعادلة بيانيًّا.

جـ) أوجد مقدار الربح إذا بيعت ٨٠٠ وجبة.

الربط مع الحياة

بلغ عدد طالبات المرحلة الثانوية لعام ١٤٠١ هـ نحو ٤٢ ألف طالبة، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ١٧ ألف طالبة تقريبًا كل سنة حيث بلغ عدد الطالبات عام ١٤٢١ هـ، ٣٨٦ ألفًا تقريبًا.

المصدر: الإحصائية الصادرة عن مركز الحاسب والمعلومات في وزارة التعليم.

تأكد

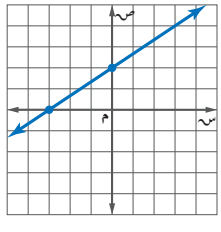
مثال ١ اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:

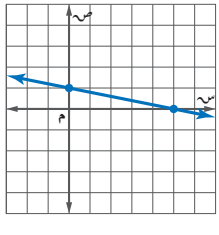
الميل: ٢، المقطع الصادي: ٤ — الميل: $\frac{٣}{٤}$ ، المقطع الصادي: −١ .

المثالان ٢ ، ٣ مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

−٤س + ص = ٢ — ٢س + ص = −٦

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:





94-99.indd 97 04/03/2020 2:02 PM

مثال ٥

٧) **نقود:** اشترى محمد أجهزة كهربائية بالتقسيط حيث دفع ٧٥٠ ريالًا دفعة أولى، ويدفع ١٠٠ ريال كل أسبوع.

أ) اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد (س) أسبوعًا.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) أوجد المبلغ الذي سيدفعه محمد بعد ٨ أسابيع.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ **اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:**

٨) الميل: ٥، المقطع الصادي: ٨

٩) الميل: ٣، المقطع الصادي: −٤

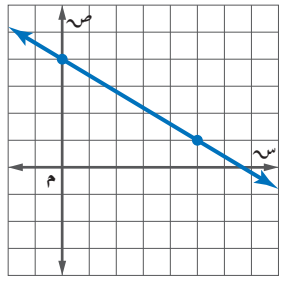
المثالان ٢ ، ٣ **مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:**

١٠) −٥س + ص = ١

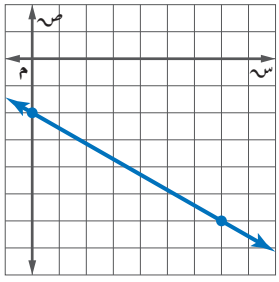
١١) ص = ٧

مثال ٤ **اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:**

١٢)



١٣)



مثال ٥

١٤) **المها العربي:** المها العربي من الثدييات المعرضة للانقراض. وقد أنشأت المملكة عدة محميات للحفاظ عليها، فكان عددها عام ١٤١٧هـ، نحو ٤٠٠ رأس، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ٥٠ رأسًا تقريبًا كل سنة.

أ) اكتب معادلة تمثل عدد المها في المملكة بعد (س) سنة منذ عام ١٤١٧هـ.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) قدِّر عدد المها عام ١٤٤٥هـ.

١٥) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله = $-\frac{٣}{٧}$، ومقطعه الصادي: ٢

١٦) مثّل المعادلة ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٣ بيانيًّا.

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١٧) الميل: −١، المقطع الصادي: ٠

١٨) الميل: −٠,٥ ، المقطع الصادي: −٠,٢٥

١٩) اكتب معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وميله ٣.

٢٠) **درّاجات:** يتقاضى محل لتأجير الدرّاجات النارية ٥ ريالات بالإضافة إلى ٢٥ ريالًا عن كل ساعة.

أ) اكتب معادلة التكلفة الكلية لاستئجار دراجة نارية مدة (س) ساعة بصيغة الميل والمقطع.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) ما تكلفة تأجير درّاجتين مدة ٨ ساعات؟

٢١) **مجلات:** تم بيع ٥٠٠٠٠ نسخة من إحدى المجلات في سنتها الأولى، وازداد هذا العدد بعد ذلك بمعدل ٥٠٠٠ نسخة في السنة.

أ) اكتب معادلة تمثّل عدد النسخ المبيعة (ن) بعد (ص) سنة.

ب) ماذا يمثِّل الميل؟

جـ) ماذا يمثِّل المقطع الصادي؟

د) إذا بدأت المجلة سنة ١٤٢٠هـ، ففي أي سنة يصل عدد النسخ المبيعة إلى ١٥٠٠٠٠ وفق المعدل نفسه؟

الربط مع الحياة

مجلة «القافلة» من أوائل المجلات التي ظهرت في المملكة عام ١٣٧٣هـ، وكان يكتب فيها أدباء على مستوى العالم العربي.

المصدر: www.qafilah.com

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بدالة خطية، ثم اكتب هذه الدالة ومثلها بيانيًّا.

٢٣) **تبرير:** بيِّن ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة الخط الرأسي بصيغة الميل والمقطع أم لا، وفسّر إجابتك.

٢٤) **تحدٍّ:** ما الخصائص المشتركة للتمثيلات البيانية للمعادلات الآتية:
ص= ٢س+ ٣، ص= ٤س+ ٣، ص= −س+٣، ص = − ١٠س + ٣

٢٥) **اكتب:** وضِّح كيف تجد معدل تغير معادلة خطية بالصيغة القياسية.

تدريب على اختبار

٢٦) يحتوي مخزن للإلكترونيات على س قرصًا مدمجًا، فإذا بيع منها ٣٥٠ قرصًا، وأُضيف إليها ٣ ص من الأقراص، فأي عبارة مما يأتي تمثّل عدد الأقراص التي أصبحت موجودة في المخزن؟

أ) ٣٥٠ + ٣ص − س
ب) س − ٣٥٠ + ٣ ص
جـ) س + ٣٥٠ +٣ ص
د) ٣ ص− ٣٥٠ − س

٢٧) تحتاج وصفة كعكة الفواكه إلى ٥٠ مللترًا من عصير البرتقال لكل ١٥٠ مللترًا من عصير الليمون، فإذا استعملت فدوى ٦٠٠ مللتر من عصير الليمون، فكم مللترًا من عصير البرتقال تم استعماله؟

أ) ١٥٠
ب) ٦٠٠
جـ) ٢٠٠
د) ٥٠

مراجعة تراكمية

٢٨) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية ٣، ٧، ١١، ١٥، ... (الدرس ٢-٦)

٢٩) أوجد الحدين الرابع والخامس للمتتابعة ٥, ١, ٦, ٢, ٧, ٣، ... (الدرس ٢-٦)

٣٠) حُلَّ المعادلة ٣ − ٢س = ٦. (الدرس ١-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٣١) (٢، ٣)، (٧، ٩)
٣٢) (−٣، ٦)، (٢، ٤)
٣٣) (−٣، ٣)، (١، ٣)

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

لماذا؟

وصلت إيرادات المملكة عام ٢٠١٥م إلى ٦٠٨ مليار ريال، وفي عام ٢٠١٧م إلى ٦٩٦ مليار ريال. إن معرفة هذه المعلومات تمكنك من كتابة معادلة خطية تستطيع من خلالها التنبؤ بإيرادات المملكة في السنوات القادمة إذا افترضت أن الإيرادات تزداد بالمعدل نفسه سنويًّا.

كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع:

يبين المثال أدناه طريقة كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ١ كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وميله ٣.

حيث أُعطي في هذا المثال ميل المستقيم ولم يعط المقطع الصادي له، لذا فإنك تحتاج لإيجاده أولًا.

الخطوة ١: أوجد المقطع الصادي.

ص = م س + ب	صيغة الميل والمقطع
١ = ٣(٢) + ب	عوّض عن م بـ ٣، وعن ص بـ ١، وعن س بـ ٢
١ = ٦ + ب	بسّط
١ − ٦ = ٦ + ب − ٦	اطرح ٦ من كل طرف
−٥ = ب	بسّط

الخطوة ٢: اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

ص = م س + ب	صيغة الميل والمقطع
ص = ٣س − ٥	عوّض عن م بـ ٣، وعن ب بـ −٥

فتكون المعادلة هي: ص = ٣س − ٥.

تحقق من فهمك

١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢، ٥) وميله ٤.

كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما: يمكنك استعمال نقطتين يمر بهما خط مستقيم لإيجاد الميل أولًا، ثم اتباع الخطوات نفسها في المثال (١) لكتابة المعادلة.

فيما سبق

درست تمثيل مستقيم عُلم ميله ومقطعه الصادي.

والآن

- أكتب معادلة مستقيم إذا علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.
- أكتب معادلة مستقيم علمت إحداثيات نقطتين يمر بهما بصيغة الميل والمقطع.

المفردات

التنبؤ الخطي

مثال ٢ كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣، ١)، (٢، −٤):

الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ صيغة الميل

$$= \frac{-٤ - ١}{٢ - ٣}$$ (س١، ص١) = (٣، ١)، (س٢، ص٢) = (٢، −٤)

$$= \frac{-٥}{-١} = ٥$$ بسّط

الخطوة ٢: استعمل أيًّا من النقطتين لإيجاد المقطع الصادي.

ص = م س + ب صيغة الميل والمقطع

−٤ = (٥)(٢) + ب عوض عن م بِـ (٥)، وعن س بِـ (٢)، وعن ص بِـ (−٤)

−٤ = ١٠ + ب بسّط

−٤ − (١٠) = ١٠ + ب − (١٠) اطرح (١٠) من كل طرف

ب = −١٤ بسّط

الخطوة ٣: اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع الصادي.

ص = م س + ب صيغة الميل والمقطع الصادي

ص = ٥ س + (−١٤) عوض عن م بِـ (٥)، وعن ب بِـ (−١٤)

فتكون المعادلة هي: ص = ٥س − ١٤.

تحقق من فهمك

أوجد معادلة المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٢أ) (−١، ١٢)، (٤، −٨).

٢ب) (−٤، −٢)، (−٥، −٦).

إرشادات للدراسة

اختيار نقطة

عند إعطاء نقطتين على مستقيم، يمكنك اختيار أيّ منهما لتكون (س١، ص١)، وتأكد من اتساق اختيارك خلال حل المسألة.

مثال ٣ من واقع الحياة استعمال صيغة الميل والمقطع الصادي

رحلات جوية: يبيِّن الجدول المجاور معدل عدد الرحلات الجوية المغادرة إلى إحدى عواصم البلدان خلال سنوات معينة. اكتب معادلة يمكنك استعمالها للتنبؤ بعدد الرحلات المغادرة إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه.

السنة	عدد الرحلات
٢٠١٤م	٣٥٤
٢٠١٥م	٣٦٦
٢٠١٦م	٣٧٨
٢٠١٧م	٣٩٠

افهم: تعلم عدد الرحلات الجوية في السنوات ٢٠١٤م −٢٠١٧م، وتريد كتابة معادلة تساعدك على التنبؤ بعدد الرحلات المغادرة.

خطط: افترض أن (س) تمثل السنوات منذ عام ٢٠١٠، (ص) تمثل عدد الرحلات الجوية. واكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٣٦٦)، (٦، ٣٧٨).

حل: أوجد الميل م.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$ صيغة الميل

$$= \frac{٣٦٦ - ٣٧٨}{٥ - ٦}$$ عوّض (س١، ص١) = (٥، ٣٦٦) و (س٢، ص٢) = (٦، ٣٧٨)

$$= \frac{١٢}{١} = ١٢$$ بسّط

اختر النقطة (٦، ٣٧٨)، وأوجد المقطع الصادي للمستقيم.

ص = م س + ب	صيغة الميل والمقطع الصادي
٣٧٨ = ١٢ (٦) + ب	عوّض عن م بِـ ١٢، وعن س بِـ ٦، وعن ص بِـ ٣٧٨
٣٧٨ = ٧٢ + ب	بسّط
٣٠٦ = ب	اطرح ٧٢ من كل طرف
استعمل م = ١٢، ب = ٣٠٦	لكتابة المعادلة
ص = م س + ب	صيغة الميل والمقطع الصادي
ص = ١٢ س + ٣٠٦	عوّض عن م بِـ ١٢، وعن ب بِـ ٣٠٦

تحقق: تحقق من صحة الحل باستعمال إحداثيات النقطة الأخرى.

ص = ١٢ س + ٣٠٦	المعادلة الأصلية
٣٦٦ ≟ ١٢ (٥) + ٣٠٦	عوّض عن س بِـ ٥، وعن ص بِـ ٣٦٦
٣٦٦ = ٣٦٦ ✓	بسّط

تحقق من فهمك

٣) **رواتب:** يتقاضى طلال أجرة أسبوعية قدرها ٣٥١ ريالًا مقابل ساعات عمله الأساسية مضافًا إليها ساعة عمل إضافية . فإذا عمل الأسبوع الماضي ٥ ساعات إضافية وتقاضى مبلغًا إجماليًّا قدره ٤١٥ ريالًا، فاكتب معادلة خطية لإيجاد أجرته الكلية (جـ) إذا عمل (س) ساعة إضافية.

يمكنك استعمال المعادلة الخطية لإجراء تنبؤات حول القيم التي تتجاوز مدى البيانات، وتُسمى هذه العملية **التنبؤ الخطي**.

مثال ٤ من واقع الحياة — **التنبؤ باستعمال صيغة الميل والمقطع**

رحلات جوية: استعمل المعادلة في المثال ٣ لتقدير عدد الرحلات الجوية عام ٢٠٢٢م.

ص = ١٢ س + ٣٠٦	المعادلة الأصلية
= ١٢ (١٢) + ٣٠٦	عوّض عن س بِـ ١٢
= ٤٥٠	بسّط

التقدير المناسب لمعدل الرحلات الجوية يساوي ٤٥٠ رحلة.

تحقق من فهمك

٤) **رواتب:** استعمل المعادلة (الناتجة في التحقق من فهمك ٣) للتنبؤ بالمبلغ المستحق الذي يتقاضاه طلال في الأسبوع إذا عمل ٨ ساعات إضافية.

الربط مع الحياة

تتنامى حركة النقل الجوي باطراد نتيجة الطفرات السريعة التي يشهدها هذا المجال الحيوي، وتزداد الرحلات الجوية لمواكبة كثافة المسافرين، خصوصًا في الأعياد والإجازات ومواسم الحج والعمرة.

تأكد

مثال ١ ١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٤، ٦) وميله -٢.

مثال ٢ ٢) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (-٧، -٣)، (-٣، ٥).

المثالان ٣ ، ٤ ٣) **سكان:** بلغ عدد سكان المملكة عام ١٤٣٨هـ نحو ٣٢,٥ مليون نسمة، ويزداد عددهم بمعدل ٠,٧٥ مليون نسمة سنويًّا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد سكان المملكة (ك) بالملايين بعد (ص) سنة منذ عام ١٤٣٨هـ.

ب) إذا استمرت الزيادة نفسها، فكم يصبح عدد سكان المملكة عام ١٤٥٠هـ؟

تدرب وحل المسائل

مثال ١ **اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:**

٤) (٣، ١)؛ الميل = ٢.

٥) (-١، ٤)؛ الميل = -١.

٦) (١، ٠)؛ الميل = ١.

مثال ٢ **اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:**

٧) (٩، -٢)، (٤، ٣).

٨) (-٥، ٣)، (٠، -٧).

٩) (-١، -٣)، (-٢، ٣).

المثالان ٣ ، ٤ ١٠) **سيارات:** يحرك سامي سيارة لعبة باستعمال جهاز التحكم عن بعد بسرعة ثابتة. فبدأ بتحريك السيارة عندما كانت على بُعد ٥ أقدام منه، وبعد ثانيتين أصبح بُعدها ٣٥ قدمًا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد بعد السيارة (ف) عن سامي بعد (ن) ثانية.

ب) قدّر المسافة التي تقطعها السيارة بعد ١٠ ثوانٍ.

إرشادات لحل المسألة

تحديد الإجابات المعقولة

تحديد معقولية الإجابة مفيد عندما لا يكون الجواب الدقيق ضروريًّا.

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:

١١) (٤، ٢)؛ الميل = $\frac{١}{٢}$.

١٢) (٤، ٦)؛ الميل = $\frac{-٣}{٤}$.

١٣) (-٤، -٢)؛ الميل = $\frac{-٣}{٥}$.

١٤) **طلاب:** قدّر عدد خريجي الجامعات من حملة البكالوريوس في المملكة عام ١٤٣٠هـ بنحو ١١٥ ألف طالب وطالبة، ووصل عام ١٤٣٦هـ إلى ١٧١ ألف طالب وطالبة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الخريجين من حملة البكالوريوس (ك) بعد (ع) سنة من العام ١٤٣٠هـ، حيث ع = (صفر) في العام ١٤٢٠هـ.

ب) مثّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) قدّر عدد الخريجين عام ١٤٥٠هـ.

١٥) **نادٍ رياضي:** يقدم نادٍ رياضي عرضًا للعضوية مقابل ٢٦٥ ريالًا، ودروسًا في التمارين الرياضية بمبلغ إضافي مقداره ٥ ريالات لكل درس.

أ) اكتب معادلة تمثّل التكلفة الكلية لعضو حضر س درسًا.

ب) إذا كان المبلغ الذي دفعه مالك ٥٠٠ ريال في إحدى السنوات، فما عدد دروس التمارين الرياضية التي حضرها؟

اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي :

١٦) $(\frac{٥}{٤}، ١)، (-\frac{١}{٤}، \frac{٣}{٤})$.

١٧) $(\frac{٥}{١٢}، -١)، (\frac{-٣}{٤}، \frac{١}{٦})$.

بيّن هل تقع النقطة على المستقيم المُعطاة معادلته؟ وبيّن سبب ذلك.

١٨) (٣، −١)، ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٥

١٩) (٦، −٢)، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٥

٢٠) **بيئة:** طبّق مصنع برنامجًا لتقليل النفايات، ففي عام ٢٠١٠م كانت كمية النفايات ٩٥٢ طنًّا، ثم بدأت تتناقص بعد ذلك بمعدل ٢٨ طنًّا سنويًّا.

أ) كم طنًّا تصل كمية النفايات عام ٢٠٢٥م؟

ب) في أيّ عام يصبح الاستمرار في هذا الاتجاه مستحيلًا؟ وضح إجابتك.

٢١) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال، العلاقة بين ميلي المستقيمين المتعامدين.

أ) بيانيًّا: مثّل المستقيم ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ١ على ورقة رسم بياني.

ب) شكليًّا: ارسم مستقيمًا يعامد المستقيم المرسوم باستعمال مسطرة غير مدرجة ومنقلة.

جـ) جبريًّا: أوجد معادلة المستقيم الذي يتعامد مع المستقيم الأصلي، وصف الطريقة التي استعملتها لكتابة المعادلة.

د) تحليليًّا: قارن ميلي المستقيمين، وصف العلاقة بينهما.

الربط مع الحياة

يدعو ديننا الإسلامي الحنيف إلى المحافظة على نظافة البيئة، وتحريم تلويثها وإفسادها؛ حتى لا تتأثر صحة الإنسان وسائر المخلوقات سلبًا.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٢) **اكتشف الخطأ:** كتب كل من أحمد وسمير معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣، −٢)، (٦، ٤). فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح السبب.

أحمد

$$م = \frac{٤ - (-٢)}{٦ - ٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

ص = م س + ب

−٢ = ٢(٣) + ب

−٢ = ٦ + ب

−٨ = ب

ص = ٢س − ٨

سمير

$$م = \frac{٤ - (-٢)}{٦ - ٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

ص = م س + ب

٦ = ٢(٤) + ب

٦ = ٨ + ب

−٢ = ب

ص = ٢س − ٢

٢٣) **تحدّ:** إذا كانت النقاط (٣، ٧)، (−٦، ١)، (٩، هـ) تقع على المستقيم نفسه، فأوجد قيمة هـ، وبيّن خطوات الحل.

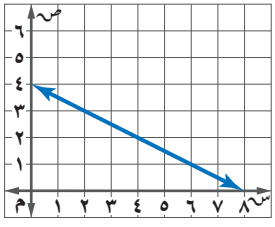
٢٤) **تبرير:** تعلم أن الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: أ س + ب ص = جـ .

أ) أعد كتابة هذه المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

ب) ما ميل المستقيم ؟

جـ) ما قيمة المقطع الصادي؟

٢٥) **مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة من واقع الحياة تناسب التمثيل المجاور، ثم عرّف المتغيرين، وصِف العلاقة بينهما، واكتب معادلة تمثل هذه العلاقة، وصف معنى كل من الميل والمقطع الصادي.



٢٦) **اكتب:** ما المعلومات الضرورية لكتابة معادلة مستقيم؟ وضح إجابتك.

تدريب على اختبار

٢٧) يحصل ماجد على خصم نسبته ١٢٪، فإذا اشترى سلعة بمبلغ ٣٥٥ ريالًا، فما مقدار الخصم على هذا المبلغ إلى أقرب ريالٍ؟

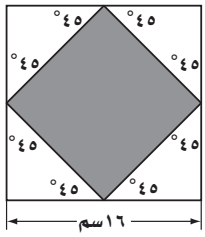
أ) ١٢ ريالًا

ب) ٣٠ ريالًا

جـ) ٣٦ ريالًا

د) ٤٣ ريالًا

٢٨) هندسة: في الشكل أدناه، تم توصيل منتصفات أضلاع المربع للحصول على مربع أصغر. فما مساحة المربع المظلل؟



أ) ٦٤ سم^{٢}

ب) ١٢٨ سم^{٢}

جـ) ٢٤٨ سم^{٢}

د) ٢٥٦ سم^{٢}

مراجعة تراكمية

٢٩) مثّل المعادلة: ص= ٣س+٢ بيانيًّا. (الدرس ٢-٣)

٣٠) أرصاد جوية: يُعبّر عن المسافة (ف) بالأميال التي يقطعها صوت الرعد (ن) بالثواني بالمعادلة: ف = ٠,٢١ ن (الدرس ٢-٣)

أ) مثّل المعادلة بيانيًّا.

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير الزمن المستغرق بين حدوث الرعد وسماع صوته من مسافة ٣ أميال.

٣١) حُلَّ المعادلة: $\frac{ن}{٩} - ١٤ = ٩$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣)

٣٢) حُلَّ المعادلة: ٣س = س + ١. (الدرس ١-٤)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو معطى:

٣٣) (٦ ، −٢) ، (ر ، −٦) ، م = ٤

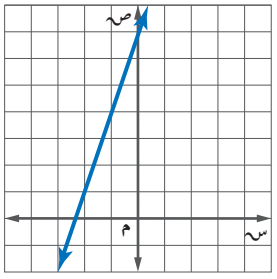
٣٤) (٥ ، ر) ، (٢ ، −٣) ، م = $\frac{٤}{٣}$

اختبار منتصف الفصل

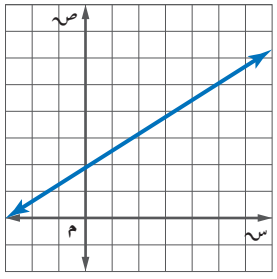
الدروس ٣-١ إلى ٣-٢

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثَّل في كل مما يأتي: (الدرس ٣-١)

١)



٢)



مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا: (الدرس ٣-١)

٣) ص = ٢س + ٣

٤) ص = $\frac{١}{٣}$ س − ٢

٥) **خدمة توصيل:** طلب مجموعة موظفين عددًا من الوجبات من مطعم، فإذا كان ثمن الوجبة الواحدة ٢٥ ريالًا، وأجر خدمة التوصيل ١٠ ريالات، فاكتب معادلة لإيجاد المبلغ الذي يجب دفعه للمطعم. (الدرس ٣-٢)

اكتب معادلة المستقيم في كلٍّ من الحالات التالية: (الدرس ٣-٢)

٦) يمر بالنقطة (٢ ، ٥)، وميله يساوي ٣

٧) يمر بالنقطة (−٣ ، −١)، وميله يساوي $\frac{١}{٢}$

٨) يمر بالنقطتين (−٣ ، ٤)، (١ ، ١٢).

٩) يمر بالنقطتين (−١ ، ٦)، (٢ ، ٤).

١٠) يمر بالنقطة (٢ ، ١)، وميله يساوي صفرًا.

١١) **اختيار من متعدد:** اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٠) وميله يساوي −٤ (الدرس ٣-٢)

أ) ص = س − ٤

ب) ص = س + ٤

جـ) ص = −٤س

د) ص = ٤ − س

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

لماذا؟

تهدف مسابقة الملك عبدالعزيز الدولية لحفظ القرآن الكريم وتفسيره إلى التآخي والمحبة بين المتسابقين من شتى دول العالم الإسلامي، وقد رصدت لذلك مكافآت مجزية. وقد بدأت هذه المسابقة عام ١٣٩٩هـ بِـ ٥٥ مشاركًا، وتزايد العدد خلال ثلاثين عامًا بمعدل ١٥٦ مشاركًا سنويًّا.

يمكنك التعبير عن عدد المشاركين في المسابقة سنويًّا بالمعادلة: ص = ١٥٦س + ٥٥، حيث تمثل س عدد السنوات بعد عام ١٣٩٩هـ، ص عدد المشاركين.

صيغة الميل ونقطة: يمكنك كتابة معادلة المستقيم **بصيغة الميل ونقطة** إذا علمت إحداثيات نقطة يمر بها وميله.

فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية إذا عُلم الميل ونقطة، أو علمت نقطتان.

والآن

- أكتب معادلات خطية بصيغة الميل ونقطة.
- أكتب معادلات خطية بصيغ مختلفة.

المفردات

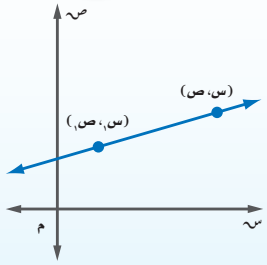
صيغة الميل ونقطة

مفهوم أساسي — صيغة الميل ونقطة

مطويتك

التعبير اللفظي: تعبر المعادلة الخطية ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$) عن معادلة المستقيم غير الرأسي بصيغة الميل ونقطة، حيث (س$_١$، ص$_١$) نقطة معطاة تقع على المستقيم، م ميل هذا المستقيم.

الرموز: ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$)



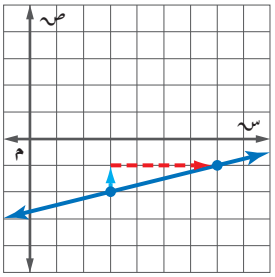
مثال ١ — كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة وتمثيلها بيانيًّا

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، −٢) وميله $\frac{١}{٤}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا.

ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$) — صيغة الميل ونقطة

ص − (−٢) = $\frac{١}{٤}$ (س − ٣) — (س$_١$، ص$_١$) = (٣، −٢)، م = $\frac{١}{٤}$

ص + ٢ = $\frac{١}{٤}$ (س − ٣) — بسّط



وللتمثيل البياني عيّن النقطة (٣، −٢)، واستعمل الميل لإيجاد نقطة أخرى على المستقيم، ثم ارسم المستقيم الواصل بين هاتين النقطتين.

تحقق من فهمك

١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢، ١) وميله −٦ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا.

صيغ المعادلات الخطية : إذا عُلم ميل المستقيم وإحداثيا نقطة أو عُلمت نقطتان، فيمكنك كتابة المعادلة الخطية بإحدى الطرائق الآتية:

إرشادات للدراسة

الميل :
يظل الميل ثابتًا عند أي نقطتين على المستقيم، ويمكن تسمية أي منهما $(س_١ ، ص_١)$ والأخرى $(س_٢ ، ص_٢)$.

ملخص المفهوم

كتابة المعادلات

مطويتك

المعطى: الميل ونقطة

الخطوة ١ : عوّض عن قيم م ، $س_١$ ، $ص_١$ في المعادلة:
ص – $ص_١$ = م (س – $س_١$)، أو
عوّض عن قيم م، س، ص في صيغة الميل والمقطع وحلها لإيجاد قيمة ب.

الخطوة ٢ : أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.

المعطى: نقطتان

الخطوة ١ : أوجد الميل.

الخطوة ٢ : اختر إحدى النقطتين.

الخطوة ٣ : اتبع الخطوات نفسها الواردة في كتابة معادلة المستقيم إذا عُلم الميل ونقطة.

مراجعة المفردات

الصورة القياسية للمعادلة الخطية
هي أ س + ب ص = جـ ، أ ≥ ٠، أ، ب لا تساوي صفرًا معًا، أ، ب، جـ أعداد صحيحة، العامل المشترك الأكبر لها يساوي ١ (الدرس ٢-٣)

مثال ٢ الصورة القياسية لمعادلة مستقيم

اكتب المعادلة ص – ١ = $-\frac{٢}{٣}$ (س – ٥) بالصورة القياسية.

ص – ١ = $-\frac{٢}{٣}$ (س – ٥)	المعادلة الأصلية
٣ (ص – ١) = ٣ $(-\frac{٢}{٣})$ (س – ٥)	اضرب كل طرف في العدد (٣) للتخلص من الكسر
٣ (ص – ١) = –٢ (س – ٥)	بسّط
٣ ص – ٣ = –٢س + ١٠	خاصية التوزيع
٣ص = –٢س + ١٣	أضف (٣) إلى كل طرف
٢س + ٣ص = ١٣	أضف ٢س إلى كل طرف

تحقق من فهمك

٢) اكتب المعادلة ص – ١ = ٧ (س + ٥) بالصورة القياسية.

لإيجاد المقطع الصادي لمعادلة، أعد كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٣ صيغة الميل والمقطع

اكتب المعادلة ص + ٣ = $\frac{٣}{٢}$ (س + ١) بصيغة الميل والمقطع.

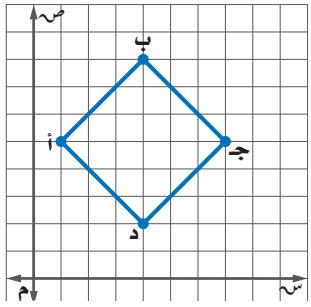
ص + ٣ = $\frac{٣}{٢}$ (س + ١)	المعادلة الأصلية
ص + ٣ = $\frac{٣}{٢}$ س + $\frac{٣}{٢}$	خاصية التوزيع
ص = $\frac{٣}{٢}$ س – $\frac{٣}{٢}$	اطرح ٣ من كل طرف

تحقق من فهمك

٣) اكتب المعادلة ص + ٦ = –٣ (س – ٤) بصيغة الميل والمقطع.

ويفيد استعمال الصيغ المختلفة للمعادلات الخطية في موضوعات أخرى.

مثال ٤ صيغة الميل ونقطة والصورة القياسية



هندسة: يبيِّن الشكل المجاور المربع أ ب جـ د.

أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن $\overline{\text{جـ د}}$ بصيغة الميل ونقطة.

