

تم تحميل وعرض المادة من

موقع كتبى

المدرسية اونلاين



[www.ktbby.org](http://www.ktbby.org)

موقع كتبى يعرض لكم الكتب الدراسية الطبعة الجديدة  
وحلولها، وشرح للمناهج الدراسية، توزيع المناهج، تحاضير،  
أوراق عمل، نماذج إختبارات عرض مباشر وتحميل PDF

قررت وزارة التعليم تدريس  
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



المملكة العربية السعودية

# الرياضيات

للصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الأول



قام بالتأليف والمراجعة  
فريق من المتخصصين

طبعة ٢٠٢١ - ١٤٤٣



وزارة التعليم  
Ministry of Education  
2021 - 1443

ح) وزارة التعليم ، ١٤٣٨ هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر  
وزارة التعليم

الرياضيات للصف الثالث المتوسط: (الفصل الدراسي الأول) / وزارة التعليم -  
الرياض، ١٤٣٨ هـ.

٢٧,٥ × ٢١,٤ سم

ردمك: ٤٤٥-٦٠٣-٥٠٨-٩٧٨

١ - الرياضيات - كتب دراسية ٢ - التعليم المتوسط - السعودية -  
كتب دراسية. أ - العنوان

١٤٣٨/٣٦٥٠

ديبو ٧١٢، ٥١٠

رقم الإيداع: ١٤٣٨/٣٦٥٠

ردمك: ٤٤٥-٦٠٣-٥٠٨-٩٧٨

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم

[www.moe.gov.sa](http://www.moe.gov.sa)

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين"



IEN.EDU.SA

تواصل بمقترناتك لتطوير الكتاب المدرسي



FB.T4EDU.COM



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

# المقدمة

الحمد لله والصلوة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئة للطالب فرص اكتساب مستويات علية من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

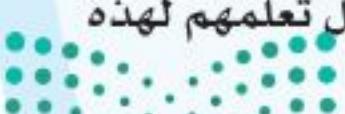
ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية؛ وعيًا بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءاً من المرحلة الابتدائية، وتحقيقاً لرؤية المملكة العربية السعودية (٢٠٣٠)، لإعداد مناهج تعليمية متقدمة، وسعياً للارتقاء بمحررات التعليم لدى الطلبة، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويفتعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية في مختلف المجالات العلمية والصحية والمالية والتنمية، وبما يعزز مبدأ رؤية (٢٠٣٠) «نعمل لنتعلم».
- تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
- إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
- الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملاً، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
- الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف استراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
- الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
- الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلبة بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.

ولمواكبة التطورات العالمية في هذا المجال، فإن المناهج المطورة والكتب الجديدة سوف توفر للمعلم مجموعة متكاملة من المواد التعليمية المتنوعة التي تراعي الفروق الفردية بين الطلبة، بالإضافة إلى البرمجيات والواقع التعليمية، التي توفر للطالب فرصة توظيف التقنيات الحديثة والتواصل المبني على الممارسة، مما يؤكد دوره في عملية التعليم والتعلم.

ونحن إذ نقدم هذه الكتب لأعزائنا الطلبة، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم، وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.





## الفهرس

### المعادلات الخطية

الفصل  
١

التهيئة للفصل ١ .....	١١ .....
١-١ المعادلات .....	١٢ .....
١٨ معلم الجبر، حل المعادلات .....	١٨ .....
٢٠ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة .....	٢٠ .....
٢٦ معلم الجبر، حل المعادلات المتعددة الخطوات .....	٢٦ .....
٢٧ حل المعادلات المتعددة الخطوات .....	٢٧ .....
<b>اختبار منتصف الفصل .....</b>	<b>٣٢ .....</b>
٤١ حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها .....	٣٣ .....
٤٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة .....	٣٨ .....
<b>اختبار الفصل .....</b>	<b>٤٥ .....</b>
<b>الاختبار التراكمي .....</b>	<b>٤٦ .....</b>

### العلاقات والدوال الخطية

الفصل  
٢

التهيئة للفصل ٢ .....	٤٩ .....
١-٢ العلاقات .....	٥٠ .....
٢-٢ الدوال .....	٥٦ .....
٣-٢ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً .....	٦٣ .....
<b>اختبار منتصف الفصل .....</b>	<b>٧٠ .....</b>
٤-٢ حل المعادلات الخطية بيانياً .....	٧١ .....
٥-٢ معدل التغير والميل .....	٧٦ .....
٦-٢ المتتابعات الحسابية كدوال خطية .....	٨٣ .....
<b>اختبار الفصل .....</b>	<b>٨٩ .....</b>
<b>الاختبار التراكمي .....</b>	<b>٩٠ .....</b>

### الدوال الخطية

الفصل  
٣

التهيئة للفصل ٣ .....	٩٣ .....
١-٣ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانياً .....	٩٤ .....
٢-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع .....	١٠٠ .....
<b>اختبار منتصف الفصل .....</b>	<b>١٠٧ .....</b>
٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة .....	١٠٨ .....
٤-٣ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة .....	١١٩ .....
<b>اختبار الفصل .....</b>	<b>١٢٣ .....</b>
<b>الاختبار التراكمي .....</b>	<b>١٢٩ .....</b>



## الفصل ٤

### المتباينات الخطية

#### الفهرس

التهيئة للفصل ٤ .....	١٢٣
١-٤ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح .....	١٢٤
معلم الجبر؛ حل المتباينات .....	١٢٩
٢-٤ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة .....	١٣٠
٣-٤ حل المتباينات المتعددة الخطوات .....	١٣٥
<b>اختبار منتصف الفصل .....</b>	١٤١
معلم الجبر؛ قراءة العبارات المركبة .....	١٤٢
٤-٤ حل المتباينات المركبة .....	١٤٣
٥-٤ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة .....	١٤٨
<b>اختبار الفصل .....</b>	١٥٣
<b>الاختبار التراكمي .....</b>	١٥٤

## الفصل ٥

### أنظمة المعادلات الخطية

التهيئة للفصل ٥ .....	١٥٧
١-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً .....	١٥٨
معلم الحاسبة البيانية؛ حل نظام من معادلتين خطيتين .....	١٦٤
٢-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض .....	١٦٦
٣-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح .....	١٧١
<b>اختبار منتصف الفصل .....</b>	١٧٨
٤-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب .....	١٧٩
٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين .....	١٨٥
<b>اختبار الفصل .....</b>	١٩٠
<b>الاختبار التراكمي .....</b>	١٩١

ستركز في دراستك هذا العام على عدة موضوعات رياضية، تشمل ما يأتي:

- المعادلات الخطية والتربيعية.
- الدوال الخطية والتربيعية.
- كثيرات الحدود والعبارات الجذرية.
- الإحصاء والاحتمال.

وفي أثناء دراستك، ستعلم طرائق لحل المسائل الرياضية وتمثيلها بصور متعددة وسوف تفهم لغة الرياضيات وتستعمل أدواتها، وتنمي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.



# كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- اقرأ فقرة **فيما سبق** لتعرف ارتباط هذا الدرس بما درسته من قبل، ولتعرف أفكار الدرس الجديد اقرأ فقرة **والآن**.
- ابحث عن **المفردات** المظللة باللون الأصفر، واقرأ تعريف كل منها.
- راجع المسائل الواردة في **مثال** والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتوضيح أفكار الدرس الرئيسية.
- ارجع إلى **ارشادات للدراسة** حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة محلولة.
- ارجع إلى فقرة **قراءة الرياضيات**؛ لتذكر نطق بعض الرموز والمصطلحات الرياضية.
- تذكر بعض المفردات التي تعلمتها من قبل، بالرجوع إلى فقرة **مراجعة المفردات**.
- ارجع إلى فقرة **تنبيه** دائمًا لتعرف الأخطاء الشائعة التي يقع فيها كثير من الطلاب حول بعض المفاهيم الرياضية فتجتنبها.
- ارجع إلى المثال المشار إليه مقابل بعض التمارين في فقرتي **تأكد** و **تدريب وحل المسائل** ليساعدك على حل هذه التمارين وما شابها.
- استعن بأسئلة **تدريب على اختبار** لتعرف بعض أنماط أسئلة الاختبارات.
- ارجع إلى **مراجعة تراكمية** لتراجع أفكار الدروس السابقة.
- استعمل أسئلة **استعد للدرس اللاحق** لمراجعة بعض المهارات والمفاهيم الازمة للدرس التالي.
- نفذ **اختبار الفصل** في نهاية كل فصل، بعد أن تراجع أفكار الدرس مستفيداً مما دوّنته من أفكار في **البطويات**.
- نفذ **الاختبار التراكمي** في نهاية كل فصل لمراجعة الأفكار الرئيسية للفصل وما قبله من فصول.



# المعادلات الخطية

## فيما سبق

درست الأعداد الحقيقية والعمليات عليها.

## والآن

- أحل المعادلات ذات الخطوة الواحدة.
- أحل المعادلات المتعددة الخطوات.
- أحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

## لماذا؟

 قوارب نزهة: يؤجر منتجع سياحي قوارب للنزهة، ويمكن كتابة معادلة لإيجاد سعر تأجير أي عدد من هذه القوارب.

## المفردات:

- المعادلة ص (١٢)
- مجموعة الحل ص (١٢)
- مجموعة التعويض ص (١٢)
- المتطابقة ص (١٤)
- المعادلات المتكافئة ص (٢٠)

## المطويات منظم أفكار

المعادلات الخطية: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المعادلات الخطية، مبتدئاً بثلاث أوراق A4.

٤ سم كل صفحة برقم  
الدرس، وخصص  
الصفحة الأخيرة  
للمفردات الجديدة .

٣ قص حافة طولها ٥ سم  
من أسفل الورقة العليا،  
و ٤ سم من أسفل الورقة  
الثانية، وهكذا...، ثم اقلب  
المطوية.

٢ ثبت أنصاف  
الأوراق الستة معاً  
لتتشكل كتيتاً.

١ اطوي كل ورقة من  
المتصف عرضياً، ثم  
قص عند خط الطي.





# التهيئة للفصل ١

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

## مراجعة سريعة

## اختبار سريع

### مثال ١

أ) أوجد قيمة:  $\frac{1}{4} \times 2 \frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$

اكتب الأعداد الكسرية على صورة كسور غير فعالة

$$\frac{3}{2} \div \frac{9}{4} = 1 \frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$$

اضرب في مقلوب الكسر

$$\left(\frac{2}{3}\right) \times \frac{9}{4} =$$

$$1 \frac{1}{2} = \frac{18}{12} =$$

بسط  $3 + (2 - 8) \times 5$

احسب قيمة ما داخل القوسين

$$3 + (6 - 5) = 3 + 1 = 4$$

اضرب

$$3 + 30 =$$

اجمع

### مثال ٢

أوجد محيط الشكل المجاور:



$$ح = ٢L + ٢ض$$

$$L = 12,8, ض = 5,3 \quad (5,3) 2 + (12,8) 2 =$$

$$36,2 = 10,6 + 25,6 =$$

المحيط = 36,2 قدمًا.

### مثال ٣

اكتب عبارة جبرية تمثل الجملة الآتية:  
"حاصل ضرب ثمانية في س مضافة إلى تسعة".

$$8 \times س + 9$$

العبارة هي:  $س + 8 \times 9$

احسب قيمة كل مما يأتي: (مهارة سابقة)

(١)  $\frac{2}{3} \times 6 = 4$   
(٢)  $2,7 \div 5,13 = 0,54$

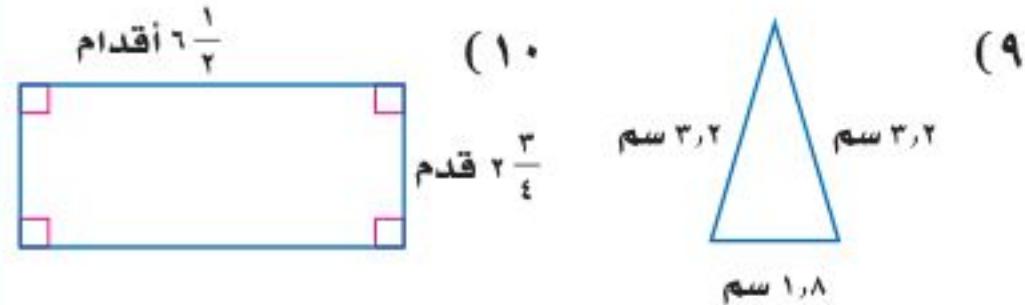
(٣)  $\frac{3}{4} \times 3 \frac{1}{5} = 2,7$   
(٤)  $0,2 \times 2,8 = 0,56$

(٥)  $3 + 2(4 - 9) = 3 - 10 = -7$   
(٦)  $2 \div 12 - (8) \frac{3}{2} = 2 - 12 = -10$

(٧)  $2 \div (1 - 3) + [8 + 2(3 - 5)] = 2 \div (-2) + [8 + 2(-2)] = -1 + [8 - 4] = -1 + 4 = 3$

(٨) **نحارة:** يُراد قص لوح خشبي طوله 7,2 م إلى ثلاثة قطع متساوية. فما طول القطعة الواحدة؟

أوجد محيط كل شكل مما يأتي: (مهارة سابقة)



(١١) **سياج:** يريد خالد وضع سياج حول حديقة مستطيلة بعدهاها 6 م، 4 م. فكم متراً من السياج يحتاج؟

اكتب عبارة جبرية لكل مما يأتي: (مهارة سابقة)

(١٢) أقل من ثلاثة أمثال العدد بأربعة.

(١٣) الفرق بين مثلي العدد ب وأحد عشر.





## المعادلات

### لماذا؟

سجل المنتخب السعودي لكرة القدم ٣ أهداف في إحدى مبارياته في الشوط الأول، وانتهى اللقاء لصالحه بـ ٤ أهداف مقابل صفر. يمكن أن تمثل التغيير في عدد الأهداف بالجملة:

$$س + ٣ = ٤$$

ويتمثل العدد ١ حالاً لها؛ أي أن المنتخب سجل هدفاً واحداً في الشوط الثاني.

### فيما سبق

درست العبارات الجبرية وتبسيطها.

### والأآن

- أحل معادلات ذات متغير واحد.
- أحل معادلات ذات متغيرين.

### المفردات

الجملة المفتوحة
المعادلة
حل الجملة المفتوحة
مجموعة الحل
المجموعة
العنصر
مجموعة التعويض
المتطابقة

**حل المعادلة:** الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموز تسمى **جملة مفتوحة**، وإذا احتوت على إشارة المساواة (=) فإنها تسمى **معادلة**.

$$\xrightarrow{\text{معادلة}} ٣س + ٧ = ١٣ \quad \xleftarrow{\text{عبارة جبرية}} ٧ + ٣س = ١٣$$

وعملية إيجاد قيمة المتغير التي تجعل الجملة صحيحة تسمى **حل الجملة المفتوحة**. وتمثل كل قيمة منها أحد الحلول. ومجموعة هذه الحلول تسمى **مجموعة الحل**.

**المجموعة** هي تجمع أشياء أو أعداد تكتب غالباً بين القوسين {}, ويفصل بين كل منها (،)، ويُسمى كل منها **عنصراً**.

أما **مجموعة التعويض** فهي مجموعة الأعداد التي نعرض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل.

### مثال ١ استعمال مجموعة التعويض

أوجد مجموعة حل المعادلة  $٢ك + ٥ = ١٣$  إذا كانت مجموعة التعويض هي {٦، ٥، ٤، ٣، ٢}.

استعمل الجدول المجاور لتجد الحل.

صحيح أم خطأ؟	$١٣ = ٥ + ٢ك$	$ك$
خطأ	$١٣ = ٥ + (٢)٢$	٢
خطأ	$١٣ = ٥ + (٣)٢$	٣
صحيح	$١٣ = ٥ + (٤)٢$	٤
خطأ	$١٣ = ٥ + (٥)٢$	٥
خطأ	$١٣ = ٥ + (٦)٢$	٦

عُوض عن  $ك$  في المعادلة  $٢ك + ٥ = ١٣$  بجميع قيم مجموعة التعويض. بما أن المعادلة صحيحة عندما  $ك = ٤$ ، فإن حل المعادلة  $٢ك + ٥ = ١٣$  هو  $ك = ٤$  وتكون مجموعة الحل: {٤}.

### تحقق من فهمك



$$(١ب) ٢٨ = ٤(١٤ + ٣)$$

$$(١) ٨ - ٧ = ١٧$$

يمكنك أحياناً استعمال ترتيب العمليات لحل المعادلات.

### مثال ٢ من اختبار

ما حلُّ المعادلة:  $6 + (5 - 25) \div 2 = b$ ؟

- (أ) ٣      (ب) ٦      (ج) ١٣      (د) ١٦

### اقرأ فقرة الاختبار:

تحتاج إلى تطبيق ترتيب العمليات على العبارة لحل المعادلة وإيجاد قيمة ب.

### حل فقرة الاختبار:

المعادلة الأصلية	$6 + (5 - 25) \div 2 = b$
حساب القوى	$6 + 25 \div 2 = b$
طرح ٥ من ٢٥	$6 + 20 = b$
قسمة ٢٠ على ٢	$6 + 10 = b$
اجمع، إذن الحل الصحيح هو د.	$b = 16$

### تحقق من فهmek

(٢) ما حلُّ المعادلة:  $t = 29 \div (2 - 5)$ ؟

- (أ) ٣      (ب) ٦      (ج) ١٤,٢      (د) ٢٧

بعض المعادلات لها حلٌّ وحيد، وبعض المعادلات لا حلٌّ لها.

### مثال ٣ حلول المعادلات

حلُّ كل معادلة فيما يأتي:

المعادلة الأصلية	$10 - (24 - 10) + n = 7$
حساب القوى	$10 - 14 + n = 7$
طرح ١٤ من ١٠	$10 - 16 + n = 7$
أجمع، إذن حل المعادلة هو	$10 - 6 + n = 7$
خاصية الإبدال في الضرب	$10 + n = 7$

القيمة الوحيدة لـ ن التي تجعل المعادلة صحيحة هي ٩. لذا يكون لهذه المعادلة حلٌّ وحيد هو ٩.

### قراءة الرياضيات

لا يوجد حل

الرمز الذي يمثل عدم وجود حل  
للمعادلة هو ٠ ويقرأ «فاني».

لاحظ أنه عند تعويض أي عدد حقيقي بدلاً من ن، سيكون الطرف الأيمن للمعادلة أقل من الطرف الأيسر بواحد دائمًا. لذا لا يمكن أن تكون المعادلة صحيحة، وبالتالي فإنه لا يوجد حل لها.



### تحقق من فهmek حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$(أ) ١٣ = 5 - (3 - 5 + 4 + 18)$$

$$(ب) ٣ = 5 \times 9 + 4 \times 8 - (4 - 36 \times 5) \times 4$$

تُسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير فيها متطابقة . ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقة.

#### قراءة الرياضيات

##### المتطابقة :

هي معادلة طرفاها متكافئان دائمًا.

#### مثال ٤ المتطابقات

المعادلة الأصلية	$2(8 - 5h) = 6(2h + 3)$
اضرب $2 \times 5$	$2[8 - 5h] = 2[6h + 18]$
طرح ٨ من ١٠	$2 - 8 = 2h + 12$
خاصية التوزيع	$2 - 8 = 2h + 12$
اجمع $2h + h$	$2 - 8 = 3h + 12$
خاصية التوزيع	$2 - 8 = 12 - 6h$

بما أن الطرف الأيمن للمعادلة يساوي الطرف الأيسر لها، فليس مهمًا أن تuous ب أي قيمة بدلاً من  $h$  ؛ لذا فالمعادلة دائمًا صحيحة، ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقة.

#### تحقق من فهتمك

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$14) 3(b+1) - 5 = 3b - 2 \quad 4) b - \frac{1}{2}(j-6) = 4$$

**حل معادلات بمتغيرين:** تحتوي بعض المعادلات على متغيرين؛ لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيمة المتغير الثاني، إذا علمت قيمة المتغير الأول.

#### مثال ٥ معادلات تحتوي متغيرين

**اتصالات:** يدفع حمزة ٣٥ ريالاً شهرياً رسوم اشتراك في خدمة الهاتف الجوال، بالإضافة لـ ٢٥ ، ٠ ريال لكل دقيقة اتصال. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الذي سيدفعه هذا الشهر إذا علمت أنه اتصل مدة ٨٠ دقيقة.

رسم اشتراك الخدمة مقدار ثابت، والتغيير هو في عدد دقائق الاتصال؛ لذا فالناتج الذي سيدفعه مقابل ٨٠ دقيقة اتصال هو حاصل ضرب  $25, 0$  في  $80$ . لنفرض أن  $(k)$  هي المبلغ الكلي الذي سيدفعه حمزة مقابل رسوم الخدمة والاتصال مدة ٨٠ دقيقة، و( $m$ ) هي مدة الاتصال.

المعادلة الأصلية	$k = 35 + 25, 0m$
عوض ٨٠ بدلاً من $m$	$k = 35 + 20 \times 80$
اضرب	$k = 35 + 1600$
اجمع	$k = 1635$

إذن سيدفع حمزة ١٦٣٥ ريالاً هذا الشهر.

#### تحقق من فهتمك

٥) **سفر:** يقود رامي سيارته بمعدل ١٠٤ كلم في الساعة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي سيستغرقه للسفر مسافة ٣١٢ كلم.