الخطوة ١: أوجد ميل $\overline{\text{جـ د}}$.

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$ صيغة الميل

$$= \frac{٢ - ٥}{٤ - ٧} = ١$$ (س$_١$، ص$_١$) = (٤، ٢)، (س$_٢$، ص$_٢$) = (٧، ٥)

الخطوة ٢: عوض في صيغة الميل ونقطة.

ص − ص$_١$ = م(س − س$_١$) صيغة الميل ونقطة

ص − ٢ = ١(س − ٤) (س$_١$، ص$_١$) = (٤، ٢)

أو: ص − ٥ = ١(س − ٧) على اعتبار أن (س$_٢$، ص$_٢$) = (٧، ٥)

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

ص − ٢ = ١ (س − ٤)	المعادلة الأصلية	ص − ٥ = ١ (س − ٧)
ص − ٢ = س − ٤	خاصية التوزيع	ص − ٥ = س − ٧
ص = س − ٢	أضف ٢ إلى كل طرف	ص = س − ٢
−س + ص = −٢	اطرح ١س من كل طرف	−س + ص = −٢
س − ص = ٢	اضرب كل طرف في (−١)	س − ص = ٢

تحقق من فهمك

٤أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$ بصيغة الميل ونقطة.

٤ب) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$ بالصورة القياسية.

إرشادات للدراسة

الميل في المربع

الأضلاع المتقابلة وغير الرأسية في المربع لها الميل نفسه. وإذا كانت إحداثيات أحد الرؤوس غير معطاة، فاستعمل ميل الضلع المقابل لإيجادها.

تأكد

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا:

١) يمر بالنقطة (−٢، ٥)، وميله −٦

٢) يمر بالنقطة (−٢، −٨)، وميله $\frac{٥}{٦}$

مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

٣) ص + ٢ = $\frac{٧}{٨}$(س − ٣)

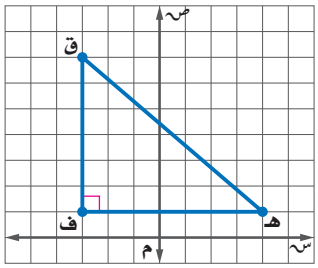
٤) ص + ٧ = −٥(س + ٣)

٥) ص + ٢ = $\frac{٥}{٣}$(س + ٦)

مثال ٣ اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

٦) ص − ١٠ = ٤(س + ٦)　　٧) ص − ٧ = $-\frac{٣}{٤}$(س + ٥)　　٨) ص − ٩ = س + ٤

مثال ٤ ٩) **هندسة:** استعمل المثلث القائم ف ق هـ للإجابة عما يأتي:



أ) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{ق هـ}}$.

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّله بيانيًا:

١٠) يمر بالنقطة (٥، ٣)؛ وميله ٧　　١١) يمر بالنقطة (٢، −١)؛ وميله −٣

١٢) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة (−٦، ٠) بصيغة الميل ونقطة.

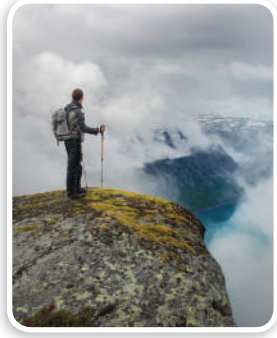
مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

١٣) ص − ١٠ = ٢(س − ٨)　　١٤) ص − ٦ = −٣(س + ٢)　　١٥) ص + ٤ = $\frac{٢}{٣}$(س + ٧)

مثال ٣ اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع :

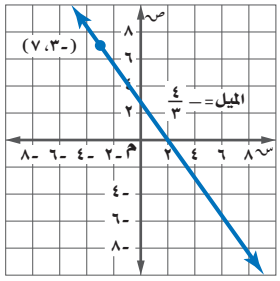
١٦) ص − ٦ = −٢(س − ٧)　　١٧) ص + ٥ = ٦(س + ٧)　　١٨) ص + ٢ = $\frac{١}{٦}$(س − ٤)

مثال ٤ ١٩) معتمدًا على الشكل الوارد في مثال ٤. اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{أ د}}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم بالصورة القياسية.



اكتب معادلة المستقيم في كل من السؤالين الآتيين بالصورة القياسية:

٢٠) ص + ٨ = $-\frac{١١}{١٢}$(س − ١٤)　　٢١) ص − ٣ = ٢,٥ (س + ١)



٢٢) اكتب معادلة المستقيم الممثل في الشكل المجاور بصيغة الميل ونقطة.

الربط مع الحياة

ينخفض الضغط الجوي وتقل كمية الأكسجين كلما ارتفعنا إلى أعلى، ويسبّب التعرض للضغط الجوي المنخفض لفترات طويلة أمراضًا معينة.

٢٣) **طقس:** الضغط الجوي هو دالة خطية في الارتفاع. فالضغط الجوي يساوي ٥٩٨ ملمتر زئبق عند ارتفاع ١,٨ كيلومتر، ويساوي ٥٧٧ ملمتر زئبق عند ارتفاع ٢,١ كيلومتر.

أ) اكتب صيغة الضغط الجوي على صورة دالة في الارتفاع.

ب) ما الارتفاع بالكيلومترات الذي تساوي عنده قيمة الضغط الجوي ٦٥٧ ملمتر زئبق؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٤) **اكتشف الخطأ:** يكتب كل من أنس وأيمن معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (٣، −٧)، (−٦، ٤) بصيغة الميل ونقطة. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

أنس	أيمن
ص − ٧ = −$\frac{١١}{٩}$ (س + ٣)	ص − ٤ = −$\frac{١١}{٩}$ (س + ٦)

٢٥) **تبرير:** اكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (−٤، ٨)، (٣، −٧). وما ميله؟ وأين يقطع كلًّا من محوري السينات والصادات؟

٢٦) **تحدٍّ:** اكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (ف ، جـ)، (هـ ، ي) بصيغة الميل ونقطة.

٢٧) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يتضمن معدلًا ثابتًا للتغير وقيمة للمتغير ص تقابل قيمة محددة للمتغير س ، ومثّل هذا الموقف باستعمال معادلة خط مستقيم بصيغة الميل ونقطة، وبصيغة الميل والمقطع.

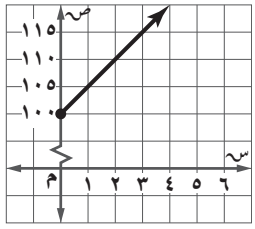
٢٨) **اكتب:** وَضِّح كيف يمكنك استعمال صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة.

تدريب على اختبار

٢٩) **قسائم مشتريات:** يقدم متجر قسيمة مشتريات لعملائه بقيمة ٥ ريالات عن كل ٧٥ ريالًا من المشتريات. إذا أراد عميل أن يحصل على قسيمة شرائية بقيمة ٣٥ ريالًا، فكم ريالًا عليه أن يدفع؟

أ) ٣٧٥ ريالًا
جـ) ٥٢٥ ريالًا
ب) ١٠٥ ريالات
د) ٢٦٢٥ ريالًا

٣٠) أي العبارات الآتية يمثلها الشكل أدناه؟



أ) لديك ١٠٠ ريال، وتصرف منها ٥ ريالات أسبوعيًّا.
جـ) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، وتوفر ٥ ريالات أسبوعيًّا.
ب) لديك ١٠٠ ريال، وتوفر ٥ ريالات أخرى أسبوعيًّا.
د) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، وتصرف ٥ ريالات أسبوعيًّا.

مراجعة تراكمية

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٢)، (−٢، −٤) بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٣-٢)

٣٢) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله −٢، ومقطعه الصادي ٦ بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٣-١)

٣٣) **مسرح مدرسي:** يحتوي مسرح على ٧ صفوف من المقاعد المرتبة على شكل متتابعة حسابية، كما في الجدول المجاور. فإذا حضر الحفل ٣٨٦ شخصًا، فهل يكون المسرح قد تجاوز ما يستوعبه؟ (الدرس ٢-٦)

الصف	عدد المقاعد
السابع	٧٦
السادس	٦٨
الخامس	٦٠

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٣٤) ص = ٣ص + ٦

٣٥) ٤ب − ٥ = −ب + ٢

رابط الدرس الرقمي

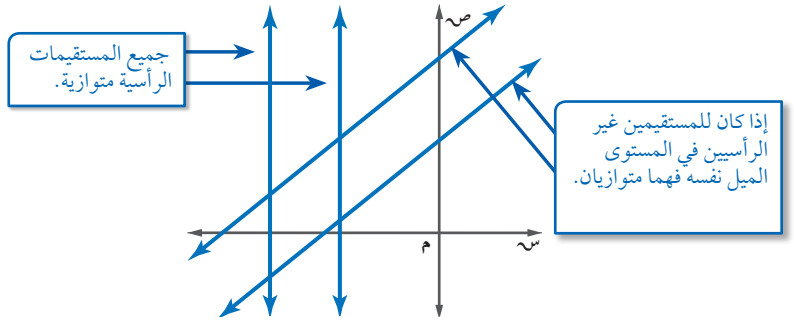
www.ien.edu.sa

٣-٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

لماذا؟

عند النظر إلى المربعات والمستطيلات والمستقيمات في اللوحة الفنية المجاورة، تجد أن بعض الخطوط المستقيمة تتقاطع لتكوّن زوايا قائمة، وبعضها الآخر لا يتقاطع أبدًا.

المستقيمان المتوازيان: المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر، يسميان **مستقيمين متوازيين**، ويكون لهما الميل نفسه.



ولكتابة معادلة مستقيم علمت إحدى نقاطه ومعادلة مستقيم آخر يوازيه، أوجد أولًا ميل المستقيم المعلوم، ثم عوض عن الميل والنقطة المعطاة في المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية بصيغة الميل ونقطة.

والآن

- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا.
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا.

المفردات

المستقيمان المتوازيان

المستقيمان المتعامدان

مثال ١ المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٣، ٥) والموازي للمستقيم ص= ٢س - ٤.

الخطوة ١: بما أن ميل المستقيم ص= ٢س- ٤ يساوي ٢، فإن ميل المستقيم الموازي له يساوي ٢ أيضًا.

الخطوة ٢: أوجد المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

ص - ص١ = م(س - س١)	صيغة الميل ونقطة
ص - ٥ = ٢[س - (-٣)]	عوّض عن م بـ (٢)، وعن (س١، ص١) بـ (-٣، ٥)
ص - ٥ = ٢(س + ٣)	بسّط
ص - ٥ = ٢س + ٦	خاصية التوزيع
ص - ٥ + ٥ = ٢س + ٦ + ٥	أضف (٥) إلى كل طرف.
ص = ٢س + ١١	بسّط.

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: ص=٢س+١١

تحقق من فهمك

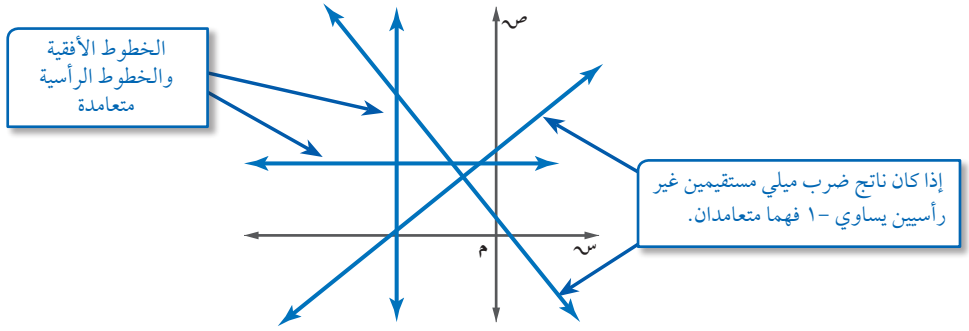
١) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، -١) والموازي للمستقيم ص= $\frac{١}{٤}$ س+ ٧.

مراجعة المفردات

معكوس المقلوب

معكوس مقلوب العدد $\frac{أ}{ب}$ هو $-\frac{ب}{أ}$.

المستقيمان المتعامدان: المستقيمان اللذان يتقاطعان مكوّنيْن زوايا قائمة يسميان **مستقيمين متعامدين**، ويكون ميل كل منهما معكوس مقلوب الآخر. فمثلًا إذا كان ميل أحدهما ٤، فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $-\frac{١}{٤}$.

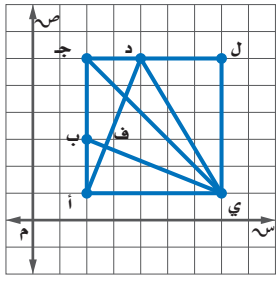


باستعمال الميل يمكنك تحديد هل المستقيمان متعامدان أم لا.

مثال ٢ من واقع الحياة — ميلا المستقيمين المتعامدين

تصميم: يبيِّن الشكل الآتي مخططًا لشعار إحدى الشركات ممثلًا على المستوى الإحداثي:

أ) هل ∠ د ف ي قائمة؟



إذا كان الضلعان $\overline{ب ي}$ ، $\overline{أ د}$ متعامدين، فإن ∠ د ف ي تكون قائمة.

أوجد ميل كل من $\overline{ب ي}$ ، $\overline{أ د}$.

$$\text{ميل } \overline{ب ي} = \frac{٣ - ١}{٧ - ٢} = \frac{٢-}{٥}$$

$$\text{ميل } \overline{أ د} = \frac{١ - ٦}{٢ - ٤} = \frac{٥}{٢}$$

بما أن $\frac{٢-}{٥} \times \frac{٥}{٢} = -١$. فالضلعان متعامدان، إذن ∠ د ف ي قائمة.

ب) هل كل ضلعين متقابلين في الشكل أ جـ ل ي متوازيان؟

إذا كان الضلعان المتقابلان متوازيين فإن لهما الميل نفسه.

ميل $\overline{أ جـ} = \frac{١ - ٦}{٢ - ٢}$ (غير معرف) وميل $\overline{ل ي} = \frac{١ - ٦}{٧ - ٧}$ (غيرمعرف)، لذا $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ل ي}$ رأسيان ويوازيان محور الصادات وبالتالي فهما متوازيان.

ميل $\overline{جـ ل} = \frac{٦ - ٦}{٢ - ٧} = ٠$، وميل $\overline{أ ي} = \frac{١ - ١}{٢ - ٧} = ٠$، لذا فالضلعان $\overline{جـ ل}$ ، $\overline{أ ي}$ أفقيان ويوازيان محور السينات، وبالتالي فهما متوازيان.

تحقق من فهمك

٢) إنشاءات: تظهر على واجهة منزل عارضتان خشبيتان، مُثّلت إحداهما بالقطعة المستقيمة $\overline{ك ر}$ التي طرفاها ك (−٦، ٢)، ر (−١، ٨)، ومُثّلت العارضة المتصلة بها بالقطعة المستقيمة $\overline{س ت}$ التي طرفاها س (−٣، ٦)، ت (−٨، ٥). فهل هاتان العارضتان متعامدتان؟ وضح إجابتك.

يمكنك أن تحدد ما إذا كان المستقيمان الممثلان بيانيًّا متوازيين أم متعامدين بمقارنة ميليهما.

قراءة الرياضيات

التوازي والتعامد

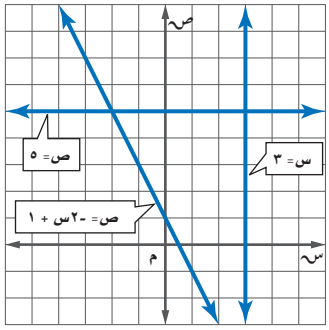
يستعمل الرمز || للدلالة على التوازي، والرمز ⊥ للدلالة على التعامد.

مثال ٣ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:

ص = ٥، س = ٣، ص = −٢س + ١

مثّل كل معادلة على المستوى الإحداثي.



من التمثيل البياني يمكنك ملاحظة أن المستقيم ص = ٥ يوازي محور السينات، وأن المستقيم س = ٣ يوازي محور الصادات، لذا فهما متعامدان، ولا يتوازى أي مستقيمين من الثلاثة.

تحقق من فهمك

٣) حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:
٦س − ٢ص = −٢، ص = ٣س − ٤، ص = ٤.

يمكنك كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا آخر علمت معادلته.

إرشادات للدراسة

تمثيل المسألة بيانيًا

مثّل معادلة المستقيم المعلوم على ورقة رسم بياني، ثم عيِّن النقطة المعطاة ، واستعمل مسطرة لرسم المستقيم العمودي المار بالنقطة المعطاة.

مثال ٤ المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٤، ٦)، والمعامد للمستقيم ٢س + ٣ص = ١٢ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم المعطى بإيجاد قيمة ص.

٢س + ٣ص = ١٢	المعادلة الأصلية
٢س − **٢س** + ٣ص = − **٢س** + ١٢	اطرح ٢س من كلا الطرفين
٣ص = −٢س + ١٢	بسّط
$\frac{٣ص}{٣} = \frac{-٢س + ١٢}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
ص = $-\frac{٢}{٣}$س + ٤	بسّط.

الميل = $\frac{-٢}{٣}$.

الخطوة ٢: ميل المستقيم المعامد للمستقيم المعطى هو معكوس مقلوب العدد $-\frac{٢}{٣}$؛ أي $\frac{٣}{٢}$.
أوجد معادلة المستقيم العمودي.

ص − **ص١** = **م**(س − **س١**)	صيغة الميل ونقطة
ص − ٦ = $\frac{٣}{٢}$[س − (−٤)]	(س١، ص١) = (−٤، ٦)، م = $\frac{٣}{٢}$
ص − ٦ = $\frac{٣}{٢}$(س + ٤)	بسّط
ص − ٦ + ٦ = $\frac{٣}{٢}$س + ٦ + ٦	طبق خاصية التوزيع، ثم أضف ٦ إلى كل طرف
ص = $\frac{٣}{٢}$س + ١٢	بسّط.

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: ص = $\frac{٣}{٢}$س + ١٢

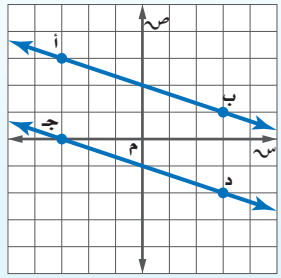
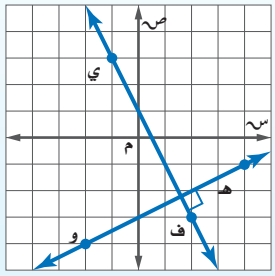
تحقق من فهمك

٤) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، ٧) والمعامد للمستقيم ص = $\frac{٤}{٥}$س − ١ بصيغة الميل والمقطع.

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

النوع	المستقيمات المتوازية	المستقيمات المتعامدة
التعبير اللفظي:	يكون المستقيمان غير الرأسيين متوازيين إذا تساوى ميلاهما.	يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي −١.
التعبير بالرموز:	$\overline{أ ب} \square \overline{جـ د}$	$\overline{هـ و} \square \overline{ف ي}$
نماذج:		

تأكد

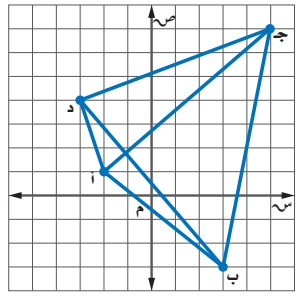
مثال ١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

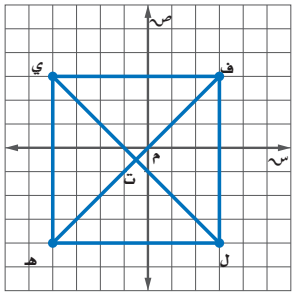
١) (−١، ٢)، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٣

٢) (٠، ٤)، ص = −٤س + ٥

مثال ٢ ٣) **حدائق:** حديقة على شكل مضلع رباعي رؤوسه: أ (−٢، ١)، ب (٣، −٣)، جـ (٥، ٧)، د (−٣، ٤)، يقطعها الممران أ جـ، ب د. فهل هذان الممران متعامدان؟ فسِّر إجابتك.

٤) **هندسة:** المربع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، وكل ضلعين متجاورين متعامدان، وقطراه متعامدان أيضًا. حدِّد إذا كان الشكل الرباعي ف ي هـ ل مربعًا أم لا، وفسِّر إجابتك.





مثال ٣ حدِّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ٥، ٦ متوازية أم متعامدة، وفسِّر إجابتك.

٥) ص = −٢س، ٢ص = س، ٤ص = ٢س + ٤

٦) ص = $\frac{١}{٢}$ س، ٣ص = س، ص = − $\frac{١}{٢}$ س

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

٧) (−٢، ٣)، ص = −$\frac{١}{٢}$ س − ٤

٨) (−١، ٤)، ص = ٣ س + ٥

تدرب وحل المسائل

مثال ١ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

٩) (٤، −٣)، ص = ٣ س − ٥

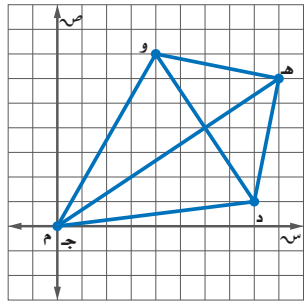
١٠) (٠، ٢)، ص = −٥ س + ٨

١١) (−٢، ٣)، ص = $-\frac{٣}{٤}$ س + ٤

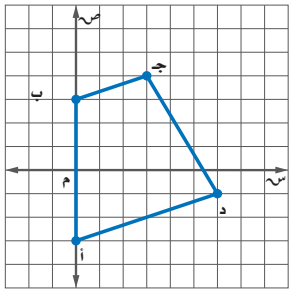
١٢) (٩، ١٢)، ص = ١٣ س − ٤

مثال ٢

١٣) **هندسة:** يمثل الشكل جـ د هـ و طائرة ورقية. هل قطراها متعامدان؟ فسر إجابتك.



١٤) **هندسة:** شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط. فهل الشكل أ ب جـ د شبه منحرف؟ فسر إجابتك.



١٥) حدِّد ما إذا كان المستقيمان ص= −٦س+ ٤، ص= $\frac{١}{٦}$ س، متعامدين أم لا، وفسِّر إجابتك.

مثال ٣ **حدِّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ١٦، ١٧ متوازية أم متعامدة، وفسِّر إجابتك:**

١٦) ٢س − ٨ص = −٢٤ ، ٤س + ص = −٢، س − ٤ص = ٤

١٧) ٣س − ٩ص = ٩ ، ٣ص = س + ١٢ ، ٢س − ٦ص = ١٢

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٨) (−٣، −٢)، ص = −٢س + ٤ ١٩) (−٥، ٢)، ص= $\frac{١}{٢}$ س − ٣ ٢٠) (−٤، ٥)، ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٦

مثال ٤ ٢١) اكتب معادلة المستقيم المعامد للمستقيم ص = $-\frac{١}{٢}$ س − ٤ والمار بمقطعه السيني بصيغة الميل والمقطع.

حدِّد ما إذا كان المستقيمان في كل مما يأتي متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك:

٢٢) ص = ٤س + ٣ ، ٤س + ص = ٣

٢٣) ص = −٢س ، ٢س + ص = ٣

٢٤) ٣س + ٥ص = ١٠ ، ٥س − ٣ص = −٦

٢٥) اكتب معادلة المستقيم الموازي للمستقيم ص= ٧س−٣ والمار بنقطة الأصل.

٢٦) **علم الآثار:** وجد عالم آثار في منطقة ما قطعة فخارية عند النقطة (٢، ٦) ، وقطعة معدنية عند النقطة (٤، −١)، فهل يتعامد المستقيم المار بكل من القطعة الفخارية والقطعة المعدنية مع المستقيم المار بالنقطتين (٧، ١٠) ، (١٤، ١٢)؟ فسِّر إجابتك.

٢٧) **تصميم:** أنشأ عبدالله تصميمًا باستعمال برنامج حاسوبي، حيث رسم قطعة مستقيمة تمر بالنقطتين (−٢، ١)، (٤، ٣)، ثم قطعة أخرى تمر بالنقطتين (٢، −٧)، (٨، −٣)، فهل تصلح هذه النقاط لتكون رؤوسًا لمستطيل؟ فسِّر إجابتك.

٢٨) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

أ) **بيانيًا:** مثِّل النقاط أ(−٣، ٣)، ب(٣، ٥)، جـ (−٤، ٠) على المستوى الإحداثي.

ب) **تحليليًا:** حدِّد إحداثيات النقطة الرابعة د ليتشكل متوازي أضلاع من النقاط الأربع، وفسِّر إجابتك.

الربط مع الحياة

يجمع علماء الآثار القطع الأثرية ويحللونها للحصول على معلومات عن الحضارات القديمة. ويتميزون بالكفاءة والدقة والقدرة على الربط بين الآثار وصولًا إلى النظريات والحقائق العلمية.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **تحدٍّ:** إذا وازى المستقيمُ المار بالنقطتين (−٢، ٤)، (٥، د) المستقيمَ ص = ٣س + ٤، فما قيمة د؟

٣٠) **تبرير:** هل المستقيم الأفقي يعامد المستقيم الرأسي أحيانًا أم دائمًا أم لا يعامده أبدًا؟ فسِّر إجابتك.

٣١) **مسألة مفتوحة:** مثِّل بيانيًّا مستقيمًا يوازي المستقيم ص = ٢س − ١، ومستقيمًا آخر يعامده.

٣٢) **اكتشف الخطأ:** يحاول فيصل وأسامة إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ والمار بالنقطة (−٣، ٥). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.

فيصل

ص − ٥ = −٣ [س − (−٣)]

ص − ٥ = −٣(س + ٣)

ص = −٣س − ٩ + ٥

ص = −٣س − ٤

أسامة

ص − ٥ = ٣ [س − (−٣)]

ص − ٥ = ٣(س + ٣)

ص = ٣س + ٩ + ٥

ص = −٣س + ١٤

٣٣) **اكتب:** وضِّح كيف يمكنك أن تحدد ما إذا كان مستقيمان معطيان متوازيين أم متعامدين.

تدريب على اختبار

٣٤) أي نقطتين فيما يأتي يمر بهما مستقيم يوازي مستقيمًا ميله $\frac{٣}{٤}$ ؟

أ) (٠، ٥)، (−٤، ٢)

ب) (٠، ٢)، (−٤، ١)

جـ) (٠، ٠)، (٠، −٢)

د) (٠، −٢)، (−٤، −٢)

٣٥) **إجابة قصيرة:** يملأ خالد بركة ماء سعتها ٦٠٠٠ جالون بمعدل ثابت، وبعد ٤ ساعات كان في البركة ٨٠٠ جالون. فما عدد الساعات اللازمة لملء البركة كاملة؟

مراجعة تراكمية

اكتب كل معادلة مما يأتي بالصورة القياسية: (الدرس ٣-٣)

٣٦) ص − ١٣ = ٤(س − ٢)

٣٧) ص − ٥ = −٢(س + ٢)

٣٨) ص + ٣ = −٥(س + ١)

٣٩) **تأجير قوارب:** استأجر محمود ورفاقه قاربًا لمدة ٣ ساعات مقابل ٩٠ ريالًا حسب القاعدة المجاورة. (الدرس ٣-٢)

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الكلية (ك) لاستئجار القارب مدة (هـ) ساعة.

ب) كم ريالًا يكلف استئجار القارب مدة ٨ ساعات؟

٤٠) مثِّل المستقيم ص = ٣س − ٢ بيانيًّا. (الدرس ٣-١)

٤١) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم ص + ٢س = ٨ (الدرس ٣-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٤٢) ١٠٤ = ل − ٦٧

٤٣) ٤ − س = −٧

٤٤) $\frac{٢}{٣}$ ص = ١٤

٤٥) $\frac{٩}{س}$ = −٢٧

١) مثِّل المعادلة ص = ٢س – ٣ بيانيًّا.

٢) **اختيار من متعدد:** اشترى أسامة فطيرة بيتزا بـ٢٨ ريالًا وعددًا س من علب العصير، ما المعادلة التي تعبّر عن المبلغ الإجمالي (ت) الذي دفعه أسامة، إذا كان ثمن علبة العصير ١,٥ ريال؟

أ) ت = ٢٨س + ١,٥

ب) ت = ٢٩,٥ س

جـ) ت = ٢٨ + ١,٥ س

د) ت = ١,٥ س – ٢٨

٣) **قوارب:** اكتب بصيغة الميل والمقطع المعادلة التي تمثل تكلفة استئجار قارب (ص) واستعماله مدة (ن) ساعة.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كلٍّ من الحالات الآتية:

٤) يمر بالنقطة (–٤، ٢)، وميله يساوي –٣

٥) يمر بالنقطة (٣، –٥)، وميله يساوي $-\frac{٢}{٣}$

٦) يمر بالنقطتين (١، ٤)، (٣، ١٠)

٧) يمر بالنقطتين (٠، ٤)، (–٣، ٠)

٨) يمر بالنقطتين (٢، ٥)، (–٢، ٨)

٩) اكتب المعادلة ص + ٣ = $\frac{١}{٢}$ (س – ٥) في الصورة القياسية.

اكتب بصيغة الميل والمقطع كل معادلة فيما يأتي:

١٠) ص – ٣ = ٤(س + ٣)

١١) ص + ١ = $\frac{١}{٢}$ (س – ٨)

١٢) ص + ٤ = –٧ (س – ٣)

١٣) بيِّن ما إذا كان المستقيمان:
ص = –٦س + ٨ ، ٣س + $\frac{١}{٢}$ ص = –٣ متوازيين، أم متعامدين، أم غير ذلك. وفسِّر إجابتك.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٤) (٣، –٤)، ص = –١ –٣س – ٥

١٥) (٠، –٣)، ص = –٢س + ٤

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٦) (–٤، –٥)، –٤س + ٥ص = –٦

١٧) (–١، –٤)، –س – ٢ص = ٠

١٨) **اختيار من متعدد:** ثمن وجبة الطعام في أحد المطاعم ١٢ ريالًا مضافًا إليها ٢,٥٠ ريال لكل نوع إضافي من المقبلات. أي المعادلات الآتية تمثل ثمن وجبة طعام مع العدد(ت) من المقبلات؟

أ) ص = ١٢ت + ٢,٥

ب) ص = ١٤,٥٠ ت

جـ) ص = ١٢ + ٢,٥ ت

د) ص = ٢,٥٠ت – ١٢

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) إذا كان للمستقيم ميل موجب ومقطع صادي سالب، فماذا يحدث للمقطع السيني إذا زاد كلٌّ من الميل والمقطع الصادي إلى مثليه؟

أ) يصبح المقطع السيني أربعة أمثال الأصلي.

ب) يصبح المقطع السيني مثلي الأصلي.

جـ) يصبح المقطع السيني $\frac{١}{٤}$ الأصلي.

د) يبقى المقطع السيني كما هو.

٢) يبيِّن الجدول أدناه العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية والفهرنهايتية. فأي المعادلات الخطية الآتية تمثل هذه العلاقة؟

الدرجات السيليزية (س)	الدرجات الفهرنهايتية (ف)
°١٠	°٥٠
°١٥	°٥٩
°٢٠	°٦٨
°٢٥	°٧٧
°٣٠	°٨٦

أ) ف = $\frac{٨}{٥}$ س + ٣٥ **جـ)** ف = $\frac{٩}{٥}$ س + ٣٢

ب) ف = $\frac{٤}{٥}$ س + ٤٢ **د)** ف = $\frac{١٢}{٥}$ س + ٢٦

٣) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠، ٥) ، (٦، ٢) يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ **جـ)** ٢

ب) $-\frac{١}{٢}$ **د)** -٢

٤) حل المعادلة: $\frac{س}{١٢}$ = ٥ هو:

أ) $\frac{١٢}{٥}$ **جـ)** ١٧

ب) $\frac{٥}{١٢}$ **د)** ٦٠

٥) حل المعادلة: -٩ = ٣ت + ٦ هو:

أ) -١٥ **جـ)** -٥

ب) -٣ **د)** ٥

٦) حل المعادلة: ٣ (ب + ٤) = ٣٣ هو:

أ) ٧ **جـ)** ١٥

ب) ١١ **د)** ٢٦

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) مثِّل الدالة ص= ٢س + ٣ بيانيًّا.

٨) وضِّح كيف تحدد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم متعامدين.

٩) حُلَّ المعادلة ٢(س-١) =٨ إذا كانت مجموعة التعويض هي: { ١، ٣، ٥، ٧، ٩ } .

١٠) اكتب كلًّا من مجال ومدى العلاقة:
{ (١، ٣) ، (٢، ٤) ، (٣، ٥) ، (٤، ٦) }.

١١) حدِّد ما إذا كانت العلاقة الآتية دالة أم لا، وفسِّر إجابتك:
{ (٨، ٤) ، (٦، ٣) ، (٤، ٢) ، (٢، ١) ، (٠، ٠) }

١٢) حُلَّ المعادلة: |س - ٦| = ١١ .

١٣) حُلَّ المعادلة: ٢٥س - ٢٢٠ = ٥س

١٤) اكتب المعادلة: ٢٥ س - ٣٥ = ٥ ص بالصورة القياسية.

إجابة مطولة

أجب عن كلِّ سؤالٍ موضحًا خطوات الحل:

١٥) اشترى مروان سيارةً بمبلغ ٧٥٠٠٠ ريالٍ، إذا كانت قيمة السيارة تتناقص بمعدل ٥٠٠٠ ريالٍ سنويًّا.

أ) كوِّن جدولًا يبين قيمة السيارة بعد عام، وعامين، و٣ أعوام، و٤ أعوام من شرائها.

ب) لتكن (ن) عدد السنوات منذ شراء السيارة، اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد (ق) قيمة السيارة بعد (ن) سنةً.

جـ) استعمل المعادلة التي كتبتها، وأوجد قيمة السيارة بعد ٨ سنواتٍ من تاريخ شرائها.

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	٣-٢	٣-٢	٢-٥	١-٢	١-٣	١-٣	٢-٣	٣-٤	١-١	٢-١	٢-٢	١-٥	١-٤	٣-٣	٢-٦

الفصل ٤

المتباينات الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية.

والآن

- أحل متباينات ذات خطوة واحدة، وأخرى متعددة الخطوات.
- أحل متباينات مركبة ، وأخرى تتضمن القيمة المطلقة.

لماذا؟

مياه: تعاني دول مجلس التعاون لدول الخليج العربي من نقص كميات الأمطار السنوية. وتشير الإحصاءات إلى أن معدل الأمطار السنوي يتراوح بين ٧٠ إلى ١٣٠ ملمترًا، باستثناء السلاسل الجبلية في الجنوب الغربي للمملكة العربية السعودية وجنوب عُمان التي قد يصل معدل الأمطار في كل منها إلى أكثر من ٥٠٠ ملم.

المفردات:

- الصفة المميزة للمجموعة ص (١٢٥)
- خاصية الضرب للمتباينات ص (١٣٠)
- خاصية القسمة للمتباينات ص (١٣٢)
- المتباينة المركبة ص (١٤٣)

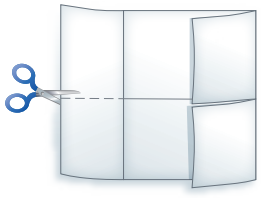
المطويات منظم أفكار

المتباينات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المتباينات الخطية مبتدئًا بورقة A4 .

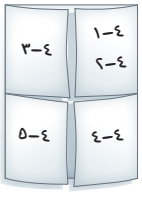
١ **اطو** جانبي الورقة طوليًّا بحيث تلتقي الحافتان في الوسط.

٢ **اعد** طي الورقة نصفين.

٣ **افتح** الورقة وقصّ كلًا من الطرفين على خط الطي العرضي حتى تصل إلى الخط الرأسي.



٤ **سمّ** الطيات الأربع بأرقام الدروس.



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٤

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد قيمة كل من العبارتين الآتيتين عند القيم المعطاة بجوارهما: (مهارة سابقة)

١) ٣س + ص إذا كانت س = −٤ ، ص = ٢

٢) −٢م + ٣ك إذا كانت م = −٨ ، ك = ٣

٣) **سيارات:** تمثل العبارة $\frac{\text{ف كلم}}{\text{ل لتر}}$ معدل استهلاك الوقود في السيارة. احسب (إلى أقرب جزء من عشرة) معدل استهلاك سيارة للوقود إذا استهلكت ١٢ لترًا من البنزين عندما قطعت ٩٥ كلم.

حل كلًّا من المعادلات الآتية: (الدروس: ١-٢، ١-٣، ١-٤)

٤) س + ٨ = −٣

٥) ٤س = −١٦

٦) $\frac{\text{س}}{٣} = ٧$

٧) ٢س + ١ = ٩

٨) ٩س + ٢ = ٣س − ١٠

٩) ٣(س − ٢) = −٢(س + ١٣)

١٠) **نقود:** في حصالة صالح ٣٢٥ ريالًا، ويرغب في أن يدخر ١٠٠ ريال كل شهر. اكتب معادلة لإيجاد المبلغ (م) الذي سيصبح معه بعد (ن) شهرًا .

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ١-٥)

١١) |س + ١١| = ١٨

١٢) |٣س − ٢| = ١٦

١٣) **دراسة:** في دراسة مسحية، وجد أن ٧٢٪ من الأشخاص يفضلون قراءة الكتب الدينية ، فإذا كانت نسبة الخطأ في النتائج ٢٪، فما الحدان الأدنى والأعلى للنسبة المئوية للذين يفضلون قراءة الكتب الدينية؟

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد قيمة $-٣س^{٢} + ٤س - ٦$ إذا كانت س = −٢.

$-٣س^{٢} + ٤س - ٦$	المعادلة الأصلية
$= -٣(-٢)^{٢} + ٤(-٢) - ٦$	عوّض س = −٢
$= -٣(٤) + ٤(-٢) - ٦$	احسب القوة
$= -١٢ + (-٨) - ٦$	اضرب
$= -٢٦$	اجمع واطرح

مثال ٢

حل المعادلة: −٢(س − ٤) = ٧س − ١٩.

−٢(س − ٤) = ٧س − ١٩	المعادلة الأصلية
−٢س + ٨ = ٧س − ١٩	خاصية التوزيع
−٢س + ٨ + ٢س = ٧س − ١٩ + ٢س	أضف ٢س إلى كلا الطرفين
٨ = ٩س − ١٩	بسّط
٨ + ١٩ = ٩س − ١٩ + ١٩	أضف ١٩ إلى كلا الطرفين
٢٧ = ٩س	بسّط
٣ = س	اقسم كلا الطرفين على ٩

مثال ٣

حل المعادلة: |س − ٤| = ٩.

إذا كانت |س − ٤| = ٩، فإما أن تكون

س − ٤ = ٩	وإما س − ٤ = −٩
س − ٤ + ٤ = ٩ + ٤	س − ٤ + ٤ = −٩ + ٤
س = ١٣	س = −٥

إذن مجموعة الحل: {−٥، ١٣}.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

١-٤ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

فيما سبق

درست حل معادلات خطية باستعمال الجمع والطرح.

والآن

- أحل متباينات خطية باستعمال الجمع.
- أحل متباينات خطية باستعمال الطرح.

المفردات

الصفة المميزة للمجموعة

لماذا؟

تبين المعلومات الواردة في الجدول أدناه أن المخصصات اليومية المقترحة من السعرات الحرارية للذكور الذين تتراوح أعمارهم بين ١١-١٤ سنة، تقل عن الكمية المقترحة للذين تتراوح أعمارهم بين ١٥-١٨ سنة.

السعرات الحرارية	
العمر ١١-١٤ سنة	العمر ١٥-١٨ سنة
٢٢٢٠	٢٧٥٥

المصدر: Vital Health Zone

٢٧٥٥ > ٢٢٢٠

إذا أكل شخص عمره ١٣ سنة وشخص عمره ١٦ سنة طعامًا يحتوي كمية من السعرات تزيد ١٥٠ سعرًا على الكمية المقترحة لكل منهما، فإن كمية السعرات الحرارية التي حصل عليها الذي عمره ١٣ سنة تبقى أقل من التي حصل عليها الذي عمره ١٦ سنة.

٢٢٢٠ + ١٥٠ ؟ ٢٧٥٥ + ١٥٠

٢٣٧٠ > ٢٩٠٥

حلّ المتباينات باستعمال الجمع يوضح هذا المثال خاصية الجمع للمتباينات.

مفهوم أساسي — **خاصية الجمع للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا أضيف العدد نفسه إلى كل من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ، ب، جـ :

١) إذا كانت أ > ب، فإن أ + جـ > ب + جـ.

٢) إذا كانت أ < ب، فإن أ + جـ < ب + جـ.

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي ≤ و ≥ .

مثال ١ — **الحل بالجمع**

حُلّ المتباينة س - ١٢ ≤ ٨ . وتحقق من صحة الحل.

س - ١٢ ≤ ٨	المتباينة الأصلية
س - ١٢ + ١٢ ≤ ٨ + ١٢	أضف ١٢ إلى كلا الطرفين
س ≤ ٢٠	بسّط

لذا فمجموعة الحل هي: { كل الأعداد الأكبر من أو تساوي ٢٠} .

تحقق للتحقق من صحة الحل عوّض عن س في المتباينة الأصلية بثلاثة أعداد مختلفة على أن يكون أحدها ٢٠، والعدد الثاني أكبر من ٢٠ والعدد الثالث أصغر من ٢٠.

تحقق من فهمك

حُلّ كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

١أ) ٢٢ > م - ٨ **١ب)** د - ١٤ ≤ - ١٩

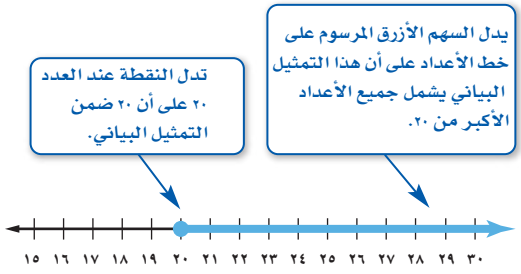
قراءة الرياضيات

الصفة المميزة للمجموعة

تقرأ { س| س ≤ ٢٠} مجموعة كل الأعداد س، حيث س أكبر من أو تساوي ٢٠.

الطريقة المختصرة لكتابة مجموعة الحل هي استعمال **الصفة المميزة للمجموعة**، وتكون مجموعة الحل للمثال ١ بهذه الطريقة هي { س | س ≤ ٢٠}.

ويمكن تمثيل هذه المجموعة بيانيًّا على خط الأعداد، ويجب التحقق إن كانت نقطة طرف التمثيل البياني للمتباينة دائرة مفتوحة أو دائرة مغلقة. فإذا كانت نقطة الطرف غير متضمنة في التمثيل البياني فاستعمل الدائرة المفتوحة، أما إذا كان التمثيل يتضمنها فاستعمل الدائرة المغلقة.



حلّ المتباينات باستعمال الطرح يستعمل الطرح أيضًا لحل المتباينات.

مفهوم أساسي — **خاصية الطرح للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ ، ب ، جـ .

١) إذا كانت أ > ب ، فإن أ – جـ > ب – جـ .

٢) إذا كانت أ < ب ، فإن أ – جـ < ب – جـ .

وتبقى هذه الخاصية صحيحة أيضًا في حالتي ≤ و ≥ .

إرشادات للاختبار

فصل المتغير

عند حل المتباينات يكون الهدف فصل المتغير في أحد طرفيها. وهو الهدف نفسه في حل المعادلات.

مثال ٢ — **الحل بالطرح**

حُلّ المتباينة: م + ١٩ > ٥٦ .

م + ١٩ > ٥٦	المتباينة الأصلية
م + ١٩ – ١٩ > ٥٦ – ١٩	اطرح ١٩ من كلا الطرفين
م > ٣٧	بسّط

لذا مجموعة الحل هي: { م| م > ٣٧} .

تحقق من فهمك

٢) حُلّ المتباينة ف + ٨ ≥ ١٨ .

عند حل المتباينة لا تقتصر عملية الطرح على الثوابت فقط ، ولكن يمكن طرح المتغيرات من كلا طرفيها.

إرشادات للدراسة

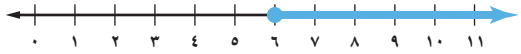
كتابة المتباينات:
تبسيط المتباينة بجعل المتغير في طرفها الأيمن كما في المتباينة أ ≤ ٦، يساعد على كتابة مجموعة الحل باستعمال الصفة المميزة للمجموعة بسهولة.

مثال ٣ المتغير في طرفي المتباينة

حُلّ المتباينة: ٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ ، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد.

٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ	المتباينة الأصلية
٣أ – ٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ – ٣ أ	اطرح ٣ أ من كلا طرفي المتباينة
٦ ≥ أ	بسّط

بما أن المتباينة ٦ ≥ أ هي نفسها أ ≤ ٦، فإن مجموعة الحل هي {أ | أ ≤ ٦}.



تحقق من فهمك

حُلّ كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

٣أ) ٩ن – ١ < ١٠ن **٣ب)** ٥هـ ≥ ١٢ + ٤هـ

يمكنك حل المسائل اللفظية التي تحتوي عبارات مثل " أكبر من "، أو " أقل من " باستعمال المتباينات.

ملخص المفهوم العبارات التي تدل على متباينات

أضف إلى مطويتك

>	<	≥	≤
أقل من أصغر من	أكبر من أكثر من	أقل من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على	أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقل عن

مثال ٤ من واقع الحياة استعمال المتباينات لحل المسائل

وظائف: **اشترطت مؤسسة على أحمد ألا يقل معدل إدخاله على الحاسوب عن ٦٤ كلمة في الدقيقة ليحصل على وظيفة فيها. فإذا كان معدله الآن ٤٨ كلمة في الدقيقة، فكم يجب أن يزيد معدل الكلمات التي يدخلها حتى يحصل على الوظيفة؟**

التعبير اللفظي يجب أن يصبح معدّل إدخاله ٦٤ كلمة في الدقيقة على الأقل.

المتغير افترض أن ن = عدد الكلمات التي يجب أن يزيدها على معدله.

المتباينة ٤٨ + ن ≥ ٦٤

٤٨ + ن ≥ ٦٤	المتباينة الأصلية
٤٨ + ن – ٤٨ ≥ ٦٤ – ٤٨	اطرح ٤٨ من الطرفين
ن ≥ ١٦	بسّط

يجب أن يزيد أحمد معدل الكلمات التي يدخلها بمقدار ١٦ كلمة في الدقيقة أو أكثر.

تحقق من فهمك

٤) تسوق: يرغب خالد في إنفاق ١٩٥ ريالًا في مركز تجاري، فاشترى قميصًا بمبلغ ٧٥ ريالًا، وحزامًا بمبلغ ٤٢ ريالًا. فإذا أراد أن يشتري بنطالًا، فما المبلغ الذي يمكن أن يدفعه لذلك؟

الربط مع الحياة

من الاختراعات المؤثرة في حياة البشرية ظهور الحاسب الآلي واستخدامه في مجالات الكتابة والطباعة وغيرهما، ودوره في إنجاز الأعمال بسرعة ودقة.

تأكد

المثالان ١ ، ٢ حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

١) س − ٣ > ٧

٢) ٥ ≤ ٧ + ص

٣) ق + ٦ > ٢

٤) ١١ ≥ ك + ٤

٥) ١٠ > ن − ١

٦) ٨ ن ≤ ٧ ن − ٣

المثال ٣ عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلها:

٧) ناتج جمع عدد وأربعة لا يقل عن ١٠ .

٨) ناتج جمع عدد وثلاثة يقل عن مثليهِ.

المثال ٤ ٩) **مدينة ألعاب:** تتحرك أرجوحة إلى الأمام وإلى الخلف وترتفع قليلًا في كل مرة بحيث لا يتجاوز أقصى ارتفاع لها ١٣٧ قدمًا. فإذا كان ارتفاع الأرجوحة بعد ٣٠ ثانية هو ٤٥ قدمًا، فكم قدمًا يمكن أن يزيد ارتفاعها على ذلك؟

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

١٠) ف − ٦ ≤ ٣

١١) ر − ٨ ≥ ٧

١٢) ت − ٣ > −٨

١٣) ١٣ < ١٨ + ر

١٤) ٥ + جـ ≥ ١

١٥) −٢٣ ≤ ق − ٣٠

١٦) و − ٥ ≥ ٢و

١٧) ٣ص + ٦ ≥ ٢ص

١٨) −٩ + ٢ أ > ٣ أ

مثال ٣ عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها:

١٩) ناتج طرح ٨ من عدد ما أقل من ٢١.

٢٠) مِثْلا عدد ما أكبر من مجموع ذلك العدد وَ ٩.

مثال ٤ حُلَّ كلًّا من المسائل (٢١-٢٤) بتعريف متغير، وكتابة متباينة، ثم حلها:

٢١) **توفير:** يريد غانم أن يشتري سيارة ثمنها ٥٤٤٠٠ ريال على الأقل. وقد وفّر ١٣٠٠٠ ريال، فما المبلغ المتبقي عليه لشراء السيارة؟

٢٢) **تقنية:** أظهرت دراسة حديثة أن أكثر من ٢١ مليونًا ممن هم بين سن الثانية عشرة والسابعة عشرة يستعملون الإنترنت. منهم ١٦ مليونًا يستعملون الإنترنت في المدرسة، فما عدد الذين يستعملون الإنترنت خارج المدرسة؟

٢٣) **مكتبة:** أضاف أحمد ٢٠ كتابًا جديدًا إلى مكتبته فأصبح لديه أكثر من ٦١ كتابًا. فكم كتابًا كان لديه؟

٢٤) **كرة سلة:** أراد أحد اللاعبين إحراز ١٥٠ نقطة على الأقل في هذا الموسم. وسجل حتى الآن ١٢٣ نقطة، فكم نقطة بقيت عليه؟

الربط مع الحياة

يقبل الشباب على العمل التطوعي لكونه واجبًا وطنيًّا وإنسانيًّا شرعه ديننا، يقوي الترابط، ويعمق الانتماء والمسؤولية، ويستثمر أوقاتهم فيما يفيد التنمية والارتقاء بالفرد والمجتمع.

٢٥) متطوعون: يتطوع بعض الشباب لخدمة حجاج بيت الله الحرام في مكة المكرمة ومنى. ويقول أحدهم: إن بإمكانه أن يتطوع لمدة لا تتجاوز ٣٠ ساعة في الأسبوع. فإذا تطوع المدة المبينة في الجدول المجاور، فما المدة التي يستطيع أن يتطوع بها هذا الأسبوع؟

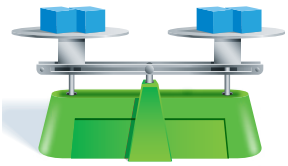
المكان	الزمن
مكة المكرمة	٥ ساعات و ٢٠ دقيقة
منى	٤ ساعات و ١٥ دقيقة

حُلَّ كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل، ثم مثِّل مجموعة الحل بيانيًّا على خط الأعداد:

٢٦) $٩,١ص + ٤,٥ < ١٠,١ص$

٢٧) $\frac{٣}{٢}د - \frac{٢}{٣} \geq \frac{٤}{٩} + \frac{١}{٢}د$

٢٨) تمثيلات متعددة: سوف تكتشف في هذه المسألة عمليتي الضرب والقسمة على المتباينات.



أ) هندسيًّا: افترض وجود ١٢ كجم على الكفة اليمنى للميزان، و١٨ كجم على الكفة اليسرى. وضح بالرسم هذا الموقف.

ب) عدديًّا: اكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

جـ) جدوليًّا: أنشئ جدولًا يبين نتيجة جعل الكتل على كلتا الكفتين: مثلين، وثلاثة أمثال، وأربعة أمثال. وأنشئ جدولًا آخر يبين نتيجة إنقاص الكتل على كلتا الكفتين بنسبة $\frac{١}{٢}$، و $\frac{١}{٣}$، و $\frac{١}{٤}$ وخصص عمودًا للمتباينة في كلا الجدولين.

د) لفظيًّا: صف تأثير ضرب أو قسمة كل من طرفي المتباينة، في العدد الموجب نفسه، على المتباينة.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) تبرير: حدِّد أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التمثيل البياني لكل من المتباينتين $س < ٤$ وَ $س \geq ٤$.

٣٠) تحدٍّ: افترض $ب > د + \frac{١}{٣}$، $جـ + ١ < أ - ٤$، $د + \frac{٥}{٨} > أ + ٢$. رتب الأعداد أ، ب، جـ، د من الأصغر إلى الأكبر.

٣١) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاث متباينات خطية تكافئ $ص < -٣$.

٣٢) اكتب: ما خطوات حل المتباينات الخطية وتمثيل مجموعة حلها على خط الأعداد؟

تدريب على اختبار

٣٣) ما مجموعة حل المتباينة $٧ + س < ٥$؟

أ) {س | س > ٢}

ب) {س | س < ٢}

جـ) {س | س < -٢}

د) {س | س > -٢}

٣٤) كان متوسط درجات ١٠ طلاب في مادة الكيمياء ٧٨. ثم اكتشف المعلم أنه أخطأ في رصد درجة أحد هؤلاء الطلاب فكانت أقل من درجته الحقيقية بعشر درجات. فكم يصبح متوسط درجات الطلاب بعد التعديل؟

مراجعة تراكمية

٣٥) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٣، ٢) والمعامد للمستقيم $ص = -٣س + ٧$. (الدرس ٣-٢)

٣٦) أوجد قيمة الحد الثامن عشر في المتتابعة: -٩، -٧، -٥، -٣، ... (الدرس ٢-٦)

٣٧) حل المعادلة: $|٣س - ٦| = ١٢$. (الدرس ١-٥)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٣٨) $٨ص = ٥٦$

٣٩) $٤س = -١٢٠$

٤٠) $\frac{٢}{٥}ل = -٤$

٤١) $-٦س = \frac{٢}{٣}$

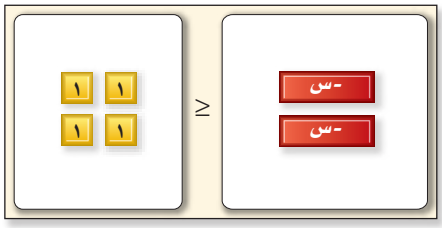
حل المتباينات

يمكن استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المتباينات .

نشاط حل المتباينات

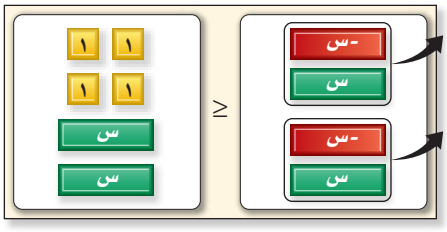
حُلّ المتباينة: $-٢س \geq ٤$.

الخطوة ١: استعمل بطاقة لاصقة لتغطي إشارة المساواة على لوحة المعادلة، واكتب على البطاقة إشارة ≥ ثم مثّل المتباينة ببطاقات الجبر.



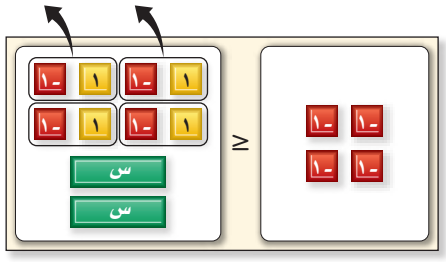
$-٢س \geq ٤$

الخطوة ٢: بما أنك لا تريد إيجاد قيم س السالبة فيجب حذف بطاقات س السالبة بإضافة بطاقتين من س الموجبة إلى كل طرف من طرفي اللوحة، وحذف الأزواج الصفرية.



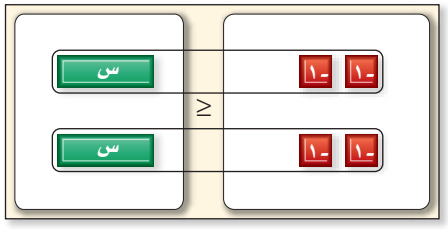
$-٢س + ٢س \geq ٤ + ٢س$

الخطوة ٣: أضف ٤ من بطاقات العدد سالب ١ إلى طرفي اللوحة، واحذف الأزواج الصفرية.



$-٤ \geq ٢س$

الخطوة ٤: افصل البطاقات إلى مجموعتين.



$-٢ \geq س$ أو $س \leq -٢$

التمثيل والتحليل

استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المتباينات الآتية:

١) $-٣س > ٩$ ٢) $-٤س < -٤$ ٣) $-٥س \leq ١٥$ ٤) $-٦س \geq -١٢$

٥) هل معامل س موجب أم سالب في كل من المتباينات السابقة؟

٦) ماذا تلاحظ على إشارة المتباينة وموقع المتغير في الأسئلة ١-٤، وحلولها ؟

٧) مثّل حل المتباينة: $٣س \geq ١٢$ بيانيًا. وبيّن كيف يختلف حل هذه المتباينة عن حل المتباينة : $-٣س \geq ١٢$.

٨) اكتب قاعدة لحل متباينات تتضمن الضرب والقسمة.

(**إرشاد** : تذكّر أن القسمة على عدد تكافئ الضرب في مقلوب ذلك العدد).

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٤-٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

فيما سبق

درست حل معادلات باستعمال الضرب والقسمة.

والآن

- أحل متباينات خطية باستعمال الضرب.
- أحل متباينات خطية باستعمال القسمة.

لماذا؟

حصل سعود على جائزة تسوق مقدارها ٢٥٠ ريالًا من محل لبيع العطور. فإذا كان ثمن زجاجة العطر الذي يريد شراءه ٤٥ ريالًا، فإن عدد زجاجات العطر (ك) التي يمكن أن يشتريها يمثل بالمتباينة ٤٥ك ≥ ٢٥٠.

حل المتباينات باستعمال الضرب: إذا ضربت كلًّا من طرفي متباينة في عدد موجب فستبقى المتباينة صحيحة.

٤ < ٢	المتباينة الأصلية
٤(٣) $\overset{؟}{<}$ ٢(٣)	اضرب كلًّا من الطرفين في ٣.
١٢ < ٦	بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

أما إذا ضربت طرفي المتباينة في عدد سالب فإن اتجاه إشارة المتباينة يتغير.

٧ > ٩	المتباينة الأصلية
٧(-٢) $\overset{؟}{<}$ ٩(-٢)	اضرب كلا الطرفين في -٢
-١٤ < -١٨	بسّط.

يوضح المثالان السابقان **خاصية الضرب للمتباينات**.

مفهوم أساسي — **خاصية الضرب للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	بالرموز	أمثلة
إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد موجب جـ إذا كان أ < ب فإن أ جـ < ب جـ، وإذا كان أ > ب فإن أ جـ > ب جـ.	٦ > ٣,٥ ٦(٢) > ٣,٥ (٢) ١٢ > ٧ و ٢,١ > ٥ (٢,١) (٠,٥) > (٥)×(٠,٥) ١,٠٥ > ٢,٥
إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب يتعين تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد سالب جـ، إذا كان أ > ب فإن أ جـ < ب جـ، وإذا كان أ < ب فإن أ جـ > ب جـ.	٧ < ٤,٥ ٧ (-٣) > ٤,٥ (-٣) -٢١ < -١٣,٥ و ٣,١ < ٥,٢ (٣,١) (-٤) > (٥,٢) (-٤) -١٢,٤ < -٢٠,٨

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي ≤ و ≥.

مثال ١ من واقع الحياة — كتابة المتباينات وحلها

دراسة مسحية : في استطلاع أجرته إحدى المدارس، أجاب ثُمن أفراد العينة، وعددهم أقل من ٨٤ طالبًا، بأنهم لم يتناولوا أي وجبة غداء سريعة خلال الفصل الدراسي الماضي . فما عدد أفراد العينة؟

افهم تعلم عدد الطلاب الذين لم يتناولوا أي وجبة غداء من مطاعم الوجبات السريعة ونسبتهم من عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم.

خطّط افترض أن ن= عدد أفراد العينة، ثم اكتب جملة تمثّل هذا الموقف.

التعبير اللفظي	ثمن	مضروبًا في	عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم	أقل من	٨٤
المتباينة	$\frac{١}{٨}$	×	ن	>	٨٤

حل حل المتباينة لإيجاد قيمة ن.

$\frac{١}{٨}$ ن < ٨٤ — المتباينة الأصلية

(٨) $\frac{١}{٨}$ ن < (٨) ٨٤ — اضرب كلًّا من الطرفين في ٨

ن < ٦٧٢ — بسّط

تحقق للتحقق من الإجابة عوّض بعدد أقل من ٦٧٢ في المتباينة الأصلية.
إذا كانت ن = ٨٠، فإن $\frac{١}{٨}$ (٨٠) = ١٠، والعدد ١٠ أقل من العدد ٨٤، (١٠ < ٨٤).

لذا فمجموعة الحل هي: {ن | ن < ٦٧٢}، إذن عدد أفراد العينة أقل من ٦٧٢ طالبًا.

تحقق من فهمك

١) **علم النبات:** تتركز أشجار النخيل بصفة خاصة في العالم العربي، حيث يوجد به أكثر من ٦٠ مليون شجرة تمثل نحو ثلاثة أخماس أشجار النخيل في العالم. فما عدد أشجار النخيل في العالم؟

يمكنك استعمال النظير الضربي لحل المتباينات.

مثال ٢ — الحل بالضرب

حل المتباينة $-\frac{٣}{٧}$ ر < ٢١ وتحقق من صحة الحل.