**مثال ١** أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض  $\{11, 12, 13, 14, 15\}$ :

$$\frac{ج}{٢} = ٧ \quad (٢)$$

$$(١) ن + ١٠ = ٢٣$$

$$(٤) (ك - ٨)(٨ - ١٢) = ٨٤$$

$$(٣) س - ٧ = ٢٩ - ٣$$

**مثال ٢** اخبار من متعدد: ما حل المعادلة  $\frac{٥+ه}{١٠} = ٩٢$

$$(٤) د = ٢٥$$

$$(٥) ج = ٢٠$$

$$(٦) ب = ١٥$$

$$(٧) ن = ١٠$$

**المثالان ٣ ، ٤** حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(٧) و = ٨٢ - ١٤$$

$$(٦) س = ٦(٤) + ٣$$

$$(٩) ج = \frac{٣}{٣} + (٥ \times ٢) + (٢ + ٥١) + ١٠$$

$$(٨) ٢ = ٢٢ + ٥ + ٢ + ١٠ \div ٢$$

**مثال ٥** تدوير: لتدوير الدهان غير المستعمل، يتم خلط ٥ غالونات من الدهان ثم وضعها في عبوة واحدة.

اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد العبوات التي تسع ٣٠٠٠ جالون من الدهان.

## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت (ص) تنتمي إلى مجموعة التعويض  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ :

(ع) تنتمي إلى مجموعة التعويض  $\{10, 12, 14, 16, 18\}$ :

$$(١٣) ص = \frac{١٥}{٣}$$

$$(١٤) ع = ٥٢ - ٤٤$$

$$(١١) ٢٢ = ١٠ + ع$$

$$(١٦) ٤٠ = (ص + ٤) (٤)$$

$$(١٥) ع = ٢٧ - ٥$$

$$(١٧) ٢٤ = ١٧ - ص$$

**الأمثلة ٢ - ٤** حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(١٨) و = \frac{٥٦}{٢٢ + ٣}$$

$$(١٧) ٣٢ - ٣٩ = ٢(٢)$$

$$(٢٠) أ = \frac{٤ - ١٤}{٥ - ٦}$$

$$(١٩) ج = \frac{٥ + ٢٧}{١٦}$$

$$(٢٢) س = ٣ - (٣ + ٧ + ع)$$

$$(٢١) و = ٥ + ٢٢ - ٤$$

$$(٢٣) ك = ٣ - ٣ \times ٢ - ٣ \times (٢ + ي) = (٨ - ١٠ \times ٣) (٨ \times ٣ - ٣)$$

$$(٢٤) ك = ٦ + (٢ \times ٣) (٢ \times ٣ - ٣ \times ٢) = (٨ - ١٠ \times ٣) (٨ \times ٣ - ٣)$$

**٢٧) مدرسة:** تسع قاعة الاجتماعات في مدرسة لـ ٤٥ شخصاً على الأكثر. فإذا أراد مدير المدرسة ورائد النشاط والمرشد الطلابي الاجتماع بعض الطلبة، شريطة أن يحضر كل طالب دولي أمره، فما أكثر عدد من الطلبة يمكن أن يحضر الاجتماع؟

**٢٨) هندسة:** ثمانية منتظم محبيه ١٢٨ سم، أوجد طول ضلعه.

### مثال ٥

**٢٩) لياقة:** يتمرن رياضي كتلته ٩١ كجم ٤ ساعات يومياً ويحتاج إلى ٢٨٣٦ سعرًا حراريًا للحصول على الطاقة الأساسية اللازمة له. كما يحتاج خلال التدريب إلى ٣٠٩١ سعرًا حراريًا إضافيًا. اكتب معادلة لإيجاد السعرات الحرارية الكلية  $K$  اللازمة لهذا الرياضي، ثم حلها.

$$\text{كُون جدولًا لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض } \{2, 1, 0, -1\} \text{ مجموعتها:}$$

$$ص = ٣ - ٢ \quad (٣٠)$$

حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

$$ت - ١٣ = ٧ \quad (٣٢)$$

$$ن = \frac{٢٢}{٧٠} ; \{٦٢, ٦٨, ٦٦, ٦٤\} \quad (٣٤)$$

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$د = \frac{٤ + ١}{٤ - ٩} \quad (٣٥)$$

$$ج + (٣ - ٢٣) = ٢١ \quad (٣٧)$$

$$ج = ١٥ - ٥ \times ٣ \div ٤ \quad (٣٦)$$

$$ب = ٢٤ - (٩ \times ٣ - ٣٣) \quad (٣٨)$$

حدّد إذا كان العدد المعطى بجانب كل معادلة فيما يأتي يمثل حلًّا لها أم لا.

$$س + ٤ = ٦ \quad (٣٩)$$

$$ت - ١٠ = ٤ \quad (٤١)$$

$$٩؛ ١٥ = ٦ \quad (٤٠)$$

$$٤٨؛ ١٢ = \frac{٤}{٥} \quad (٤٣)$$

$$ج - ٤ = \frac{٤}{٥} - ٣ \quad (٤٤)$$

$$ك = \frac{٤}{٥} - ١١ \quad (٤٢)$$

كُون جدولًا لقيم كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض للمتغير  $s$  هي:  $\{-2, 1, 0, 1\}$ .

$$ص = \frac{٢ + ٣}{٣} \quad (٤٥)$$

$$س - ٣ = ٢ \quad (٤٦)$$

$$٩؛ ١٥ = ٦ \quad (٤٧)$$

**٤٨) هندسة:** مستطيل يزيد طوله على عرضه ٢ سم. ومثلث متطابق الضلعين طول قاعدته ١٢ سم، ويزيد طول كل من ضلعيه الآخرين ١ سم على عرض المستطيل.

أ) ارسم كلاً من المستطيل والمثلث، واتب أبعادهما.

ب) اكتب عبارتين لإيجاد محيط كلٍ من المستطيل والمثلث.

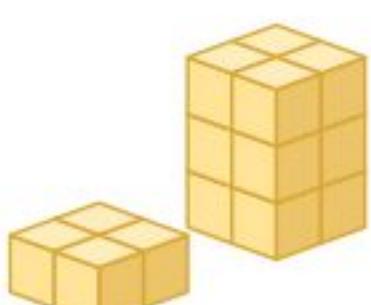
ج) أوجد عرض المستطيل إذا كان له محيط المثلث نفسه.

**٤٩) إنشاءات:** يحتاج بناء كل طابق في إحدى البناءات إلى ١٠ أطنان من الحديد.

أ) عَرَفْ متغيرًا، واتب معادلة لإيجاد كمية الحديد الضرورية لبناء ١٥ طابقًا.

ب) كم طنًا من الحديد يحتاج إليه البناء؟

**٥٠) تمثيلات متعددة:** ستكتشف من خلال حل هذه المسألة المزيد حول طريقة كتابة المعادلات.



أ) حسياً: استعمل المكعبات المستمترية لبناء مجسم يشبه المجسم المجاور.

ب) جدولياً: انقل الجدول المبين أدناه إلى دفترك، وأكمله بتسجيل عدد طبقات المجسم والمكعبات المستعملة في ذلك.

عدد المكعبات							عدد الطبقات
							١
٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	
؟	؟	؟	؟	؟	؟	؟	

ج) تحليلياً: كيف يتغير عدد المكعبات في المجسم كلما زادت الطبقات؟

د) جبرياً: اكتب قاعدة لإيجاد عدد المكعبات بدلالة عدد طبقات المجسم.



### الربط مع الحياة

يتناول الرياضي في أثناء التدريب وجبة معينة تزوده بالسعرات الحرارية الضرورية وتتكون من: ٦٩٪ كربوهيدرات، ٢٠٪ دهوناً، ١١٪ بروتيناً.

## مسائل مهارات التفكير العليا

٥١) **مقارنة:** قارن بين المعادلة والعبارة الجبرية.

٥٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تمثل متطابقة.

٥٣) **اكتشف الخطأ:** حل عصام وعدنان المعادلة:  $s = 4(4 - 3) + 6 \div 8$  كما هو مبين أدناه. أيهما على صواب؟ وُضِح إجابتك.

عدنان

$$\begin{aligned}s &= 4(4 - 3) + 6 \\&= 4 + 6 \\&= 10 \\&= \frac{5}{4}\end{aligned}$$

عصام

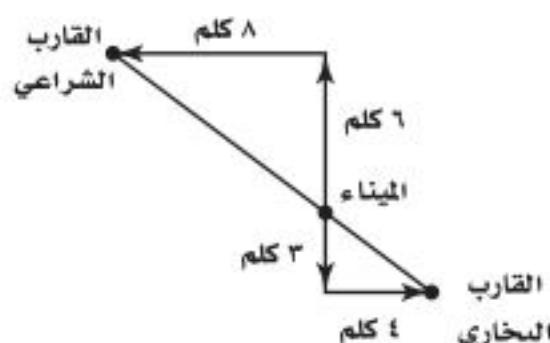
$$\begin{aligned}s &= 4(4 - 3) + 6 \\&= 4 + 6 \\&= 10 \\&= \frac{8}{4} = \frac{3}{4}\end{aligned}$$

٥٤) **تحدد:** أوجد جميع حلول المعادلة:  $s^2 = 5 + 30$ .

٥٥) **اكتب:** فسر كيف تحدد أن معادلة ما ليس لها حل حقيقي، وأن حل معادلة أخرى هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

## تدريب على اختبار

٥٧) **هندسة:** تحرك قارب بخاري وآخر شراعي من الميناء نفسه. ويبيّن الشكل أدناه حركتيهما. فما المسافة بين القاربين؟



- أ) ١٢ كم
- ب) ١٥ كم
- ج) ١٨ كم
- د) ٢٤ كم

٥٦) **اختيار من متعدد:** يتوقع أن يحضر الحفل المدرسي ٦٥٪ من الطلاب. فإذا كان عدد الطلاب ٣٠٠ طالب، فكم طالبًا يتوقع حضورهم؟

- أ) ٥٠ طالبًا
- ب) ٦٥ طالبًا
- ج) ١٠٥ طالبًا
- د) ١٩٥ طالبًا

## استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة:

أوجد النظير الجمعي لكُل من الأعداد الآتية:

٦٠ (٦٠)

٥٩ (٥٩)

٣ (٥٨)



أوجد النظير الضريبي لكُل من الأعداد الآتية:

٦٣ (٦٣)  $\frac{4}{5} -$

٦٢ (٦٢)  $-\frac{1}{3}$

٢ (٦١)

## ٢-١ حل المعادلات

رابط الدرس الرقمي

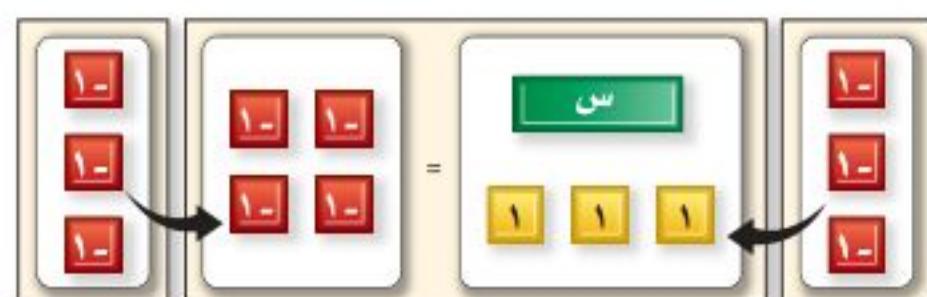


www.ien.edu.sa

يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المعادلات. **حل المعادلة** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة. حيث تمثل البطاقة **س** المتغير س، والبطاقة **١** العدد موجب ١، والبطاقة **-١** العدد سالب ١. كما تمثل البطاقة **-س** المتغير سالب س.

قواعد تمثيل المعادلات عند الجمع والطرح	
	يمكن أن تُحذف العدد نفسه من بطاقات الجبر المتماثلة من كلا طرفي المساواة، أو تضيفه دون أن تتغير المعادلة.
	البطاقة الموجبة الواحدة والبطاقة السالبة الواحدة من الوحدة نفسها تسمى زوجاً صفرياً؛ لأن $1 + (-1) = 0$ ويمكن أن تُحذف أزواجاً صفرية من طرفي المساواة أو تضيفها دون تغيير المعادلة.

### نشاط ١ معادلات الجمع



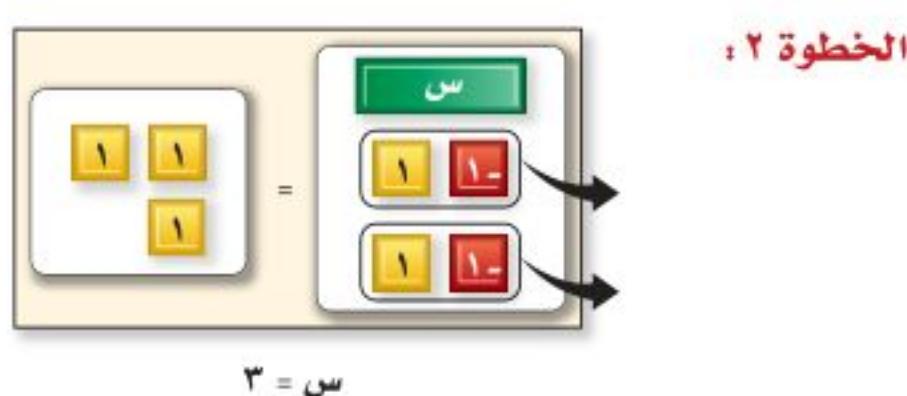
$$\begin{aligned} \text{خطوة ١: } & s + 3 = -4 \\ & s + 3 + (-3) = -4 + (-3) \\ & s = -7 \end{aligned}$$

حل المعادلة:  $s + 3 = -4$  مستعملًا بطاقات الجبر.

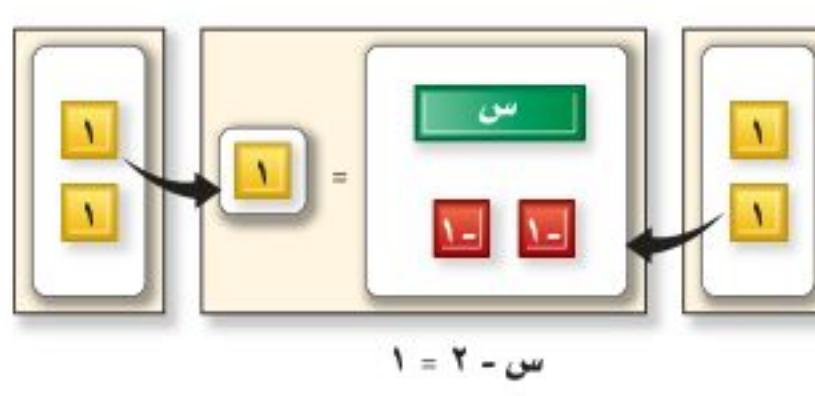
**الخطوة ١:** مثل المعادلة ببطاقات الجبر. ضع بطاقة واحدة س، وثلاث بطاقات من العدد موجب ١ في طرف، وأربع بطاقات من العدد سالب ١ في الطرف الآخر.

**الخطوة ٢:** اعزل البطاقة س وحدها في طرف بإضافة ٣ بطاقات من العدد سالب ١ إلى الطرفين، فيكون حل المعادلة:  $s = -7$ .

### نشاط ٢ معادلات الطرح



جمع البطاقات لتشكل أزواجاً صفرية، ثم احذف الأزواج الصفرية لتحصل على المعادلة:  $s = 3$ . هي حل المعادلة.



$$\begin{aligned} \text{خطوة ١: } & s - 2 = 1 \\ & s - 2 + 2 = 1 + 2 \\ & s = 3 \end{aligned}$$

ضع بطاقة س واحدة، وبطاقتين من العدد سالب ١ في طرف العدد موجب ١ في الطرف الثاني، ثم أضف بطاقتين إلى كلا الطرفين من العدد موجب ١.

### التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقة الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:

$$11 = 4 + 2s$$

$$2 - 7 = s + 3$$

$$4 - 3s = s + 3$$

$$9 = 4s + 4$$

٥) اكتب: إذا كانت  $A = B$ , فما العلاقة بين  $A + C$  و  $B + C$ ? وما العلاقة بين  $A - C$  و  $B - C$ ؟

عند حل معادلات الضرب يبقى الهدف هو نفسه؛ أي فصل البطاقة  $s$  وحدتها في طرف باستعمال قواعد القسمة.

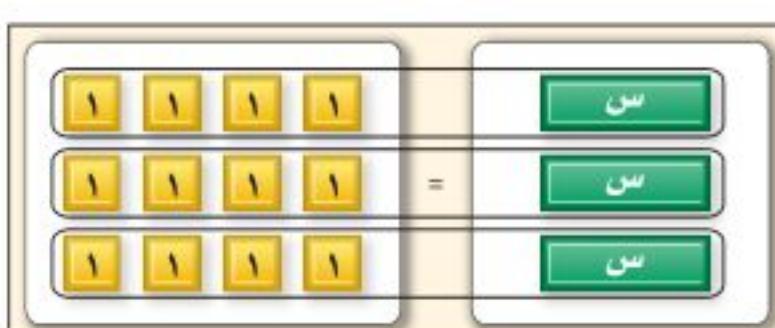
قواعد تمثيل المعادلات عند القسمة	
	يمكن إعادة تنظيم البطاقات في كل من طرفي المعادلة في مجموعات بحيث يكون عددها متساوياً في كلا الطرفين دون أن يغير ذلك شيئاً في المعادلة.
	يمكن إضافة مجموعات متساوية إلى كل من الطرفين دون تغيير المعادلة.

### نشاط ٣ معادلات الضرب

حل المعادلة:  $3s = 12$  مستعملًا بطاقة الجبر.

**الخطوة ١:** مثل المعادلة؛ بوضع ٣ بطاقات  $s$  في أحد طرفيها، وبوضع ١٢ بطاقة من العدد موجب ١ في الطرف الآخر.

**الخطوة ٢:** وزع بطاقة العدد موجب ١ إلى ٣ مجموعات متساوية تقابل بطاقة  $s$  الثلاث؛ وبذلك تقتصر كل بطاقة من  $s$  مع أربع بطاقات من موجب ١، ويكون حل المعادلة:  $s = 4$



$$12 = 3s$$

$$\frac{12}{3} = \frac{3s}{3}$$

$$4 = s$$

### التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقة الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:



$$28 = 6s - 9$$

$$8 = 4s$$

$$7 = 3s - 9$$

$$6 = 5s - 15$$



## حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

### لماذا؟



في موسم الحج لعام ١٤٣٧هـ بلغ عدد الحجاج القادمين من خارج المملكة ١٣٢٥٣٧٢ حاجاً، وفي العام ١٤٣٨هـ بلغ عددهم ١٧٥٢٠١٤ حاجاً.

ولمعرفة الزيادة في عدد حجاج عام ١٤٣٨هـ على العام السابق له نحل المعادلة:

$$1752014 + س = 1325372$$

**حل المعادلات باستعمال الجمع أو الطرح:** يمثل المتغير في المعادلة العدد الذي يتحققها.  
**وحل المعادلة** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة.

وتتضمن عملية حل المعادلة فصل المتغير (الذي معامله ١) في أحد طرفي المعادلة. ويتيح عن كل خطوة من الخطوات المتبعة في الحل معادلات متكافئة. **المعادلات المتكافئة** لها الحل نفسه. ويمكنك استعمال **خاصية الجمع في المساواة** لحل المعادلات.

### فيما سبق

درستُ كيفية التعبير عن الجمل الكلامية بمعادلات.

### والآن

- أحل معادلات باستعمال الجمع أو الطرح.
- أحل معادلات باستعمال الضرب أو القسمة.

### المفردات

حل المعادلة  
المعادلات المتكافئة

### مفهوم أساسى



#### خاصية الجمع في المساواة

أضف إلى  
مطويتك

**التعبير اللفظي:** إذا كانت المعادلة صحيحة، وأضيف العدد نفسه إلى كل من طرفيها فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضاً صحيحة.

**الرموز:** لأي أعداد حقيقة  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , إذا كان  $A = B$ , فإن  $A + C = B + C$

$$3 - 3 =$$

$$14 = 14$$

أمثلة:

$$\begin{array}{r} 9 + 9 + \\ \hline 6 = 6 \end{array}$$

$$3 + 14 = 3 + 14$$

$$17 = 17$$

### مثال ١ حل المعادلات بالجمع

$$\text{حل المعادلة: } ج - 22 = 54$$

#### الطريقة الرأسية

$$54 = 22 - ج$$

$$22 + 22 +$$

$$ج = 76$$

#### المعادلة الأصلية

أضف ٢٢ إلى كلا الطرفين

بسط

#### الطريقة الأفقية

$$54 = 22 - ج$$

$$22 + 54 = 22 + 22 - ج$$

$$76 = ج$$

وللحاق من أن ٧٦ هو الحل، عَوْض ٧٦ بدلاً من جـ في المعادلة الأصلية.

#### المعادلة الأصلية

$$54 = 22 - ج$$

عَوْض ٧٦ بدلاً من جـ

اطرح  $\checkmark$

$$54 = 54$$

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلين الآتيين:

$$(أ) ١١٣ = ق - ٢٥$$

$$(ب) ر - ٨٧ = ٣ -$$



كما يمكنك استعمال خاصية الطرح في المساواة لحل المعادلات بطريقة مماثلة لاستعمال خاصية الجمع.

**مطويتك**

**أضف إلى**

### مفهوم أساسى

#### خاصية الطرح في المساواة

**التعبير اللغظى:** إذا كانت المعادلة صحيحة وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضاً صحيحة.

**الرموز:** لأى أعداد حقيقية  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ، إذا كان  $A = B$ ، فإن  $A - C = B - C$

**أمثلة:**

$$\begin{array}{r} 28 - 28 - \\ \hline 15 - \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 - 87 = 17 - 87 \\ \hline 70 = 70 \end{array}$$

**ارشادات للدراسة**

**الطرح**

إن طرح عدد ما يكفى إضافة المعكوس الجمعي لذلك العدد.

### مثال ٢ حل المعادلات بالطرح

$$\text{حل المعادلة: } 63 + m = 79$$

#### الطريقة الأفقية

$$\begin{array}{r} 79 = 63 + m \\ 63 - = 63 - \\ \hline m = 16 \end{array}$$

المعادلة الأصلية  
اطرح 63 من كلا الطرفين  
بسط

$$79 = 63 + m$$

$$63 - 63 - 79 = m$$

$$m = 16$$

للتتحقق من أن 16 هو الحل، عرض 16 بدلاً من  $m$  في المعادلة الأصلية.

#### تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلين الآتيين:

$$16 - 12 = f + 2$$

$$30 + 27 = k + 12$$

### ارشادات للدراسة

#### حل المعادلة

يمكنك استعمال الطريقة الأفقية أو الرأسية لحل المعادلة.  
وكلتا الطريقتين تعطي الحل نفسه.

**حل المعادلات باستعمال الضرب أو القسمة:** في المعادلة:  $\frac{s}{3} = 9$  لاحظ أن المتغير  $s$  قد قُسِّم على 3 ولحل هذه المعادلة تخلص من المقام بضرب كلا الطرفين في 3، ويُعد هذا مثالاً على خاصية الضرب في المساواة.

### مفهوم أساسى

#### خاصية الضرب في المساواة

#### التعبير اللغظى:

إذا كانت المعادلة صحيحة وضرب كلا طرفيها في العدد نفسه (غير الصفر)، فإن

المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضاً.

**الرموز:** لأى أعداد حقيقية  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ، إذا كان  $A = B$ . إذا كان  $A \neq 0$ . فإن  $A \times B = A \times C$ .

**مثال:** إذا كانت  $s = 5$ ، فإن  $3s = 15$ .

#### خاصية القسمة في المساواة

#### التعبير اللغظى:

إذا كانت المعادلة صحيحة وقسم كل من طرفيها على العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضاً.

**الرموز:** لأى أعداد حقيقية  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ، إذا كان  $A = B$ . إذا كان  $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ .

**مثال:** إذا كان  $s = 20$ ، فإن  $\frac{s}{5} = \frac{20}{5} = 4$ .

ويمكنك أيضًا استعمال مقلوب العدد لحل المعادلات.

### حل المعادلات بالضرب أو القسمة

#### مثال ٣

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$(a) \frac{1}{2}q = \frac{2}{3}$$

المعادلة الأصلية

$$\frac{1}{2}q = \frac{2}{3}$$

$$\text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{3}{2} \quad \left(\frac{1}{2}\right) \frac{3}{2} q = \left(\frac{2}{3}\right) \frac{3}{2}$$

$$\text{تحقق من الحل} \quad \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$q = \frac{3}{2}$$

$$(b) 39 = 3 - r$$

المعادلة الأصلية

$$39 = 3 - r$$

$$\text{اقس كلا الطرفين على } -3$$

$$\frac{39}{-3} = \frac{3-}{-3}$$

تحقق من الحل

$$r = -13$$

تحقق من فهمك ✓

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$(b) \frac{2}{3}b = \frac{1}{4}$$

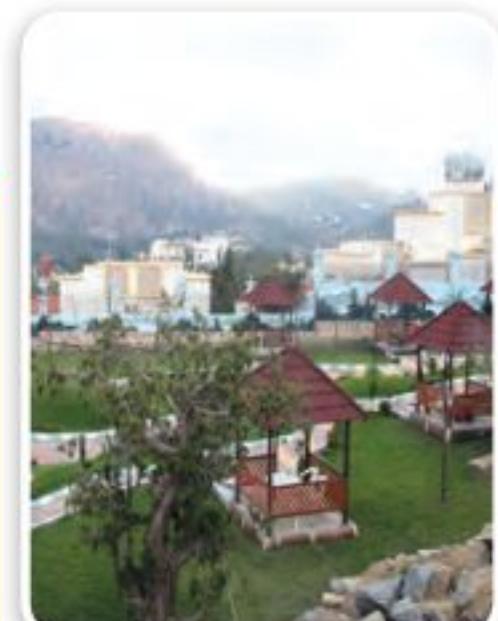
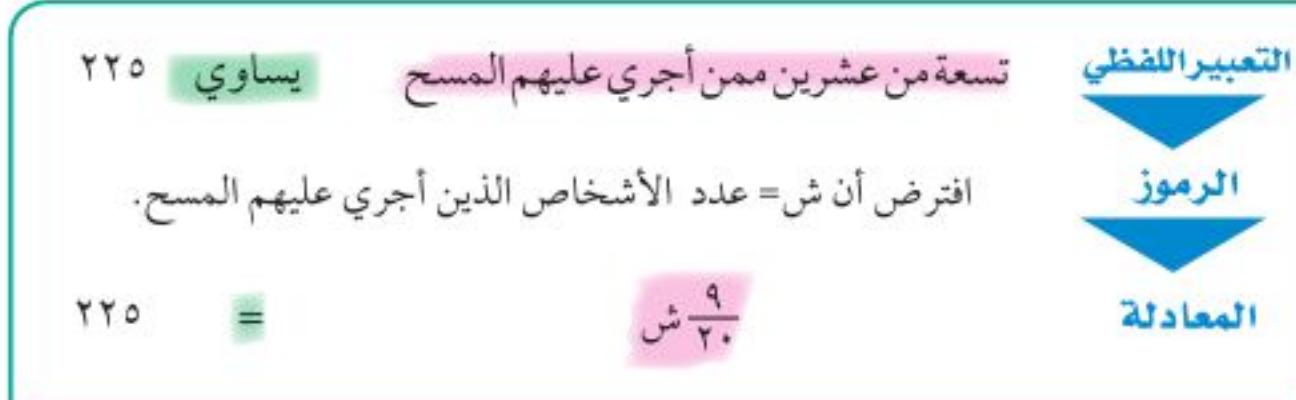
$$(a) \frac{3}{5}l = 6$$

يمكن أيضًا استعمال مقلوب العدد وخصائص المساواة لحل مسائل من واقع الحياة.

### حل المعادلات بالضرب

#### مثال ٤ من واقع الحياة

مسح: أُجري مسح على مجموعة من الأشخاص فأجاب ٢٢٥ أي نحو  $\frac{9}{20}$  من الذين أُجري عليهم المسح بأنهم يفضلون قضاء الإجازة الصيفية في مدينة الطائف. فما عدد الذين أُجري عليهم المسح؟



#### الربط مع الحياة

الطائف من المدن السياحية الجميلة في المملكة؛ لوقوعها في منطقة مرتفعة تعرّض للرياح الشمالية، فمناخها معتدل صيفاً، وهواؤها لطيف.

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad 225 = \frac{9}{20} \text{ ش}$$

$$\text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{20}{9} \quad 225 \left( \frac{20}{9} \right) = \frac{9}{20} \text{ ش}$$

$$1 = \left( \frac{9}{20} \right) \left( \frac{20}{9} \right)$$

$$\text{ش} = \frac{4500}{9}$$

بسط

$$\text{ش} = 500$$

إذن أُجري المسح على ٥٠٠ شخص.





**٤) زجاج:** يحتاج وليد كي يصمم لوحة زجاجية إلى أن يكون خمس الزجاج أزرق اللون. فإذا استعمل ٢٨٨ سنتيمتراً مربعاً من الزجاج الأزرق، فما كمية الزجاج التي استعملها وليد في تصميم اللوحة؟

## تأكد

**الأمثلة ٣-١** حل كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

$$1 \frac{1}{2} = \frac{2}{3} + L \quad (٣)$$

$$67 = S - 104 \quad (٤)$$

$$33 = Q + 5 \quad (٥)$$

$$\frac{3}{4} = S + 4 \quad (٦)$$

$$\frac{1}{4} = 3 + Q \quad (٧)$$

$$1,5 = S - (5,6) \quad (٨)$$

$$10 = M - \frac{2}{3} \quad (٩)$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{36} - \frac{1}{4} \quad (٩)$$

$$5 = \frac{N}{7} - 5 \quad (١٠)$$

**مثال ٤ ١٠) تسوق:** قرر هاني أن يشتري ساعة ثمنها ٢٤٠ ريالاً من مؤسسة تبرع بـ  $\frac{1}{8}$  قيمة مبيعاتها لدار رعاية الأيتام. فكم ريالاً من ثمن الساعة يحول لدار رعاية الأيتام؟

## تدريب وحل المسائل

**الأمثلة ٣-١** حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$40 = U + 18 \quad (١٣)$$

$$72 = T - 44 \quad (١٤)$$

$$14 = 9 - F \quad (١٥)$$

$$45 = T - (-T) \quad (١٦)$$

$$91 = 18 - (-F) \quad (١٧)$$

$$48 = 4 - A \quad (١٨)$$

$$\frac{1}{15} = \frac{T}{7} - \frac{1}{7} \quad (١٩)$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - A \quad (٢٠)$$

$$\frac{1}{3} F = 5 - 0 \quad (٢١)$$

$$\frac{4}{9} = R + \frac{2}{3} \quad (٢٢)$$

$$22 = B - \frac{2}{3} \quad (٢٣)$$

$$2 = C - \frac{5}{7} \quad (٢٤)$$

**مثال ٤ ٢٣) فطائر:** قسمت فطيرة دائرية إلى ٦ قطع متساوية. إذا كانت كتلة القطعة الواحدة ١٨ جراماً، فاكتب معادلة لإيجاد كتلة الفطيرة كاملة، وحلها.

**٢٤) سيارات:** معدل الوقت الذي يحتاج إليه صنع سيارة واحدة في الولايات المتحدة الأمريكية ٩٢٤ ساعة، ويزيد هذا الوقت بـ ١٨ ساعتاً على وقت صنع سيارة مشابهة في اليابان. اكتب معادلة لإيجاد معدل الوقت لصنع سيارة واحدة في اليابان، وحلها.

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{1}{8} S = \frac{2}{3} N \quad (٢٥)$$

$$\frac{B}{7} = 11 - \frac{2}{3} \quad (٢٦)$$



$$\frac{2}{3} N = 14 \quad (٢٧)$$

$$6 = \frac{1}{2} - N \quad (٢٨)$$

$$5 - \frac{1}{2} S = 0 \quad (٢٩)$$

$$\frac{2}{5} - \frac{45}{45} = U \quad (٣٠)$$

اكتب معادلة تمثل كل جملة فيما يأتي، ثم حلّها:

(٣١) ستة أمثال عدد تساوي ١٣٢

(٣٢) ثلثان يساوي سالب ثمانية أمثال عدد.

(٣٣) خمسة أجزاء من أحد عشر جزءاً من عدد تساوي ٥٥

(٣٤) أربعة أخماس تساوي عشرة من ستة عشر جزءاً من عدد.

(٣٥) **تسوق:** يقارن عثمان بين نوعين من الشوكولاتة  
يُباعان في أحد المتاجر. ويرغب في الحصول على  
أفضل سعر للقطعة الواحدة.



أ) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (أ).

ب) اكتب معادلة لإيجاد سعر القطعة الواحدة من النوع (ب).

ج) ما النوع الذي سعر القطعة منه أرخص؟ فسر إجابتك.

للسؤالين ٣٦ ، ٣٧ اكتب معادلة ثم حلها:

(٣٦) **طيران:** اشتريت إحدى شركات الطيران طائرة إيرباص (A380) ، وأعلنت أن هذه الطائرة تقل نحو ٥٥٥ مسافراً؛ أي بزيادة مقدارها ١٣٩ مسافراً على عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينج (747). فما عدد المسافرين الذين يمكن أن تقلهم طائرة البوينج (747)؟



(٣٧) **وقود:** صنفت نحو ٥ ملايين سيارة وشاحنة في عام ٢٠٠٤ بأنها ثنائية الوقود؛ أي أنها يمكن أن تستعمل البنزين أو الإيثanol. وقد ارتفع هذا العدد إلى ٧,٥ ملايين في عام ٢٠٠٦م. فكم زاد عدد السيارات والشاحنات الثنائية الوقود في عام ٢٠٠٦م على ما كان عليه عام ٢٠٠٤م؟

(٣٨) **مهن تعليمية:** كان عدد معلمي المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية عام ١٤٢٣هـ نحو ١٧٥٠٠٠ معلم.

أ) إذا كان عدد معلمي الحاسوب مضروباً في ٢٥ يساوي عدد جميع المعلمين، فاكتب معادلة لإيجاد عدد معلمي الحاسوب، ثم حلها.

ب) إذا علمت أن عدد معلمي العلوم يزيد بـ ١٠٠٠ على عدد معلمي الحاسوب، فما عدد معلمي العلوم في المرحلة الثانوية؟

(٣٩) **احتفالات:** خصصت إدارة مدرسة متوسطة مبلغ ٢٥٠٠ ريال لإقامة حفل المدرسة السنوي، وأنفقت منه ٧٥٠ ريالاً لشراء الحلوي والعصير للحضور.

أ) اكتب معادلة تمثل المبلغ المتبقى، ثم حلها.

ب) إذا أنفقت الإدارة أيضاً مبلغ ١٤٧٥ ريالاً لشراء هدايا وجوائز للطلاب المتفوقين، فاكتب معادلة تمثل ما تبقى من المبلغ المرصود للحفل.



ج) إذا أنفق المبلغ المتبقى لشراء ٥ كتب لمكتبة المدرسة لكل منها القيمة نفسها، فما ثمن الكتاب الواحد؟

#### الربط مع الحياة

يستخرج الإيثanol من الذرة،  
ويعُد فعالاً حيث ينتج طاقة  
أكثر بـ ٢٥٪ من الطاقة  
المستعملة في عملية إنتاجه.

٤٠) حدد المعادلة التي تختلف عن المعادلات الثلاث الأخرى، وفسّر تبريرك.

$$ن - ٤ = ٩$$

$$ن - ١٦ = ٢٩$$

$$٢٥ + ن = ١٢$$

$$ن + ١٤ = ٢٧$$

٤١) مسألة مفتوحة: اكتب معادلة تتضمن عملية الجمع، ووضح طرفيتين لحلها.

٤٢) تحدّ: بين ما إذا كانت كل من الجملتين الآتتين صحيحة دائمًا أم غير صحيحة إطلاقاً:

ب)  $س + ٠ = س$

أ)  $س + س = س$

٤٣) تبرير: حدد القيمة المطلوبة في كل مما يأتي:

أ) إذا كانت  $س - ٧ = ١٤$ ، فما قيمة  $س - ٢$ ؟

ب) إذا كانت  $ن + ٨ = ١٢$ ، فما قيمة  $ن + ١$ ؟

٤٤) تحدّ: وضح لماذا يكون للمعادلين:  $\frac{٢}{٣} ن = ٤٨$ ،  $١٦ = \frac{٢}{٣} ج$  الحل نفسه.

٤٥) اكتب: تأمل خاصيتي الضرب والقسمة في المساواة. ثم اشرح لماذا يمكن اعتبارهما خاصية واحدة، وأيهما أسهل للاستعمال، في رأيك؟

### تدريب على اختبار

٤٦) أي المسائل اللغوية الآتية تمثلها المعادلة:  $ه - ١٥ = ٣٣ - ٣٣$ ؟

أ) أضاف جاسم (هـ) كوبًا من الماء إلى إناء به ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا أضاف؟

ب) أضاف جاسم ١٥ كوبًا من الماء إلى إناء ليحصل على ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا من الماء (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

ج) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء وبقي فيه ٣٣ كوبًا. فكم كوبًا (هـ) كان في الإناء أصلًا؟

د) أفرغ جاسم ١٥ كوبًا من الماء من إناء كان فيه ٣٣ كوبًا من الماء. فكم كوبًا من الماء (هـ) بقي في الإناء؟

٤٧) هندسة: كمية الماء اللازمة لملء بركة تمثل:

د) محيطها

ج) مساحة سطحها

ب) عمقها

أ) حجمها

### مراجعة تراكمية

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض هي:  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ . (الدرس ١-١)

٤٨)  $س - ٦ = ٨$

٤٩)  $٣٠ = س$

٤٨)  $س - ٦ = ٨$

٥٠)  $٣ = س + ٥$

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

٥٢) أدوات مكتبية: يبيّن الجدول المجاور أسعار بعض الأدوات المكتبية. اكتب عبارة عددية تعبر عن ثمن ٣ أقلام ومسطرة وعلبة ألوان، وأوجد قيمتها.

السعر (ريال)	الذى
٤٠٥٠٠٠	قلم
٠٠٠٠٠	مسطرة
١٤٤٣	علبة ألوان

وزارة التعليم  
Ministry of Education



## حل المعادلات المتعددة الخطوات

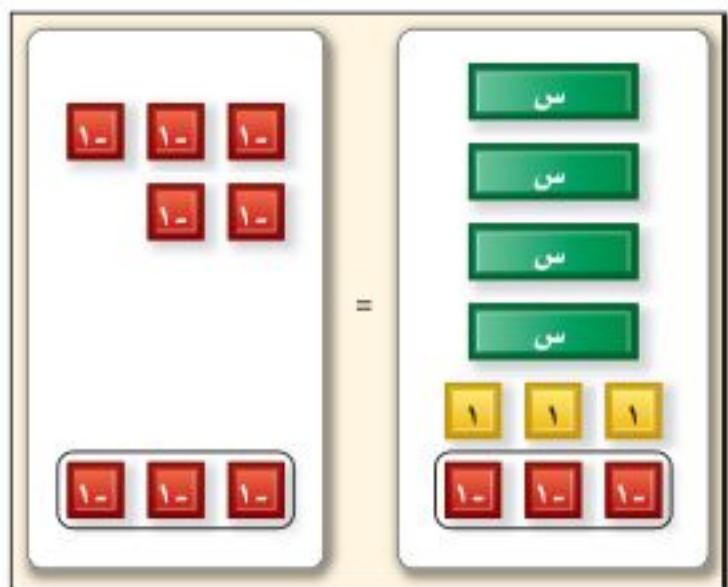
يمكنك استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المعادلات المتعددة الخطوات.

حل المعادلة:  $4s + 3 = 5$  مستعملًا بطاقات الجبر.

**نشاط**

اعزل البطاقات  $s$  في طرف وحدها.

الخطوة ٢

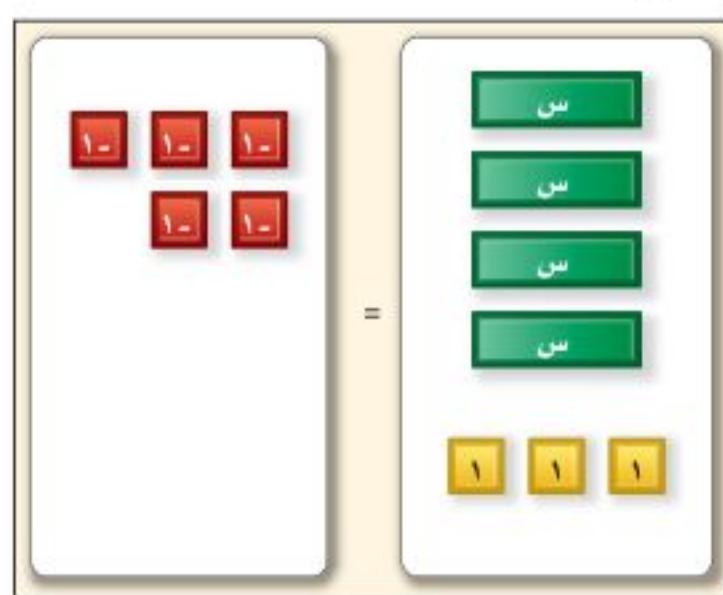


$$3 - 5 = 3 - 4s$$

بما أن هناك 3 من بطاقات العدد 1 في الطرف الذي فيه بطاقات  $s$ ، لذا أضف 3 من بطاقات العدد سالب 1 إلى كل من الطرفين للحصول على أزواج صفرية.

مثل المعادلة.

الخطوة ١

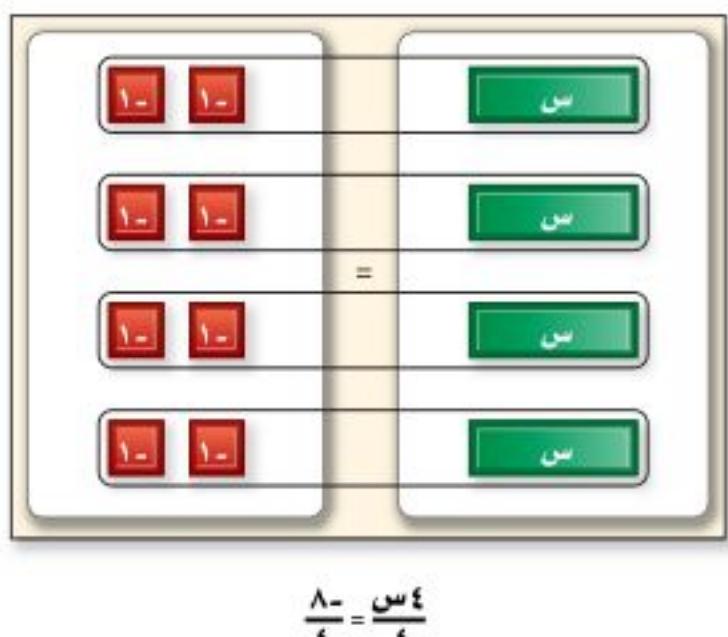


$$5 - 3 = 4s$$

ضع أربع بطاقات  $s$  وثلاثًا من بطاقات العدد 1 في طرف، وخمسًا من بطاقات العدد سالب 1 في الطرف الآخر.

وزع البطاقات في مجموعات.