$-\frac{٣}{٧}$ ر < ٢١ — المتباينة الأصلية.

$\left(-\frac{٧}{٣}\right)\left(-\frac{٣}{٧}\right)$ ر > ٢١ $\left(-\frac{٧}{٣}\right)$ — اضرب في $-\frac{٧}{٣}$، وغيّر اتجاه إشارة المتباينة.

ر > −٤٩ — بسّط، وتحقق من صحة الحل بالتعويض.

مجموعة الحل هي: {ر | ر > −٤٩}.

تحقق من فهمك حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢أ) $-\frac{ن}{٦} \geq ٨$ **٢ب)** $-\frac{٤}{٣}$ ف > −١٠ **٢جـ)** $\frac{١}{٥}$ م ≤ −٣ **٢د)** $\frac{٣}{٨}$ ت < ٥

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة الحل

يمكنك التحقق من صحة الحل في المثال١ بتعويض عدد أكبر من ٦٧٢ وإثبات أن المتباينة الناتجة غير صحيحة.

الربط مع الحياة

شجرة النخيل هي الشجرة الوحيدة التي لايسقط ورقها، وكل جزء فيها فائدته عظيمة: ثمارها، ليفها، ساقها، سعفها، جريدها، خوصها.

تنبيه!

الإشارة السالبة:
لا تتغير إشارة المتباينة إلا إذا كان معامل المتغير سالبًا فقط، أما الإشارة السالبة مع الثوابت فإن وجودها لا يؤثر على إشارة المتباينة، فعند حل المتباينة $\frac{س}{٣} > -٥$ لا يتغير اتجاه إشارة المتباينة.

حل المتباينات بالقسمة: إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد موجب، تبقى المتباينة الناتجة صحيحة.

$-١٠ > -٥$	المتباينة الأصلية.
$\frac{-١٠}{٥} \overset{؟}{>} \frac{-٥}{٥}$	اقسم كلا الطرفين على ٥.
$-٢ > -١$	بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد سالب، يتغير اتجاه إشارة المتباينة الناتجة لتكون صحيحة.

$١٨ > ١٥$	المتباينة الأصلية
$\frac{١٨}{-٣} \overset{؟}{<} \frac{١٥}{-٣}$	اقسم كلا الطرفين على -٣.
$-٦ < -٥$	بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة يتغير عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.
يوضح هذان المثالان **خاصية القسمة للمتباينات.**

مفهوم أساسي — **خاصية القسمة للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	بالرموز	أمثلة
إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي موجب جـ إذا كان أ > ب فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$. وإذا كان أ < ب فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$.	٤,٥ > ٢,١ ، ٥ > ١,٥ ، $\frac{٤,٥}{٣} > \frac{٢,١}{٣}$ و $\frac{٥}{٠,٥} > \frac{١,٥}{٠,٥}$ ، ١,٥ > ٠,٧ ، ١٠ > ٣
إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، يجب تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة.	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي سالب جـ إذا كان أ > ب، فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$. وإذا كان أ < ب، فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$.	٦ > ٢,٤ ، ٣,٦ > ١,٨- ، $\frac{٦}{-٦} < \frac{٢,٤}{-٦}$ و $\frac{٣,٦}{-٩} < \frac{١,٨-}{-٩}$ ، -١ > -٠,٤ ، ٠,٢ > -٠,٤

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي ≤ و ≥

مثال ٣ [الحل بالقسمة]

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

أ) $٦٠ت < ٨$

$٦٠ت < ٨$	المتباينة الأصلية
$\frac{٦٠ت}{٦٠} < \frac{٨}{٦٠}$	اقسم كلا الطرفين على ٦٠
$ت < \frac{٢}{١٥}$	بسّط وتحقق من صحة التعويض

مجموعة الحل هي: $\{ت | ت < \frac{٢}{١٥}\}$

ب) $-٧د \geq ١٤٧$

$-٧د \geq ١٤٧$	المتباينة الأصلية
$\frac{-٧د}{-٧} \leq \frac{١٤٧}{-٧}$	اقسم كلا الطرفين على -٧ وغيّر اتجاه إشارة المتباينة.
$د \leq -٢١$	بسّط وتحقق من صحة التعويض.

مجموعة الحل هي: $\{د | د \leq -٢١\}$

تحقق من فهمك

٣أ) $٨ف \geq ٥٨$ **٣ب)** $-٤٢ \leq ٦ر$ **٣جـ)** $-١٢هـ > ١٥$ **٣د)** $-\frac{١}{٢}ن < ٦$

تأكد

مثال ١

١) **كتب:** جمعت دار نشر أكثر من ٥٥٠٠ ريال من بيع كتاب جديد، ثمن النسخة الواحدة ١٥ ريالًا. عرّف متغيرًا، واكتب متباينة تمثل عدد الكتب المبيعة، ثم حلها وفسّر الحل.

المثالان ٢، ٣ حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢) $\frac{١}{٢}$ ن < ٣٠ ٣) ٩ل > ١٠٨ ٤) $-\frac{جـ}{٦} \leq ٧$ ٥) ٨٤- < ٧م

تدرب وحل المسائل

مثال ١ عرّف متغيرًا في كل من السؤالين ٦ ، ٧ واكتب متباينة، وحلها، ثم فسر الحل:

٦) **هاتف نقال:** اشترى سعد بطاقة هاتف بمبلغ ٥٠ ريالًا، فإذا كان سعر الدقيقة ٠,٢٤ ريال، فكم دقيقة يمكنه أن يتكلم بهذه البطاقة؟

٧) **نقود:** يحتاج رائد إلى ٥٦٠ ريالًا على الأقل لتغطية نفقات رحلته. وقد بدأ بتوفير ٢٥ ريالًا من مصروفه كل أسبوع. فبعد كم أسبوع يمكنه القيام بالرحلة؟

المثالان ٢، ٣ حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) $\frac{١}{٤}$ م ≥ ١٧- ٩) $\frac{جـ}{١١}$ - < ١١- ١٠) $\frac{س}{٢-} \geq$ ١٠-

١١) $\frac{ف}{٦-}$ > ٧٢- ١٢) $\frac{٢}{٣}$ هـ < ١٤ ١٣) $-\frac{١}{٦}$ ن ≥ ١٨-

١٤) ٦ص ≥ ٩٦ ١٥) ٤س > ٦٤ ١٦) ٣٢ < ٢-ع

١٧) ٦-ط < ٧٢- ١٨) ٣٣- ≤ ٣-س ١٩) ٧-ف < ٥

٢٠) **دورات تدريبية:** من متطلبات الحصول على شهادة في إحدى الدورات حضور المشترك $\frac{٣}{٥}$ أيام التدريب على الأقل. فإذا حقق سالم هذا الشرط بحضوره ١٥ يومًا تدريبيًّا. فما الحد الأعلى لعدد أيام التدريب في هذه الدورة؟

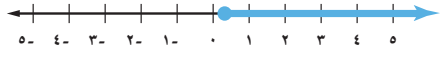
٢١) **متحف:** أراد مدرس التاريخ في مدرسة متوسطة اصطحاب طلابه لزيارة متحف. فإذا كان سعر بطاقة دخول المتحف للفرد ٨ ريالات. فما عدد الطلاب الذين يمكن أن يزوروا المتحف بمبلغ ٢٦٠ ريالًا؟

٢٢) **بنزين:** إذا كان سعر لتر البنزين لا يقل عن ١,٣٧ ريال، فكم لترًا من البنزين (لأقرب جزء من عشرة) يمكن أن يشتري خالد بمبلغ ٧٥ ريالًا؟

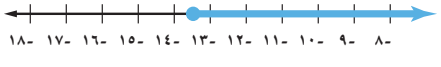
اكتب أمام كل متباينة رمز التمثيل البياني لحلها:

٢٣) $-\frac{٢}{٣}$ هـ ≥ ٩ ٢٤) ٢٥ ك ≤ ٨ ٢٥) ٣,٦س > ٤,٥- ٢٦) ٢,٣ > ٥-ت

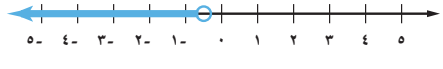
أ)



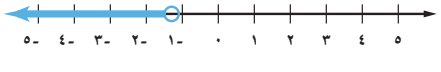
ب)



جـ)



د)



٢٧) **حلوى:** أشار ثلثا طلاب الصف الثالث في مدرسة متوسطة، وعددهم أقل من ٣٦ طالبًا، إلى أنهم يفضلون الشوكولاتة على غيرها من الحلوى. فما عدد طلاب الصف؟

تاريخ الرياضيات

أول من ابتكر الكسور العشرية هو العالم الرياضي المسلم غياث الدين الكاشي.

٢٨) **تمثيلات متعددة:** حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ مساحة قاعدته × الارتفاع.

أ) **هندسيًا:** ارسم هرمًا قاعدته مربعة طول ضلعها ل سم وارتفاعه ع سم.

ب) **عدديًا:** إذا كان حجم الهرم ٧٢ سم^{٣}، فاكتب معادلة لإيجاد ارتفاعه.

جـ) **جدوليًا:** أنشئ جدولاً يبين قيم ع عندما ل = ١، ٣، ٦، ٩، ١٢

د) **عدديًا:** اكتب متباينة لقيم ل الممكنة على أن يكون ل > ع، واكتب متباينة أخرى لقيم ع الممكنة على أن يكون ل > ع.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **اكتشف الخطأ:** حل كل من طلال وجمال المتباينة ٦ د ≤ −٨٤. فأيّهما كانت إجابته صحيحة؟ اشرح تبريرك.

طلال

$٦د \leq -٨٤$

$\frac{٦د}{٦} \leq \frac{-٨٤}{٦}$

$د \leq -١٤$

جمال

$٦د \leq -٨٤$

$\frac{٦د}{٦} \geq \frac{-٨٤}{٦}$

$د \geq -١٤$

٣٠) **تحدٍّ:** حدِّد إذا كانت المتباينتان س^{٢} > ١، س > ١ متكافئتين أم لا، وفسِّر إجابتك.

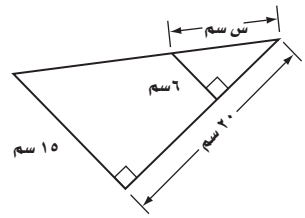
٣١) **تبرير:** وضِّح إذا كانت العبارة "إذا كان أ > ب فإن $\frac{١}{أ} > \frac{١}{ب}$" صحيحة أحيانًا، أم دائمًا، أم غير صحيحة أبدًا "، وفسِّر إجابتك.

٣٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفًا من واقع الحياة يمثل المتباينة $-\frac{٥}{٨} \leq$ س.

٣٣) **اكتب:** ما الحالات التي يتغير فيها اتجاه إشارة المتباينة؟ وأعط أمثلة تؤيد ذلك.

تدريب على اختبار

٣٤) **إجابة قصيرة:** أوجد قيمة س في الشكل الآتي.



٣٥) ما حلُّ المعادلة : ٤ س−٣ = −٢س؟

أ) −٢

ب) $-\frac{١}{٢}$

جـ) $\frac{١}{٢}$

د) ٢

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثّله على خط الأعداد: (الدرس ٤-١)

٣٦) −٨ + ٤أ > ٥أ

٣٧) ص + ١١ ≤ −٢٤

٣٨) ٧ − ٢ب > − ب

٣٩) مثل المعادلة ك= ٧٥ + ٥, ١٦س بيانيًّا، ثم أوجد قيمة ك عندما س = ٨ . (الدرس ٢-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

٤٠) ٤ص + ١١ = ١٩

٤١) ٢س − ٧ = ٩ + ٤س

٤٢) $\frac{١}{٤}$ + ٢س = ٤س − ٨

٤٣) $\frac{١}{٣}$ (٦ل − ٣) = ٣ل + ١٢

٤٤) $\frac{٧ر + ٥}{٢} = ١٣$

٤٥) $\frac{١}{٢}$ ب = $\frac{ب - ٣}{٤}$

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٤-٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

فيما سبق

درست حل معادلات متعددة الخطوات.

والآن

- أحل مُتباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة.
- أحل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.

لماذا؟

يحصل مندوب مبيعات على راتب شهري يضاف إليه عمولة تبعًا لمبيعاته. ويمكن استعمال متباينة متعددة الخطوات لإيجاد قيمة المبيعات التي تحقق للمندوب دخلًا شهريًّا يلبي طموحه.

حل المتباينات المتعددة الخطوات: يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

مثال ١ من واقع الحياة — حل المتباينة المتعددة الخطوات

مبيعات: **يعمل عبد المجيد مندوب مبيعات براتب شهري قدره ٦٠٠٠ ريال وعمولة مقدارها ١٠ ٪ من مبيعاته، فإذا كان هدفه أن يكسب ١٢٠٠٠ ريال شهريًّا على الأقل. فاكتب متباينة وحلها لإيجاد قيمة المبيعات اللازمة لتحقيق هدفه؟**

الراتب الأساسي + (العمولة × المبيعات) ≥ الدخل المطلوب

$٦٠٠٠ + ٠,١٠س \geq ١٢٠٠٠$ — بالتعويض

$٠,١٠س \geq ٦٠٠٠$ — اطرح ٦٠٠٠ من كلا الطرفين

$س \geq ٦٠٠٠٠$ — اقسم كلا الطرفين على ٠,١٠

لذا، يجب ألا تقل مبيعاته عن ٦٠٠٠٠ ريال ليحقق هدفه.

تحقق من فهمك

١) نقود: أعلنت إحدى المطابع عن عرض خاص لطباعة ٤٠٠ نسخة من نشرة إعلانية بأقل من ١٣٣,٥٠ ريالًا. فإذا علمت أن سعر الطباعة يشمل رسومًا مقدارها ١٣,٥٠ ريالًا، فما سعر طباعة النسخة الواحدة من النشرة الإعلانية؟

عند ضرب المتباينة في عدد سالب أو قسمتها عليه يتغير اتجاه إشارة المتباينة، وتنطبق هذه الخاصية على المتباينات المتعددة الخطوات.

مثال ٢ متباينة تتضمن معاملًا سالبًا

حل المتباينة: $-١١ص - ١٣ > ٤٢$.

$-١١ص - ١٣ > ٤٢$ — المتباينة الأصلية

$-١١ص > ٥٥$ — أضف ١٣ إلى كلا الطرفين

$\frac{-١١ص}{-١١} < \frac{٥٥}{-١١}$ — اقسم كلا الطرفين على -١١ وغيّر اتجاه إشارة المتباينة

$ص < -٥$ — بسّط

لذا، فمجموعة الحل هي: {ص | ص< −٥}.

تحقق من فهمك **حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين:**

٢أ) $٢ك - ١٠ \leq ٢٣$ **٢ب)** $-٤ص + ١١ > ٤٣$

يمكن تحويل الجمل الرياضية إلى متباينات متعددة الخطوات، ثم حلها باستعمال خصائص المتباينات.

مثال ٣ كتابة المتباينة وحلها

عرِّف المتغير، واكتب المتباينة، ثم حلها.

خمسة ناقص ستة أمثال عدد أكبر من أربعة أمثال ذلك العدد زائد ٤٥.

خمسة	ناقص	ستة أمثال عدد	أكبر من	أربعة أمثال العدد	زائد	خمسة وأربعين
٥	−	٦ن	>	٤ن	+	٤٥

$٥ - ١٠ن > ٤٥$ اطرح ٤ن من طرفي المتباينة

$-١٠ن > ٤٠$ اطرح ٥ من طرفي المتباينة

$\frac{-١٠ن}{-١٠} < \frac{٤٠}{-١٠}$ اقسم طرفي المتباينة على −١٠، وغيّر اتجاه إشارة المتباينة

$ن < -٤$ بسّط

لذا، فمجموعة الحل هي $\{ن \mid ن < -٤\}$

تحقق من فهمك

٣) نصف عدد زائد اثنين أكبر من سبعة وعشرين.

حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع عند حل متباينات تحتوي على أقواس استعمل أولًا خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس، ثم استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة الناتجة.

مراجعة المفردات

ترتيب العمليات

١) احسب قيمة العبارات داخل الأقواس.
٢) احسب قيمة كل القوى.
٣) اضرب و/ أو اقسم من اليمين إلى اليسار.
٤) اجمع و/ أو اطرح من اليمين إلى اليسار.

مثال ٤ خاصية التوزيع

حل المتباينة: $٤(٣ت - ٥) + ٧ \leq ٨ت + ٣$.

$٤(٣ت - ٥) + ٧ \leq ٨ت + ٣$ المتباينة الأصلية

$١٢ت - ٢٠ + ٧ \leq ٨ت + ٣$ خاصية التوزيع

$١٢ت - ١٣ \leq ٨ت + ٣$ جمّع الحدود المتشابهة

$٤ت - ١٣ \leq ٣$ اطرح ٨ ت من الطرفين

$٤ت \leq ١٦$ أضف ١٣ إلى كلا الطرفين

$\frac{٤ت}{٤} \leq \frac{١٦}{٤}$ اقسم طرفي المتباينة على ٤

$ت \leq ٤$ بسّط

لذا فمجموعة الحل هي: $\{ت \mid ت \leq ٤\}$.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ٤) $٦(٥ع - ٣) \geq ٤٢$ **ب٤)** $٢(هـ + ٦) > -٣(٨ - هـ)$

تنبيه!

خاصية التوزيع

إذا ضرب عدد سالب في مجموع حدين أو الفرق بينهما، فتذكّر أن توزع العدد مع إشارته السالبة على كل حد من الحدين بين القوسين.

إذا كانت نتيجة حل المتباينة عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية، وتكتب على الصورة {س | س عدد حقيقي }. أمّا إذا كانت نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبدًا، فإن مجموعة الحل هي المجموعة الخالية وهي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر ويعبر عنها بالرمز ∅.

إرشادات للدراسة

المجموعة الخالية

لا تستعمل الصيغة المميزة للمجموعة عندما تكون مجموعة حل المتباينة هي المجموعة الخالية. وبدلًا من ذلك يعبّر عن مجموعة الحل بالرمز ∅ .

مثال ٥ المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقية

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) $٩ت - ٥(ت - ٥) \geq ٤(ت - ٣)$

$٩ت - ٥(ت - ٥) \geq ٤(ت - ٣)$	المتباينة الأصلية
$٩ت - ٥ت + ٢٥ \geq ٤ت - ١٢$	خاصية التوزيع
$٤ت + ٢٥ \geq ٤ت - ١٢$	جمع الحدود المتشابهة
$٤ت + ٢٥ - ٤ت \geq ٤ت - ١٢ - ٤ت$	اطرح ٤ ت من كلا الطرفين
$٢٥ \geq -١٢$	بسّط

بما أن نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبدًا، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي المجموعة الخالية ∅ .

ب) $٣(٤م + ٦) \geq ٤٢ + ٦(٢م - ٤)$

$٣(٤م + ٦) \geq ٤٢ + ٦(٢م - ٤)$	المتباينة الأصلية
$١٢م + ١٨ \geq ٤٢ + ١٢م - ٢٤$	خاصية التوزيع
$١٢م + ١٨ \geq ١٢م + ١٨$	جمع الحدود المتشابهة
$١٢م + ١٨ - ١٢م \geq ١٢م + ١٨ - ١٢م$	اطرح ١٢م من الطرفين
$١٨ \geq ١٨$	بسّط

بما أن نتيجة الحل عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٥أ) $١٨ - ٣(٨جـ + ٤) \leq -٦(٤جـ - ١)$ **٥ب)** $٤٦ \geq ٨م - ٤(٢م + ٥)$

تأكد

مثال ١

١) قوارب: إذا أراد أربعة أشخاص ركوب قارب ومعهم حمولة مقدارها ٤٠ كجم، فاكتب متباينة لإيجاد معدل الكتلة المسموح بها للشخص الواحد (ن)، وحلها، علمًا بأن حمولة القارب ٤٠٠ كجم.

مثال ٢

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٢) $-٣س + ٧ < ٤٣$ **٣)** $٤م - ١٧ > ٦م + ٢٥$

مثال ٣

عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

٤) أربعة أمثال عدد ناقص ٦ أكبر من ٨ مضافًا إليها مِثْلا ذلك العدد.

المثالان ٤ ، ٥

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٥) $-٦ \geq ٣(٥ص - ٢)$ **٦)** $-٥(ق + ٤) > ٣(ق - ٤)$ **٧)** $٣ - ٨س \leq ٩ + ٢(١ - ٤س)$

مثال ١

٨) **تسوق:** يريد سليمان شراء حاسوب ثمنه ٢١٩٥ ريالًا وعدد من البرمجيات التعليمية ثمن الواحدة ٥٠ ريالًا. فإذا كان معه ٢٥٠٠ ريال، فاكتب متباينة لإيجاد أكبر عدد من البرمجيات يمكن أن يشتريها، ثم حلها، وفسِّر إجابتك.

مثال ٢

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٩) $٣٧ < ٧ - ١٠د$

١٠) $-\frac{٥}{٤}ص + ٦ > ١٢$

مثال ٣

عرِّف المتغير، واكتب المتباينه وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

١١) ثلاثة أرباع عدد ناقص تسعة يساوي على الأقل اثنين وأربعين.

١٢) عشرة لا تزيد على ٤ أمثال مجموع مثلي عدد مع ثلاثة.

١٣) ثلاثة أمثال مجموع عدد مع سبعة أكبر من خمسة أمثال ذلك العدد ناقص ثلاثة عشر.

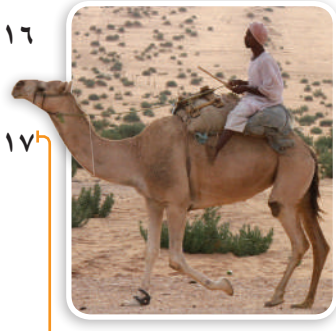
المثالان ٤ ، ٥

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

١٤) $-٣(٧ن + ٣) > ٦ن$.

١٥) $٣(٢ - ب) > ١٠ - ٣(ب - ٦)$.

١٦) حل المتباينة: $٦(م - ٣) > ٥(٢م + ٤)$، موضحًا كل خطوة مع التبرير.



الربط مع الحياة

تحرك الجمال رجليها الواقعتين على أحد جانبي جسمها معًا عندما تمشي، بعكس معظم الحيوانات الأخرى.

١٧) **علوم:** درجة حرارة جسم الجمل الطبيعية ٩٧,٧° ف في الصباح. وإذا لم يشرب ماءً حتى الظهر ترتفع درجة حرارته إلى أكثر من ١٠٤° ف. اكتب متباينة تمثل درجة حرارة جسم الجمل عند الظهر إذا لم يشرب ماء بكل من درجتي الحرارة الفهرنهايتية (ف)، والسيليزية (س)، علمًا بأن $ف = \frac{٩}{٥}س + ٣٢$

١٨) **هدايا:** يريد حسن أن يشتري هدية لوالدته بمبلغ لا يقل عن ٥٠٠ ريال. ويملك الآن ٣٨٠ ريالًا، ويمكنه توفير ١٠ ريالات يوميًّا.

أ) اكتب متباينة لإيجاد عدد الأيام اللازمة ليحقق هدفه، ثم حلها.

ب) مثِّل مجموعة الحل بيانيًّا.

١٩) **تمثيلات متعددة:** سوف تحل في هذه المسألة المتباينات المركّبة، مثل التي يكون فيها العدد س أكبر من ٤، وأقل من ٩.

أ) عدديًا: اكتب متباينتين منفصلتين لهذه العبارة.

ب) بيانيًا: مثّل مجموعة حل المتباينة الأولى باللون الأحمر، ومجموعة حل المتباينة الثانية باللون الأزرق، وظلّل بالقلم الفسفوري جزء التمثيل البياني الذي يتداخل فيه اللونان.

جـ) جدوليًا: أنشئ جدولًا باستعمال عشر نقاط من خط الأعداد الذي مثّلته متضمنة أعدادًا من الجزأين. استعمل عمودًا لكل متباينة وعمودًا ثالثًا بعنوان «حل مشترك»، واملأ الجدول بكتابة «صح» أو «خطأ».

د) لفظيًا: صف العلاقة بين الأجزاء الملونة في التمثيل البياني والجدول.

هـ) منطقيًا: ماذا تتوقع أن يكون التمثيل البياني للمتباينة ٤ < س < ٩؟

عرف المتغير في المسألة الآتية، واكتب المتباينة، ثم حلها، وفسّر إجابتك:

٢٠) **حيوانات:** كتلة حصان ٤١٤ كجم، وكتلته الطبيعية أقل من ٣٩٠ كجم، ويمكن أن يفقد من كتلته ٣ كجم في الأسبوع باستعمال برنامج غذائي معين. فكم أسبوعًا يلزم ليصل إلى كتلته الطبيعية؟

٢١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات المكونة من ثلاثة أعداد صحيحة زوجية موجبة متتالية لا يزيد مجموعها على ٣٦.

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٢) ٢(س − ٤) ≥ ٢ + ٣(س − ٦)

٢٣) ١٣س − ١١ ≥ ٧س + ٣٧

٢٤) ٥,٦ع + ١,٥ > ٢,٥ع − ٤,٧

٢٥) $٢س - \frac{٢}{٣} \leq س - ٢٢$

الربط مع الحياة

يعتني الطبيب البيطري بالحيوانات المصابة أو المريضة. ويمكن أن يعمل في أماكن كثيرة مثل حديقة الحيوان ومراكز الأبحاث أو في عيادة خاصة.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٦) **تبرير:** اشرح كيف يمكن أن تحل المتباينة: −٣ف + ٧ ≤ −٢ دون أن تضرب كلا الطرفين في عدد سالب أو تقسمهما عليه.

٢٧) **تحدٍّ:** إذا كان للمتباينة أس+ب < أ س+جـ عدد لا نهائي من الحلول، فما مجموعة حل المتباينة أس+ ب > أ س + جـ؟ وضح الطريقة التي عرفت بها الإجابة.

٢٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين تحلان بخطوات متعددة ولهما التمثيل البياني نفسه.

٢٩) حدِّد المتباينة التي تختلف عن المتباينات الثلاث الأخرى. وفسِّر إجابتك.

٤ص + ٩ > −٣	٣ص − ٤ < ٥	−٢ص + ١ < −٥	−٥ص + ٢ > −١٣

٣٠) **اكتب:** اشرح متى تكون مجموعة حل المتباينة المجموعة الخالية أو مجموعة كل الأعداد الحقيقية، وأعط مثالًا على كل حالة.

تدريب على اختبار

٣١) ما مجموعة حل المتباينة:
٤ت+٢ > ٨ ت – (٦ت – ١٠)؟

أ) { ت|ت < –٦,٥}
ب) { ت|ت > –٦,٥}
جـ) { ت|ت <٤}
د) { ت|ت > ٤}

٣٢) إجابة قصيرة: تلقى ماجد ٧٢ ريالًا مقابل ٤ ساعات عمل. فكم ساعة يعمل بهذا المعدل، حتى يحصل على ١١٧٠ ريالاً؟

مراجعة تراكمية

٣٣) حل المتباينة: $\frac{ص}{٢} \geq -٥$ وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٤-٢)

٣٤) حل المتباينة: ف – ٩ > ٢ وتحقق من صحة الحل ومثِّله على خط الأعداد. (الدرس ٤-١)

٣٥) حل المعادلة : ٢(س – ٣) = ٥س + ١٢ بيانيًّا، وتحقق من صحة الحل جبريًّا. (الدرس ٢-٤)

إذا كان ق(س) = ٤س – ٣ ، هـ(س) = ٢س^{٢} + ٥، فأوجد كلًّا مما يأتي: (الدرس ٢-٢)

٣٦) ق(–٢)
٣٧) هـ(٢) – ٥
٣٨) ق(جـ + ٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حدِّد على خط الأعداد جميع الأعداد المعطاة في كلٍّ مما يأتي:

٣٩) {–٤، –٢، ٢، ٤}
٤٠) {–٣، ٠، ١، ٥}
٤١) {الأعداد الصحيحة الأصغر من ٣}
٤٢) {الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوي –٢}
٤٣) {الأعداد الصحيحة الأصغر من –١}
٤٤) {الأعداد الصحيحة الواقعة بين –٣،٤}

اختبار منتصف الفصل

الدروس ٤-١ إلى ٤-٣

حل كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد. (الدرس ٤-١)

١) س − ٨ < ٤

٢) م + ٢ ≤ ٦

٣) ب − ٤ > −٧

٤) ١٢ ≥ ق − ٩

٥) **مدينة الألعاب:** مع حمزة ٦٠ ريالًا، دفع منها ١٠ ريالات ثمن تذكرة دخول مدينة الألعاب.

أ) اكتب متباينة تبين المبلغ (س) الذي يمكن لحمزة إنفاقه داخل مدينة الألعاب، وحلها.

ب) إذا أنفق حمزة ٢٠ ريالًا ثمن وجبة الغداء، فاكتب متباينة تبين المبلغ الذي يمكن لحمزة إنفاقه، بعد دفع ثمن تذكرة الدخول وثمن وجبة الغداء. وحلها.

عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها: (الدرس ٤-٢)

٦) ناتج جمع عدد وَ −٢ لا يزيد على ٦ .

٧) ناتج طرح ٨ من عدد ما أكبر من −١ .

٨) العدد ٣ مضافًا إلى مثلي عدد أصغر من ذلك العدد.

٩) **اختيار من متعدد:** وفّرت عزيزة ٥٢ ريالًا، لشراء كتاب يزيد ثمنه على ٩٠ ريالًا، ما المبلغ الإضافي الذي يجب أن توفره عزيزة لشراء الكتاب؟ (الدرس ٤-١)

أ) ٣٨ ريالًا.

ب) أكثر من ٣٨ ريالًا.

جـ) ليس أكثر من ٣٨ ريالًا.

د) ٣٨ ريالًا على الأكثر.

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٢)

١٠) $\frac{١}{٣}$ ص ≤ ٥

١١) $\frac{جـ}{٥}$ > ٤

١٢) −٨س < ٢٤

١٣) ٢م ≥ −١٠

١٤) $\frac{س}{٢} > \frac{٥}{٨}$

١٥) −٩ ر ≤ −٤٥

١٦) $\frac{و}{٦}$ < −٣

١٧) $\frac{ف}{٧}$ > −٢

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٣)

١٨) ٤ أ − ٢ < ١٤

١٩) ٢س + ١١ ≥ ٥س − ١٠

٢٠) −ب + ٤ > −٩

٢١) $\frac{د}{٤}$ + ١ ≤ −٣

٢٢) −٢ (٤ب + ١) > −٣ب + ٨

عرِّف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل.