الخطوة ٤

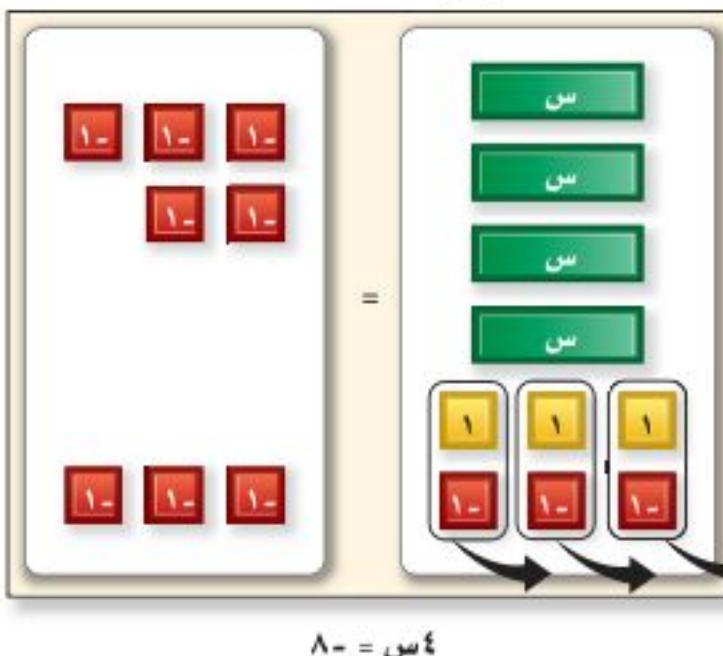


$$\frac{8}{4} - \frac{4}{4} = s$$

جمع بطاقات العدد سالب 1 في 4 مجموعات متساوية لتقابل بطاقات  $s$  الأربع. لاحظ أن كل بطاقة من  $s$  تقترب ببطاقتين من سالب 1، فيكون حل المعادلة:  $s = -2$ .

احذف الأزواج الصفرية.

الخطوة ٣



$$8 - 6 = 4s$$

جمع البطاقات لتكون أزواجاً صفرية ثم احذفها.

**التمثيل والتحليل:** استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المعادلات الآتية:

$$(1) 3s - 7 = 4$$

$$(2) 2s + 5 = 8$$

$$(3) 5s - 7 = 9$$

$$(4) 10 - 7s = 1$$

$$(5) 4s + 5 = 11$$

$$(6) 3s + 2 = 7$$

$$(7) 11 - 4s = 5$$



## ٣ - ١

## لماذا؟



إذا مثل الرمز  $\text{ك}$  المسافة بين بريدة وحائل، فإن العبارة  $4\text{ك} + 36$  تمثل المسافة بين بريدة ومكة المكرمة وهي ٨٧٦ كيلومتراً.

## حل المعادلات المتعددة الخطوات:

يمكنك التعبير عن الموقف أعلاه بالمعادلة:

$$4\text{ك} + 36 = 876$$

ولكون هذه المعادلة تتطلب أكثر من خطوة لحلها؛ لذا تُسمى معادلة متعددة الخطوات. ولحل هذه المعادلة يجب أن نلغى عمل كل عملية بالحل عكسياً.

## فيما سبق

درست حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة.

## والآن

- أحـلـ المعـادـلـاتـ المتـعـدـدـةـ الخطـوـاتـ.
- أحـلـ المعـادـلـاتـ التيـ تـتـضـمـنـ أـعـدـادـ صـحـيـحةـ مـتـتـالـيـةـ.

## المفردات

المعادلة المتعددة الخطوات  
الأعداد الصحيحة المتتالية  
نظرية الأعداد

## مثال ١ حل المعادلات المتعددة الخطوات

## مثال ١

حل كلاً من المعادلين الآتيين:

$$\text{أ) } 11s - 4 = 29$$

المعادلة الأصلية

$$11s - 4 = 29$$

اضف ٤ إلى كلا الطرفين .

$$11s - 4 + 4 = 29 + 4$$

بسط .

$$11s = 33$$

اقسم كلا الطرفين على ١١ .

$$\frac{11s}{11} = \frac{33}{11}$$

بسط .

$$s = 3$$

$$\text{ب) } \frac{s+7}{8} = 5$$

المعادلة الأصلية

$$5 = \frac{s+7}{8}$$

اضرب كلا الطرفين في ٨ .

$$(5)(8) = \left(\frac{s+7}{8}\right)(8)$$

بسط .

$$40 = s + 7$$

اطرح ٧ من كلا الطرفين .

$$40 - 7 = s$$

بسط .

$$33 = s$$

ويتمكنك التحقق من صحة الحل بتغيير النتيجة في المعادلة الأصلية.

## تحقق من فهمك



حل كلاً من المعادلين الآتيين، وتحقق من صحة الحل:

$$\text{أ) } 15 = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{ب) } 11 = 6 - 2s$$

## مثال ٢ من واقع الحياة كتابة معادلة متعددة الخطوات وحلها

**زي مدرسي:** اشتريت فاطمة زياً مدرسيًّا بثلثي سعره الأصلي، كما استعملت بطاقة تعطيها خصمًا مقداره ٢٥ ريالًا فأصبح ثمنه ٥٥ ريالًا. فما السعر الأصلي للزي؟ اكتب معادلة تمثل المسألة، ثم حلها.

$55 = 25 - \frac{2}{3}s$	<b>المعادلة</b>
<b>الافتراض</b> أن السعر الأصلي للزي = $s$	<b>المتغير</b>
<b>النافذ</b> ٢٥ يساوي ٥٥	<b>التعبير اللفظي</b>
<b>الخطوة</b> ثلثا $s$ من $s$ هي ٢٥	<b>الخطوات</b>

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad \frac{2}{3}s = 25$$

$$\text{أضف } 25 \text{ إلى كلا الطرفين} \quad 25 + 25 = 25 + \frac{2}{3}s$$

$$\text{بسط} \quad \frac{2}{3}s = 50$$

$$\text{اضرب كلا الطرفين في } \frac{3}{2} \quad \left( \frac{3}{2} \right) \frac{2}{3}s = \left( \frac{3}{2} \right) 50$$

$$\text{بسط} \quad s = 120$$

السعر الأصلي للزي = ١٢٠ ريالًا.



### الربط مع الحياة

يحقق الالتزام بالزيري المدرسي أهدافاً سلوكية وتربيوية؛ مثل: التنظيم والانضباط، ومراعة المظهر العام، وإزالة الفوارق بين الطلاب لصالح التحصيل العلمي.

### تحقق من فهمك

٢) القراءة: قرأ عبدالله  $\frac{3}{4}$  كتاب في عطلة نهاية الأسبوع، ثمقرأ ٢٢ صفحة يوم الأحد. فإذا كان عدد الصفحات التي قرأها عبدالله في هذه الأيام ٢٢٠ صفحة، فما عدد صفحات ذلك الكتاب؟

**حل مسائل تتضمن أعداداً صحيحة متتالية:** **الأعداد الصحيحة المتتالية** هي أعداد صحيحة مرتبة بالتالي مثل: ٤، ٥، أو  $n$ ،  $n+1$ ،  $n+2$ . وإذا عدلت اثنين كل مرة تحصل على أعداد متتالية: زوجية إذا كان العدد الأول زوجياً، وفردية إذا كان العدد الأول فردياً.

مفهوم أساسى			
الأعداد الصحيحة المتتالية			
أضف إلى مطويتك	مثال	الرموز	النوع
	١-٢، ١، ٢، ...	$n, n+1, n+2, \dots$	أعداد مرتبة بترتيب العدد
	٤، ٢، ٠، -٢، ...	$n, n+2, n+4, \dots$ حيث ( $n$ زوجي)	أعداد صحيحة زوجية متتالية
	٥، ٣، ١، -١، ...	$n, n+2, n+4, \dots$ حيث ( $n$ فردي)	أعداد صحبحة فردية متتالية

### مثال ٣

#### حل مسائل تتضمن أعداداً صحيحة متتالية

**نظيرية الأعداد:** اكتب معادلة للمسألة الآتية، ثم حلها:

”أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها (٥١)“.

افترض أن العدد الأصغر =  $n$ ، فيكون العدد الفردي الآتي =  $n+2$ ، وأكبر هذه الأعداد =  $n+4$ .

$51 -$	يساوي	مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية
$51 -$	=	المعادلة

المعادلة الأصلية
 $n + (n+2) + (n+4) = 51 -$

بسط
 $6n + 6 = 51 -$

اطرح ٦ من كلا الطرفين
 $6n = 51 - 6$

بسط
 $6n = 45$

اقسم كلا الطرفين على ٣
 $n = \frac{45}{3}$

بسط
 $n = 15$

$15 - 4 = 11$  ،  $15 - 6 = 9$  ،  $15 - 10 = 5$

فالأعداد الصحيحة الفردية الثلاثة هي: ٥، ٩، ١١.

**تحقق:** ٥، ٩، ١١ هي أعداد فردية متتالية

$$\checkmark \quad 5 + 9 + 11 = 25$$

**تحقق من فهمك** 

٣) اكتب معادلة للمسألة الآتية، ثم حلها: ”أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٢١“.

### ارشادات للدراسة

#### تمثيل الأعداد الصحيحة المتتالية

يمكن استعمال العبارات نفسها لتمثيل الأعداد المتتالية الزوجية أو الفردية، والاختلاف بينهما هو في قيمة  $n$  (فرد أو زوجي).

### تأكد

#### مثال ١

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$\frac{5}{7} = 8 - 3$$

$$2 - 9 = 12 - 7$$

$$1 - 4 = 3 - m$$

**مثال ٤ تقويد:** مع نايف مبلغ من المال يقل ١٧٥ ريالاً عن مثلي المبلغ الذي يملكه سعد. فإذا كان مع نايف ٧٥٥ ريالاً، فاكتتب معادلة تمثل هذا الموقف. ثم أوجد المبلغ الذي يملكه سعد.

اكتتب معادلة لكل من المسألتين الآتتين، ثم حلها:



٥) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٧٥

#### مثال ٣

٦) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٣٦ -

**مثال ١** حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(9) ٣٤ - ٦ = م - ٤$$

$$(8) ٨ = ٨ + ن - ١٦$$

$$(7) ٧ = ٧ + ت - ٣$$

$$(12) \frac{٢٢ - و}{٣} = ٧ -$$

$$(11) ١١ - ج = \frac{٥}{٦}$$

$$(10) \frac{٦ + ع}{٢} = ١٤$$

**مثال ٢** (١٣) **اتصالات**: تقدم شركة للاتصالات العروض المبينة في الجدول الآتي، فإذا اختار محمد خط رجال الأعمال، وخصص له ١٠٠ ريال في الشهر، فاكتب معادلة تمثل هذا الموقف، وحدد عدد الدقائق التي يمكنه التحدث بها دون أن يتجاوز المبلغ المخصص شهرياً.

نوع الخط	الاشتراك الشهري	الدقائق المجانية	تكلفة الدقيقة بعد الدقائق المجانية
شخصي	٢٩,٩٩ ريال	٢٥٠	٠,٢٠ ريال
رجال أعمال	٤٩,٩٩ ريال	٦٥٠	٠,١٥ ريال

**مثال ٣** اكتب معادلة لكل مسألة فيما يأتي، ثم حلها:

(١٤) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها ٨٤.

(١٥) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ١٤١.

(١٦) أجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ١٤٢.

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(19) \frac{٢}{٣} ب = ٦ + ٢٤$$

$$(18) ٥ - ٧ = ٤٥ - ن$$

$$(17) ٨ - م = ٦ - ٢٤$$

$$(22) \frac{٣}{٤} س + \frac{٥}{٢} = \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٢}$$

$$(21) \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٧} - ب$$

$$(20) \frac{١}{٥} - \frac{٤}{٩} = \frac{١}{١٥} - \frac{٢}{٣}$$

اكتب معادلة تمثل المسألة الآتية، ثم حلها:

(٢٣) **أسرة**: تشكل أعمار ثلاثة إخوة أعداداً صحيحة متتالية مجموعها ٩٦

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(24) ٥ - س = ٤,٨ \quad (25) ٦,٧ = ٤,٨ - س \quad (26) \frac{١}{٢} - ٥ = ٤,٥ \quad (27)$$

إذا كانت  $م = ٣$ ، فما قيمة  $١١ + م + ٩٢$ ؟

(٢٨) إذا كانت  $ل = ٦$  ، فما قيمة  $٦١ - ٩١٥$ ؟

(٢٩) **مركز رياضي**: إذا كان الاشتراك الشهري في مركز رياضي هو ٢٧٥ ريالاً شاملًا دخول المركز ومويقًا مجانيًا للسيارة، بالإضافة إلى ٥ ريالات في اليوم لقاء استعمال المسبح. أما غير المشتركين فيدفعون ٦ ريالات يومياً لموقف السيارة، و١٥ ريالاً لدخول المركز، و٩ ريالات لاستعمال المسبح.

أ) اكتب معادلة لإيجاد عدد الزيارات التي تساوى عندها التكلفة الكلية لـ كل من: المشترك وغير المشترك إذا استعمل كلاهما المسبح عند كل زيارة، ثم حل هذه المعادلة.

ب) كون جدولًا يبين التكلفة للمشترك ولغير المشترك بعد ٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥ زيارة للمركز.

ج) عين هذه النقاط في المستوى الإحداثي، وصف ما تلاحظه على هذا التمثيل البياني.



الربط مع الحياة

السباحة رياضة مفيدة؛ تخفف ضغط الدم والكوليسترول، وتقوي القلب والعضلات، و تعالج آلام المفاصل.

## مسائل مهارات التفكير العليا

٣٠) **مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة يمكن التعبير عنها بالمعادلة:  $2s + 40 = 60$  ، ثم حل المعادلة.

٣١) **تبرير:** صف الخطوات التي يمكن أن تستعملها لحل المعادلة:  $\frac{3+5}{5} - 4 = 6$ .

٣٢) **تحدد:** يمكن استعمال الصيغة  $C = \frac{180 \times (n-2)}{n}$  لإيجاد قياس الزاوية الداخلية في مضلع منتظم، حيث  $n$  تمثل عدد أضلاع المضلعل،  $C$  قياس كل زاوية من زواياه الداخلية. إذا علمت أن  $C = 156^\circ$ ، فما عدد أضلاع المضلعل؟

٣٣) **اكتب:** اكتب فقرة توضح ترتيب الخطوات التي يمكن أن تتبعها لحل معادلة متعددة الخطوات.

## تدريب على اختبار

٣٥) مربع محیطه ٢٠ سم، ما مساحته؟

ج) ٤ سم<sup>٢</sup>

د) ٢٥ سم<sup>٢</sup>

أ) ٤ سم<sup>٢</sup>

ب) ٥ سم<sup>٢</sup>

٣٤) **احصاء:** يبيّن الجدول الآتي درجات ٥ طلاب في اختبار للرياضيات:

الطالب	٥	٤	٣	٢	١
الدرجة	٧٨	٧٩	٩٩	٩١	٨٠

فما مدى درجات هؤلاء الطلاب؟

أ) ١٠ ج

ب) ٤٠ د

## مراجعة تراكمية

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ٢٠-١)

$$8 = 8 - s \quad (٣٧)$$

$$s = 8 - 8 \quad (٣٦)$$

٣٨) أوجد حل المعادلة:  $2s + 5 = 19$  ، إذا كانت مجموعة التعويض هي:  $\{1, 3, 5, 7\}$ . (الدرس ١١-١).

## استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة :

أوجد ناتج كلاً مما يلي:

$$(4)(4) - [(2)(8)] = 42$$

$$[(1+1)(5)] - [(1+1)(1)] = 41$$

$$\frac{12-28}{13 \times 2} = 40$$

$$(3+5)(4) = 39$$



# الفصل اختبار منتصف الفصل

الدروس ١-١ إلى ٢-١

٩) اختيار من متعدد: حل المعادلة  $\frac{3}{5}s = \frac{1}{4}$  هو:

(الدرس ٢-١)

- (أ)  $\frac{3}{20}$
- (ب) ٢
- (ج)  $\frac{5}{12}$
- (د)  $-\frac{3}{2}$

١٠) حاصل جمع ثلاثة أمثال س مع ٤ يساوي خمسة أمثال س.

$$13 = 5s + 4$$

$$21 - 7 = 4s$$

$$8 = 3 - \frac{m}{3}$$

$$\frac{3+d}{5} = 4 - 4$$

١١) اكتب معادلة لكل من المسائل الآتية ثم حلّها: (الدرس ٣-١)

١٢) ثلاثة أرباع عدد مطروحًا منه ٩ يساوي ٩.

١٣) ستة أضعاف عدد مضاعفٍ إليه ١٢ يساوي ٣٠.

١٤) أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ١٦.

١٥) اكتب معادلة تمثل المسألة في كل مما يأتي: (الدرس ١-١)

١٦) حاصل جمع ثلاثة أمثال س مع ٤ يساوي خمسة أمثال س.

١٧) رباع ص ناقص ٦ يساوي ٢ مضروباً في حاصل جمع ص مع العدد ٩.

١٨) حاصل ضرب ع مع العدد ٥ يساوي القوة الثالثة للعدد.

١٩) كرات: في صندوق ٥٠ كرة (حمراء، خضراء، زرقاء)، إذا كان عدد الكرات الحمراء أكبر بـ ٦ من عدد الكرات الزرقاء، وعدد الكرات الخضراء أقل بـ ٤ من عدد الكرات الزرقاء، فاكتب معادلة لإيجاد عدد الكرات الزرقاء، وحلّها. (الدرس ١-١)

٢٠) اختيار من متعدد: أي مما يأتي يمثل متطابقة؟ (الدرس ١-١)

(أ)  $2s + 3 = 5$

(ب)  $2(s+1) = 2s + 2$

(ج)  $2(s+1) = 2s + 1$

(د)  $2s + 3 = 4s - 5$

٢١) اكتب معادلة فيما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل. (الدرس ٢-١)

٢٢)  $b + 8 = 13$

٢٣)  $m - 26 = 3$

٢٤)  $s = \frac{3}{6}$





## حل المعادلات التي تحتوي متغيراً في طرفيها

### لماذا؟



اتفق كل من طلال وريان على شراء هدية لوالديهما. فإذا كان لدى طلال (٣٠) ريالاً في حصلته، وببدأ يضيف إليها (٣) ريالات يومياً، بينما بدأ ريان في اليوم نفسه بادخار (٦) ريالات يومياً.

لمعرفة بعد كم يوم يتساوى ما وفر كل منهما، يمكننا كتابة المعادلة:  
 $30 + 3s = 6s$  ، حيث تمثل (س) عدد الأيام.

**المتغيرات في طرفي المعادلة:** لحل معادلة تحتوي متغيراً في كلا طرفيها استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح لكتابه معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها فقط.

### فيما سبق

درست حل المعادلات المتعددة الخطوات.

### والأآن

- أحل المعادلات التي تحتوي المتغير نفسه في طرفيها.
- أحل المعادلات التي تحتوي أقواساً.

### مثال ١ حل المعادلة التي تحتوي متغيراً في كلا طرفيها

حل المعادلة:  $2k + 5 = 3k - 6$  ، وتحقق من صحة الحل.

المعادلة الأصلية

$$2 + 5k = 3k - 6$$

اطرح ٣ك من كلا الطرفين

$$\underline{-3k} \quad \underline{-3k}$$

بسط

$$2 + 2k = 6$$

اطرح ٢ من كلا الطرفين

$$\underline{2} \quad \underline{2}$$

بسط

$$2k = 4$$

اقسم كلا الطرفين على ٢

$$\frac{2k}{2} = \frac{4}{2}$$

بسط

$$k = 2$$

المعادلة الأصلية

$$\text{تحقق: } 2k + 5 = 3k - 6$$

تعويض k = 2

$$6 - 12 = 20 - 12$$

اضرب

$$= 8 - 12$$

بسط

$$\checkmark 18 - = 18 -$$

### تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:



$$\text{أ) } 5s + 2 = 7s - 6$$

$$\text{أ) } 11 - 2s = 3s + 5$$

$$\text{د) } 1,3s + 3 = 2,8s + 1$$

$$\text{ج) } \frac{s}{2} + 1 = \frac{1}{4}s - 6$$

**الأقواس:** إذا احتوت المعادلة أقواساً، فاستعمل خاصية التوزيع للتخلص منها.

### مثال ٢ حل معادلة تحتوي أقواساً

$$\text{حل المعادلة: } 6(5m - 3) = \frac{1}{3}(12 + 24m).$$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad 6(5m - 3) = \frac{1}{3}(12 + 24m)$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 30m - 18 = 4 + 8m$$

$$\text{اطرح } 8m \text{ من كلا الطرفين} \quad 30m - 18 - 8m = 4 + 8m$$

$$\text{بسط} \quad 4 = 18 - 22m$$

$$\text{أضف } 18 \text{ إلى كلا الطرفين} \quad 18 + 4 = 18 - 22m$$

$$\text{بسط} \quad 22 = 18 - 22m$$

$$\text{اقسم كلا الطرفين على } 22 \quad \frac{22}{22} = \frac{18 - 22m}{22}$$

$$\text{بسط} \quad 1 = m$$

**تحقق من فهمك**

حل كلاً من المعادلتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$\text{أ) } 12 - 2(3n + 1) = 2(1 - n) \quad \text{ب) } 7(n - 1) = 2(3 - 2n)$$

بعض المعادلات ليس لها حل كالمعادلة:  $5s + 5 = 3(s - 4) - 10$ ؛ أي لا توجد قيمة للمتغير يجعل المعادلة صحيحة. وفي المقابل بعض المعادلات مثل:  $3(2b - 1) - 7 = 6b - 10$  تكون صحيحة لجميع قيم المتغيرات، وكما سبق فإن مثل هذه المعادلات تسمى متطابقات.

يمكن تلخيص الخطوات المتبعة في حل المعادلات كما يأتي:

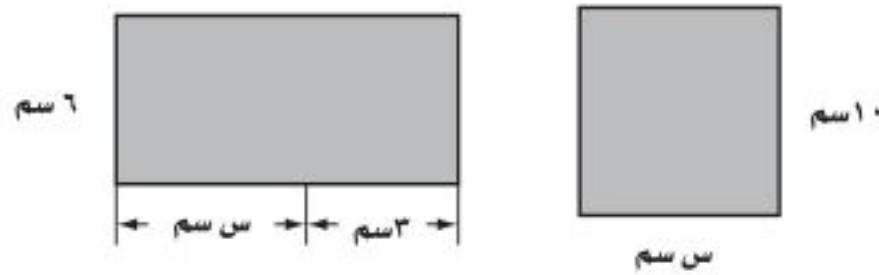
مفهوم أساسى	خطوات حل المعادلة	مطويتك
<b>الخطوة ١:</b> بسط العبارات الموجودة في طرفي المعادلة، واستعمل خاصية التوزيع إن احتجت إلى ذلك.		
<b>الخطوة ٢:</b> استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح في المساواة للحصول على معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها والأعداد الثابتة في الطرف الآخر، ثم بسط.		
<b>الخطوة ٣:</b> استعمل خاصية الضرب أو خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلة.		

وهناك موافق كثيرة يظهر فيها المتغير في كلا طرفي المعادلة.



### مثال ٣ من اختبار

أوجد قيمة س التي تجعل مساحتى الشكلين الآتيين متساوين :



- (أ) ٣      (ب) ٤, ٥      (ج) ٦, ٥      (د) ٧

#### اقرأ فقرة الاختبار:

مساحة المستطيل الأول = ١٠ س، ومساحة المستطيل الثاني = ٦ (٣ + س)  
والمعادلة هي: ١٠ س = ٦ (٣ + س).

#### حل فقرة الاختبار:

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad 10s &= 6(3+s) \\ (4,5)(10) &\equiv 6(3+3) \\ (7,5)6 &\equiv 45 \\ \checkmark 45 &= 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ب)} \quad 10s &= 6(3+s) \\ (3)(3)6 &\equiv 10 \\ (6)6 &\equiv 30 \\ \times 36 &\equiv 30 \end{aligned}$$

بما أن القيمة ٤، ٥ أعطتنا عبارة صحيحة فلا ضرورة للتحقق من القيمتين ٦، ٥ .  
ولذا تكون ب هي الإجابة الصحيحة.

#### تحقق من فهمك

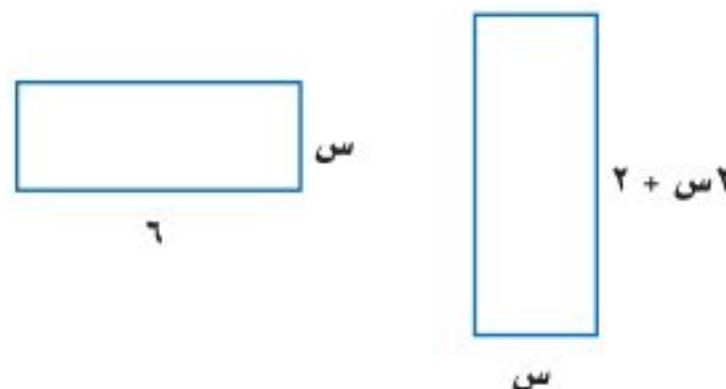
#### ارشادات للدراسة

##### اختر طريقة

توجد أحياناً أكثر من طريقة لحل المسألة.

وفي هذا المثال يمكن أن تكتب معادلة، ثم تحلها، أو تعوض بدائل الإجابات في هذه المعادلة حتى تجد الإجابة الصحيحة.

(٣) أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساوين:



- (أ) ١, ٥      (ب) ٢      (ج) ٣, ٢      (د) ٤

#### تأكد

#### المثالان ١ ، ٢

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(1) 13s + 2 = 4s + 38$$

$$(2) \frac{1}{3} + \frac{1}{6}q = \frac{5}{6}q + \frac{1}{2}$$

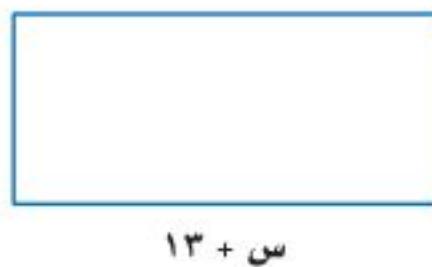
$$(3) 6(n + 4) = 18 -$$

$$(4) 11 - 3 + 2(b + 5) = 7$$

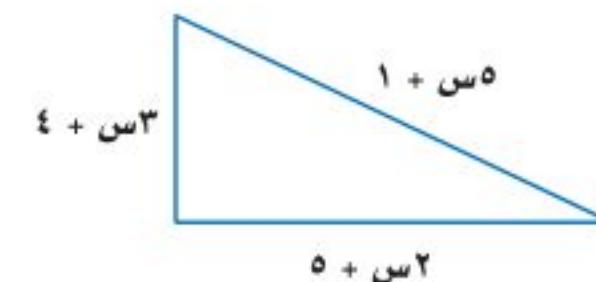
$$(5) 5 + 2(n + 1) = 2n$$

### مثال ٣

٧) اختيار من متعدد: أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساوين:



٧) د



٥) ب

٤) أ

### تدريب وحل المسائل

#### المثالان ١ ، ٢

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$9) 2m - 13 = 27 + m - 8$$

$$8) 7g + 12 = 4g + 78$$

$$11) 6(n + 5) = 66$$

$$10) \frac{b - 4}{2} = \frac{b}{6}$$

$$13) 12 - \frac{4}{5}(s + 15) = 4$$

$$12) (2m - 3)(3m - 2) = (2s + 3)(s + 2)$$



١٢



٢٠

١٤) هندسة: أوجد قيمة س التي تجعل لكل من المستطيلين المجاورين المساحة نفسها.

١٥) نظرية الأعداد: عددا زوجيان متتاليان، يقل أربعة أمثل أصغرهما عن مثلي أكبرهما بمقدار ١٢. فما العددان؟

١٦) نظرية الأعداد: ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يزيد مثلاً أصغرها على ثلاثة أمثل أكبرها بمقدار ١٥. فما هذه الأعداد؟

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$18) \frac{2}{5}h - 7 = \frac{12}{5}h - 2h + 3$$

$$17) 2s = 2(s - 3)$$

$$20) \frac{1}{12} + \frac{5}{8}s = \frac{5}{12} + \frac{1}{8}s$$

$$19) 2(4r + 6) = \frac{2}{3}(12r + 18)$$

$$22) 14, 5 + k = 12, 6 - 4, 3 - 2k$$

$$21) \frac{1}{8}(3r - 2) = \frac{1}{4}(r + 5)$$

٢٣) عصائر: ينفق محل للعصائر ٢٠٠ ريال يومياً نفقات ثابتة، بالإضافة إلى ٥ ريال تكلفة كوب العصير. فإذا بيع الكوب الواحد بمبلغ ٥ ريالات، فكم كوبًا يجب أن يبيع المحل يومياً ليبدأ بتحقيق الربح؟



#### الربط مع الحياة

##### فوائد العصير

يزود عصير الفواكه الطازجة الإنسان بالفيتامينات والمعادن، ويقيه من معظم الأمراض، كما يمد الجسم بعنصر الماء المهم.

٢٤) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذه المسألة حلًّا للمعادلة:  $2s + 4 = -s - 2$ .

أ) بيانياً: أنشئ جدولًا يحتوي على خمس نقاط لكل من المعادلين:  
 $s = 2$  ،  $s = 4$  ،  $s = -2$  ،  $s = -4$  ، وعَيِّنْ هذه النقاط في المستوى الإحداثي.

ب) جبرياً: حلًّ المعادلة:  $2s + 4 = -s - 2$ .

ج) لفظياً: وضح العلاقة بين الحل الذي توصلت إليه في الفقرة (ب)، مع نقطة التقاطع للتمثيلين البيانيين في الفقرة (أ).

٢٥) **تبرير:** حل المعادلة الآتية موضحا كل خطوة من خطوات الحل:  

$$t = 2 - [2t - 3(t - 1)]$$

٢٦) **تحدد:** اكتب معادلة تحتوي متغيرا في كل من طرفي المساواة بحيث يكون أحد المعاملات على الأقل كسرًا، ويكون حلها -٦، وناقش الخطوات التي اتبعتها.

٢٧) **تحدد:** أوجد قيمة  $k$  التي تجعل كلاً من المعادلين الآتيين متطابقة:

$$(b) 15s - 10 + k = 2(k - 1)s \quad (a) k(3s - 2) = 4 - 6s$$

٢٨) **اكتب:** وضح كلاً من أوجه الشبه والاختلاف بين حل معادلات تحتوي متغيرات في كلا طرفيها، وحل معادلات من خطوة واحدة أو متعددة الخطوات، تحتوي متغيرات في أحد طرفيها فقط.

### تدريب على اختبار

٣٠) ما قيمة  $s$  التي تحقق المعادلة الآتية؟

$$\frac{4}{5}s + 7 = \frac{3}{15}s - 3$$

$$(\text{ج}) -\frac{2}{3}$$

$$(\text{أ}) -\frac{2}{3}$$

$$(\text{د}) -10$$

$$(\text{ب}) -\frac{4}{9}$$

٢٩) بدأت طائرة شراعية الهبوط من ارتفاع ٢٥ متراً عن سطح الأرض ب معدل ثابت مقداره ٢ متر في الثانية. فما هي المعادلات الآتية تبين ارتفاع الطائرة بعد ن الثانية؟

$$(\text{ج}) u = 2n + 25 \quad (\text{أ}) u = 2n + 25$$

$$(\text{د}) u = 25 - 2n \quad (\text{ب}) u = 25 - 2n$$

### مراجعة تراكمية

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٣)

$$(\text{ج}) 3s + 7 = 1 - s \quad (32)$$

$$(\text{أ}) n + 5 = 6 - 4 \quad (31)$$

$$(\text{ج}) s = \frac{9}{5} + 6 \quad (34)$$

$$(\text{أ}) 3 - 2 = \frac{1}{7} \quad (33)$$

حل كلاً من المعادلات الآتية: (الدرس ١-٤)

$$(\text{ج}) s - 2 = 4 \quad (36)$$

$$(\text{أ}) 2s = 10 \quad (37)$$

$$(\text{أ}) 1 + s = 0 \quad (35)$$

حل كلاً من المعادلات الآتية إذا كانت مجموعة التعويض هي  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ : (الدرس ١-١)

$$(\text{ج}) 17 = \frac{45}{s} + 2 \quad (40)$$

$$(\text{أ}) 92 = s + 11 \quad (39)$$

$$(\text{أ}) 42 = 5(s + 6) \quad (38)$$

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(\text{ج}) 42 - |3| \quad (42)$$

$$(\text{أ}) 41 - |5| \quad (41)$$

$$(\text{ج}) 44 - |3| - |3| \quad (44)$$

$$(\text{أ}) 43 - |2| \quad (43)$$





## حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

### لماذا؟



أُجري مسح لمعرفة أنواع الكتب التي يقرؤها طلاب الجامعة، وسمح للشخص الواحد بأن يختار أكثر من نوع من الكتب.

نفترض أنه يوجد في هذا المسح نسبة خطأ مقدارها ٣٪، وهذا يعني أنه قد يكون في هذا المسح زيادة ٣٪ أو نقص ٣٪ فعلى سبيل المثال، قد تزيد نسبة الذين يقرؤون كتب الثقافة الإسلامية على ٦٩٪، أو قد تقل عن ٦٣٪.

**عبارات القيمة المطلقة:** يتم حساب قيمة العبارات التي تتضمن قيمة مطلقة بتعويض قيمة المتغير فيها.

### فيما سبق

درست حل المعادلات التي تحتوي متغيرات في طرفيها.

### والآن

- أحسب قيمة عبارات تتضمن القيمة المطلقة.
- أحل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

### مثال ١ العبارات الجبرية التي تتضمن القيمة المطلقة

احسب قيمة:  $|m + 6| - 14$  ، إذا كانت  $m = 4$ .

عوض  $m = 4$

$$|4 + 6| - 14 =$$

$$10 = 6 + 4$$

$$14 - |10| =$$

$$10 = |10|$$

$$14 - 10 =$$

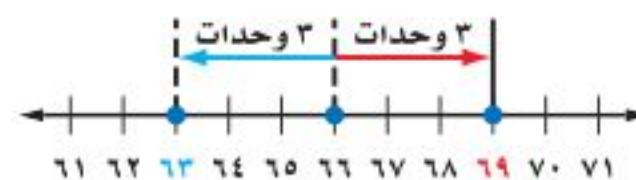
بسط.

$$4 =$$

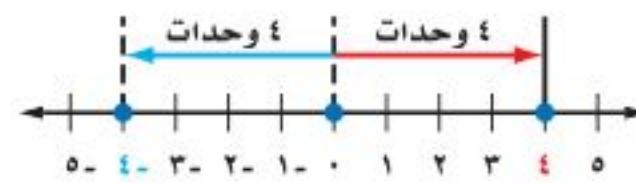
**تحقق من فهمك**

١) احسب قيمة العبارة:  $|23 - 4s| - 23$  ، إذا كانت  $s = 2$ .

**معادلات القيمة المطلقة:** بالنظر إلى الفقرة الواردة في أعلى الصفحة نلاحظ أن نسبة الخطأ فيها هو مثال على القيمة المطلقة. فالمسافة بين ٦٦ و ٦٩ على خط الأعداد تساوي المسافة بين ٦٣ و ٦٦.



هناك ثلاثة أنواع من الجمل الرياضية التي تتضمن قيمة مطلقة:  $|s| = n$  ،  $|s| < n$  ،  $|s| > n$ . وستتناول في هذا الدرس النوع الأول فقط. فمثلاً المعادلة  $|s| = 4$  تعني أن المسافة بين  $s$  ، والصفر تساوي ٤ وحدات.



إذا كانت  $|s| = 4$  ، فإن  $s = -4$  ، أو  $s = 4$ . وبذلك تكون مجموعة حل هذه المعادلة هي  $\{-4, 4\}$ .

ويجب أن تأخذ كلتا الحالتين في الحسبان في معادلات القيمة المطلقة. ولحل معادلة القيمة المطلقة، أفصل القيمة المطلقة في أحد جانبي إشارة المساواة أولاً إذا لم تكن كذلك أصلاً.



**التعبير اللغظى:** عند حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة هنالك حالتان يجب أخذهما في الحسبان:

**الحالة ١ :** العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة أو صفرًا.

**الحالة ٢ :** العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

الرموز: لأي عددين حقيقيين  $a$ ,  $b$  إذا كانت  $|a| = b$  فإن  $a = b$ , أو  $a = -b$ .

مثال:  $|d| = 10$  إذن  $d = 10$  أو  $d = -10$

### قراءة الرياضيات

القيمة المطلقة

|٥ + ف| تقرأ العبارة |٥ + ف|

القيمة المطلقة للمقدار

"ف زائد خمسة".

### مثال ٢ حل معادلات القيمة المطلقة

حل كلاً من المعادلتين الآتتين، ومثل مجموعه الحل بيانياً:

$$(1) |f + 5| = 17$$

المعادلة الأصلية

$$|f + 5| = 17$$

الحالة ٢

$$f + 5 = 17$$

الحالة ١

$$f + 5 = -17$$

$$f + 5 = 5 - 17$$

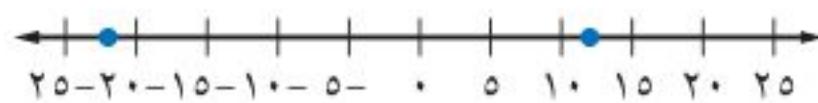
اطرح ٥ من كلا الطرفين

$$f + 5 - 5 = 17 - 5$$

$$f = 22$$

بسط

$$f = 12$$



$$(2) |b - 1| = 3$$

$|b - 1| = 3$  تعنى أن المسافة بين  $b$  و ١ تساوى ٣.

وبما أنه لا يمكن أن تكون المسافة سالبة فإن مجموعه حل هذه المعادلة هي المجموعة الخالية  $\emptyset$ .

**تحقق من فهمك** حل كلاً من المعادلتين الآتتين، ومثل مجموعه الحل بيانياً:

$$(1) |c + 2| = 4$$

$$(2) |3n - 4| = 1$$

تَظَهُرُ مَعَادِلَاتُ القيمة المطلقة في المواقف الحياتية؛ حيث تُصِفُ المدى الذي يجب أن تقع ضمنه قيمة المتغير.

### مَثَلٌ ٣٠ مِنْ وَاقِعِ الْحَيَاةِ استعمال خط الأعداد لحل المسائل



#### الربط مع الحياة

درجة حرارة الأفاعي:

الأفاعي من ذوات الدم البارد، فهي تفضل درجات حرارة متوسطة، ليست مرتفعة جدًا أو منخفضة جدًا، ومع ذلك فلكل نوع حاجة من الحرارة، فثعابين الصحراء مختلف عن ثعابين الغابات.

المسافة بين  $27^{\circ}\text{S}$  و  $25^{\circ}\text{S}$  تساوي 2 وحدة.  
المسافة بين  $27^{\circ}\text{S}$  و  $29^{\circ}\text{S}$  تساوي 2 وحدة.



إذن درجة الحرارة العظمى  $29^{\circ}\text{S}$ ، ودرجة الحرارة الصغرى  $25^{\circ}\text{S}$ .

#### تحقق من فهمك

٣) دواء: يجب حفظ أحد الأدوية عند درجة  $8^{\circ}\text{S}$  بزيادة أو نقصان مقدارها ٣°. أوجد درجتي الحرارة العظمى والصغرى اللتين يجب حفظ الدواء عندهما.

إذاً أُعطيت نقطتان على خط الأعداد، يمكنك أن تكتب معادلة قيمة مطلقة تمثل المسافة بينهما.

### مَثَل٤٠ كتابة معادلة القيمة المطلقة

#### إرشادات للدراسة

##### إيجاد نقطة المنتصف

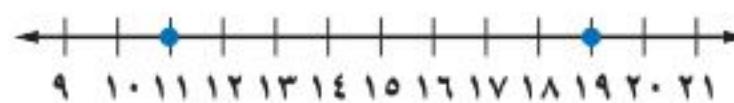
لإيجاد النقطة التي تقع في منتصف المسافة بين نقطتين اجمع العددين اللذين يمثلانهما، وأقسم المجموع على ٢.

فمثلاً في المثال ٤:

$$30 = 19 + 11$$

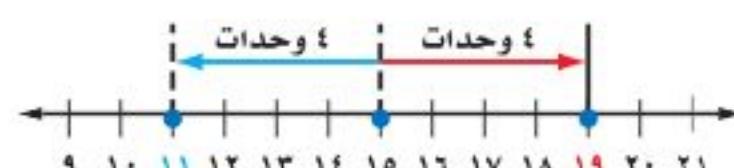
$$15 = 2 \div 30$$

لذا فإن نقطة المنتصف بين  $19, 11$  هي  $15$ .



أوجد نقطة تبعد المقدار نفسه عن  $11$  وعن  $19$ .

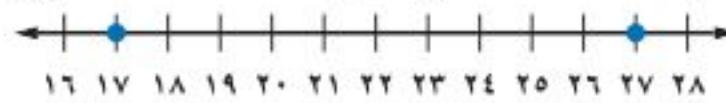
هذه النقطة هي نقطة المنتصف بين  $11$  و  $19$  وتساوي  $15$ .



إذن المعادلة المطلوبة هي:  $|x - 15| = 4$ .

#### تحقق من فهمك

٤) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة للتمثيل الآتي:



**مثال ١** احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت  $f = 3$ ,  $h = 5$ ,  $d = -4$ :

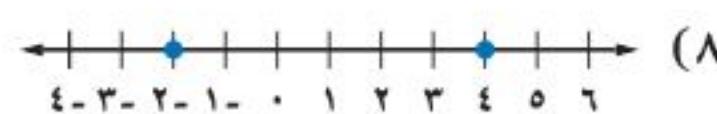
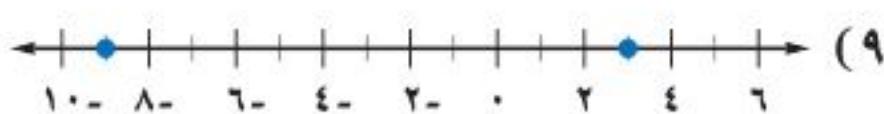
$$(1) |3 - h| + 13 \quad (2) |d - 16| - |f + d| - h$$

**مثال ٢** حل كلاً من المعادلات الآتية، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

$$(3) |n - 1| = 6 \quad (4) |3u - 9| = 5$$

**مثال ٣** استثمار: تعتقد شركة أنها تربح في استثمارها ما نسبته ١٢٪ زائد أو ناقص ٣٪. احسب أكبر وأقل نسبة ربح تعتقد الشركة أنها ستحصل عليه.

**مثال ٤** اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لكل من التمثيلين الآتيين:



## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** احسب قيمة كل عبارة فيما يأتي إذا كانت  $A = -2$ ,  $B = -3$ ,  $C = 1$ ,  $S = 2$ ,  $U = -4$ :

$$(1) |A + C| + |B + S| \quad (2) |3B + 2C|$$

$$(3) |3B - 8| - 3 \quad (4) |C - 2| - |A - U|$$

$$(5) |B - 4| + |C - 3| \quad (6) |S - 2| + |U - A|$$

**مثال ٢** حل كلاً من المعادلات الآتية، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

$$(7) |f + 10| = 1 \quad (8) |n - 3| = 5$$

$$(9) |q - 4| = 8 \quad (10) |h - 2| = 5$$

$$(11) |6 - 2s| = 3 \quad (12) |5 + s| = 2$$

$$(13) |3B - 8| = 3 \quad (14) |C - 2| = 4$$

$$(15) |B - 4| = 3 \quad (16) |A - U| = 4$$

$$(17) |f + 10| = 1 \quad (18) |h - 2| = 5$$

$$(19) |q - 4| = 8 \quad (20) |5 + s| = 2$$

$$(21) |6 - 2s| = 3 \quad (22) |n - 3| = 5$$



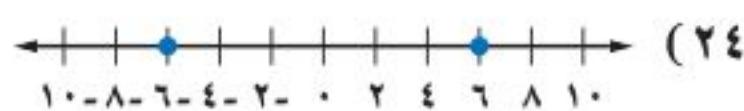
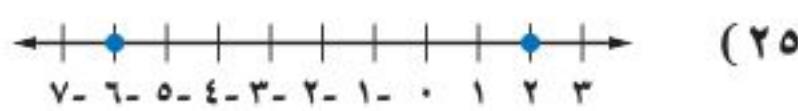
**مثال ٣** دراسة مسحية: يبين التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور نتائج دراسة مسحية وجّه فيها السؤال الآتي إلى عدد من الشباب: "ما إمكانية أن تصبح ثريّا يوماً ما؟" فإذا كانت نسبة الخطأ في هذا المسح  $\pm 4\%$ , فما مدى النسبة المئوية للشباب الذين أجابوا بأن إمكانية أن يصبحوا ثريّاء كبيرة جداً؟



### الربط مع الحياة

#### أهمية الحوار:

للحوار قيمة حضارية وانسانية في حياتنا وممارساتنا التربوية والاسرية؛ للتعرف على آراء الآخرين والتواصل معهم، وقد حثنا القرآن الكريم والسنة النبوية على الحوار الهادف لصالح الفرد والمجتمع.