(الدرس ٤-٣)

٢٣) ثلاثة أمثال عدد مضافًا إليه ٨ لا يزيد على العدد مطروحًا منه ٤

قراءة العبارات المركبة

تتألف العبارة المركبة من عبارتين بسيطتين مربوطتين بأحد الحرفين و، أو، وقبل أن تتمكن من تحديد هل العبارة المركبة صحيحة أم خطأ ينبغي أن تعرف معنى الحرفين (و)، (أو).

للعنكبوت ثماني أرجل و للحصان خمس أرجل.

حتى تكون العبارة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) صحيحة، يجب أن تكون كلتا العبارتين البسيطتين صحيحتين.

للعنكبوت ثماني أرجل. ← صحيحة

للحصان خمس أرجل. ← خطأ

وبما أن إحدى العبارتين خطأ، فإن العبارة المركبة خطأ.

أما أداة الربط (أو) في العبارة المركبة فتعني في اللغة أحد الأمرين لا كليهما.

فعلى سبيل المثال: في العبارة "يمكنك أن تدرس في جامعة الملك فهد أو في جامعة الملك سعود" تعني: أن تدرس في إحدى الجامعتين وليس في كليهما.

ولكنها في الرياضيات تعني أحد الأمرين أو كليهما.

وحتى تكون العبارة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة، يجب أن تكون واحدة على الأقل من العبارتين البسيطتين صحيحة؛ فالعبارة « للعنكبوت ثماني أرجل، أو للحصان خمس أرجل» صحيحة؛ لأن العبارة البسيطة «للعنكبوت ثماني أرجل» صحيحة.

تمارين:

حدِّد ما إذا كانت كل من العبارات المركبة الآتية صحيحة أم لا، وفسِّر إجابتك:

١) العدد ٥ أولي أو العدد ٢ فردي.

٢) للمثلث ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا.

٣) $١١ > ٥$ أو $٩ > ٧$

٤) $-٢ > ٠$ و $٣ > ٧$

٥) $٨ \neq ٨$ أو $-٢ > -٥$

٦) $٥ > ١٠$ و $٤ > -٢$

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٤-٤ حل المتباينات المركبة

لماذا؟

كانت درجة الحرارة السيليزية العظمى في مدينة الرياض في أحد أيام شهر صفر ٢٧°، ودرجة الحرارة السيليزية الصغرى ١٣°. فإذا مثل الرمز (ح) درجة الحرارة فيمكن أن تكتب متباينتين لتمثيل هذا الموقف.

لا تقل درجة الحرارة عن ١٣° ولا تزيد على ٢٧°

ح ≤ ١٣° ، ح ≥ ٢٧°

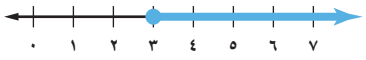
ويمكن دمج المتباينتين ح ≤ ١٣° وَ ح ≥ ٢٧° معًا دون استعمال أداة الربط (و) في متباينة واحدة كما يأتي:

١٣° ≥ ح ≥ ٢٧°

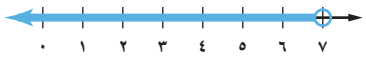
المتباينات التي تحتوي أداة الربط (و): تشكّل المتباينتان ح ≤ ١٣° وَ ح ≥ ٢٧° معًا **متباينة مركبة**، وتكون صحيحة فقط إذا كانت المتباينتان المكونتان لها صحيحتين. ويتكون تمثيلها البياني من منطقة تداخل التمثيلين البيانيين للمتباينتين، ويُسمى هذا **تقاطع** التمثيلين البيانيين.

يمكن إيجاد التقاطع بتمثيل كل متباينة، ثم بتحديد منطقة التقاطع

س ≤ ٣



س > ٧



س ≤ ٣ و س > ٧

٣ ≥ س > ٧

تُقرأ العبارة ٣ ≥ س > ٧ على النحو الآتي: س أكبر من أو تساوي ٣ وأقل من ٧، أو تقع س بين ٣ و ٧ مع تضمين العدد ٣.

مثال ١ حل المتباينة المركبة وتمثيل التقاطع

حل المتباينة: −٢ ≥ س − ٣ > ٤، ثم مثِّل مجموعة الحل بيانيًّا.

اكتب أولًا هذه المتباينة في صورة متباينتين باستعمال (و)، ثم حل كلًّا من المتباينتين.

اكتب المتباينتين: −٢ ≥ س − ٣ و س − ٣ > ٤

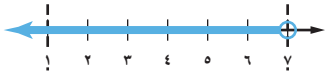
أضف ٣ إلى كل من الطرفين: −٢ + ٣ ≥ س − ٣ + ٣ ، س − ٣ + ٣ > ٤ + ٣

بسِّط: ١ ≥ س ، س > ٧

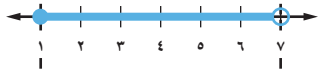
مجموعة الحل هي { س| ١ ≥ س > ٧ } . والآن مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

تمثيل ١ ≥ س أو س ≤ ١

تمثيل س > ٧



تحديد تقاطع التمثيلين



فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًّا.
- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

المفردات

المتباينة المركبة

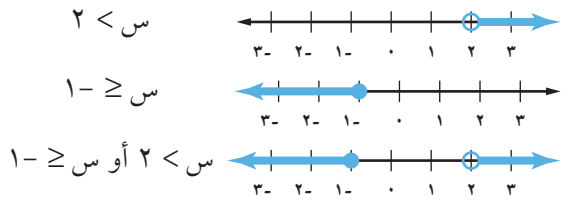
التقاطع

الاتحاد

تحقق من فهمك

١) حل المتباينة ٦ ≥ ر+٧ > ١٠، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

المتباينات التي تحتوي أداة الربط (أو): يحتوي نوع آخرُ من المتباينات المركبة كلمة (أو). وتكون المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة إذا كانت إحدى المتباينتين المكونتين لها على الأقل صحيحة. ويتكون تمثيلها البياني من **اتحاد** تمثيل المتباينتين.



عند حل مسائل لفظية على المتباينات استعمل إحدى الإشارتين ≤ أو ≥، عند وجود كلمات تدل على تضمين طرف المتباينة في الحل مثل على الأكثر، على الأقل. واستعمل إحدى الإشارتين > أو< عند ورود كلمات مثل بين، أقل من، أكثر من.

قراءة الرياضيات

على الأكثر

عبارة على الأكثر تعني ≥، وتقرأ:

أصغر من أو يساوي

ويمكن أن تقرأ:

ليس أكثر من.

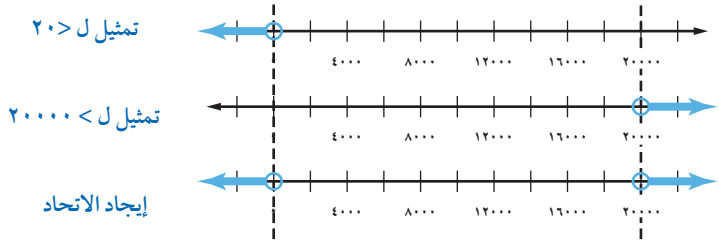
مثال ٢ من واقع الحياة — كتابة متباينة مركبة وتمثيلها بيانيًّا

صوت: **يمكن أن تسمع أُذن الإنسان الأصوات التي لا يقل ترددها عن ٢٠ هرتز ولايزيد على ٢٠٠٠٠ هرتز. اكتب المتباينة المركّبة التي تمثّل الترددات التي لا يسمعها البشر، ومثّلها بيانيًّا.**

تبين هذه المسألة الترددات التي يسمعها البشر، وعلينا أن نجد الترددات التي لا يسمعها البشر.

التعبير اللفظي	التردد	أقل من	٢٠ هرتز	أو التردد أكثر من ٢٠٠٠٠ هرتز
الرموز	افترض أن ل تمثل التردد			
المتباينة	ل	>	٢٠	أو ل > ٢٠٠٠٠

ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.



لاحظ أن التمثيلين لا يتقاطعان. لا يستطيع البشر سماع الأصوات التي ترددها أقل من ٢٠ هرتز، أو التي ترددها أكبر من ٢٠٠٠٠ هرتز. والمتباينة المركبة هي:

{ ل|ل < ٢٠ أو ل >٢٠٠٠٠ }

تحقق من فهمك

٢) **صناعة:** تنتج شركة جهازًا لا يقل طوله عن ١١,٢سم، ولا يزيد على ١١,٤ سم. اكتب متباينة مركبة تصف الأطوال الممكنة لهذا الجهاز، ومثّلها بيانيًّا.

إرشادات للدراسة

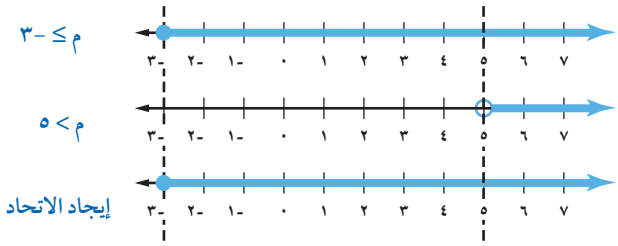
التقاطع والاتحاد

في المتباينات المركبة حرف (أو) يعني الاتحاد وحرف (و) يعني التقاطع.

مثال ٣ حل المتباينة وتمثيل الاتحاد

حل المتباينة $-٢م + ٧ \geq ١٣$ أو $٥م + ١٢ > ٣٧$، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

$-٢م + ٧ \geq ١٣$	أو	$٥م + ١٢ > ٣٧$
$-٢م + ٧ - ٧ \geq ١٣ - ٧$	اطرح	$٥م + ١٢ - ١٢ > ٣٧ - ١٢$
$-٢م \geq ٦$	بسّط	$٥م > ٢٥$
$\frac{-٢م}{-٢} \leq \frac{٦}{-٢}$	اقسم	$\frac{٥م}{٥} > \frac{٢٥}{٥}$
$م \leq -٣$	بسّط	$م > ٥$



لاحظ أن التمثيل البياني للمتباينة $م \leq -٣$ يحتوي جميع نقاط التمثيل البياني للمتباينة $م > ٥$. لذا يكون الاتحاد هو التمثيل البياني للمتباينة $م \leq -٣$، وتكون مجموعة الحل $\{ م | م \leq -٣ \}$.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين المركّبتين الآتيتين، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٣أ) $أ + ١ < ٤$ أو $أ - ١ \geq ٣$ **٣ب)** $س \geq ٩$ أو $٢ + ٤س > ١٠$

تأكد

المثالان ١، ٣ حل كلًّا من المتباينات المركبة الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

١) $٤ \geq ف - ٨$ وَ $ف - ١٤ \geq ٢$ ٢) $ر + ٦ > -٨$ أو $ر - ٣ > -١٠$

٣) $٤أ + ٧ \leq ٣١$ أو $أ > ٥$ ٤) $٢ \geq ق + ٤ > ٧$

مثال ٢ ٥) **درّاجات:** ينصح صانعو الدراجات الجبلية ألا يقل ضغط الهواء في الإطارات عن ١٦ كجم للبوصة المربعة الواحدة ولا يزيد على ٣٦ كجم.
فإذا كان ضغط الهواء في إطارات دراجة ١١ كجم للبوصة المربعة الواحدة، فما مدى الضغط الذي ينصح بإضافته إلى الإطارات؟

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٣ حل كلًّا من المتباينات المركبة الآتية، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٦) $ن + ٢ \geq -٥$ وَ $ن + ٦ \leq -٦$ ٧) $ص - ١ \leq ٧$ أو $ص + ٣ > -١$

٨) $-٥ > ٣ب + ٧ \geq ٢٢$ ٩) $-٣ \geq ٧م + ٤ > ١٨$

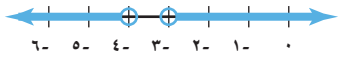
مثال ٢ ١٠) **سرعة:** تبين اللوحتان المجاورتان أقصى سرعة وأدنى سرعة على طريق. عبّر عن ذلك بمتباينة، ومثّلها بيانيًّا.

١١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات التي يتكون كل منها من عددين صحيحين فرديين موجبين متتاليين مجموعهما على الأقل ٨ ويقل عن ٢٤.

اكتب متباينة مركّبة تعبر عن كل تمثيل بياني فيما يأتي:

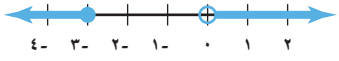
١٢)

١٣)



١٤)

١٥)



حل كلًّا من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٦) ٣ب + ٢ > ٥ب – ٦ ≥ ٢ب + ٩

١٧) ٥ن – ١ < –١٦ أو –٣ن – ١ < ٨

١٨) **أفاعٍ:** تعيش معظم الأفاعي في المناطق التي تتراوح درجة الحرارة فيها من ٢٤° سيليزية إلى ٣٣° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات حرارة المناطق التي لا تعيش فيها الأفاعي.

١٩) **سلاحف:** نادرًا ما تفقس بيوض السلاحف البحرية في درجة حرارة أقل من ٢٣° أو فوق ٣٣° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات الحرارة التي يجب أن تحضن فيها البيوض كي تفقس.

الربط مع الحياة

تراقب إحدى المنظمات مواقع السلاحف البحرية. حيث تساعد البيانات التي جمعها العلماء على تتبع أنماط هجرتها.

٢٠) **هندسة:** تنص متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

أ) اكتب ثلاث متباينات تعبّر عن العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث المجاور، وحلها.

ب) أعطِ أربعة أطوال ممكنة للضلع الثالث في هذا المثلث.

جـ) اكتب متباينة مركبة تمثل قيم س الممكنة.

٢١) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة: **الخطأ المطلق** للقياس الذي يساوي نصف وحدة القياس، **والخطأ النسبي** وهو نسبة الخطأ المطلق إلى القياس نفسه.

أ) جدوليًّا: انقل الجدول الآتي وأكمله:

القياس	الخطأ المطلق	الخطأ النسبي = الخطأ المطلق / القياس
١٤,٣ سم	$\frac{١}{٢}$ (٠,١) = ٠,٠٥ سم	$\frac{٠,٠٥ \text{ سم}}{١٤,٣ \text{ سم}} \approx ٠,٠٠٣٥$ أو ٠,٤٪
١,٨٥ سم		
٦١,٢ سم		
٢٣٧ سم		

ب) تحليليًّا: إذا كان طول قطعة مستقيمة ٨ , ١٢ سم، فاحسب الخطأ المطلق، ثم اكتب مدى الأطوال الممكنة.

جـ) منطقيًّا: إلى أيّ حد تقيس دقة الطول بالسنتمترات لكي يكون الخطأ المطلق أقل من ٠٥ , ٠ سم؟

عرِّف متغيرًا في كل من الأسئلة (٢٢ – ٢٤)، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

٢٢) عدد ناقص ثمانية لا يزيد على ١٤ ولا يقل عن ٥.

٢٣) ناتج جمع ثلاثة أمثال عدد مع أربعة يقع بين −٨ و ١٠.

٢٤) ناتج ضرب عدد في −٥ يزيد على ٣٥ أو يقل عن ١٠.

٢٥) **أعاصير:** تصنف قوة الأعاصير في ٥ فئات تبعًا لسرعة رياحها كما في الجدول المجاور:

الفئة	سرعة الرياح ميل / ساعة
١	٧٤–٩٥
٢	٩٦–١١٠
٣	١١١–١٣٠
٤	١٣١–١٥٥
٥	> ١٥٥

أ) اكتب متباينة مركبة تعبر عن سرعة الرياح في إعصار من الفئة ٣، ثم في إعصار من الفئة ٤.

ب) ما تقاطع التمثيلين البيانيين للمتباينتين اللتين كتبتهما في الفرع أ؟

مسائل مهارات التفكير العليا

الربط مع الحياة

تحدث معظم الأعاصير في المناطق المدارية. وقد ضربت الولايات المتحدة ٤ أعاصير بين العامين ٢٠٠١م، ٢٠٠٤م، صنفت ثلاثة منها من الفئات ٣، ٤، ٥.

٢٦) **اكتشف الخطأ:** حلَّ كل من سعد ومسفر المتباينة ٣ > ٢ س−٥ > ٧. فأيهما إجابته صحيحة؟ وضح تبريرك.

سعد

٣ > ٢س − ٥ > ٧

٨ > ٢س > ١٢

٤ > س > ٦

مسفر

٣ > ٢س − ٥ > ٧

٣ > ٢س > ١٢

$\frac{٣}{٢}$ > س > ٦

٢٧) **تبرير:** اكتب متباينة مركبة يكون تمثيلها البياني المجموعة الخالية، ومتباينة أخرى يكون تمثيلها البياني مجموعة جميع الأعداد الحقيقية.

٢٨) **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثالًا لمتباينة مركبة تحتوي (أو) وحلولها كثيرة وغير منتهية.

٢٩) **اكتب:** أعطِ مثالًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بمتباينة مركبة، ثم حلها.

تدريب على اختبار

٣٠) ما مجموعة حل المتباينة: −٧ < س + ٢ < ٤؟

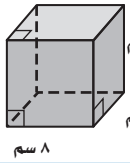
أ) {س| −٥ < س<٦}

ب) {س|−٥ <س<٢}

جـ) {س|−٩ <س<٢}

د) {س|−٩ <س<٦}

٣١) **هندسة:** ما مساحة سطح المنشور الرباعي المجاور؟



أ) ٢٤٩,٦ سم^٢

ب) ٢٧٨,٤ سم^٢

جـ) ٣١٣,٦ سم^٢

د) ٣٧١,٢ سم^٢

مراجعة تراكمية

٣٢) يتقاضى عامل في مصنع أجرًا شهريًّا مقداره ٣٠٠٠ ريال بالإضافة إلى ٢٠ ريالًا عن كل ساعة عمل إضافية. فإذا أراد الحصول في هذا الشهر على ٣٤٣٠ ريالًا على الأقل، فما عدد الساعات الإضافية التي يجب أن يعملها؟ (الدرس ٤-٣)

٣٣) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وميله $\frac{٣}{٢}$. (الدرس ٣-٣)

٣٤) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٦)، (٦ ، ١). (الدرس ٢-٥)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

٣٥) ٤ب − ٢ = −٦

٣٦) ١٨ = ٥س + ٣

٣٧) $\frac{م}{٧}$ + ١ = ٩

٣٨) ١,٥س − ٨ = ١١

٣٩) $\frac{ب + ٤}{-٢}$ = −١٧

٤٠) $\frac{ن - ٣}{٨}$ = ٢٠

رابط الدرس الرقمي

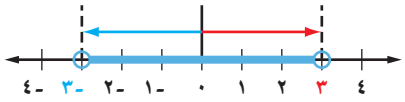
www.ien.edu.sa

٤ـ٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

لماذا؟

تستعمل بعض الشركات متباينات القيمة المطلقة لضبط جودة منتجاتها. فلعمل قطع جزر صغيرة تستعمل آلة لتقطيع حبات الجزر الطويلة إلى شرائح بطول ٣ سنتمترات. فإذا تراوحت دقة الآلة ضمن $\frac{١}{٨}$ سنتمتر، فإن أطوال الشرائح تتراوح بين $\frac{٧}{٨}$ ٢ سنتمتر و $\frac{١}{٨}$ ٣ سنتمترات.

متباينات القيمة المطلقة (>): المتباينة |س| > ٣ تعني أن المسافة بين س وَ ٠ أقل من ٣.



إذن س > −٣ و س < ٣. ومجموعة الحل هي: {س|−٣ < س < ٣}.

وعند حل متباينات القيمة المطلقة، تؤخذ الحالتان الآتيتان بعين الاعتبار:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

وتكون مجموعة الحل هي تقاطع حلّ هاتين الحالتين.

فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

- أحل متباينات القيمة المطلقة (>) وأمثلها بيانيًا.
- أحل متباينات القيمة المطلقة (<) وأمثلها بيانيًا.

مثال ١ حل متباينات القيمة المطلقة (>)

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

أ) |م + ٢| > ١١

أعد كتابة |م + ٢| > ١١ لكل من الحالتين ١، ٢.

الحالة ١: م + ٢ غير سالبة.

م + ٢ > ١١

م + ٢ − ٢ > ١١ − ٢

م > ٩

و

الحالة ٢: م + ٢ سالبة.

−(م + ٢) > ١١

م + ٢ < −١١

م + ٢ − ٢ < −١١ − ٢

م < −١٣

إذن م > ٩ وَ م < −١٣. وتكون مجموعة الحل هي: {م | م < −١٣ أو م > ٩}.

ب) |ص − ١| > −٢

|ص − ١| لا يمكن أن تكون سالبة؛ لذا لا يمكن أن تكون |ص − ١| أقل من −٢، وعليه، لا يوجد حل لهذه المتباينة، وتكون مجموعة حلها هي المجموعة الخالية ∅.

تحقق من فهمك

١أ) |ن − ٨| ≥ ٢

١ب) |٢جـ − ٥| > −٣

الربط مع الحياة

وافق مجلس الوزراء الموقر على إدخال الإنترنت للمملكة رسميًّا عام ١٤١٧هـ، وقد بدأت خدمة الإنترنت فعليًّا في المملكة عام ١٤١٩هـ.

المصدر: وحدة خدمات الإنترنت بمدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية.

مثال ٢ من واقع الحياة — استعمال متباينات القيمة المطلقة

إنترنت: أظهرت دراسة مسحية حديثة أن ٩٠ ٪ من الشباب يستعملون الإنترنت. فإذا كان هامش الخطأ ضمن ٣ نقاط مئوية، فأوجد مدى النسبة المئوية للشباب الذين يستعملون الإنترنت.

بما أن الفرق بين النسبة المئوية الفعلية للذين يستعملون الإنترنت والنسبة الواردة في الدراسة أقل من أو تساوي ٣٪، فإن $|س - ٩٠| \leq ٣$، حيث تمثل س النسبة المئوية الفعلية.

حل المتباينة في كلتا الحالتين.

الحالة ١: س − ٩٠ غير سالبة

$س - ٩٠ \leq ٣$

$س - ٩٠ + ٩٠ \leq ٣ + ٩٠$

$س \leq ٩٣$

و

الحالة ٢: س − ٩٠ سالبة

$-(س - ٩٠) \leq ٣$

$س - ٩٠ \geq -٣$

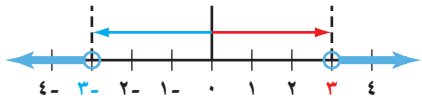
$س \geq ٨٧$

إذن مدى النسبة المئوية الفعلية للشباب الذين يستعملون الإنترنت هو: $\{س | ٨٧ \leq س \leq ٩٣\}$.

تحقق من فهمك

٢) **كيمياء:** درجة انصهار الجليد هي ٠ °سيليزية. لكن خالدًا لاحظ في أثناء إجراء تجربة أن درجة انصهار الجليد تتغير ضمن ١ °سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي لاحظها خالد.

متباينات القيمة المطلقة (<): إن المتباينة $|س| < ٣$ تعني أن المسافة بين س و ٠ أكبر من ٣.



إذن $س < -٣$ أو $س > ٣$. وتكون مجموعة الحل هي: $\{س | س < -٣ \text{ أو } س > ٣\}$.

وكما هو الحال في المثال السابق يجب أن نأخذ الحالتين الآتيتين في الحسبان:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

مثال ٣ — حل متباينات القيمة المطلقة (<)

حل المتباينة $|٣ن + ٦| \leq ١٢$، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

أعد كتابة المتباينة $|٣ن + ٦| \leq ١٢$ في الحالتين ١ ، ٢ أعلاه.

الحالة ١: ٣ن + ٦ غير سالبة.

$٣ن + ٦ \leq ١٢$

$٣ن + ٦ - ٦ \leq ١٢ - ٦$

$٣ن \leq ٦$

$ن \leq ٢$

أو

الحالة ٢: ٣ن + ٦ سالبة.

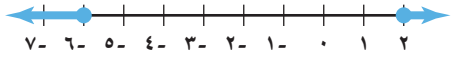
$-(٣ن + ٦) \leq ١٢$

$٣ن + ٦ \geq -١٢$

$٣ن \geq -١٨$

$ن \geq -٦$

إذن $ن \leq ٢$ أو $ن \geq -٦$. ومجموعة الحل هي: $\{ن | ن \leq ٢ \text{ أو } ن \geq -٦\}$.



إرشادات للدراسة

القيمة المطلقة

إن مجموعة حل المتباينة $|أ| \leq ب$ حيث أ عبارة خطية بمتغير واحد، ب عدد سالب، هي دائمًا مجموعة الأعداد الحقيقية؛ لأن $|أ|$ أكبر أو يساوي صفرًا دائمًا، وبذلك يكون $|أ|$ دائمًا أكبر من ب.

تحقق من فهمك

٣) حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

٣أ) $|ر - ٦| \leq -٥$

٣ب) $|٢ك + ١| \leq ٧$

تأكد

المثالان ١ ، ٣ حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١) $|\text{ي} + ٣| > ٧$ ٢) $|\text{ت} + ٤| \geq -٢$ ٣) $|\text{جـ} + ٢| > -٢$

٤) $|\text{ب} - ٢| \leq ٨$ ٥) $|\text{ن} + ٥| \leq ٣$ ٦) $|\text{ك} - ٥| > ٣$

مثال ٢ ٧) **أسهم:** بلغ سعر سهم إحدى الشركات ٧٠,٨٥ ريالًا. وقد تذبذب هذا السعر ضمن ٠,٧٥ ريال في اليوم. أوجد مدى سعر التداول لهذا السهم.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٣ حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

٨) $|٢\text{جـ} - ١| \geq ٧$ ٩) $|\text{و} + ٥| > -٨$ ١٠) $|\text{ر} + ٢| > ٦$

١١) $|\text{ك} - ٤| > ٣$ ١٢) $|٢\text{هـ} - ٣| \leq ٩$ ١٣) $|٥\text{ل} + ٣| > -٩$

١٤) $|-٢\text{س} - ٣| > -٤$ ١٥) $|\text{ن} + ٨| > ١٦$ ١٦) $|\text{ر} + ١| \geq ٢$

مثال ٢ ١٧) **غوص:** يجب أن يبقى ضغط أسطوانة الغوص ١١٣٦ كجم لكل بوصة مربعة، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٢٢٧ كجم. اكتب مدى الضغط المثالي لأسطوانة الغوص.

حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٨) $\left|\frac{\text{٤ن} + ٣}{}\right| \leq ١٨$ ١٩) $\left|\frac{\text{٣هـ} + ١}{٢}\right| > ٨$

٢٠) $\left|\frac{٢\text{ب} - ٨}{٤}\right| \leq ٩$ ٢١) $\left|\frac{٧\text{جـ} + ٣}{٢}\right| \geq -٥$

٢٢) $\left|\frac{٢\text{ق} + ٣}{٢}\right| < -٧$ ٢٣) $|-\text{هـ} + ١,٥| > ٣$

٢٤) $|٥\text{ت} - ٢| \geq ٦$ ٢٥) $|-٣\text{ل} - ٧| > ٥$

٢٦) **ادّخار:** يدّخر سعد في العادة ٥٠٠ ريال شهريًّا، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٦٠ ريالًا.

أ) اكتب مدى المبلغ الذي يدخره سعد شهريًّا.

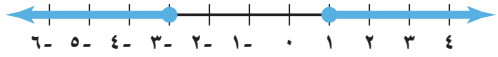
ب) مثّل هذا المدى بيانيًّا.

٢٧) **كيمياء:** يوجد الماء في حالات ثلاث: صلبة وسائلة وغازية. ويتجمد عند درجة ٠° سيليزية، ويتبخر عند درجة ١٠٠° سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي **لا** يكون فيها الماء سائلاً.

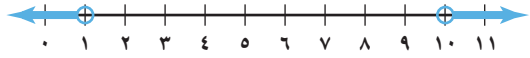
اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

٢٨)

٢٩)



٣٠)



٣١) **حيوانات:** تبلغ درجة الحرارة الطبيعية لجسم الشاة السليمة ٣٩° سيليزية، وقد تزيد أو تقل عن ذلك بمقدار ١° سيليزية. فما مدى درجة حرارة جسم الشاة السليمة؟

عبّر عن كل من العبارتين الآتيتين باستعمال متباينة تتضمن قيمة مطلقة:

٣٢) تبلغ درجة الحرارة المثلى داخل الثلاجة ٣٨° ف بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ١,٥° ف.

الربط مع الحياة

تمثِّل الأغنام والماعز عصب الثروة الحيوانية في الوطن العربي؛ حيث قُدِّر عدد الأغنام والماعز في الوطن العربي عام ١٩٩٧م بحوالي ١٨٥ مليون رأس.

٣٣) يحفظ مثبت السرعة سرعة السيارة عند ٨٨ كيلومترًا/ ساعة بزيادة أو نقصان مقداره ٥ كيلومترات/ ساعة.

٣٤) يجب أن تبقى درجة حموضة بركة السباحة ٧,٥ بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٠,٣، اكتب مدى درجة الحموضة المثالية للبركة.

٣٥) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة التمثيل البياني لمتباينات القيمة المطلقة في المستوى الإحداثي.

أ) جدوليًّا: انقل الجدول الآتي وأكمله، وعوّض في المتباينة قيم س وقيم د (س) لكل نقطة، ثم بين هل العبارة الناتجة صحيحة أم خاطئة:

النقطة	د(س) ≤ | س − ١ |	صحيحة / خاطئة	د(س) ≥ | س − ١ |	صحيحة / خاطئة
(٢، −٤)				
(٢، −٢)				
(٢، ٠)				
(٢، ٢)				
(٢، ٤)				

ب) بيانيًّا: مثِّل الدالة د(س) = \| س − ١ \| بيانيًّا.

جـ) بيانيًّا: عيِّن في المستوى الإحداثي جميع النقاط التي تجعل د(س) ≤ \| س − ١ \| عبارة صحيحة بلون أحمر، وعيّن جميع النقاط التي تجعل د(س) ≥ \| س − ١ \| صحيحة باللون الأزرق.

د) منطقيًّا: كوِّن تخمينًا حول شكل التمثيل البياني للمتباينتين د(س) ≤ \| س − ١ \| ، د(س) ≥ \| س − ١ \| ، وأضف إلى الجدول نقاطًا جديدة للتحقق من صحة تخمينك.

هـ) بيانيًّا: استعمل ما اكتشفته في هذه المسألة لتمثيل المتباينة د(س) ≤ \| س − ٣ \| .

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثّل أحمد حل المتباينة |٢أ − ٣| > ١.
كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسّر إجابتك.

٣٧) **تبرير:** هل يتكون التمثيل البياني لمتباينة القيمة المطلقة من اتحاد تمثيلين أحيانًا أم دائمًا، أم أنه لا يكون كذلك أبدًا؟ اشرح إجابتك.

٣٨) **تحدٍّ:** بيِّن لماذا لا يكون حل المتباينة |ت| > صفر مجموعة الأعداد الحقيقية جميعها.

٣٩) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثِّل موقفًا من واقع الحياة، وحلها، ثم فسِّر الحل.