حل كلاً من المعادلات الآتية، ومثل مجموعه الحل بيانياً:

$$12 = |2 - 3d| \quad (٢٧)$$

$$10 = |\frac{1}{2}b - 2| \quad (٢٦)$$

$$12 = |f - 3| \quad (٢٩)$$

$$10 = |4 - 3c| \quad (٢٨)$$

(٣٠) **مضمار:** مضمار سباق التابع  $4 \times 400$  هو سباق يتناوب فيه ٤ عدائين الجري مسافة ٤٠٠ متر أو دورة واحدة لكل منهم حول المضمار.

أ) إذا أنهى العداء الأول دورته في ٥٢ ثانية زائد أو ناقص ٢ ثانية، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له.

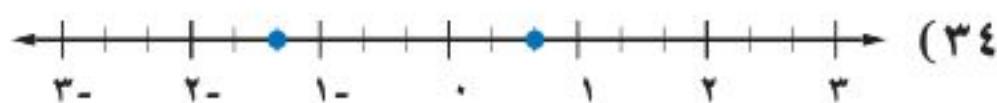
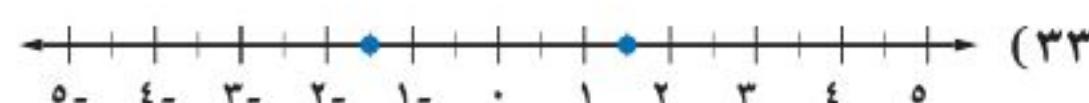
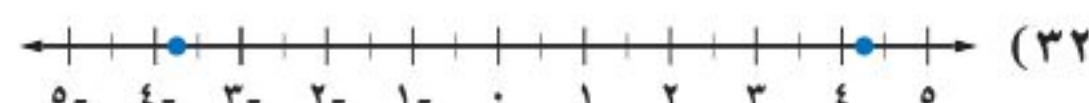
ب) إذا أنهى العداء الثاني دورته في ٥٣ ثانية زائد أو ناقص ثانية واحدة، فاكتب معادلة لإيجاد أسرع وأبطأ زمن له.

(٣١) **سيارات:** تتأثر دقة مقياس سرعة السيارة بعدة عوامل؛ منها قطر الإطارات. فإذا كان الفارق عن القراءة الدقيقة عند السرعة ٥٠ كلم/س هو  $\pm 3$  كلم/س.

أ) فما مدى السرعة الحقيقية عندما تكون السرعة ٥٠ كلم/س؟

ب) إذا علمت أنه عندما تكون السرعة ٤٥ كلم/س يصبح فارق السرعة  $\pm 1$  كلم/س فقط، فماذا تستنتج؟

اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة لكلاً من التمثيلات الآتية:



٣٥) **صوتيات:** يوجد في أحد المدرجات حوالي ٢٠٠٠٠ شخص بفارق لا يجاوز ألف شخص أكثر أو أقل، يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية بوضوح.

أ) اكتب معادلة تتضمن القيمة المطلقة لتمثل الحد الأقصى لعدد الأشخاص الذين يمكنهم أن يسمعوا الأصوات الطبيعية في هذا المدرج بوضوح (افترض أن  $n =$  عدد الأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات بوضوح).

ب) ما مدى عدد الأشخاص في الفقرة أ؟



٣٦) **قراءة:** اتفق طلاب الثالث المتوسط في مدرسة على قراءة فصل من كتاب ينتهي عند الصفحة ٢٠٣، مع زيادة أو نقص عشر صفحات.

#### الربط مع الحياة

أ) اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثل أرقام الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطالب عن القراءة.

بلغ عدد زوار مكتبة الملك عبد العزيز العامة بالرياض في أحد الأعوام نحو ٦٥٠ ألف زائر، أي بمعدل ١٨٠٠ زائر يومياً.

ب) اكتب مدى الصفحات التي يمكن أن يتوقف عندها الطالب عن القراءة.

### مسائل مهارات التفكير العليا

٣٧) **مسألة مفتوحة:** صف موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بالمعادلة:  $|s - 4| = 10$ .

**تبرير:** مفترضاً أن جـ عدد صحيح، حدد ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة أحياناً أو صحيحة دائماً أو غير صحيحة أبداً، وفسر تبريرك:

٣٨) قيمة  $|s + 1|$  أكبر من الصفر.

٣٩) حل المعادلة:  $|j - s| = 0$  عدد أكبر من الصفر.

٤٠) ليس للمتباعدة:  $|s| + j > 0$  حالاً.

٤١) **تبرير:** لماذا لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة سالبة؟

٤٢) **اكتشف الخطأ:** حل كل من علي وعبدالرحمن المعادلة:  $|s + 5| = 3$  كما هو موضح أدناه ، فأيهما إجابت صحيحة؟ ولماذا؟

عبدالرحمن

$$|s + 5| = 3 \\ \text{ليس لها حل ، } \emptyset$$

علي

$$|s + 5| = 3 \quad \text{أو} \quad |s + 5| = -3 \\ s + 5 = 3 \quad s + 5 = -3 \\ \frac{s - 5}{s - 5} = \frac{-5}{-5} \\ s = -2$$



٤٣) اكتب: وضح لماذا يمكن أن يكون لمعادلة القيمة المطلقة حلان أو حل واحد أو لا يكون لها حل. وأعط مثالاً على كل حالة.

### تدريب على اختبار

٤٥ أي المعادلات التالية تمثل الخطوة الثانية في عملية الحل الموضحة؟

$$\text{الخطوة ١: } 4(2s + 7) - 6 = 3s$$

$$\text{الخطوة ٢: } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{الخطوة ٣: } 5s + 28 - 6 = 0$$

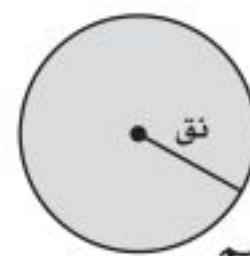
$$\text{الخطوة ٤: } 5s = 22$$

$$\text{الخطوة ٥: } s = 4, 2$$

أ)  $4(2s - 6) + 7 = 3s$       ج)  $8s + 7 - 6 = 3s$

ب)  $4(2s + 1) = 3s$       د)  $8s - 28 + 6 = 3s$

٤٤ هندسة: ما محيط الدائرة التي مساحتها ٢٥ ط سنتيمتر مربع؟



ج) ٥٠ ط سم

د) ٦٢٥ ط سم

أ) ٥ ط سم

ب) ١٠ ط سم

### مراجعة تراكمية

حل كلاً من المعادلين الآتيين: (الدرس ١ - ٤)

٤٦)  $2s + 1 = 8s$

٤٧)  $4(m + 3) - 2 = (1 + m)(4)$

٤٨) حل المعادلة  $2s + 1 = 9$  (الدرس ١ - ٣)

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

عبر عن كل مسألة مما يأتي بمعادلة، وحلها.

٥٠) ما العدد الذي نضربه في ٧ فيكون الناتج ٨٤ -؟

٥١) ما العدد الذي خمساه ٢٤ -؟

٥٢) ما العدد الذي ثلاثة أمثاله تساوي ١١٧ -؟



١٤) **أسماك:** متوسط طول سمكة الهامور يساوي ٦٥ سم ، وهذا يساوي متوسط طول سمكة الشعري مضروباً في ٢،٦ .

أ) اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد متوسط طول سمكة الشعري.

ب) ما متوسط طول سمكة الشعري؟

١٥) **اختيار من متعدد:** ما حلّ المعادلة:  $|3 - 16| = 9$  ؟

أ)  $6, 3 -$

ج)  $2$

ب)  $3, 3 -$

د)  $2, 1 -$

١٦) **قهوة:** يُقال إنه لكي تشرب فنجانًا ممتازًا من القهوة يجب غليها عند درجة حرارة  $200^{\circ}\text{F}$  زائد أو ناقص  $5^{\circ}$ . اكتب معادلة تمثل درجتي الحرارة العظمى والصغرى لغلي فنجان ممتاز من القهوة، ثم حل المعادلة.

١٧) **اختيار من متعدد:** أي المعادلات الآتية تمثل متطابقة؟

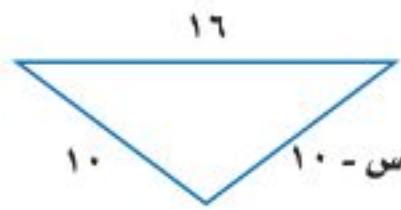
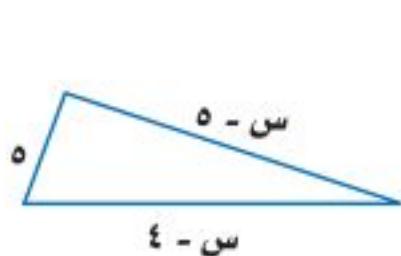
أ)  $L + 3 = 3 + L$

ب)  $L + 2 = 3 + L$

ج)  $4L - 1 = 4L + 1$

د)  $6L + 5 = 5L + 6$

١٨) **هندسة:** أوجد قيمة س التي يجعل لكل من الشكلين الآتيين المحيط نفسه:



اكتب معادلة تمثل المسألة في كلٍّ مما يأتي:

١) حاصل جمع العدد ٦ إلى أربعة أمثال د، يساوي د مطروحاً منه ٩ .

٢) حاصل ضرب العدد ٣ بالفرق بين مثلي م والعدد ٥، يساوي ثمانية أمثال القوة الثانية للعدد م.

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

(٣)  $S - 5 = 11$

(٤)  $\frac{2}{3}S = \frac{1}{4}$

(٥)  $\frac{3}{6}T =$

حل كلاً من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

(٦)  $13 = 5 - 12$

(٧)  $\frac{3}{4}H - 9 = 6 - \frac{1}{4}H$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين وتحقق من صحة الحل:

(٨)  $9 + 5L = 3L + 8$

(٩)  $\frac{3}{4}H - 9 = 6 - \frac{1}{4}H$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة الحل بيانياً:

(١٠)  $S - 6 = 4 - 0$

(١١)  $2S + 5 = 9$

أوجد قيمة كلٍّ من العبارتين الآتيتين إذا كانت

$S = -4$  ،  $C = 7$  ،  $U = -9$  :

(١٢)  $|2 - 3C| + 2S$

(١٣)  $|-4C + 2U| - 3U$

# الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

٤) أوجد العدد الذي ناتج جمع خمسه مع العدد ٣ يساوي نصفه.

ج) ١٥

أ) ٥

د) ٢٠

ب) ١٠

٥) حل المعادلة  $\frac{s}{2} = \frac{5}{2}$  هو:

ج)  $\frac{5}{4}$

أ)  $\frac{5}{2}$

د) ١

ب) ٥

٦) أي مما يأتي يمثل متطابقة؟

أ)  $(3s + 4) = 3(s + 4)$

ب)  $s^3 + s^5 + s^7 + s^3 = s^2 + s^3 + s^5 + s^7$

ج)  $(s+3)^4 = s^4 + 12$

د)  $\frac{3s}{2} = \frac{3}{4}$

٧) القيمة العددية للعبارة  $|s^2 + s + 1|$  إذا كانت  $s = -1$

هي:

ج) -٣

أ) ٣

د) -١

ب) ١

٨) مجموعة حل المعادلة  $|s - 1| = 1$  هو:

ج)  $\emptyset$

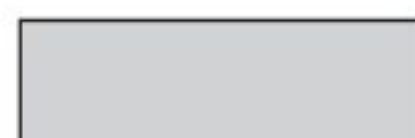
أ)  $\{1, 0\}$

د)  $\{1, -1\}$

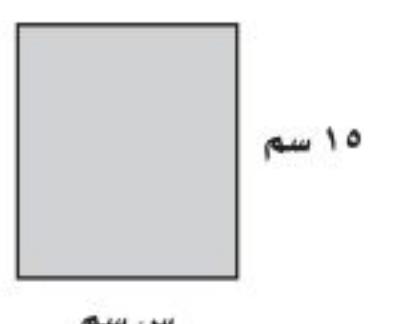
ب)  $\{0\}$

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أوجد قيمة س التي تجعل مساحتى الشكلين أدناه متساوين.



(س-٦) سم



١٥ سم

س سم

أ) ١٠

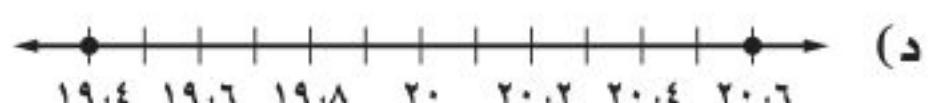
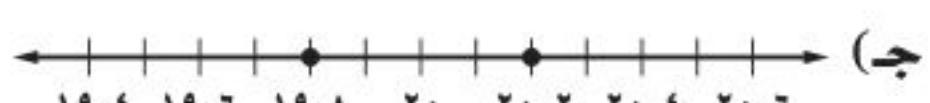
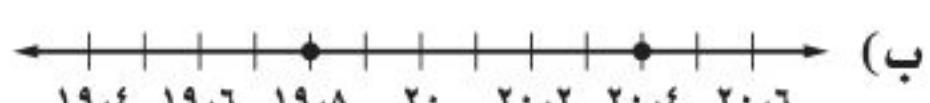
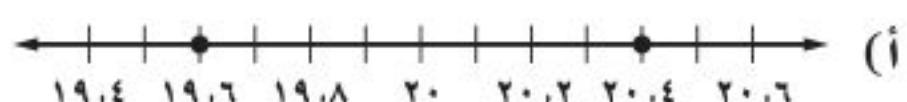
ب) ١٢

٢) ثمن كمبيوتر محمول أكثر من ١٦ مثل المبلغ الذي مع سعيد بمقدار ٢٧ ريالاً، إذا كان مع سعيد ٢٥٧ ريالاً، فما ثمن الكمبيوتر؟

أ) ٤٠٨٥ ريالاً

ب) ٤٢١٥ ريالاً

٣) يُعبر عن كمية الصودا الموجودة في مقدار معين من سائل بالمعادلة  $|s - 4| = 20$ ، أي التمثيلات الآتية تعبّر عن أقل وأكبر كمية؟



# الفصل ١

## إجابة مطولة

## إجابة قصيرة

- (١٥) حصل فؤاد على عرضين مختلفين من شركة تأمين:
- العرض الأول: اشتراك سنوي قيمته ٢٥٠٠ ريال، وفي كل مراجعة لمركز صحي يدفع المشترك ٧٥ ريالاً.
- العرض الثاني: اشتراك سنوي قيمته ٣٠٠٠ ريال، وفي كل مراجعة لمركز صحي يدفع المشترك ٥٠ ريالاً.

أ) اكتب معادلة تعبر عن الحالة التي تتساوى فيها تكلفتا العرضين بالنسبة لعدد المراجعات  $s$ ، وحلها.

ب) إذا كان عدد المراجعات في العام ٣٠ مراجعة، فأي العرضين يكون أفضل؟ برر إجابتك.

ج) إذا كان عدد المراجعات ١٥ مراجعة في العام، فأي العرضين يكون أفضل؟ برر إجابتك.

حُلَّ كُلُّ من المعادلات الآتية:

$$9) \frac{s}{18} = \frac{7}{21}$$

$$10) s + 3 = 2 -$$

$$11) 7s = 21 -$$

$$12) |s| = 4$$

أوجد قيمة كُلُّ من العبارتين الآتتين إذا كانت:

$$s = 1, \text{ ص} = 2, \text{ ع} = 1 :$$

$$13) |2s^2 + \text{ص}|$$

$$14) |5 - 3s| + \text{ع}$$

للمساعدة ..															
١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	إذا لم تجب عن السؤال
٤٤١٤	٥٥١٥	٥٥١٥	٥٥١٥	٥٥١	٢١	٢١	٢١	٥٥١	٥٥١	٣٣١	٣٣١	٥٥١	٣٣١	٤٤١	فراجع الدرس ..

٢٠٢١ - ١٤٤٣

# الفصل ٢

## العلاقات والدوال الخطية

### فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية جبرياً.

### والأآن

- أمثل العلاقات والدوال.
- أميّز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً وأكتبها.
- استعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أتعرف الممتتابعات الحسابية كدوال خطية.

### المذاكر

 **متنزهات:** يعد متنزه الحبلة في منطقة عسير من أهم مناطق الجذب السياحي في بلادنا. إذا كان عدد زواره يزداد سنوياً بصورة ثابتة تقريباً، فيمكن تمثيل ذلك بدالة خطية تصف معدل تغير عدد الزوار بالنسبة للزمن.

#### المفردات:

- النظام الإحداثي ص (٥٠)
- المخطط السهمي ص (٥٠)
- المتغير المستقل ص (٥٢)
- المتغير التابع ص (٥٢)
- الدالة ص (٥٦)
- المعادلة الخطية ص (٦٣)
- الميل ص (٧٨)

## المطويات

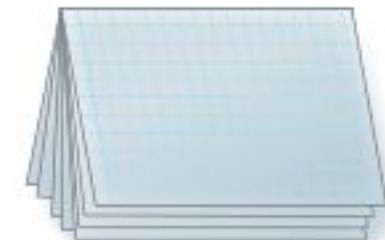
### منظم أفكار

**العلاقات والدوال الخطية** أعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول العلاقات والدوال الخطية، مبتدئاً بأربع أوراق مربعات.

٤ سَمِّ غلاف المطوية بعنوان الفصل، ثم رقم الصفحات بسلسل الدروس: وخصص الصفحة الأخيرة للكلمات الجديدة.

٢ قص هامشاً طولياً من الطرف الحر للأوراق عرض سطرين، مبتدئاً بالورقة الأخيرة، ثم التي تسبقها وهكذا.

١ اطْوِ كل ورقة إلى نصفين من أعلى إلى أسفل.





## التهيئة للفصل ٢

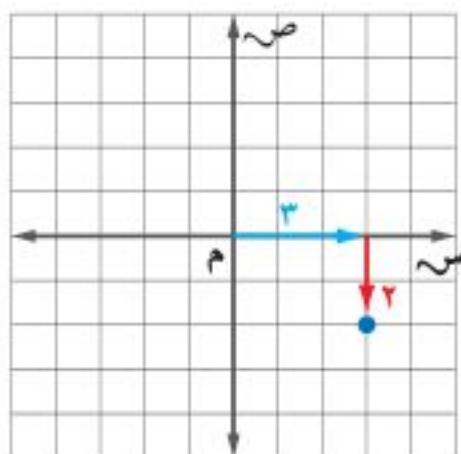
تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

### مراجعة سريعة

#### مثال ١

مثل النقطة (٣ ، ٢) في المستوى الإحداثي:



#### مثال ٢

حل المعادلة:  $3s = 9$

المعادلة الأصلية

$$9 = 3s$$

اضرب كلا الطرفين في العدد  $\frac{1}{3}$

$$9 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 3s$$

بسط

$$s = 3$$

#### مثال ٣

احسب  $\frac{a-b}{c-d}$  إذا كانت  $a=3$ ،  $b=5$ ،  $c=2$ ،  $d=6$ .

العبارة الأصلية

$$\frac{a-b}{c-d}$$

اعرض قيم  $a$ ،  $b$ ،  $c$ ،  $d$

بسط

$$\frac{5-3}{(6)-(2)} =$$

$$\frac{2}{4} =$$

$$\frac{2 \div 2}{4 \div 4} =$$

$$\frac{1}{2} =$$

$$1 - \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} =$$

اقسم  $4-2$  على  $2-1$ . لهما ويساوي  $2$

بسط ، بما أن الإشارتين مختلفتان ،

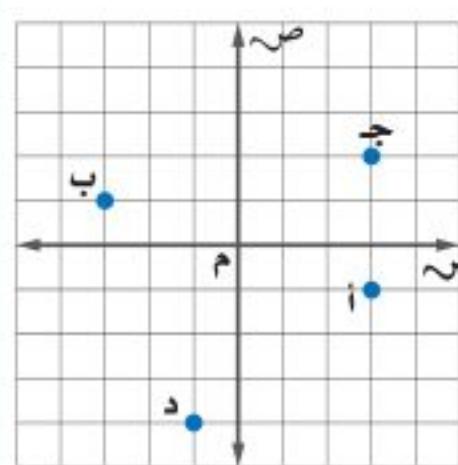
لذا فنتائج القسمة سالب

### اختبار سريع

مثل كل زوج مرتب مما يأتي في المستوى الإحداثي:

(مهارة سابقة)

١) (١، ٢) (٢، ٠) (٣، ٦) (٠، ٣) (٢، ١)



اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:

٤) أ) ٥ ب

٦) ج) ٧ د

حل كلاً من المعادلات الآتية : (المدروس ١، ٢-١، ٣-١، ٤-١)

٧)  $s + 1 = 6$  ٨)  $2s = 8$

٩)  $s - 1 = 5$  ١٠)  $\frac{1}{3}s = 1$

١١)  $s + 2 = 4$  ١٢)  $2s + 4 = 0$

١٣)  $s - 2 = 2$

أوجد قيمة  $\frac{a-b}{c-d}$  لكل مجموعة من القيم الآتية:

(المدرس ١)

١٤)  $a=7, b=6, c=9, d=5$

١٥)  $a=3, b=0, c=3, d=1$

١٦)  $a=5, b=5, c=5, d=8$

١٧)  $a=6, b=3, c=8, d=2$



## العلاقات

### لماذا؟



كلما تعمقت في المحيط زاد الضغط على الجسم لكثره الماء من فوقك. فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب ضغطاً أكبر. والمعادلة  $P = \rho \cdot h \cdot g$  تربط ضغط الماء الكلي بالعمق. حيث إن:

$\rho$  = كثافة الماء

$h$  = عمق الماء

(علمًا بأن  $P$  ،  $h$  ثوابت)

### فيما سبق

درست حل المعادلات  
بمتغير أو بمتغيرين.