٤٠) **اكتب:** اشرح كيف تحدِّد ما إذا كانت متباينة القيمة المطلقة تتحول إلى متباينة مركبة تحتوي (و)، أو متباينة مركبة تحتوي (أو).

تدريب على اختبار

٤١) **إجابة قصيرة:** سحبت بطاقة عشوائيًّا من كيس يحتوي ٩ بطاقات مرقمة بأرقام مختلفة من ١-٩.
ما احتمال أن يكون الرقم المسحوب فرديًّا؟

٤٢) مجموعة حل المعادلة |٢ن −٣| = ٥ هي:

أ) {-٤ ، -١}　　جـ) {١ ، ١}

ب) {-١ ، ٤}　　د) { ٤ ، ٤}

مراجعة تراكمية

٤٣) **حُلّ المتباينة: ٦ ≥ ٢ت − ٤ ≥ ٨ ، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا.** (الدرس ٤-٤)

٤٤) **حدِّد ما إذا كان المستقيمان ص= ٢س+٨ ، س+ص= ٤ متعامدين أم لا، وفسِّر إجابتك.** (الدرس ٣-٤)

٤٥) **هندسة:** يزيد قياس إحدى زوايا مثلث ١٠° عن قياس الزاوية الثانية، وقياس الزاوية الثالثة يساوي مثلي مجموع قياسي الزاويتين الأولى والثانية. أوجد قياس كل من زوايا المثلث. (الدرس ١-٣)

٤٦) **حُلّ المعادلة: $\frac{ت}{٥}$ = ٢٠ ، ثم تحقق من صحة الحل:** (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثِّل كل معادلة مما يأتي بيانيًّا:

٤٧) ص = ٥　　٤٨) س = ٣　　٤٩) ص = ٢س + ٣　　٥٠) ٢س + ص = ٤

حُلَّ كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة حلها على خط الأعداد:

١) س − ٩ > −٤

٢) ٦ب ≤ ٥ب − ٣

٣) **اختيار من متعدد:** لدى سعد ٣١ كتابًا ولدى خالد ٥٨ كتابًا. فكم كتابًا يجب أن يضيف سعد إلى مجموعته ليصبح لديه عدد من الكتب أكبر مما لدى خالد؟

أ) ٢١ على الأكثر

ب) ٢٧

جـ) ٢٨ على الأقل

د) أكثر من ٣٠

حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة حلها:

٤) $\frac{١}{٥}$ هـ > ٣

٥) ٧ع ≥ −٤٢

٦) −٩م > −٣٦

٧) $\frac{ق}{٤}$ + ٣ ≥ −٩

٨) −٢(س − ٤) > ٥س − ١٣

٩) **مدينة الألعاب:** زار أحمد مدينة الألعاب خلال عيد الأضحى المبارك. وقرَّر أن يصرف مبلغًا لا يزيد على ٤٠ ريالًا. إذا كانت أجرة اللعبة الواحدة تكلِّف ٧ ريالات، فاكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

حُلَّ كلًّا من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٠) ص − ٨ < −٣ أو ص + ٥ > ١٩

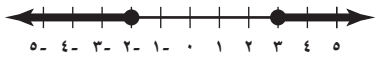
١١) −١١ ≤ ٢هـ − ٥ ≤ ١٣

عرِّف المتغير في كل مما يأتي، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

١٢) عدد ناقص ٤ لا يزيد على ٨.

١٣) تسعة أمثال عدد ناقص أربعة يساوي ثلاثة وعشرين على الأقل.

١٤) **اختيار من متعدد:** أي المتباينات المركبة الآتية حلها ممثَّل على خط الأعداد أدناه؟



أ) −٢ ≥ س > ٣

ب) س ≥ −٢ أو س ≤ ٣

جـ) س < −٢ أو س ≤ ٣

د) −٢ < س ≥ ٣

حُلّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٥) |ب − ٥| > ٣

١٦) |٢ف + ٧| ≤ ٢١

١٧) |−٤م + ٣| ≥ ١٥

١٨) $\left|\frac{س - ٣}{٤}\right|$ > ٥

١٩) **بيع بالتجزئة:** عرض أحد المتاجر خصمًا قدره ١٥ ريالًا على أي زوج من الأحذية.

أ) إذا كان أعلى ثمن لزوج من الأحذية ١٤٩,٩٥ ريالًا، وأقل ثمن ٨٤,٩٥ ريالاً. فما مدى أثمان الأحذية بعد الخصم؟

ب) إذا خيِّر شخص عند شراء زوج من الأحذية ثمنه ١٠٩,٩٥ ريالات بين أن يحصل على خصم مقداره ١٥ ريالًا أو خصم بنسبة ١٥٪، فأي العرضين أفضل له؟

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

١) مع يزيد ١٠٠ ريال دفع منها ٣٨ ريالًا ثمنًا لوجبة الغداء، واشترى عددًا من الهدايا لأصدقائه، عبر عن المتباينة التي تمثِّل عدد الهدايا التي اشتراها يزيد، إذا كان ثمن الهدية الواحدة ١٢ ريالًا.

أ) ن ≥ ٦ جـ) ن ≤ ٥

ب) ن > ٥ د) ن ≥ ٥

٢) يتقاضى موظف أجرًا عن كل ساعة عمل بحسب الجدول أدناه.

الشرط	الأجر عن كل ساعة (ريال)
أول ٤٠ ساعة	١٢٨
بعد ٤٠ ساعة	١٩٢

إذا كان هدف الموظف جمع مبلغ ٦٠٠٠ ريال خلال الأسبوع القادم، فما أقل عدد من الساعات يمكن أن يعمله الموظف؟

أ) ٤٣ ساعة جـ) ٤٤ ساعة

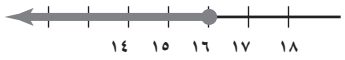
ب) ٤٥ ساعة د) ٤٦ ساعة

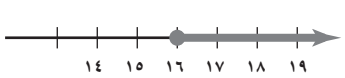
٣) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{٢}{٣}$، ومقطعه الصادي يساوي ٦ .

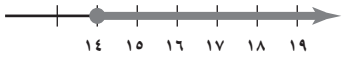
أ) ص = ٦س + $\frac{٢}{٣}$ جـ) ص = $-\frac{٢}{٣}$س + ٦

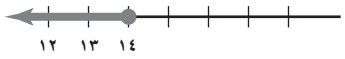
ب) ص = $-\frac{٢}{٣}$س − ٦ د) ص = ٦س − $\frac{٢}{٣}$

٤) قرأت مها في اليوم الأول ١٤ صفحة من قصة، إذا كان مجموع ما قرأته مها في اليومين الأول والثاني على الأقل ٣٠ صفحة، فأيُّ من التمثيلات التالية يعبِّر عما قرأته مها في اليوم الثاني؟

أ)


ب)


جـ)


د)


٥) أيُّ المستقيمات التالية ميلها غير معرّف؟

أ) س = ٥ جـ) ٢س + ٣ص = ١

ب) ص = ٥ د) ٢س + ٣ص = ٠

تنبيه للاختبار

سؤال ٢ : يمكن أن تتحقق من إجابتك من خلال حساب الأجر الذي يتقاضاه الموظف حسب عدد ساعات العمل.

إجابة قصيرة

٦) حُلَّ المتباينة: ٢٣ ≤ ٣س + ٨ < −٤

٧) **جوال:** يريد مسعود شراء جوال ثمنه ٧٥٠ ريالًا على الأقل، إذا وفَّر مسعود ٥٠ ريالًا كل أسبوع، فاكتب المتباينة التي تعبِّر عن عدد الأسابيع التي يحتاج إليها مسعود ليوفِّر ثمن الجوال، وحلّها.

٨) حُلَّ المتباينة: |س − ٤| > ٢

٩) مثِّل بيانيًّا حلَّ المتباينة ٣س − ٦ ≥ ٤س − ٤ ≥ ٣س + ١

١٠) حدِّد ما إذا كانت الدالة التالية خطية أم لا، وفسّر إجابتك.

س	ص
٣	١٢,٥
٤	١٦
٥	١٩,٥
٦	٢٣
٧	٢٦,٥

١١) **مدينة ألعاب:** دفعت هند ١٠ ريالات رسوم دخول مدينة الألعاب وَ ٥ ريالات لاستعمال كل لعبة مرة. اكتب معادلة خطية باستعمال الميل والمقطع الصادي تعبِّر عن المبلغ الذي أنفقته هند في مدينة الألعاب.

إجابة مطولة

١٢) يخطِّط مروان للذهاب لرحلة عمرة في إجازته على نفقته الخاصة. إذا كانت تكلفة رحلة العمرة ٦٤٠ ريالًا، وقرَّر مروان أن يوفِّر كل أسبوع ٣٥ ريالًا.

أ) فاكتب متباينة تعبر عن الموقف لمعرفة عدد الأسابيع ن التي يحتاج إليها مروان لتوفير المبلغ.

ب) حُلَّ المتباينة في الفقرة أ، وأوجد أقل عدد ممكن من الأسابيع يحتاج إليه مروان.

جـ) إذا وفّر مروان ٤٥ ريالًا كل أسبوع، فما أقل عدد من الأسابيع يحتاج إليه لتوفير المبلغ؟

للمساعدة ..											
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
فراجع الدرس ..	٣-٤	٢-٤	١-٣	١-٤	٢-٥	٤-٤	٣-٤	٤-٥	٤-٤	٢-٥	٣-٢	٤-٢

الفصل ٥
أنظمة المعادلات الخطية

فيما سبق

درست حلّ المعادلات الخطية في متغير واحد.

والآن

- أحل نظام معادلتين خطيتين بيانيًا.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالتعويض.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالحذف.
- أحل مسائل لفظية من واقع الحياة تؤول إلى نظام من معادلتين خطيتين.

لماذا؟

حدائق: باعت حديقة الحيوانات بالرياض في أحد الأيام تذاكر دخول بقيمة ٣٥٠٠ ريال. فإذا كان سعر التذكرة ١٠ ريالات للكبير، ٥ ريالات للصغير ، فيمكنك استعمال نظام من معادلتين خطيتين لمعرفة عدد الكبار وعدد الصغار الذين اشتروا التذاكر عند معرفة إجمالي عدد التذاكر المبيعة.

المفردات

- النظام المتسق ص (١٥٨)
- النظام المستقل ص (١٥٨)
- النظام غير المستقل ص (١٥٨)
- النظام غير المتسق ص (١٥٨)

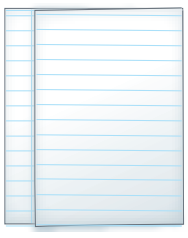
المطويات منظم أفكار

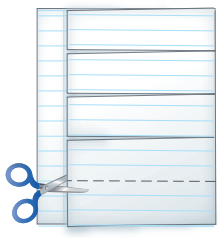
أنظمة المعادلات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك مبتدئًا بورقة A4 .

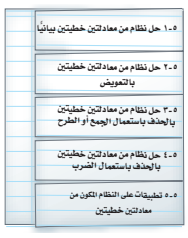
١ **اطو** الورقة طوليًا من المنتصف.

٢ **قص** النصف العلوي خمسة أجزاء بالتساوي.

٣ **سم** الأجزاء الخمسة بأرقام الدروس وعناوينها.







رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

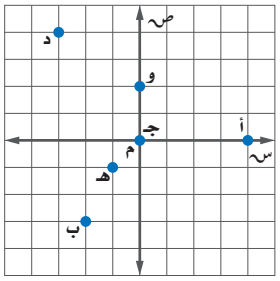
التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي: (الدرس ٢-١)



١) أ

٢) د

٣) ب

٤) جـ

٥) هـ

٦) و

حلّ كل معادلة فيما يأتي: (الدروس: ١-٢، ١-٣، ١-٤)

٧) ٢س + ٤ = ١٢.

٨) ٣س = − ٩.

٩) م + ٢ = ٦.

١٠) ٢ = م س + ب ، م ، ب ثابتان.

١١) ب = ٢ل + (−٤)، ب ثابت.

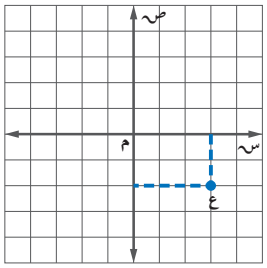
١٢) ٢٠ − ١٠ص = ٤٠.

١٣) **هندسة:** إذا كانت م = $\frac{١}{٢}$ ق × ع، تمثل صيغة مساحة المثلث، حيث م المساحة، ق قاعدة المثلث، ع ارتفاعه. فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٥ سم.

مراجعة سريعة

مثال ١

سم الزوج المرتب الذي يمثل النقطة ع في المستوى الإحداثي.



ارسم خطًّا رأسيًّا من النقطة ع إلى محور السينات، لتّحدد الإحداثي السيني للنقطة وهو (٣).

ارسم خطًّا أفقيًّا من النقطة إلى محور الصادات، لتّحدد الإحداثي الصادي للنقطة وهو (−٢).

إذن الزوج المرتب للنقطة ع هو (٣، −٢).

مثال ٢

حل المعادلة −١٢ + ٣ ص = ٣٦ .

−١٢ + ٣ ص = ٣٦	المعادلة الأصلية
−١٢ + ٣ ص + ١٢ = ٣٦ + ١٢	أضف ١٢ إلى كل من الطرفين
٣ ص = ٤٨	بسّط
$\frac{٣ص}{٣} = \frac{٤٨}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ص = ١٦	بسّط

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًّا

فيما سبق

درست التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.
- أحلّ نظامًا مكونًا من معادلتين خطيتين بيانيًا.

المفردات

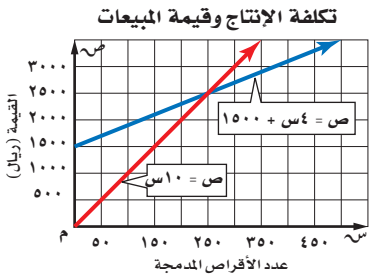
نظام من معادلتين
النظام المتسق
النظام المستقل
النظام غير المستقل
النظام غير المتسق

لماذا؟

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالاتٍ ويباع بـ ١٠ ريالاتٍ، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحًا.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحًا، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة ص = ٤س+١٥٠٠؛ حيث ص تمثل تكلفة الإنتاج، س عدد الأقراص المدمجة المنتجة.

يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة ص = ١٠س، حيث تمثل ص القيمة الكلية للمبيعات، س عدد الأقراص المدمجة المبيعة.



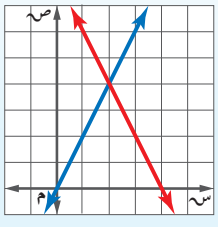
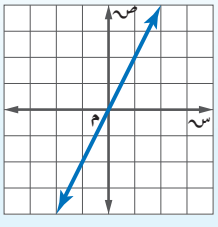
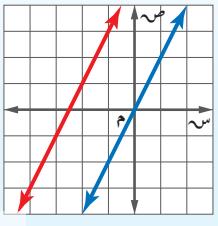
يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانيًّا من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصًا مدمجًا؛ أيْ أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصًا مدمجًا.

عدد الحلول الممكنة: تشكّل المعادلتان ص = ٤س+١٥٠٠، ص = ١٠ س **نظامًا من معادلتين**، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا لكلتا المعادلتين حلًّا للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظامًا متسقًا**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكّل مستقيمًا واحدًا.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظامًا مستقلا**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظامًا غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظامًا غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمات متوازية.

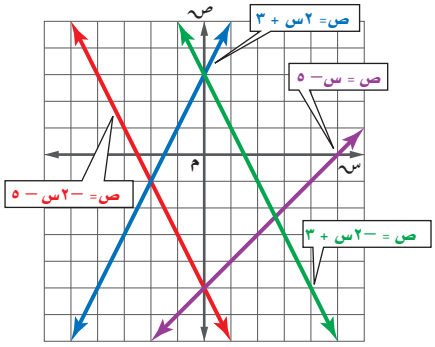
مفهوم أساسي — الحلول الممكنة

أضف إلى مطويتك

عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			

مثال ١ عدد الحلول

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان النظام الآتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل.



أ) ص = −٢س + ٣

ص = س − ٥

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متسقًا ومستقلًّا.

ب) ص = −٢س − ٥

ص = −٢س + ٣

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متسق.

تحقق من فهمك

أ١) ص = ٢س + ٣
ص = −٢س + ٣

ب١) ص = س − ٥
ص = −٢س − ٥

الحل بالتمثيل البياني: من الطرائق المستعملة في حل نظام من معادلتين تمثيلهما بيانيًّا في المستوى البياني نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان التي تمثل حل النظام.

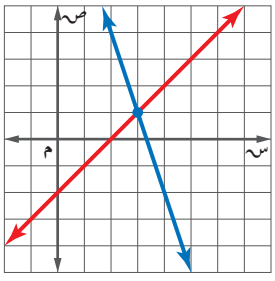
مثال ٢ الحل بالتمثيل البياني

مثِّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

أ) ص = −٣س + ١٠

ص = س − ٢

يظهر من التمثيل البياني أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٣، ١)، ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن س بـ ٣، وعن ص بـ ١.



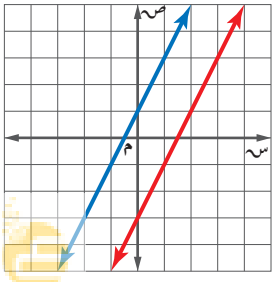
تحقق

ص = −٣س + ١٠	المعادلة الأصلية
١ ≟ −٣(٣) + ١٠	عوض
١ ≟ −٩ + ١٠	اضرب
١ = ١ ✓	
ص = س − ٢	المعادلة الأصلية
١ ≟ ٣ − ٢	عوض
١ = ١ ✓	اضرب

إذن للنظام حل واحد، هو (٣، ١).

ب) ٢س − ص = −١

٤س − ٢ص = ٦



بما أن للمعادلتين الميل نفسه، ومقطعاهما الصاديان مختلفان، فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان، وبما أنهما لا يتقاطعان في أي نقطة فلا يوجد حلّ لهذا النظام.

إرشادات للدراسة

عدد الحلول

عندما تُكتب كل من المعادلتين على الصيغة ص = م س + ب، فإن قيم م، ب تحدد عدد الحلول.

المقارنة بين قيم م، ب	عدد الحلول
قيمتا م مختلفتان	١
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب مختلفتان.	لايوجد
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب متساويتان.	لانهائي

مراجعة المفردات

المستقيمات المتوازية

لا تتقاطع أبدًا، ولها الميل نفسه.

تحقق من فهمك

مثِّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

١أ) س − ص = ٢ ، ٣ص + ٢س = ٩

١ب) ص = −٢س − ٣ ، ٦س + ٣ص = −٩

يمكننا استعمال أنظمة المعادلات لحل مسائل متنوعة من واقع الحياة تتضمن متغيرين أو أكثر.

مثال ٣ من واقع الحياة — كتابة نظام من معادلتين وحلّه

تُمور: يزداد إنتاج مزرعتي نخيل من التمور بانتظام تقريبًا عبر عدد من السنين. استعمل المعلومات الواردة في الجدول أدناه للتنبؤ بالسنة التي يصبح فيها إنتاج المزرعتين متساويًا على اعتبار أن معدل الزيادة يبقى ثابتًا خلال السنوات القادمة في كلتا المزرعتين.

المزرعة	كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ (طن)	معدل الزيادة السنوية (طن)
الأولى	٣٠٩	٨
الثانية	٤١٨	٣

الربط مع الحياة

تعد التمور غذاءً صحيًّا مركزًا وطبيعيًّا، ومنجمًا للفيتامينات؛ لكثرة ما بها من عناصر معدنية وفيتامينات.

التعبير اللفظي: كمية الإنتاج الكلية = تساوي معدل الزيادة × ضرب عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ زائد كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ

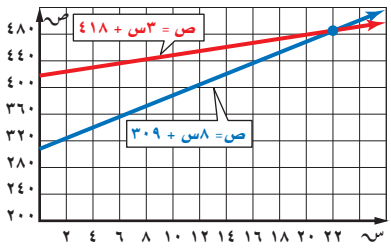
المتغيرات: لتكن ص = كمية الإنتاج الكلية ، س = عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ .

المعادلات:

المزرعة الأولى ص = ٨ × س + ٣٠٩

المزرعة الثانية ص = ٣ × س + ٤١٨

بتمثيل الدالتين: ص = ٨س + ٣٠٩ ، ص = ٣ س + ٤١٨ بيانيًّا نجد أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٢٢ ، ٤٨٥) تقريبًا.



تحقق استعمل التعويض للتحقق من صحة الإجابة.

ص = ٨س + ٣٠٩ ، ص = ٣س + ٤١٨

٤٨٥ ≟ ٨(٢٢) + ٣٠٩ ، ٤٨٥ ≟ ٣(٢٢) + ٤١٨

٤٨٥ = ٤٨٥ ✓ ، ٤٨٥ ≈ ٤٨٤ ✓

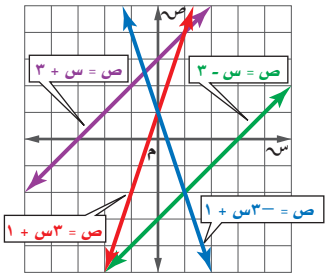
إذن سيكون إنتاج المزرعتين متساويًا بعد ٢٢ سنة من عام ١٤٢٩هـ؛ أيْ في عام ١٤٥١هـ ، إذا بقي معدل الزيادة ثابتًا في كلتا المزرعتين.

تحقق من فهمك

٣) ساعات: يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالًا، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالًا ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعًا يصبح معهما المبلغ نفسه؟

تأكد

مثال ١ استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



١) ص = -٣س + ١
ص = ٣س + ١

٢) ص = ٣س + ١
ص = س - ٣

٣) ص = س - ٣
ص = س + ٣

٤) ص = س + ٣
س - ص = -٣

مثال ٢ مثِّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

٥) ص = س + ٤
ص = -س - ٤

٦) ص = س + ٣
ص = ٢س + ٤

مثال٣ ٧) **قراءة:** يقرأ كلٌّ من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.

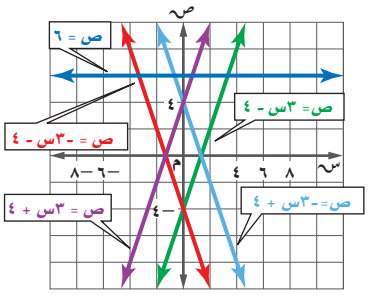
أ) اكتب معادلة تعبر عن عدد الصفحات التي يقرؤها كلٌّ منهما.

ب) مثّل كل معادلة بيانيًّا.

جـ) بعد كم يوم يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبدالله؟ تحقق من إجابتك وفسِّرها.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



٨) ص = -٣س + ٤
ص = -٣س - ٤

٩) ص = -٣س - ٤
ص = ٣س - ٤

١٠) ٣س - ص = -٤
ص = -٣س + ٤

١١) ٣س - ص = ٤
٣س + ص = ٤

مثال ٢ مثِّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه:

١٢) ص = ٤س + ٢
ص = -٢س - ٣

١٣) ص = س - ٦
ص = س + ٢

١٤) س + ص = ٤
٣س + ٣ص = ١٢

١٥) س - ص = -٢
-س + ص = ٢

١٦) س + ٢ص = ٣
س = ٥

١٧) ٢س + ص = -٤
ص + ٢س = ٣

مثال٣ ١٨) **هوايات:** يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًّا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع.

أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

ب) مثِّل كل معادلة بيانيًّا.

جـ) بعد كم أسبوع يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

مثِّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

١٩) $ص = \frac{١}{٢}س$
$ص = س + ٢$

٢٠) $ص = ٢س - ١٧$
$ص = س - ١٠$

٢١) $-٣س + ٤ص = ٢٤$
$٤س - ص = ٧$

٢٢) $٢س - ٨ص = ٦$
$س - ٤ص = ٣$

٢٣) $٤س - ٦ص = ١٢$
$-٢س + ٣ص = -٦$

٢٤) $٢س + ٣ص = ١٠$
$٤س + ٦ص = ١٢$

٢٥) $٣س + ٢ص = ١٠$
$٢س + ٣ص = ١٠$

٢٦) $\frac{٣}{٤}س + \frac{١}{٢}ص = \frac{١}{٤}$
$\frac{٢}{٣}س + \frac{١}{٦}ص = \frac{١}{٢}$

الربط مع الحياة

تتيح آلات التصوير الرقمية للمصورين فرصة مشاهدة الصورة وإمكانية معالجتها وتعديلها ونقلها إلى الحاسوب وطباعتها.

٢٧) **تصوير:** افترض أن ص تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)، س تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠هـ. إذا كانت المعادلة ص = ١٢,٥س+ ١٠,٩ تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المبيعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠هـ، والمعادلة ص= -١,٩س+٧٨,٨ تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المبيعة.

أ) فمثّل كل معادلة بيانيًّا.

ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية ؟

جـ) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٢٨) $٢ص = ٢,١س - ١٠$
$٤ص = ٢,٤س$

٢٩) $س = ٦ - \frac{٣}{٨}ص$
$٤ = \frac{٢}{٣}س + \frac{١}{٤}ص$

٣٠) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة طرائق متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

أ) جبريًا: حُلَّ المعادلة $\frac{١}{٢}س + ٣ = -س + ١٢$ جبريًّا.

ب) بيانيًا: حُلَّ نظام المعادلتين $ص = \frac{١}{٢}س + ٣$، ص= -س + ١٢ بيانيًّا.

جـ) تحليليًا: ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟

د) لفظيًا: وضِّح كيف تستعمل التمثيل البياني في الفرع (ب) لحل المعادلة في الفرع (أ).

مسائل مهارات التفكير العليا

٣١) تحدٍّ: استعمل التمثيل البياني لحل النظام ٢س+٣ص= ٥، ٣س+٤ص= ٦، ٤س+٥ص= ٧.

٣٢) تبرير: بيّن هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكّل كل من النقطتين (٠، ٠)، (٢، ٢) حلًّا له، تكون له حلول أخرى أحيانًا أم دائمًا أم ليس له أي حلول أخرى.

٣٣) أيٌّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك:

٣س − ٢ص = ١ ٢س + ٣ص = ١٨	٤س + ٢ص = ١٤ ١٢س + ٦ص = ١٨	−س + ٤ص = ٨ ٣س − ٦ص = ٦	٤س − ص = ٥ −٢س + ص = −١

٣٤) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاث معادلات تشكّل مع المعادلة ص = ٥س−٣ أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسق، متسق ومستقل، متسق وغير مستقل على الترتيب.

٣٥) اكتب: صف مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية.

تدريب على اختبار

٣٦) إجابة قصيرة: يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٩:٠٠ صباحًا ٤٥٠٠ ، فكم يصبح عند الساعة ١٢:٠٠ ظهرًا؟

٣٧) هندسة: قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ سنتمترًا إلى قطع متساوية، ثم ألصقت من نهاياتها لتشكّل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟

أ) ٢٩٤ سم^٣ **جـ)** ١١٥٨ سم^٣

ب) ٣٤٣ سم^٣ **د)** ٢٧٤٤ سم^٣

مراجعة تراكمية

٣٨) اختبار: يبيِّن الجدول المجاور درجات هيثم في ٣ اختبارات للرياضيات، وبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (الدرس ٤-٣)

الاختبار	الدرجة
١	٩١
٢	٩٥
٣	٨٨

أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف.

ب) إذا أراد هيثم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟

جـ) هل إجابتك معقولة؟ فسّر ذلك.

٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٣، ١)، والمعامد للمستقيم ص = $\frac{١}{٣}$س + ٢. (الدرس ٣-٤)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

٤٠) ١٥(ن + ٦) = ١٦٥ ؛ {٣، ٤، ٥، ٦، ٧}.

٤١) $\frac{م - ٩}{٢}$ = ٣٦ ؛ {٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١}.

إذا كانت أ = ٢ ، ب = −٣ ، جـ = ١١ ، فاحسب قيمة كل عبارة فيما يأتي:

٤٢) أ + ٦ب **٤٣)** ٧ − أب **٤٤)** (٢جـ + ٣أ) ÷ ٤

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI – nspire لتمثيل نظام من معادلتين وحله.

نشاط ١ حل نظام من معادلتين خطيتين

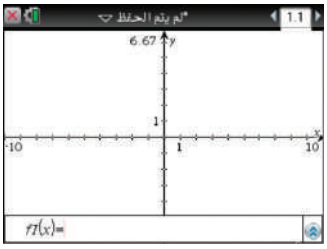
حل النظام الآتي مقربًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$٥,٢٣\text{ س} + \text{ص} = ٧,٤٨$$
$$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} = ٢,١١$$

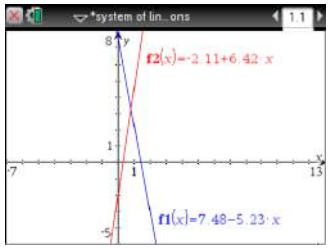
الخطوة ١: حل كل معادلة بالنسبة للمتغير ص لإدخالها في الحاسبة.

$٥,٢٣\text{س} + \text{ص} = ٧,٤٨$	المعادلة الأولى
$٥,٢٣\text{س} + \text{ص} - ٥,٢٣\text{ س} = ٧,٤٨ - ٥,٢٣\text{ س}$	اطرح ٥,٢٣ س من كلا الطرفين
$\text{ص} = ٧,٤٨ - ٥,٢٣\text{ س}$	بسّط
$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} = ٢,١١$	المعادلة الثانية
$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} - ٦,٤٢\text{ س} = ٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س}$	اطرح ٦,٤٢ س من كلا الطرفين
$-\text{ص} = ٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س}$	بسّط
$(-١)(-\text{ص}) = (-١)(٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س})$	اضرب كلا الطرفين في (-١)
$\text{ص} = -٢,١١ + ٦,٤٢\text{ س}$	بسّط

الخطوة ٢: مثّل كلًّا من المعادلتين بيانيًّا.



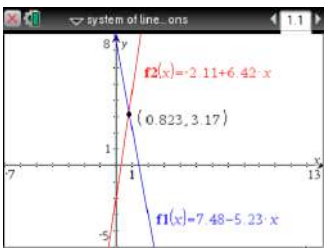
- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on، ثم اختر من الشاشة 1 مستند جديد.
- اختر 2: إضافة تطبيق الرسوم البيانية فتظهر الشاشة المجاورة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 7.48 - 5.23x$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.



- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2(x) = -2.11 + 6.42x$ ثم اضغط enter ليظهر التمثيل البياني المجاور.
- أظهر الجزء المطلوب من التمثيل البياني على الشاشة، بالضغط على مفتاح menu ومنها اختر 4: تكبير/تصغير النافذة 1: إعدادات النافذة؛ لتحديد التدريج المناسب لكلٍّ من س، ص.

[–7, 13] scl: 1 by [–5, 8] scl: 1

الخطوة ٣: إيجاد نقاط التقاطع لإيجاد الحل.



[–7, 13] scl: 1 by [–5, 8] scl: 1

- استعمل ميزة **نقاط التقاطع** لإيجاد الحل.
- اضغط menu واختر منها 6: تحليل الرسم البياني ثم 4: نقاط التقاطع، وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع (0.823, 3.17) التي هي حل النظام.

وعليه يكون حل النظام إلى أقرب جزء من مئة هو (٠,٨٢ ، ٣,١٧) .

من الطرق التي يمكنك استعمالها لحل معادلة بمتغير واحد، تمثيل نظام المعادلتين الذي نكوّنه من تلك المعادلة، ثم حله. ولإجراء ذلك، اكتب نظامًا من المعادلات باستعمال طرفي المعادلة، ثم استعمل الحاسبة البيانية لحله.

نشاط ٢ استعمال نظام من معادلتين لحل معادلة خطية

حل المعادلة ٥س+٦= −٤ مستعملًا نظامًا من معادلتين.

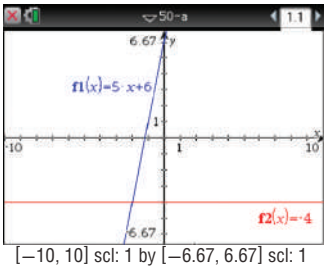
الخطوة ١ : اكتب نظامًا من معادلتين ، على أن يساوي كل طرف من طرفي المعادلة ص.

ص = ٥س + ٦ المعادلة الأولى

ص = −٤ المعادلة الثانية

الخطوة ٢ : مثِّل كلًّا من المعادلتين بيانيًّا.

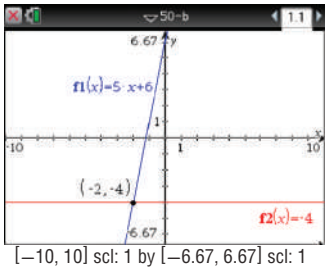
- مثِّل كلًّا من هاتين المعادلتين بيانيًّا بالضغط على مفتاح (on)، ثم اختر الشاشة 1 مستند جديد واختر منها 2:إضافة تطبيق الرسوم البيانية .
- أدخل المعادلة الأولى $f1(x) = 5x + 6$ ثم اضغط enter ، اضغط مفتاح (tab) وأدخل المعادلة الثانية $f2(x) = -4$ ثم اضغط enter فيظهر التمثيل البياني التالي:



[−10, 10] scl: 1 by [−6.67, 6.67] scl: 1

الخطوة ٣ : إيجاد نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

- حدِّد نقطة التقاطع بالضغط على مفتاح (menu)، ثم اختر منها 6: تحليل الرسم البياني، ثم اختر 4:نقاط التقاطع وقم بالضغط في أي نقطةٍ على الشاشة وحرّك المؤشر مرورًا بنقطة التقاطع، تظهر لك نقطة التقاطع (−٢، −٤).



[−10, 10] scl: 1 by [−6.67, 6.67] scl: 1

أي أن الحل هو س = −٢

تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرِّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

١) ص = ٢ س − ٣
ص = −٠,٤ س + ٥

٢) ص = ٦س + ١
ص = −٣,٢س − ٤

٣) ٧ س − ٢ ص = ١٦
١١س + ٦ص = ٣٢,٣

٤) ٣س + ٢ ص = ١٦
٥س + ص = ٩

٥) ٠,٦٢ س + ٠,٣٥ ص = ١,٦٠
−١,٣٨ س + ص = ٨,٢٤

٦) ٧٥ س − ١٠٠ ص = ٤٠٠
٣٣ س − ١٠ص = ٧٠

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرِّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

٧) ٤س − ٢ = −٦

٨) $\frac{س}{٢}$ + ١ = ٣

٩) −٢ + ١٠س = ٨س − ١

١٠) **اكتب:** وضِّح لماذا يمكنك حل معادلة مثل ر= أ س + ب بحل نظام المعادلتين: ص = ر ، ص= أ س + ب .

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٥ـ٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

لماذا؟

في إحدى السنوات أنتجت مزرعة ناصر ١٦ طنًّا من التمور، بينما أنتجت مزرعة محمد ٢٠ طنًّا. ثم بدأ إنتاج المزرعتين يتناقص سنويًّا، فبلغ في السنة التالية ١٣ طنًّا لمزرعة ناصر و١٦ طنًّا لمزرعة محمد.

فإذا استمر تناقص إنتاج كل من المزرعتين وفق المعدل نفسه، فمتى يتساوى الإنتاج السنوي للمزرعتين؟

الحل بالتعويض: يمكنك استعمال نظام مكوّن من معادلتين لإيجاد متى يتساوى إنتاج المزرعتين، وإحدى طرائق إيجاد الحل الدقيق لنظام المعادلات **التعويض**.

فيما سبق

درست حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيًّا.

والآن

- أحل نظامًا مكونًا من معادلتين بالتعويض.
- أحل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظامًا من معادلتين) باستعمال التعويض.

المفردات

التعويض

مفهوم أساسي — الحل بالتعويض

مطويتك

الخطوة ١: حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضروريًّا.

الخطوة ٢: عوِّض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.

الخطوة ٣: عوِّض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال ١ — حل نظام من معادلتين بالتعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

ص = ٢س + ١

٣س + ص = −٩

الخطوة ١: ← إحدى المعادلتين مكتوبة أساسًا بالنسبة إلى ص.

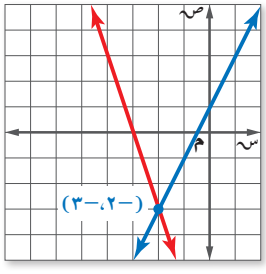
الخطوة ٢: عوض ٢س + ١ بدلًا من ص في المعادلة الثانية.

٣س + ص = −٩	المعادلة الثانية
٣س + ٢س + ١ = −٩	عوض عن ص بـ ٢س + ١
٥س + ١ = −٩	اجمع الحدود المتشابهة
٥س = −١٠	اطرح (١) من كلا الطرفين
س = −٢	اقسم كلا الطرفين على ٥

الخطوة ٣: عوض −٢ بدلًا من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

ص = ٢س + ١	المعادلة الأولى
= ٢ (−٢) + ١	عوض عن س بـ (−٢)
= −٣	بسّط

إذن الحل هو: (−٢، −٣).



تحقق من فهمك

أ) ص = ٤س − ٦

٥س + ٣ص = −١

ب) ٢س + ٥ص = −١

ص = ٣س + ١٠

إرشادات للدراسة

تحقق من صحة حلك

بعد إيجاد قيم المتغيرين، عوض بهما في كلتا المعادلتين لتتحقق من صحة الحل.

وإذا لم يكن أحد المتغيرين مكتوبًا وحده في طرف إحدى المعادلتين في النظام، فحل إحدى المعادلتين أولًا بالنسبة لهذا المتغير، ثم عوّض لحل النظام.

مثال ٢ الحل ثم التعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

س + ٢ص = ٦

٣س − ٤ص = ٢٨

الخطوة ١: حُلَّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير س لأن معامل س= ١ .

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ص − ٢ص = ٦ − ٢ص	اطرح ٢ص من كلا الطرفين.
س = ٦ − ٢ص	بسّط

الخطوة ٢: عوّض عن س بـ (٦−٢ص) في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة ص.

٣ (٦ − ٢ص) − ٤ص= ٢٨	عوض عن س بـِ (٦−٢ص)
١٨ − ٦ص − ٤ص = ٢٨	خاصية التوزيع
١٨ − ١٠ص = ٢٨	اجمع الحدود المتشابهة
١٨ − ١٠ص − ١٨ = ٢٨ − ١٨	اطرح ١٨ من كلا الطرفين
−١٠ص = ١٠	بسّط
ص = −١	اقسم كلا الطرفين على −١٠

الخطوة ٣: أوجد قيمة س بالتعويض في المعادلة الأولى.

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ (−١) = ٦	عوض عن ص بـِ (−١)
س − ٢ = ٦	بسّط
س = ٨	أضف ٢ إلى كلا الطرفين

الحل هو (٨، −١)

تحقق من فهمك

٢أ) ٤س + ٥ص = ١١ ، ص − ٣س = −١٣

٢ب) س − ٣ص = −٩ ، ٥س − ٢ص = ٧

إرشادات للدراسة

صيغة الميل والمقطع

إذا كُتبت كل من المعادلتين بصيغة الميل والمقطع (ص= م س+ب)، فيمكن مساواتهما معًا، ثم إيجاد قيمة س، وتعويضها لإيجاد قيمة ص.

وبصورة عامة، إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة خطأ مثل ٣= −٢، فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة، أما إذا كانت النتيجة متطابقة مثل ٣=٣ فهناك عدد لا نهائيّ من الحلول.

مثال ٣ عدد لا نهائي من الحلول، أو لا يوجد للنظام حل

حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

ص = ٢س − ٤

−٦س + ٣ص = −١٢

عوض عن ص بـ (٢س−٤) في المعادلة الثانية.

−٦س + ٣ص = −١٢	المعادلة الثانية
−٦س + ٣ (٢س − ٤) = −١٢	عوض عن ص بـِ (٢س−٤)
−٦س + ٦س − ١٢ = −١٢	خاصية التوزيع
−١٢ = −١٢	اجمع الحدود المتشابهة

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

إرشادات للدراسة

النظام غير المستقل

هناك عدد لا نهائي من الحلول للنظام في المثال ٣؛ لأنه عند كتابة المعادلتين بصيغة الميل والمقطع تكونان متكافئتين، ولهما التمثيل البياني نفسه.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

٣أ) ٢س – ص = ٨
ص = ٢س – ٣

٣ب) ٤س – ٣ص = ١
٦ص – ٨س = –٢

حل مسائل من واقع الحياة: يمكنك استعمال التعويض لحل مسألة من واقع الحياة تتضمن نظامًا من معادلتين.

مثال ٤ من واقع الحياة — كتابة نظام من معادلتين وحله

أجهزة: باع متجر أجهزة تسجيل وسماعات عددها ١٢٥ جهازًا، بسعر ١٠٤,٩٥ ريالات لجهاز التسجيل الواحد، و ١٨,٩٥ ريالًا للسمّاعة الواحدة، فإذا كان ثمن مبيعاته من هذه الأجهزة ٦٩٢٦,٧٥ ريالًا، فكم جهازًا باع من كل نوع؟

لتكن جـ= عدد أجهزة التسجيل، ت= عدد السماعات.

عدد الوحدات المبيعة	جـ	ت	١٢٥
السعر	١٠٤,٩٥جـ	١٨,٩٥ت	٦٩٢٦,٧٥

فتكون المعادلتان هما: جـ + ت = ١٢٥ ، ١٠٤,٩٥جـ + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥.

الخطوة ١: حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير جـ.

جـ + ت = ١٢٥ — المعادلة الأولى
جـ + ت – ت = ١٢٥ – ت — اطرح ت من كلا الطرفين
جـ = ١٢٥ – ت — بسّط

الخطوة ٢: عوض عن جـ بـ (١٢٥ – ت) في المعادلة الثانية.

١٠٤,٩٥جـ + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — المعادلة الثانية
١٠٤,٩٥ (١٢٥ – ت) + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — عوض عن جـ بـ (١٢٥ – ت)
١٣١١٨,٧٥ – ١٠٤,٩٥ت + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — خاصية التوزيع
١٣١١٨,٧٥ – ٨٦ت = ٦٩٢٦,٧٥ — اجمع الحدود المتشابهة
–٨٦ت = –٦١٩٢ — اطرح ١٣١١٨,٧٥ من كلا الطرفين
ت = ٧٢ — اقسم كلا الطرفين على –٨٦

الخطوة ٣: عوض عن ت بـ (٧٢) في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة جـ.

جـ + ت = ١٢٥ — المعادلة الأولى
جـ + ٧٢ = ١٢٥ — عوض عن ت بـ (٧٢)
جـ = ٥٣ — اطرح ٧٢ من كلا الطرفين

إذن باع المتجر ٥٣ جهاز تسجيل، ٧٢ سمّاعة.

تحقق من فهمك

٤) رياضة: مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عددُ نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

تأكد

الأمثلة ١ - ٣ حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

١) س = ص − ٢ ٢) ٢س + ٣ص = ٤ ٣) س − ص = ١

٤س + ص = ٢ ٤س + ٦ص = ٩ ٣س = ٣ص + ٣

مثال ٤ ٤) **هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

ب) أوجد قياس كل زاوية.

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١ - ٣ حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

٥) ص = ٤س + ٥ ٦) ص = ٣س − ٣٤ ٧) ص = ٣س − ٢

٢س + ص = ١٧ ص = ٢س − ٥ ص = ٢س − ٥

٨) ٢س + ص = ٣ ٩) ٣س + ٤ص = −٣ ١٠) −١ = ٢س − ص

٤س + ٤ص = ٨ س + ٢ص = −١ ٨س − ٤ص = −٤

١١) س = ص − ١ ١٢) ص = −٤س + ١١ ١٣) ص = −٣س + ١

− س + ص = −١ ٣س + ص = ٩ ٢س + ص = ١

١٤) ٣س + ص = −٥ ١٥) ٥س − ص = ٥ ١٦) −٥س + ٤ص = ٢٠

٦س + ٢ص = ١٠ −س + ٣ص = ١٣ ١٠س − ٨ص = −٤٠

الربط مع الحياة

السياحة في بلادنا متنفس في الإجازات للأسر والوافدين والسياح؛ لما حبا الله به البلاد من مظاهر طبيعية وآثار تاريخية، تمنح زائريها الراحة والتوازن الذهني والجسماني.

مثال ٤ ١٧) **سياحة:** يبيِّن الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٣٥ هـ، ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوّار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفًا	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفًا	زيادة ١,٨

أ) عرِّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.

ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوّار متساويًا في المنطقتين؟

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥هـ	١:٥١:٣٩	١:٥٤:٤٣
١٤٣٠هـ	١:٤٩:٣١	١:٥٨:٠٣

١٨) **رياضة:** يبيِّن الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون خلال عامي ١٤٢٥هـ، ١٤٣٠هـ.

أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥هـ صفرًا، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام (س).

جـ) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسّر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

١٩) **تحدٍّ:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعًا، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧: ٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

٢٠) **تبرير:** قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالته.

٢٢) **اكتب:** وضِّح كيف تحدد الأفضل تعويضًا عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

تدريب على اختبار

٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

أ) ص = −٣س + ٤
−٦س − ٢ص = −٨

جـ) ص = ٥س + ١
٤س + ص = ١٠

ب) س − ٢ص = ٨
٢س = ٤ص + ٩

د) س + ص = ١
ص = ٣ − س

٢٤) ما مجموعة حل المعادلة: ٢ |ف| = ١٦، إذا كان ف عددًا صحيحًا؟

أ) { ٠، ٨ }

جـ) { −٨، ٨ }

ب) { −٨، ٠ }

د) { −٨، ٠، ٨ }

مراجعة تراكمية

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١)

٢٥) س = ١
٢س − ص = ٧

٢٦) ص = س + ٥
ص = س − ٢

٢٧) س + ص = ١
٣ص + ٣س = ٣

حلّ كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٣)

٢٨) ٦ف + ١ ≤ −١١

٢٩) ٢٤ > ١٨ + ٢ن

٣٠) $-١١ \leq \frac{٢}{٥}$ ف + ٥

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٦، ١)، (١، ١). (الدرس ٣-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسِّط كلًّا من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:

٣٢) ١٠ ب + ٥(٣ + ٩ب)

٣٣) ٥(٣ن^{٢} + ٤) − ٨ن

٣٤) −٢(٧أ + ٥ب) + ٥(٢أ − ٧ب)

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض.

والآن

- أحل نظامًا من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع.
- أحل نظامًا من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح.

المفردات

الحذف

لماذا؟

يزيد عدد الأشهر (أ) التي ترتفع فيها درجة الحرارة العظمى في مدينة الرياض على ٣٠° س بمقدار شهرين على عدد الأشهر (ب) التي تنخفض فيها عن ٣٠° س. ويمثل النظام الآتي هذا الموقف:

أ + ب = ١٢

أ – ب = ٢

الحذف باستعمال الجمع: إذا جمعت هاتين المعادلتين فسوف يتم حذف المتغير (ب)، وتُسمى طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام **الحذف**.

مفهوم أساسي — الحل بالحذف

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتب الحل كزوج مرتب.

مثال ١ — الحذف باستعمال الجمع

استعمل الحذف لحل النظام:

٤س + ٦ص = ٣٢

٣س – ٦ص = ٣ ← **الخطوة ١:** كلا معاملي ٦ص، –٦ص معكوس للآخر

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين.

٤س + ٦ص = ٣٢

(+) ٣س – ٦ص = ٣

٧س = ٣٥ — حذف المتغير ص.

$\frac{٧س}{٧} = \frac{٣٥}{٧}$ — اقسم كلا الطرفين على ٧.

س = ٥ — بسّط.

الخطوة ٣: عوِّض عن س بـ ٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

٤س + ٦ص = ٣٢ — المعادلة الأولى

٤ (٥) + ٦ص = ٣٢ — عوض عن س بـ ٥

٢٠ + ٦ص = ٣٢ — اضرب

٢٠ + ٦ص – ٢٠ = ٣٢ – ٢٠ — اطرح ٢٠ من كلا الطرفين

٦ص = ١٢ — بسّط

$\frac{٦ص}{٦} = \frac{١٢}{٦}$ — اقسم كلا الطرفين على ٦

ص = ٢ — بسّط

إذن الحل هو (٥، ٢).

تحقق من فهمك

١أ) $-٤س + ٣ص = -٣$
$٤س - ٥ص = ٥$

ب) $٤ص + ٣س = ٢٢$
$٣س - ٤ص = ١٤$

يمكنك استعمال طريقة الحذف لإيجاد عددين محددين يرتبطان معًا بعلاقة.

قراءة الرياضيات

الحذف: إذا أدى جمع أو طرح معادلتين إلى أن يكون ناتج معاملي أحد المتغيرين صفرًا، يقال عندئذٍ إنه تم حذف هذا المتغير.

مثال ٢ كتابة نظام من معادلتين وحله

عددان، سالب ثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه خمسة أمثال الثاني يساوي −١١، وثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه سبعة أمثال الثاني يساوي −١. فما العددان؟

سالب ثلاثة أمثال العدد الأول — زائد — خمسة أمثال العدد الثاني — يساوي — −١١.

$-٣س + ٥ص = -١١$

ثلاثة أمثال العدد الأول — زائد — سبعة أمثال العدد الثاني — يساوي — −١.

$٣س + ٧ص = -١$

الخطوتان ١، ٢: اكتب المعادلتين رأسيًّا، ثم اجمعهما.

$$\begin{array}{rl} & -٣س + ٥ص = -١١ \\ (+) & ٣س + ٧ص = -١ \\ \hline & ١٢ص = -١٢ \end{array}$$

حذف المتغير الأول س.

$\frac{١٢ص}{١٢} = \frac{-١٢}{١٢}$ اقسم كلا الطرفين على ١٢

$ص = -١$ بسّط.

الخطوة ٣: عوِّض عن ص بـ −١ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

$٣س + ٧ص = -١$ المعادلة الثانية

$٣س + ٧(-١) = -١$ عوض عن ص بـ −١

$٣س + (-٧) = -١$ بسّط.

$٣س + (-٧) + ٧ = -١ + ٧$ أضف ٧ إلى كلا الطرفين.

$٣س = ٦$ بسّط.

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٦}{٣}$ اقسم كلا الطرفين على ٣.

$س = ٢$ بسّط.

العددان هما ٢، −١.

تحقق:

$-٣س + ٥ص = -١١$ المعادلة الأولى

$-٣(٢) + ٥(-١) \stackrel{؟}{=} -١١$ عوض عن س بـ ٢، وعن ص بـ −١

$-١١ = -١١$ ✓ بسّط

$٣س + ٧ص = -١$ المعادلة الثانية

$٣(٢) + ٧(-١) \stackrel{؟}{=} -١$ عوض عن س بـ ٢، وعن ص بـ −١

$-١ = -١$ ✓ بسّط

إرشادات للدراسة

معاملات:
عندما يتساوى معاملا متغير، يؤدي طرح المعادلتين إلى حذفه، وعندما يكون أحد المعاملين معكوسًا للآخر، يؤدي جمع المعادلتين إلى حذفه أيضًا.

تحقق من فهمك

٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي −١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢.

الحذف باستعمال الطرح: يمكنك أحيانًا حذف متغير بطرح معادلة من أخرى.

مثال ٣ من اختبار — الحذف باستعمال الطرح

حل النظام: $٥ر + ٢ت = ٦$، $٩ر + ٢ت = ٢٢$

أ) $(-٧، ١٥)$ ب) $\left(٧، \frac{٨}{٩}\right)$ جـ) $(-٧، ٤)$ د) $\left(-\frac{٢}{٥}، ٤\right)$

اقرأ الفقرة:

بما أن كلتا المعادلتين تشتمل على ٢ ت، فيمكن حل النظام بالحذف باستعمال الطرح.

حل الفقرة:

الخطوة ١: اطرح المعادلتين.

$٥ر + ٢ت = ٦$	اكتب نظام المعادلتين على أن تكون الحدود
$(-)\ ٩ر + ٢ت = ٢٢$	المتشابهة بعضها تحت بعض.
$-٤ر = -١٦$	حذف المتغير ت
$ر = ٤$	بسّط

الخطوة ٢: عوِّض عن ر بـ ٤ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ت.

$٥ر + ٢ت = ٦$	المعادلة الأولى
$٥(٤) + ٢ت = ٦$	ر = ٤
$٢٠ + ٢ت = ٦$	بسّط
$٢٠ + ٢ت - ٢٠ = ٦ - ٢٠$	اطرح ٢٠ من كلا الطرفين
$٢ت = -١٤$	بسّط
$ت = -٧$	بسّط

فيكون الحل $(٤، -٧)$، والإجابة الصحيحة هي جـ.

تحقق من فهمك

٣) حل النظام: $٨ب + ٣جـ = ١١$، $٨ب + ٧جـ = ٧$

أ) $(١، ١,٥)$ ب) $(-١، ١,٧٥)$ جـ) $(١، ١,٧٥)$ د) $(١، ١,٥)$

الربط مع الحياة

اهتم الإسلام بالعمل اليدوي المهني والتقني، فمارسه الرسول -صلى الله عليه وسلم- والصحابة والتابعون بوصفه وسيلة إنتاجية وقيمة مهمة تؤدي إلى تطور البلاد وبناء حياة الإنسان والمجتمع.

مثال ٤ من واقع الحياة — كتابة نظام من المعادلات وحله

وظائف: **يعمل كل من عبدالعزيز وعبدالرحمن في متجر، فيحصل عبدالعزيز على ٨,٥ ريالات في الساعة، وعبدالرحمن على ٧,٥ ريالات في الساعة، وبلغ مجموع ما حصلا عليه خلال يومين ٢٩٩,٥ ريالًا، وفي اليومين التاليين ضاعف عبدالرحمن عدد ساعات عمله فحصلا على ٤١٢ ريالًا، فما عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين؟**

افهم: أنت تعلم مقدار ما يحصل عليه كل منهما في الساعة ومجموع ما حصلا عليه معًا.

نريد معرفة عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين.

إرشادات للدراسة

طريقة أخرى:
يمكنك ضرب إحدى المعادلتين في (-١)، ثم جمع المعادلتين بدلًا من طرحهما.

خطط: افترض أن جـ = عدد ساعات عمل عبدالعزيز ، د = عدد ساعات عمل عبدالرحمن.

أجرة عبد العزيز	زائد	أجرة عبد الرحمن	تساوي	٢٩٩,٥ ريالا
٨,٥ جـ	+	٧,٥ د	=	٢٩٩,٥
أجرة عبد العزيز	زائد	أجرة عبد الرحمن	تساوي	٤١٢ ريالا
٨,٥ جـ	+	٧,٥ (٢) د	=	٤١٢

حل: اطرح المعادلتين للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة الناتجة في المتغير الآخر.

٨,٥جـ + ٧,٥د = ٢٩٩,٥	اكتب المعادلتين رأسيًّا
٨,٥جـ + ٧,٥ (٢)د = ٤١٢	
٨,٥جـ + ٧,٥٠د = ٢٩٩,٥	
(-) ٨,٥جـ + ١٥د = ٤١٢	بسّط.
-٧,٥د = -١١٢,٥	اطرح لحذف المتغير جـ.
$\frac{-٧,٥د}{-٧,٥} = \frac{-١١٢,٥}{-٧,٥}$	اقسم كلا الطرفين على -٧,٥.
د = ١٥	بسّط.

والآن عوض عن د بـ ١٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة جـ.

٨,٥ جـ + ٧,٥٠ د = ٢٩٩,٥	المعادلة الأولى
٨,٥ جـ + ٧,٥ (١٥) = ٢٩٩,٥	عوض عن د بـ ١٥
٨,٥ جـ + ١١٢,٥ = ٢٩٩,٥	بسّط
٨,٥ جـ = ١٨٧	اطرح ١١٢,٥ من كلا الطرفين
جـ = ٢٢	اقسم كلا الطرفين على ٨,٥

تحقق: عوض كلا المتغيرين في المعادلة الأخرى للتأكد من صحة الحل.

إذا كان جـ = ٢٢، د = ١٥، فإن ٨,٥ (٢٢) + ١٥ (١٥) = ٤١٢

وعليه ففي اليومين الأولين عمل عبدالعزيز ٢٢ ساعة، وعبدالرحمن ١٥ ساعة .

تحقق من فهمك

٤) **حفلات:** أقام مسفر ومحمود حفلًا بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود ، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧ ، فكم شخصًا دعا كل منهما؟

تأكد

المثالان ١ ، ٣ حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) ٥م - ب = ٧ ٧م - ب = ١١

٢) ٨س + ٥ص = ٣٨ -٨س + ٢ص = ٤

٣) ٧ف + ٣جـ = -٦ ٧ف - ٢جـ = -٣١

مثال ٢ ٤) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

مثال ٤ ٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٣ حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٦) $-ف + و = ٧$ ، $ف + و = ١$

٧) $ص + ز = ٤$ ، $ص - ز = ٨$

٨) $-٤س + ٥ص = ١٧$ ، $٤س + ٦ص = -٦$

٩) $أ + ٤ب = -٤$ ، $أ + ١٠ب = -١٦$

١٠) $٩س + ٦ص = ٧٨$ ، $٣س - ٦ص = -٣٠$

١١) $٦س - ٢ص = ١$ ، $١٠س - ٢ص = ٥$

مثال ٢

١٢) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟

١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي -٣؟

مثال ٤

١٤) **شحن سيارات:** يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجرة شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة.

عدد السيارات الصغيرة	عدد السيارات الكبيرة	الأجرة الكلية (ريال)
٢	٥	٣٨٠٠
٢	٣	٢٦٠٠

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١٥) $٤(س + ٢ص) = ٨$ ، $٤س + ٤ص = ١٢$

١٦) $\frac{١}{٢}س + \frac{٢}{٣}ص = ٢\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}س - \frac{٢}{٣}ص = ٦\frac{١}{٤}$

١٧) $٤س + ٣ص = ٦$ ، $٣س + ٣ص = ٧$

١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجي المملكة والفيصلية معًا ٥٦٧ مترًا، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ مترًا.

أ) ما ارتفاع برج المملكة؟

ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟

الربط مع الحياة

افتُتح مهرجان جازان الشتوي الأول الذي تنظمه لجنة التنشيط السياحي بالمنطقة في عام ١٤٢٧ هـ، ويشتمل على ألعاب ترفيهية وعروض ومسابقات فنية ورياضية.

١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقًا في سباق الدراجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فئتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠.

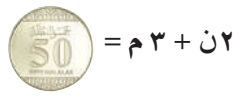
أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار. ثم اكتب نظامًا من معادلتين يمثّل هذا الموقف.

ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام.

جـ) فسِّر الحل في سياق هذا الموقف.

د) مثِّل هذا النظام بيانيًّا للتأكد من صحة الحل.

٢٠) **تمثيلات متعددة:** لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلًا:



أ) **حسيًا:** كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستعملًا كلا النوعين؟ قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.

ب) **تحليليًا:** مستعملًا ٩ قطع، اكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.

جـ) **جدوليًا:** أنشئ جدولًا يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

د) **لفظيًا:** هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع ب)؟ فسّر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

٢٢) **تبرير:** إذا كانت النقطة (-٣، ٢) تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادلتيه هي س+٤ص= ٥، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسِّر كيف توصلت إليها.

٢٣) **تحدٍّ:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢، ومجموع رقميه يساوي ٨ ، فحدد المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد.