### والأآن

- أمثل العلاقات.

- أفسر التمثيل البياني للعلاقات.

### المفردات

النظام الإحداثي

المستوى الإحداثي

المحور  $S$

المحور  $C$

نقطة الأصل

الزوج المرتب

الإحداثي السيني

الإحداثي الصادي

العلاقة

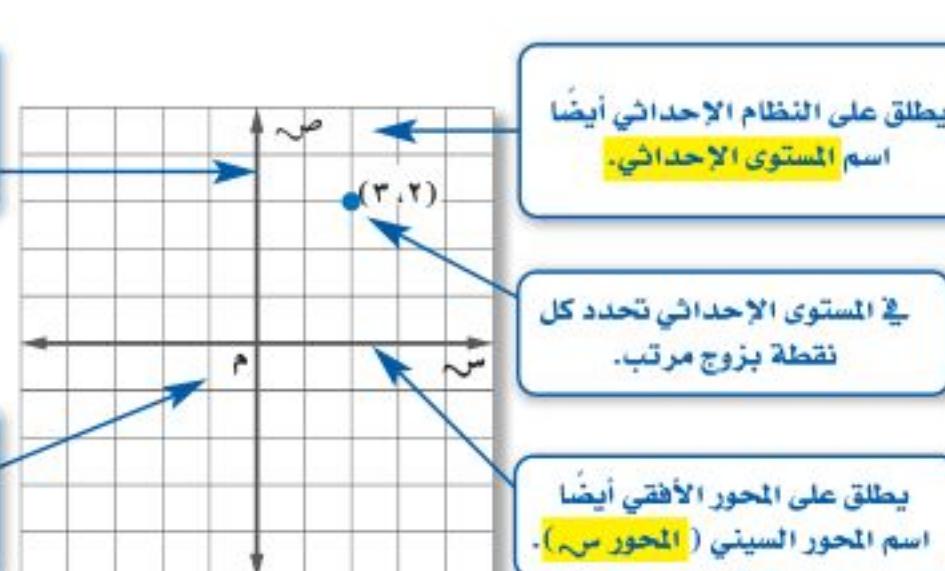
المخطط السهمي

المجال

المدى

المتغير المستقل

المتغير التابع



تمثل النقط على المستوى الإحداثي باستعمال الأزواج المرتبة.

• **الزوج المرتب** عددان يكتبان على الصورة ( $S$ ،  $C$ ).

• تسمى قيمة  $S$  **بالإحداثي السيني**، وتمثل البعد الأفقي للنقطة عن المحور  $S$ .

• تسمى قيمة  $C$   **بالإحداثي الصادي** وتمثل البعد الرأسى للنقطة عن المحور  $C$ .

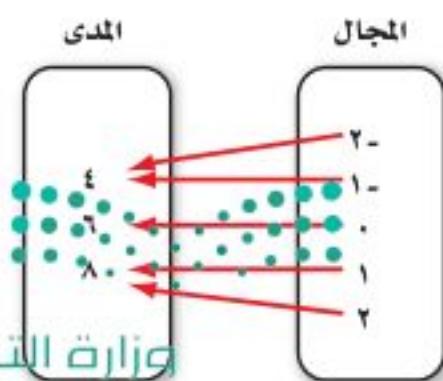
تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**، ويمكن وصف هذه العلاقة بعدة طرائق: أزواج مرتبة، تمثيل بياني، جدول، مخطط سهمي.

ويوضح **المخطط السهمي** كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.

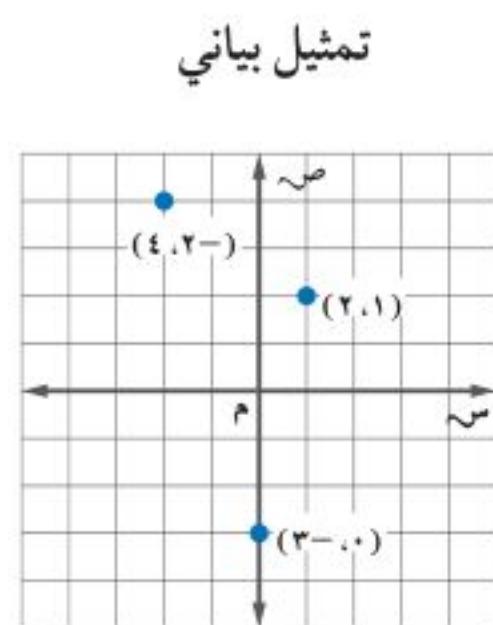
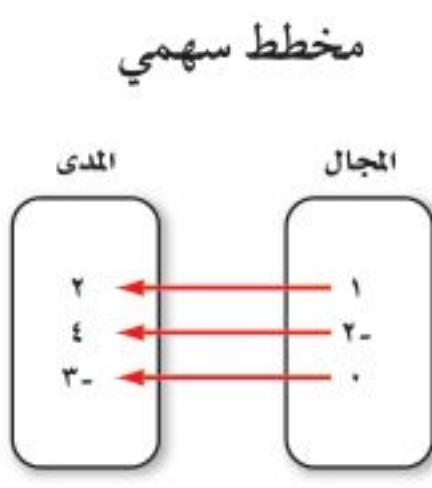
ويطلق على مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة **المجال**، وعلى مجموعة الأعداد الثانية **المدى**.

والمخطط السهمي المجاور يمثل الأزواج المرتبة:

$(-2, 4), (-1, 4), (0, 6), (1, 8), (2, 8)$



ادرس التمثيلات الآتية التي تمثل العلاقة نفسها:



**جدول**

ص	س
2	1
4	2-
3-	0
-2	0

**أزواج مرتبة**

(2, 1)
(3-, 0)
(4, 2-)
(-2, 0)

### إرشادات للدراسة

**التمثيلات المتعددة:**  
يخدم كل تمثيل للعلاقة الواحدة غرضًا مختلفاً.  
فالتمثيل البياني يبين النمط بين النقاط. ونستدل من المخطط السهمي على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه.

بما أن قيمة  $s$  في العلاقة هي عناصر المجال، وقيمة  $ص$  هي عناصر المدى، فإن المجال في العلاقة أعلاه هو:  $\{-2, 0, 1\}$ ، والمدى هو:  $\{2, 3-, 4\}$ .

### مثال ١ تمثيلات العلاقة

أ) مثلّ العلاقة  $\{(2, 5), (-2, 3), (5, -2), (-1, 2)\}$  بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهمي.

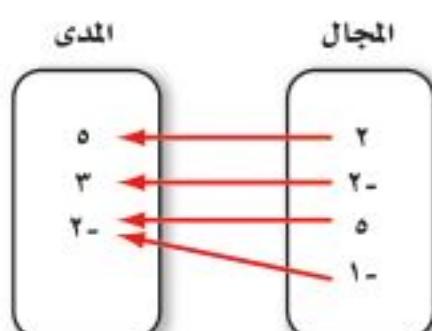
**الجدول:**

ص	س
5	2
3	2-
2-	5
-2	1-

اكتب الإحداثي السيني في العمود الأول من الجدول، والإحداثي الصادي في العمود الثاني منه.

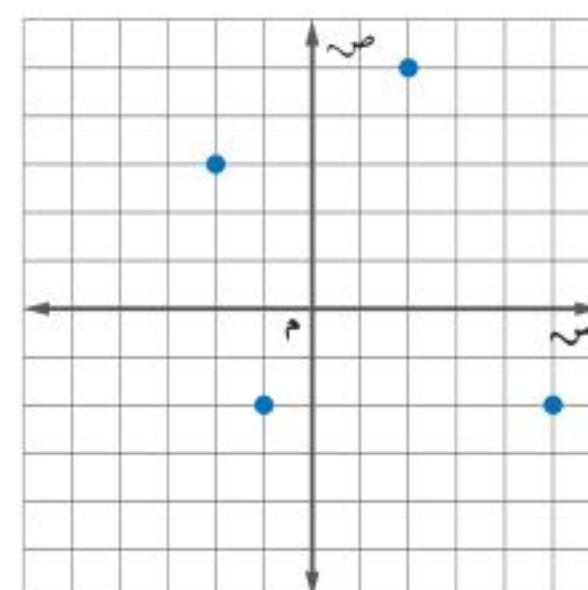
#### المخطط السهمي

ضع قائمة لقيم  $s$  في المجال وقيم  $ص$  في المدى. وارسم أسهمًا من قيم  $s$  في المجال إلى قيم  $ص$  التي تقابلها في المدى.



#### التمثيل البياني

مثل كل زوج مرتب في المستوى الإحداثي.



ب) حدد كلاً من مجال العلاقة ومداها.

المجال هو:  $\{-2, 0, 1, 2, 5\}$ ، والمدى هو:  $\{2, 3-, 4\}$ .

### تحقق من فهmek



أ) مثلّ العلاقة  $\{(-4, 3), (-3, 2), (-2, 0), (-1, 4), (0, -3)\}$  بجدول، وبيانيًا، وبمخطط سهمي.

ب) حدد كلاً من: المجال والمدى.

### إرشادات للدراسة

**العناصر المكررة:**  
عند تمثيل العلاقة بجدول تكتب العناصر المكررة في المجال أو المدى، ولا تكتب مكررة عند التمثيل بالمخطط السهمي.

يسمى المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة **المتغير المستقل**، أما المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل فيسمى **المتغير التابع**.

### مثال ٢ من واقع الحياة

حدّد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

أ) **مبيعات**: في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة صوراً تذكارية. وكلما زادت المبيعات، زاد الدخل. عدد الصور المبيعة متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالدخل الذي يحققه الجناح، أما الدخل فيكون متغيراً تابعاً، لأن مقداره يعتمد على عدد الصور المبيعة.

ب) **أكلات شعبية**: في مهرجان الجنادرية، يبيع أحد الأجنحة أكلات شعبية من المناطق السعودية المختلفة. وكلما زاد عدد زوار الجناح زادت أرباحه.

عدد الزوار متغير مستقل؛ لأنه لا يتأثر بالأرباح التي يجنيها الجناح، أما الأرباح فتكون متغيراً تابعاً؛ لأن مقدارها يعتمد على عدد زوار الجناح.

#### تحقق من فهمك

حدّد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

أ) يزداد ضغط الهواء داخل إطار السيارة مع ارتفاع درجة الحرارة.

ب) كلما قلت كمية المطر انخفض مستوى سطح الماء في النهر.



الربط مع الحياة

مهرجان الجنادرية:

مهرجان الجنادرية مهرجان تراثي وثقافي كبير يقام في المملكة العربية السعودية سنوياً منذ عام ١٤٠٥ هـ، ويجمع بين الماضي والحاضر، ويجذب العديد من الزوار.

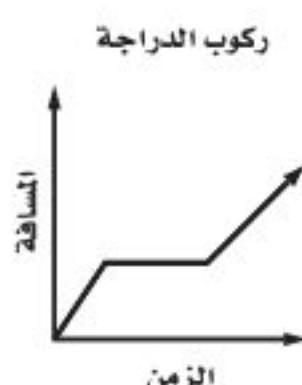
**التمثيل البياني للعلاقات**: يمكن تمثيل العلاقة دون تدريج المحورين. وتفسر هذه التمثيلات من خلال تحليل أشكالها.

### تحليل التمثيلات البيانية

#### مثال ٣

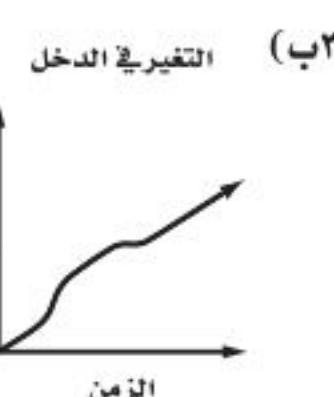
يوضح التمثيل البياني المجاور المسافة التي قطعها سعد بدرجته الهوائية، صف هذا التمثيل.

تزاد المسافة بازدياد الزمن حتى يصبح الخط أفقياً. حيث يزداد الزمن مع بقاء المسافة ثابتة. مما يعني أن سعداً قد توقف في هذه المرحلة ثم تابع ركوب الدراجة، فازدادت المسافة مع ازدياد الزمن بعد ذلك.



#### تحقق من فهمك

صف التمثيل البياني في كل مما يأتي:



**مثال ١** مثل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانياً، وبمخطط سهمي، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

- (١)  $\{(4, 3), (2, -2), (-1, 4), (0, -5), (-3, 2)\}$   
 (٢)  $\{(-5, 5), (-7, 2), (4, 0), (5, -2), (3, -4)\}$

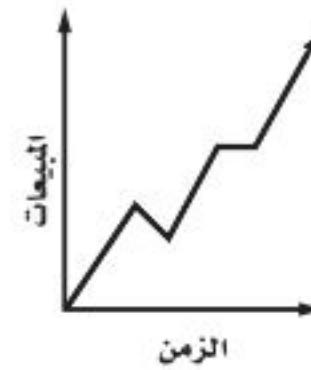
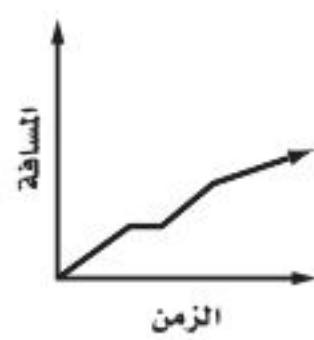
**مثال ٢** حدد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

- (٣) زيادة درجة حرارة مركب داخل وعاء محكم الإغلاق تزيد من الضغط داخل الوعاء.  
 (٤) يشتري جمال بطاقات له ولأصدقائه لدخول حديقة الحيوان، وكلما اشتري بطاقات أكثر كان المبلغ المدفوع أكبر.

(٥) يجري محل تجاري تخفيضات على سلعة. وكلما ازدادت المبيعات كان ربحه أكبر.

**مثال ٣** صُف كلاً من التمثيلين البيانيين الآتيين:

- (٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعها ياسر في أثناء الجري.  
 (٧) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة



## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** مثل كل علاقة فيما يأتي بجدول، وبيانياً، وبمخطط سهمي، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

- (٨)  $\{(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$   
 (٩)  $\{(-5, 5), (-3, 2), (1, 0), (3, -2), (5, -5)\}$

- (١٠)  $\{(-1, 3), (0, 2), (1, 1), (2, 0), (3, -1), (4, -2)\}$   
 (١١)  $\{(4, -3), (3, -1), (2, 0), (1, 2), (0, 3), (-1, 2), (-2, 0), (-3, -1), (-4, -3)\}$

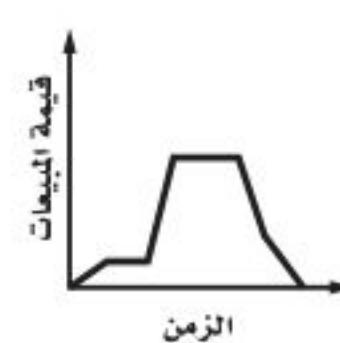
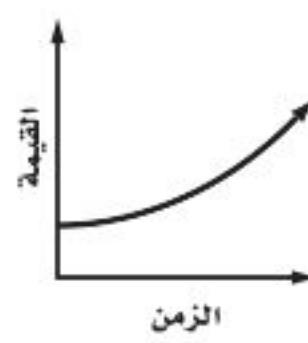
**مثال ٢** حدد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع لكل علاقة فيما يأتي:

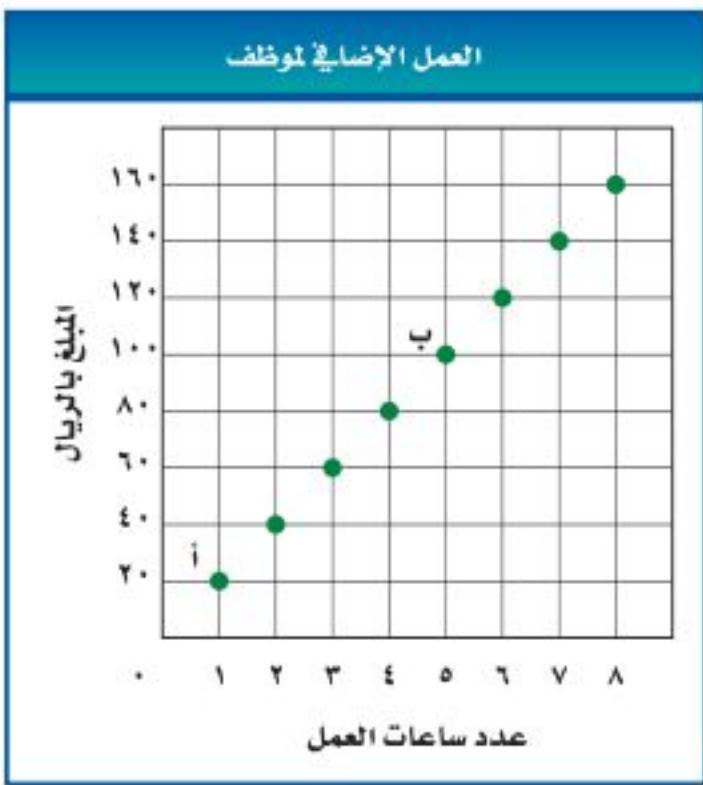
- (١٢) أقام النادي المدرسي غداءً مشتركةً، إذ يحضر كل عضو طبق طعام أو حلوى. وكلما ازداد عدد المشاركين، زادت كمية الطعام.

- (١٣) إذا قاد محمد سيارته بصورة أسرع، فإنه يستغرق وقتاً أطول للوقوف التام.

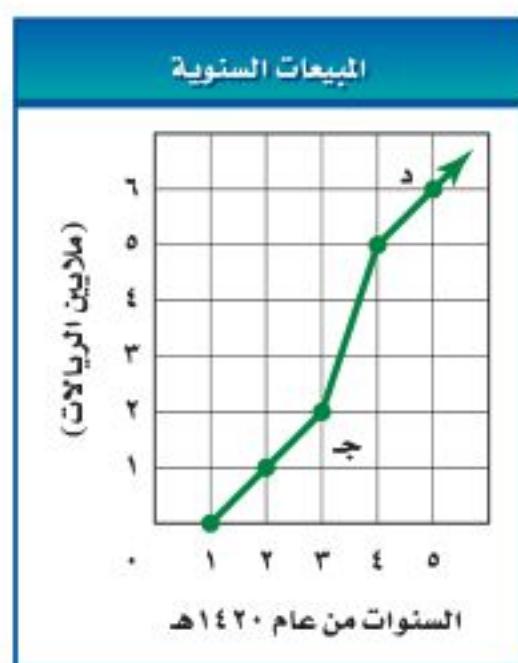
**مثال ٣** صُف كل تمثيل بياني فيما يأتي:

- (١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه  
 (١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه  
 (١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه  
 مبيعات محل للأدوات قيمة لوحة فنية نادرة. المسافة التي قطعتها سيارة. الرياضية.

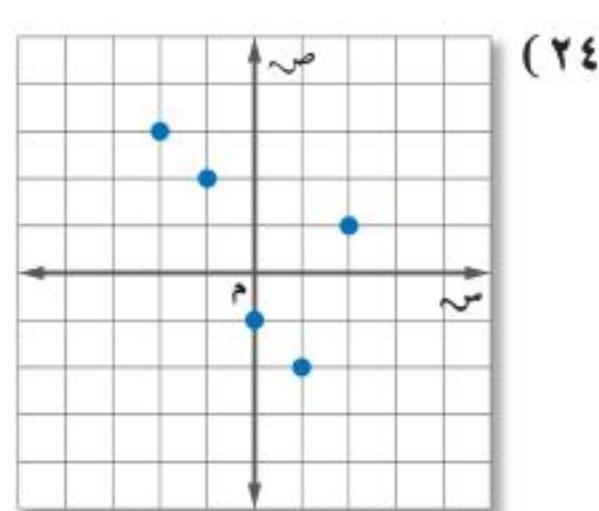




- استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٧ - ١٩ :
- ١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيّن ماذا يمثل.
  - ١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيّن ماذا يمثل.
  - ١٩) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.



- استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ٢٠ - ٢٢ :
- ٢٠) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ج ، وبيّن ماذا يمثل.
  - ٢١) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة د ، وبيّن ماذا يمثل.
  - ٢٢) عيّن كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.



(٢٣)

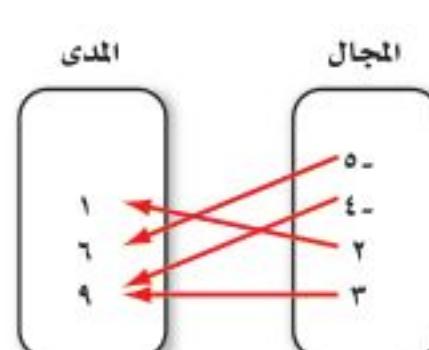
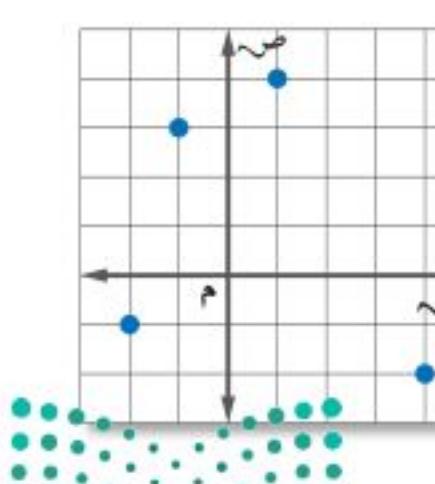
أسعار السمك	
السعر (ريال)	الكتلة (كجم)
٢٥	١
٥٠	٢
١٢٥	٥
١٥٠	٨



تعد الأسماك طعاماً مغذياً ومفيداً، فهي تحوي كثيراً من العناصر الغذائية،

مثل: الحديد والأملاح المعدنية والفسفور والزنك والنحاس والكلاسيوم.