٢٤) **اكتب:** بيِّن متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

تدريب على اختبار

٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟

$$٢، ٣، \frac{٩}{٢}، \frac{٢٧}{٤}، \frac{٨١}{٨}، \ldots$$

أ) $\frac{٢١٨٧}{٦٤}$ جـ) $\frac{٢٢٨١}{٦٤}$

ب) $\frac{٢٢٤٥}{٦٤}$ د) $\frac{٢٤٤٥}{٦٤}$

٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

س + ٤ص = ١

٢س - ٣ص = -٩

أ) (١، ٠) جـ) ليس له حل

ب) (-٣، ١) د) يوجد عدد لانهائي من الحلول

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا التعويض، وبيّن ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٥-٢)

٢٧) ص = ٦س
٢س + ٣ص = ٤٠

٢٨) س = ٣ص
٢س + ٣ص = ٤٥

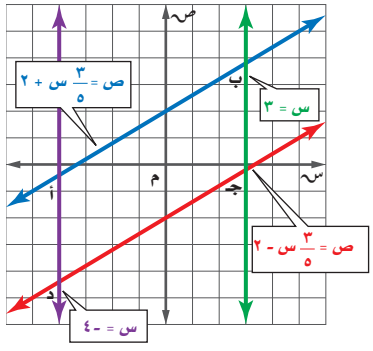
٢٩) س = ٥ص + ٦
س = ٥ص − ٢

٣٠) **توفير:** يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفَّر وائل حتى الآن ٣٥ ريالًا ويخطط لتوفير ١٠ ريالات كل أسبوع. أما رياض فلديه الآن ٢٦ ريالًا ويخطط لتوفير ١٣ ريالًا في الأسبوع. (الدرس ٥-١)

أ) بعد كم أسبوع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساويًا؟

ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟

٣١) **هندسة:** بيِّن ما إذا كان الشكل أب جـ د متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (الدرس ٣-٤)



حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحلّ: (الدرس ١-٢)

٣٢) ٦جـ = −٤٨

٣٣) ٢/٣ أ = ٨

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلًّا من العبارات الآتية:

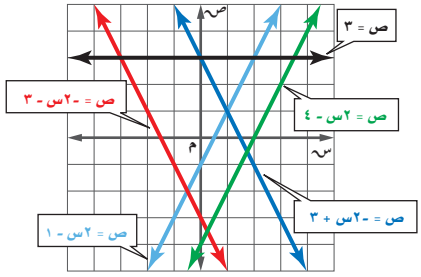
٣٤) ٦ل − ٣ + ٧ب + ١

٣٥) ٧س^{٢} − ٩س + ٤س^{٢}

٣٦) ١٠(٢ + ر) + ٣ر

٣٧) ٥ص − ٧(ص + ٥)

مستعملًا التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من حيث كونه متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل: (الدرس ٥-١)



١) ص = ٢س − ١
ص = −٢س + ٣

٢) ص = −٢س + ٣
ص = −٢س − ٣

مثِّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه: (الدرس ٥-١)

٣) ص = ٢س − ٣
ص = س + ٤

٤) س + ص = ٦
س − ص = ٤

٥) س + ص = ٨
٣س + ٣ص = ٢٤

٦) س − ٤ص = −٦
ص = −١

٧) ٣س + ٢ص = ١٢
٣س + ٢ص = ٦

٨) ٢س + ص = −٤
٥س + ٣ص = −٦

حُلَّ كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض: (الدرس ٥-٢)

٩) ص = س + ٤
٢س + ص = ١٦

١٠) ص = −٢س − ٣
س + ص = ٩

١١) س + ص = ٦
س − ص = ٨

١٢) ص = −٤س
٦س − ص = ٣٠

١٣) **حديقة الحيوان:** الجدول الآتي يبيِّن، تكلفة دخول عائلتين لحديقة الحيوان في إحدى المدن. (الدرسان ٥-٢، ٥-٣)

العائلة	المجموعة	التكلفة الإجمالية
أ	٤ كبار وطفلان	١٨٤ ريالا
ب	٤ كبار وَ٣ أطفال	٢٠٠ ريال

أ) عرف المتغيرات التي تمثل ثمن التذكرة للكبار وثمن التذكرة للأطفال.

ب) اكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد ثمن كلٍّ من تذكرتي الكبار والأطفال.

جـ) حل النظام، ووضح ماذا يعني الحل.

د) ما تكلفة دخول مجموعة مكونة من ٣ كبار وَ٥ أطفال لحديقة الحيوان؟

١٤) **اختيار من متعدد:** تريد أسماء شراء ١٢ قطعة من الشوكولاتة والمصاص؛ إذا كان مع أسماء ١٦ ريالًا، وكان ثمن قطعة الشوكولاتة ريالين، وثمن قطعة المصاص ريالًا، فكم قطعة من كل نوع ستشتري؟ (الدرسان ٥-٢، ٥-٣)

أ) ٦ قطع شوكولاتة، ٦ قطع مصاص.

ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص.

جـ) ٧ قطع شوكولاتة، ٥ قطع مصاص.

د) ٣ قطع شوكولاتة، ٩ قطع مصاص.

حُلَّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

١٥) س + ص = ٩
س − ص = −٣

١٦) س + ٣ص = ١١
س + ٧ص = ١٩

١٧) ٩س − ٤ص = −٦
٣س + ٤ص = ١٠

١٨) −٥س + ٢ص = −١١
٥س − ٧ص = ١

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح.

والآن

- أحل نظامًا من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب.
- أحل مسائل من واقع الحياة تتضمن أنظمة من معادلتين.

لماذا؟

باعت مكتبة ٧٠ قلمًا بمبلغ ٢٦٠ ريالًا. وبناءً على القائمة أدناه يمكن كتابة المعادلتين الآتيتين لإيجاد عدد الأقلام المبيعة من كل نوع:

قلم حبر	٤ ريالات
قلم رصاص	ريالان

س + ص = ٧٠

٤س + ٢ص = ٢٦٠

الحذف باستعمال الضرب: لا يمكن حذف أي من المتغيرين بالجمع أو الطرح في النظام أعلاه، إلّا أنه يمكن حذف أحد المتغيرين باستعمال الضرب في مثل هذه الحالة.

مفهوم أساسي — الحل بالحذف

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: اضرب إحدى المعادلتين على الأقل في عددٍ ثابت للحصول على معادلتين فيهما حدان أحدهما معكوس للآخر.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوِّض عن قيمة المتغير الناتجة في الخطوة (٢) في إحدى المعادلتين، وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال ١ — ضرب معادلة لحذف أحد المتغيرين

استعمل الحذف لحل النظام:

٥س + ٦ص = −٨

٢س + ٣ص = −٥

الخطوتان ١ و ٢:

٥س + ٦ص = −٨

٢س + ٣ص = −٥ — اضرب كل حد في (−٢)

٥س + ٦ص = −٨

(+) −٤س − ٦ص = ١٠ — اجمع

س = ٢ — حذف ص

الخطوة ٣:

٢س + ٣ص = −٥ — المعادلة الثانية

٢(٢) + ٣ص = −٥ — عوض عن س بـ ٢

٤ + ٣ص = −٥ — بسّط

٣ص = −٩ — اطرح ٤ من كلا الطرفين

ص = −٣ — اقسم كلا الطرفين على ٣

الحل هو (٢، −٣).

تحقق من فهمك

أ) ٦س − ٢ص = ١٠

٣س − ٧ص = −١٩

ب) ٩ر + ك = ١٣

٣ر + ٢ك = −٤

أحيانًا نحتاج إلى ضرب كل معادلة في عدد مختلف لحل نظام المعادلتين.

إرشادات للدراسة

اختيار المتغير الذي يجب حذفه: يمكنك حذف أي متغير في النظام إذا لم يطلب إليك إيجاد قيمة متغير محدد.

مثال ٢ ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

حل النظام الآتي مستعملًا الحذف:

$٤س + ٢ص = ٨$

$٣س + ٣ص = ٩$

الطريقة ١: حذف المتغير س.

$٤س + ٢ص = ٨$ ← اضرب بـ ٣

$٣س + ٣ص = ٩$ ← اضرب بـ −٤

$١٢س + ٦ص = ٢٤$

$(+)\ -١٢س - ١٢ص = -٣٦$ اجمع

$-٦ص = -١٢$ تم حذف المتغير س

$\frac{-٦ص}{-٦} = \frac{-١٢}{-٦}$ اقسم كلا الطرفين على −٦

$ص = ٢$ بسّط

الآن عوِّض عن ص بـ ٢ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة س.

$٣س + ٣ص = ٩$	المعادلة الثانية
$٣س + ٣(٢) = ٩$	عوض عن ص بـ ٢
$٣س + ٦ = ٩$	بسّط
$٣س = ٣$	اطرح ٦ من كلا الطرفين
$\frac{٣س}{٣} = \frac{٣}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
$س = ١$	الحل (١، ٢)

الطريقة ٢: حذف المتغير ص.

$٤س + ٢ص = ٨$ ← اضرب بـ ٣

$٣س + ٣ص = ٩$ ← اضرب بـ −٢

$١٢س + ٦ص = ٢٤$

$(+)\ -٦س - ٦ص = -١٨$

$٦س = ٦$ تم حذف المتغير ص

$\frac{٦س}{٦} = \frac{٦}{٦}$ اقسم كلا الطرفين على ٦

$س = ١$ بسّط

والآن عوِّض عن س= ١ بإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

$٣س + ٣ص = ٩$	المعادلة الثانية
$٣(١) + ٣ص = ٩$	عوض عن س بـ ١
$٣ + ٣ص = ٩$	بسّط
$٣ص = ٦$	اطرح ٣ من كلا الطرفين، ثم بسّط
$\frac{٣ص}{٣} = \frac{٦}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
$ص = ٢$	بسّط

الحل هو (١، ٢) ويتطابق مع الحل الذي حصلنا عليه بالطريقة الأولى.

تحقق: عوِّض عن س بـ (١)، وعن ص بـ ٢ في المعادلة الأولى

$٤س + ٢ص = ٨$	المعادلة الأصلية
$٤(١) + ٢(٢) \stackrel{؟}{=} ٨$	عوِّض عن (س، ص) بِـ (١، ٢).
$٤ + ٤ \stackrel{؟}{=} ٨$	اضرب
$٨ = ٨$ ✓	اجمع

تحقق من فهمك

٢أ) ٥س − ٣ص = ٦
٢س + ٥ص = −١٠

٢ب) ٦أ + ٢ب = ٢
٤أ + ٣ب = ٨

حل مسائل من واقع الحياة: قد يكون من الضروري استعمال الضرب قبل الحذف أحيانًا عند حل مسائل من واقع الحياة.

مثال ٣ من واقع الحياة — كتابة نظام من معادلتين وحله

طيران: **تطير طائرة في اتجاه الريح بمعدل ٥٢٠ ميلًا في ٤ ساعات، وفي رحلة العودة تستغرق ٥ ساعات لقطع المسافة نفسها، أوجد سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.**

ليكن أ = معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.
و = معدل سرعة الريح.

	السرعة	الزمن	المسافة ف	السرعة × الزمن = ف
في اتجاه الريح	أ + و	٤	٥٢٠	٤ × (أ + و) = ٥٢٠
في عكس اتجاه الريح	أ − و	٥	٥٢٠	٥ × (أ − و) = ٥٢٠

فتكون المعادلتان هما: ٤ أ + ٤ و = ٥٢٠، ٥أ − ٥ و = ٥٢٠.

٤ أ + ٤ و = ٥٢٠ — اضرب في ٥ → ٢٠ أ + ٢٠ و = ٢٦٠٠
٥ أ − ٥ و = ٥٢٠ — اضرب في ٤ → ٢٠ أ − ٢٠ و = ٢٠٨٠

اجمع: (+) ٢٠ أ − ٢٠ و = ٢٠٨٠

حذف المتغير و: ٤٠ أ = ٤٦٨٠

اقسم كلا الطرفين على ٤٠: $\frac{٤٠\text{ أ}}{٤٠} = \frac{٤٦٨٠}{٤٠}$

بسّط: أ = ١١٧

وبذلك يكون معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة ١١٧ ميلًا في الساعة.

تحقق من فهمك

٣) زورق: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

تأكد

المثالان ١، ٢ حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

١) ٢س − ص = ٤
٢) ٢س + ٧ص = ١
٣) ٤س + ٢ص = −١٤
٧س + ٣ص = ٢٧
س + ٥ص = ٢
٥س + ٣ص = −١٧

مثال ٣ **٤) صيد:** يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل/ ساعة.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٥) $س + ص = ٢$
$-٣س + ٤ص = ١٥$

٦) $س - ص = -٨$
$٧س + ٥ص = ١٦$

٧) $٦س + ص = -٣٩$

٨) $٢س + ٥ص = ١١$
$٣س + ٢ص = -١٥$
$٤س + ٣ص = ١$

٩) $٣س + ٤ص = ٢٩$

١٠) $٤س + ٧ص = -٨٠$
$٦س + ٥ص = ٤٣$
$٣س + ٥ص = -٥٨$

١١) $١٢س - ٣ص = -٣$
$٦س + ص = ١$

١٢) $-٤س + ٢ص = ٠$
$١٠س + ٣ص = ٨$

المثال ٣

١٣) **نظرية الأعداد:** ما العددان اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة؟

١٤) **كرة قدم:** سجّل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفًا في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتي الذهاب والإياب؟

حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١٥) $-٠,٤س + ٠,٢٥ص = -٢,١٧٥$
$٢س + ص = ٧,٥$

١٦) $\frac{١}{٤}س + ٤ص = ٢\frac{٣}{٤}$
$٣س + \frac{١}{٢}ص = ٩\frac{١}{٤}$

١٧) **هندسة:** إذا علمت أن التمثيل البياني للمعادلتين س+٢ص= ٦، ٢س+ص= ٩ يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:

أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟

ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث.

جـ) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة س-ص= -٣ يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه.

د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث.

١٨) **اختبارات:** اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أخّر ترتيبه بين الأوائل، فأخبر الطالب وبيّن له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجتيه الحالية والصحيحة ٣٦ درجة. وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟

تاريخ الرياضيات

الخوارزمي (١٦٤هـ - ٢٣٢هـ):
هو أبوعبدالله محمد بن موسى الخوارزمي، عالم مسلم، وقد أسهم كثيرًا في تطور علوم الرياضيات، والجغرافيا، والفلك، ومن أشهر كتبه "الجبر والمقابلة".

مسائل مهارات التفكير العليا

١٩) **تبرير:** وضح كيف يمكنك تعريف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

٢٠) **اكتشف الخطأ:** حُلّ كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.

سعيد

٢ر + ٧ت = ١١

ر − ٩ت = −٧

٢ر + ٧ت = ١١

(−) ٢ر − ١٨ت = −١٤

٢٥ت = ٢٥

ت = ١

٢ر + ٧ت = ١١

٢ر + ٧(١) = ١١

٢ر + ٧ = ١١

٢ر = ٤

$\frac{٢ر}{٢} = \frac{٤}{٢}$

ر = ٢

الحل (١، ٢)

حسين

٢ر + ٧ت = ١١

(−) ر − ٩ت = −٧

ر = ١٨

٢ر + ٧ت = ١١

٢(١٨) + ٧ت = ١١

٣٦ + ٧ت = ١١

٧ت = −٢٥

$\frac{٧ت}{٧} = -\frac{٢٥}{٧}$

ت = −٣,٦

الحل (١٨، −٣,٦).

٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظامًا من معادلتين يمكن حله بضرب إحدى معادلتيه في −٣، ثم جمع المعادلتين معًا.

٢٢) **تحدٍّ:** إذا كان حل النظام: ٤س+٥ص= ٢، ٦س−٢ص= ب هو (٣، أ)، فأوجد قيمة كل من: أ، ب موضحًا خطوات الحل التي استعملتها.

٢٣) **اكتب:** وضِّح كيف تحدِّد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

تدريب على اختبار

٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثِّل حلَّ النظام الآتي؟

٢س − ٣ص = −٩

−س + ٣ص = ٦

أ) (٣، ٣)

ب) (−٣، ٣)

جـ) (−٣، ١)

د) (١، −٣)

٢٥) **احتمال:** يبيِّن الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣ ؟

الناتج	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٨	٢	٠	٥	١

أ) $\frac{٢}{٣}$

ب) $\frac{١}{٣}$

جـ) ٠,٢

د) ٠,١

مراجعة تراكمية

حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

٢٦) ٦ق + هـ = −٧
٦ق + ٣هـ = −٩

٢٧) ٥س + ٣ك = −٩
٣س + ٣ك = −٣

٢٨) ٢س − ٤ز = ٦
س − ٤ز = −٣

حُلّ كل متباينة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانيًّا: (الدرس ٤-٥)

٢٩) |م − ٥| ≥ ٨

٣٠) |ك + ١١| > ٥

٣١) |٢و + ٩| < ١١

٣٢) |٢ر + ١| ≤ ٩

٣٣) إذا علمت أن د(س)=٣س−١، فما قيمة د(−٤)؟ (الدرس ٢-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

اكتب الصيغة التي تعبر عن الجملة في كلٍّ مما يأتي:

٣٤) مساحة المثلث (م) تساوي نصف حاصل ضرب طول القاعدة (ل) في الارتفاع (ع).

٣٥) محيط الدائرة (مح) يساوي حاصل ضرب ٢ في (ط) في نصف القطر (نق).

٣٦) حجم المنشور القائم (ح) يساوي حاصل ضرب الطول (ل) في العرض (ع) في الارتفاع (أ).

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٥-٥

تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض أو بالحذف.

والآن

- أحدد أفضل الطرق لحل نظام من معادلتين.
- أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.

لماذا؟

قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ مترًا تقريبًا، وكانت مسافة طوافه كاملة مساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة: س + ص = ٣١٠٠، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة ص = $\frac{١}{٧}$ س حيث س تمثل مسافة السعي، ص مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسي — حل نظام مكون من معادلتين خطيتين — مطويتك

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلًّا دقيقًا.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو −١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوسًا جمعيًّا للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معاملا أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (−١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.

تعد طريقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقة الجبرية عادةً تعدُّ أفضل الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمناسب لتقدير الحل.

مثال ١ اختيار أفضل طريقة

حدِّد أفضل طريقة لحل النظام الآتي، ثم حله:

٤س – ٤ص = ٨

–٨س + ص = ١٩

افهم: لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، انظر إلى معاملي كل حد.

خطط: بما أن معامليْ كل من المتغيرين س، ص في المعادلتين ليسا متساويين أو متعاكسين، إذن لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين، وبما أن معامل ص في المعادلة الثانية هو (١) إذن يمكنك استعمال التعويض.

حل: حل المعادلة الثانية بالنسبة إلى ص أولًا.

–٨س + ص = ١٩	المعادلة الثانية
–٨س + ص + ٨س = ١٩ + ٨س	أضف ٨ س إلى كلا الطرفين.
ص = ١٩ + ٨س	بسّط.

والآن، عوض عن المتغير ص في المعادلة الأولى بـ ١٩+٨س.

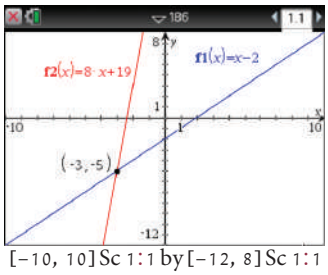
٤س – ٤ص = ٨	المعادلة الأولى
٤س – ٤(١٩ + ٨س) = ٨	عوّض
٤س – ٧٦ – ٣٢س = ٨	خاصية التوزيع
–٢٨س – ٧٦ = ٨	بسّط.
–٢٨س – ٧٦ + ٧٦ = ٨ + ٧٦	أضف ٧٦ إلى كلا الطرفين
–٢٨س = ٨٤	بسّط
$\frac{-٢٨س}{-٢٨} = \frac{٨٤}{-٢٨}$	اقسم كلا الطرفين على –٢٨
س = –٣	بسّط

والآن عوِّض عن المتغير س في المعادلة الثانية بـ –٣

–٨س + ص = ١٩	المعادلة الثانية
–٨(–٣) + ص = ١٩	س = –٣
ص = –٥	بسّط

فيكون حل هذا النظام هو (–٣، –٥).

تحقق: استعمل الحاسبة البيانية TI – nspire للتحقق من صحة الحل، وإن كانت طريقتك الجبرية في الحل صحيحة، فإن التمثيل البياني للمعادلتين سيتقاطع في النقطة (–٣، –٥).



[–10, 10] Sc 1:1 by [–12, 8] Sc 1:1

تحقق من فهمك

١أ) ٥س + ٧ص = ٢

–٢س + ٧ص = ٩

١ب) ٣س – ٤ص = –١٠

٥س + ٨ص = –٢

١جـ) س – ص = ٩

٧س + ص = ٧

١د) ٥س – ص = ١٧

٣س + ٢ص = ٥

إرشادات للدراسة

طريقة بديلة

يمكن حل النظام في المثال (١)؛ بالحذف باستعمال الضرب، وذلك بضرب المعادلة الأولى في (٢)، ثم جمع المعادلتين لحذف المتغير س.

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية: من الضروري تفسير كل حل في سياق الموقف الذي تعرضه المسألة، عند تطبيق أنظمة المعادلات الخطية في المسائل.

مثال ٢ من واقع الحياة: تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

بطاريق: **هناك ١٧ نوعًا من البطاريق في العالم، أكبرها البطريق الإمبراطور، وأصغرها بطريق جالاباجوس، ويبلغ مجموع طولي هذين النوعين ١٦٩ سنتمترًا، ويزيد طول بطريق الإمبراطور على مثلي طول بطريق جالاباجوس بمقدار ٢٢ سنتمترًا. أوجد طول كل منهما.**

يعبر عن الطول الكلي للنوعين بالمعادلة جـ +ق = ١٦٩؛ حيث جـ طول البطريق الإمبراطور، ق طول بطريق جالاباجوس، والآن اكتب معادلة تمثل طول البطريق الإمبراطور.

التعبير اللفظي	طول بطريق الإمبراطور	=	٢٢ سم	زيادة على	مثلي طول جالاباجوس	
المتغيرات	ليكن جـ= طول الإمبراطور، ق= طول جالاباجوس					
المعادلة	جـ	=	٢٢	+	٢ ق	

أولاً: أعد كتابة المعادلة الثانية:

جـ = ٢٢ + ٢ق	المعادلة الثانية
جـ − ٢ق = ٢٢	اطرح ٢ق من كلا الطرفين

والآن، يمكنك استعمال الحذف بالطرح لحل نظام المعادلتين.

جـ + ق = ١٦٩	المعادلة الأولى
(−) جـ − ٢ق = ٢٢	اطرح المعادلة الثانية
٣ق = ١٤٧	احذف جـ.
$\frac{٣ق}{٣} = \frac{١٤٧}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ق = ٤٩	بسّط

والآن، عوِّض عن ق بِـ ٤٩ في إحدى المعادلتين.

جـ = ٢٢ + ٢ق	المعادلة الثانية
= ٢٢ + ٢(٤٩)	ق = ٤٩
= ١٢٠	بسّط.

وبذلك يكون طول البطريق الإمبراطور ١٢٠ سم، وطول البطريق جالاباجوس ٤٩ سم.

هل هذا الحل منطقي في سياق المسألة؟

تحقق من ذلك وفق المعطيات، مجموع طولي النوعين = ١٢٠ + ٤٩ = ١٦٩ سم، ٢٢ + ٢ (٤٩) = ١٢٠ سم.

تحقق من فهمك

٢) تطوّع: تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

الربط مع الحياة

هنالك أربعة أنواع من البطاريق ضمن القائمة المعرضة لخطر الانقراض، وهي التي تعيش بالقرب من المناطق المعمورة.

تأكد

مثال ١ حدِّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:

١) ٢س + ٣ص = −١١ ٢) ٣س + ٤ص = ١١ ٣) ٣س − ٤ص = −٥ ٤) ٣س + ٧ص = ٤

−٨س − ٥ص = ٩ ٢س + ص = −١ −٣س + ٢ص = ٣ ٥س − ٧ص = −١٢

مثال ٢ ٥) **تسوّق:** اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالًا، واشترى عبدالرحمن كراسة وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

أ) اكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

ب) حدِّد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

جـ) حل النظام.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدِّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

٦) ٣س − ٤ص = −٥ ٧) ٥س + ٨ص = ١ ٨) ص + ٤س = ٣

−٣س − ٦ص = −٥ −٢س + ٨ص = −٦ ص = −٤س − ١

مثال ٢ ٩) **سكان:** بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في أحد الأعوام) نحو ٧٢٠ ألفًا، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفًا عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

١٠) **آثار:** يبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القريات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما.

١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و٢٥ ريالًا تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علمًا أنها تبيع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالاً؟ فسر إجابتك.

١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل إعادة تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالًا، وصالح على ٥٠ ريالًا مقابل ذلك.

المادة	الكتلة المعاد تدويرها (كجم)	
	محمد	صالح
البلاستيك	٩	٩
الورق	٣٠	١١٥

أ) عين المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين خطيتين لهذا الموقف.

ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟

الربط مع الحياة

تعد المكتبات مراكز إشعاع معرفي، ومرافق مهمة للمعلومات تنتقي مصادرها وتنظمها وتتيحها لطالبها؛ سواء للدراسة، أو للبحث، أو للثقافة العامة.

١٣) **مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضًا؛ فتبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالًا والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالًا، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالًا ثمنًا لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟

١٤) **قيادة سيارات:** قاد فارس سيارته مسافة ٩٠ كيلومترًا، وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة نقصت حركة السيارة، فأصبحت سرعة السيارة ($\frac{٣}{٤}$ ر) كلم في الساعة، فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب.

مسائل مهارات التفكير العليا

١٥) **مسألة مفتوحة:** كوِّن نظامًا من معادلتين يمثّل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وفسِّر معناه.

١٦) **تبرير:** في نظام من معادلتين إذا كان س يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، ص تمثل المسافة المقطوعة، وحل النظام هو (−١، ٧)، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

١٧) **تحدٍّ:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

٤س + ص = ١٣

٦س − ص = ٧

١٨) **اكتب سؤالًا:** يدّعي أحد الطلاب أن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالاً تبين فيه خطأ هذا الادّعاء.

١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

ص = س + ١ ص = ٣س	ص = س − ٤ $\frac{٢}{س}$ = ص	−س + ص = ٠ ٥س = ٢ص	س − ص = ٣ س + $\frac{١}{٢}$ ص = ١

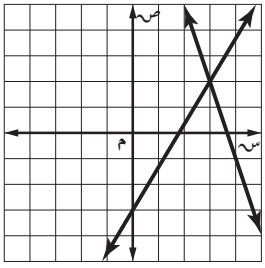
٢٠) **اكتب:** وضِّح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

تدريب على اختبار

٢١) إذا كان ٥س+٣ص= ١٢، ٤س−٥ص= ١٧ . فما قيمة ص؟

أ) −١ ب) ٣ جـ) ١ د) −٣

٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلًّا له؟



أ) ص= −٣س+١١
٣ص= ٥س−٩

ب) ص= −٣س+١١
٢ص= ٤س−٥

جـ) ص= ٥س−١٥
٢ص= س+٧

د) ص= ٥س−١٥
٣ص= ٢س+١٨

مراجعة تراكمية

حُلّ كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

٢٣) س + ص = ٣
٣س − ٤ص = −١٢

٢٤) −٤س + ٢ص = ٠
٢س − ٣ص = ١٦

٢٥) ٤س + ٢ص = ١٠
٥س − ٣ص = ٧

٢٦) حل المتباينة: | س−٢ | ≥ ٣. (الدرس ٤-٥)

حُلّ كل معادلة فيما يأتي: (الدرس ١-٣)

٢٧) ٥ = ٤ت − ٧

٢٨) −٣س + ١٠ = ١٩

٢٩) حُلّ المعادلة: ٢س + ٤ = ٦ بيانيًّا. (الدرس ٢-٤)

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وحدّد عدد حلوله، وإن كان له حل واحد فاكتبه:

١) ص = ٢س
ص = ٦ − س

٢) ص = س − ٣
ص = −٢س + ٩

٣) س − ص = ٤
س + ص = ١٠

٤) ٢س + ٣ص = ٤
٢س + ٣ص = −١

حُلَّ كلًّا من النظامين الآتيين بالتعويض:

٥) ص = س + ٨
٢س + ص = −١٠

٦) س = −٤ص − ٣
٣س − ٢ص = ٥

حُلَّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بالحذف:

٧) س + ص = ١٣
س − ص = ٥

٨) ٣س + ٧ص = ٢
٣س − ٤ص = ١٣

٩) س + ص = ٨
س − ٣ص = −٤

١٠) **اختيار من متعدد:** ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟

٦س − ٤ص = ٦
−٦س + ٣ص = ٠

أ) (٥، ٦)　　جـ) (١، ٠)

ب) (−٣، −٦)　　د) (٤، −٨)

١١) **تسوّق:** اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالًا. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالًا، وثمن المجلة ٢٠ ريالًا، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟

١٢) **حدائق:** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حديقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار، فعرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.

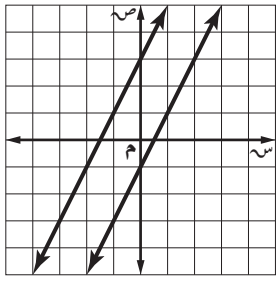
١٣) **مجلّات:** اشترك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد عدد المجلات من كل نوع.

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانيًّا؟



أ) متسق
ب) متسق ومستقل
جـ) متسق وغير مستقل
د) غير متسق

٢) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي:
ص = ٤س − ٧
٣س − ٢ص = −١؟

أ) (٣، ٥)
ب) (٤، −١)
جـ) (٥، −٢)
د) (−٦، ٢)

٣) ما الزوج المرتب الذي يمثِّل حلًّا للنظام الآتي:
٣س − ٨ص = −٥٠
٣س − ٥ص = −٣٨؟

أ) $\left(\frac{٥}{٨}، \frac{٣}{٢}\right)$
ب) (−٦، ٤)
جـ) $\left(-\frac{٢}{٧}، \frac{٤}{٩}\right)$
د) (٤، −٩)

٤) ما حلُّ المتباينة: ٢س ≤ −٦؟

أ) س ≤ −٣
ب) س ≤ ٣
جـ) س ≥ ٣
د) س ≥ −٣

٥) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي:
٣س + ٢ص = −٢
٢س − ٢ص = −١٨؟

أ) (٣، ١)
ب) (٧، −٤)
جـ) (−٤، ٥)
د) (−٢، −٣)

٦) ما حل المتباينة ٥ < ٢س + ٥ < ٧ ؟

أ) ٠ < س < ٢
ب) ٥ < س < ٦
جـ) ٠ < س < ٤
د) ٠ < س < ١

٧) ما متباينة القيمة المطلقة للتمثيل البياني الآتي؟

أ) |س+١| > ٣
ب) |س+١| ≥ ٣
جـ) |س+١| ≤ ٣
د) |س+١| < ٣

٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالًا يريدان أن يشتريا بها دفترين وعددًا من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات وثمن قلم الرصاص ٠,٧٥ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟

أ) ٣
ب) ٤
جـ) ٥
د) ٦

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلومترًا ليصبح ما قطعه مساويًا على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلومترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟

١٠) يقدم متجرٌ خصمًا قيمته ١٥ ريالًا على جميع السلع، فإذا أراد سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالًا وَ ٨٩ ريالًا، فكم يتوقع أن يدفع ثمنًا لها؟

١١) عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩، فما العددان؟

١٢) حُلَّ المتباينة ٢س ≤ ١٠، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

١٣) حُلَّ المتباينة |٣س-١| ≥ ٨، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

١٤) حُلَّ المتباينة ١ < ٢ك -٥ ≥ ١٣، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٥) **وجبات:** يبيِّن الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الوجبة	الثمن (ريال)
٣ شطائر ، علبتا عصير	١٣
٤ شطائر ، علبة عصير	١٤

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

ب) حُلَّ النظام الذي كتبته، وفسِّره في سياق المسألة.

جـ) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشترى شطيرتين وعلبة عصير؟

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	١-٥	٢-٥	٣-٥	٢-٤	٣-٥	٤-٤	٥-٤	٢-٥	٣-٤	٤-٤	٢-٥	٢-٤	٥-٤	٤-٤	٥-٥