المصدر: الموقع الرسمي للهيئة العامة للتنمية الـثروة السمكية.



(٢٥)

ص	س
١ -	٤
٩	٨
٦ -	٢ -
٣ -	٧

**٢٨) رياضة تنافسية:** بناءً على المعلومات المكتوبة إلى اليمين، أي التمثيلات الآتية هي أفضل تمثيل للسباق التنافسي الثلاثي؟ ولماذا؟



مثل كل موقف فيما يأتي بياناً:

**٢٩) سيارة:** تنخفض قيمة سيارة بصورة كبيرة في السنوات القليلة الأولى لإنجها.

**٣٠) رياضة:** يتنقل رياضي بين الجري والمشي خلال التدريب.

**٣١) علم الأحياء:** يحتوي جسم الشخص البالغ على ٢ كيلوجرام ماء تقربياً لكل ٣ كيلوجرامات من كتلة جسمه. ويمكن تمثيل ذلك بالمعادلة  $W = 2 \left( \frac{G}{3} \right)$ ، حيث تمثل (و) كتلة الماء في الجسم، وتمثل (ج) كتلة الجسم.

**أ)** كون جدولًا يوضح العلاقة بين كتلة الجسم وكتلة الماء لأشخاص كتلهم: ٥٠، ٥٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ كيلوجراماً، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا.

**ب)** حدد كلاً من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

**ج)** حدد كلاً من المجال والمدى، ثم مثل العلاقة بيانياً.



### الربط مع الحياة

ترياثلون سباق ثلاثي، وهو أشبه بالمارثون، يبدأ بالسباحة، ثم ركوب الدراجات، ويتهي بالجري، بحيث يفصل بين كل مرحلة وأخرى فترة تبديل الملابس والأحذية بحسب المرحلة التالية.

المصدر: الموقع الرسمي للاتحاد الدولي للترياثلون.

### مسائل مهارات التفكير العليا

**٣٢) مسألة مفتوحة:** صف موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بعلاقة، وبين كيف تعتمد إحدى الكميتين في العلاقة على الأخرى، ثم مثل هذه العلاقة بثلاث طرائق مختلفة.

**٣٣) تحد:** صف موقفاً من واقع الحياة يحتوي على عدد سالب في المجال أو في المدى.

**٣٤) اكتب:** استعمل البيانات حول ضغط الماء الواردة في بداية الدرس لتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والتابعة.

### تدريب على اختبار

**٣٥) أي العبارات الآتية تكافئ العبارة:  $6(3 - ج) + 11(2 - ج)$ ؟**

د)  $40 - ج$

ج)  $8(5 - ج)$

ب)  $8(14 - ج)$

أ)  $2(20 - ج)$

### مراجعة تراكمية

**حل كل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ :** (الدرس ١-١)

$$2 + \frac{45}{ج} = 17 \quad (٣٨)$$

$$11 + س = 15 \quad (٣٧)$$

$$6(س + ٥) = ٤٢ \quad (٣٦)$$

$$\text{حل المعادلة: } |س - ٣| = ٣. \quad (\text{الدرس ١-٥})$$

$$\text{حل المعادلة: } س = ٦ - ٦. \quad (\text{الدرس ١-٤})$$

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

أوجد ناتج كلاً مما يأتي:

$$4 + ٢(٣) \quad (٤١)$$

$$٣ \times ٥ + ٢ \quad (٤٢)$$

$$٥ \times [٢(١ - ج)] \quad (٤٣)$$





## الدواال

### لماذا؟

### فيما سبق

درست العلاقات وتمثيلها وتفسيرها.

### والأآن

- أحدّد ما إذا كانت العلاقة دالة أم لا.
- أجد قيم دالة.

### المفردات

الدالة

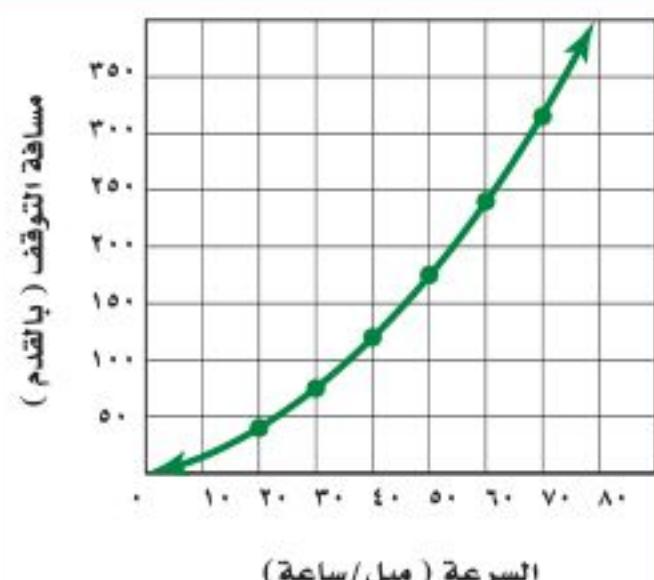
الدالة المنفصلة

الدالة المتصلة

اختبار الخط الرأسي

الدالة غير الخطية

مسافة التوقف



يطلق على المسافة التي تقطعها سيارة للوقوف التام عند استعمال المكابح مسافة التوقف. وكلما كانت السيارة أسرع كانت مسافة التوقف أطول. وتمثل مسافة التوقف دالة لسرعة السيارة.

**تحديد الدوال:** الدالة علاقة تربط المدخلات بالخرجات، على أن يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة.

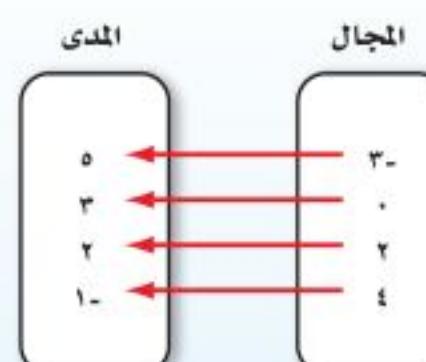
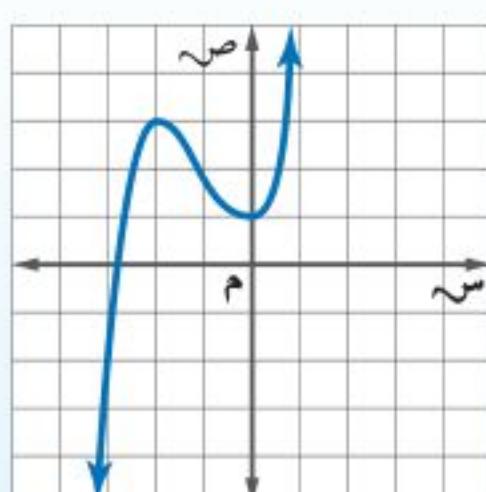
### مطويتك

### الدالة

### مفهوم أساسى



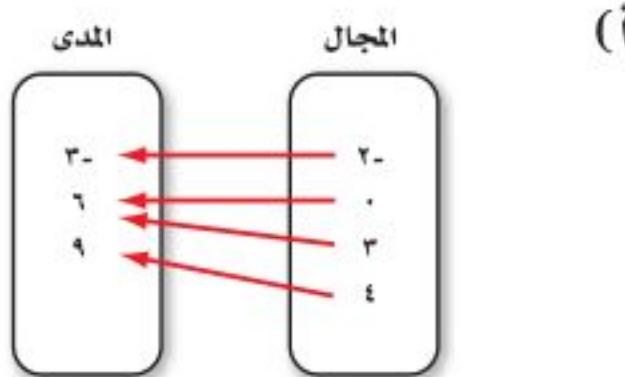
**التعبير اللغطي:** الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.



### مثال ١ تحديد الدوال

هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسر ذلك.

كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط من المدى. لذا فإن هذا المخطط الشهمي يمثل دالة. ولا يؤثر ارتباط أكثر من عنصر في المجال بعنصر واحد من المدى.



اربط العنصر ١ في المجال بالعناصر ٤، -٤ في المدى. لذا فإنه يوجد أكثر من قيمة ممكنة لـ ص عندما م = ١. وبالتالي فإن هذه العلاقة ليست دالة.

(ب)

	١	٥	٣	١	المجال
المدى	٤	-٤	٢	٤	

### تحقق من فهمك

١) هل تشكل العلاقة الآتية دالة؟ فسر ذلك.

{١، ٢)، (٢، ٣)، (١، ٣)، (٢، ٢)}



تُسمى الدالة التي تُمثل بيانياً بنقاط غير متصلة دالة منفصلة.

أما الدالة التي تُمثل بخط أو منحنى دون انقطاع فتُسمى دالة متصلة.

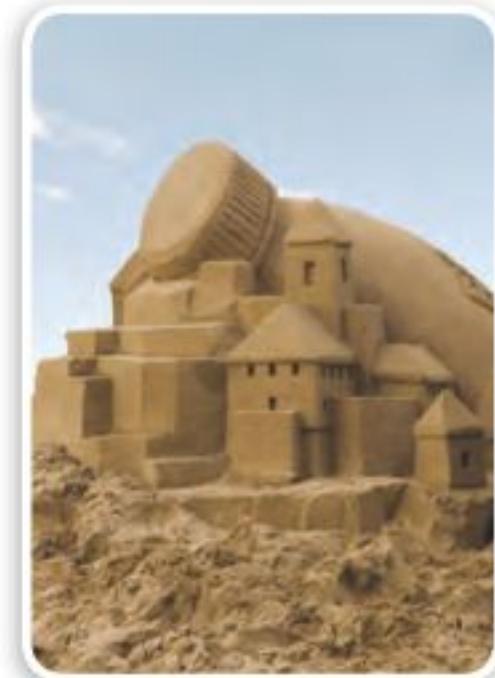
### التمثيل البياني

#### مثال ٢

**البناء فوق الرمال:** في مسابقة لبناء القلاع فوق رمال الشاطئ بلغ عدد القلاع التي بناها كل فريق على النحو الآتي: الفريق الأول: ٤ قلعة؛ الفريق الثاني: ٥ قلعة؛ الفريق الثالث: ٣ قلعة؛ الفريق الرابع: ٦ قلعة؛ الفريق الخامس: ٤ قلعة.

أ) كُوّن جدولًا للقيم التي تظهر العلاقة بين رقم الفريق وعدد قلاعه.

الفريق	٥	٤	٣	٢	١
عدد القلاع	٤	٦	٣	٥	٤



#### الربط مع الحياة

تنظم مسابقات في بناء القلاع فوق رمال الشاطئ يشارك فيها الكبار والصغار. وتكون هذه القلاع عادة من أشكال هندسية مختلفة.

ب) حدد كلاً من مجال الدالة ومداها:

مجال الدالة هو:  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير المستقل الذي لا يتأثر بعدد القلاع.

مدى الدالة هو:  $\{4, 5, 6, 3, 2\}$ ؛ لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير التابع. وتعتمد هذه القيم على رقم الفريق.

ج) اكتب البيانات في صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

بناءً على الجدول، وبما أن رقم الفريق متغير مستقل وعدد القلاع متغير التابع، لذا فالأزواج المرتبة هي:  $(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 3), (5, 4)$ . وبما أن أرقام الفرق وعدد قلاعهم المناظرة لها لا يمكن أن تأخذ قيمًا بين النقط المعطاة، لذا يجب عدم وصل هذه النقاط.

د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر إجابتك.

بما أنه لا يمكن وصل هذه النقاط، فالدالة منفصلة.

#### تحقق من فهمك



٢) يتسعوعاء لـ ٣ كجم من الحبوب، وكتلته وهو فارغ ١,٣ كجم، وكتلته وهو ممتليء ٤,٣ كجم.

أ) كُوّن جدولًا يبين كتلة الوعاء عندما يحتوي على: ٠, ١, ٢, ٣ كيلوجرامات من الحبوب، على الترتيب.

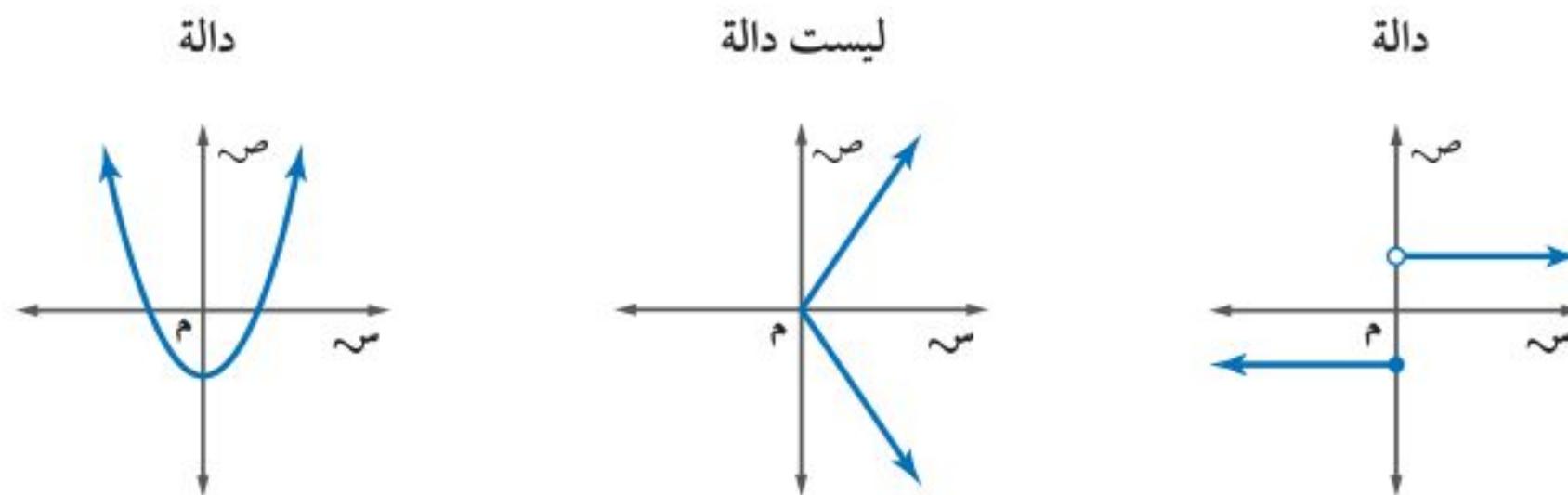
ب) حدد كلاً من: مجال الدالة ومداها.

ج) اكتب البيانات على صورة أزواج مرتبة، ثم مثلها بيانياً.

د) بيّن ما إذا كانت الدالة منفصلة أم متصلة، وفسّر ذلك.



يمكنك استعمال اختبار الخط الرأسي لتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا، فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإن العلاقة لا تمثل دالة. وإلا فالعلاقة دالة.

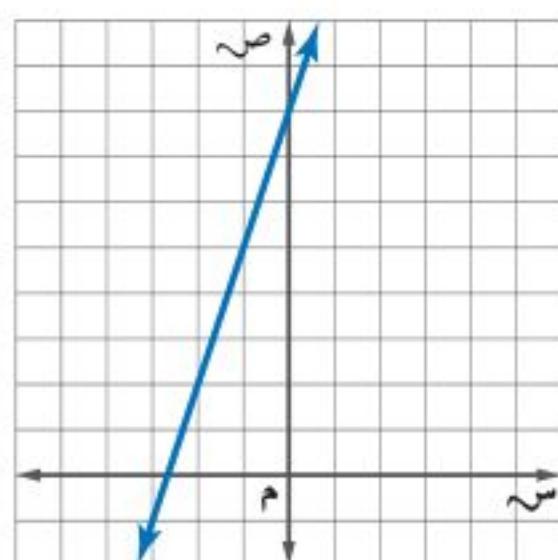


تذكر أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة، فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة.

### مثال ٣ المعادلات كدوال

هل تمثل المعادلة:  $-3s + c = 8$  دالة؟  
كون جدولًا للقيم، ثم مثلّ المعادلة.

s	٢	١	٠	-١
c	١٤	١١	٨	٥



إن الخط الرأسي لجميع قيم s، يمر بنقطة واحدة فقط على التمثيل البياني؛ لذا فإن المعادلة تمثل دالة.

### تحقق من فهمك

هل تمثل كل معادلة فيما يأتي دالة؟

(٣ ب)  $4s + c = 8$

(٣ ج)  $4s = 8$

إرشادات للدراسة  
اختبار الخط الرأسي  
إحدى طرائق إجراء اختبار الخط الرأسي هي استعمال قلم الرصاص.  
ضع قلمك رأسياً على الرسم وتحرك لأعلى ولأسفل. فإذا قطع القلم التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

يمكن تمثيل الدالة بطرق مختلفة.

طرائق تمثيل الدالة		ملخص المفهوم									
التمثيل البياني	المعادلة	المخطط السهمي	الجدول								
	$d(s) = \frac{1}{2}s^2 - 1$		<table border="1"> <thead> <tr> <th>s</th> <th>c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	s	c	1	2	1	0	1	2
s	c										
1	2										
1	0										
1	2										



## رمز الدالة

يشار إلى الدالة بالرمز  $d(s)$  ويقرأ دال سين.  
ويمكن استعمال حروف أخرى غير حرف الدال مثل جـ أو هـ للتعبير عن الدالة جـ(س) أو هـ(س) وهكذا.

**إيجاد قيمة دالة:** يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوال باستعمال رمز الدالة. فمثلاً: ص = ٣س - ٨ .

رمز الدالة	المعادلة
$d(s) = 3s - 8$	ص = ٣س - ٨

تمثل قيمة س في الدالة عناصر المجال، وتمثل قيمة  $d(s)$  عناصر المدى. فمثلاً  $d(5)$  وتقرأ "دال ٥" تمثل قيمة الدالة عندما س = ٥ . ويتم إيجادها بتعويض ٥ بدلاً من س في الدالة.

## مثال ٤ قيم الدالة

أوجد القيم الآتية للدالة:  $d(s) = -4s + 7$  .

(أ)  $d(2)$

$$\begin{array}{ll} \text{س} = 2 & 7 + (-4) = 3 \\ \text{اضرب} & 7 + 8 = \\ \text{اجمع} & 1 = \end{array}$$

(ب)  $d(-3)$

$$\begin{array}{ll} \text{س} = -3 & 1 + [7 + (-3)] = 1 + (-2) = -1 \\ \text{بسط} & 1 + 19 = \\ \text{اجمع} & 20 = \end{array}$$

## تحقق من فهمك

أوجد القيم الآتية للدالة:  $d(s) = 2s - 3$  .

(أ)  $d(1)$

(ب)  $d(-5)$

(ج)  $d(-1) + d(2)$

الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد ١ تُسمى دالة غير خطية، وتمثيلها البياني ليس خطأً مستقيماً.

## مثال ٥ قيم الدالة غير الخطية

إذا كان:  $h(t) = -16t^2 + 68t + 2$  ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

(أ)  $h(4)$

$$\begin{array}{ll} \text{عُوض عن } t \text{ بـ ٤} & 2 + (-16)(4) + 68(4) = 2 + 272 + 256 = 530 \\ \text{اضرب} & \\ \text{اجمع} & 18 = \end{array}$$

(ب)  $h(j)$

$$\begin{array}{ll} \text{عُوض عن } t \text{ بـ } j & 2[h(j)] = 2[-16(j)^2 + 68(j) + 2] \\ \text{بسط} & 2 = -16j^2 + 68j + 2 \\ \text{خاصية التوزيع} & -32j^2 + 136j + 4 = \end{array}$$

## تحقق من فهمك

إذا كان  $d(t) = 2t^3$  ، فأوجد كل قيمة مما يأتي:

(أ)  $d(4)$

(ب)  $d(t) + 2$

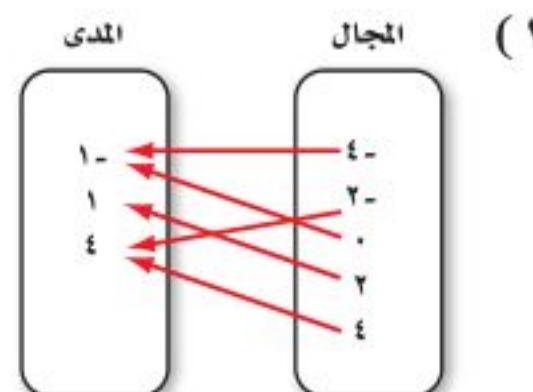
(ج)  $d(-3) - d(-2)$



**المثالان ١ ، ٢** هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسر إجابتك.

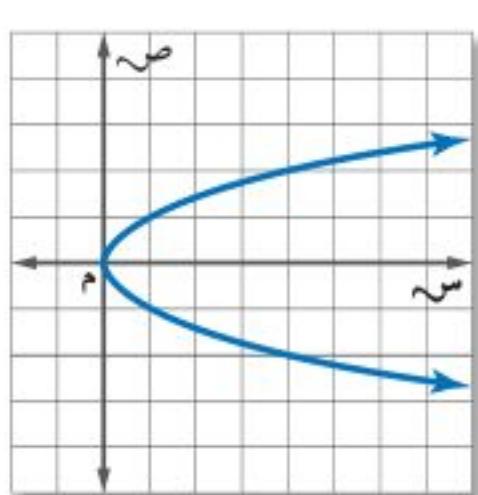
المدى	المجال
٦	٢
٧	٥
٩	٦
١٠	٦

(٢)

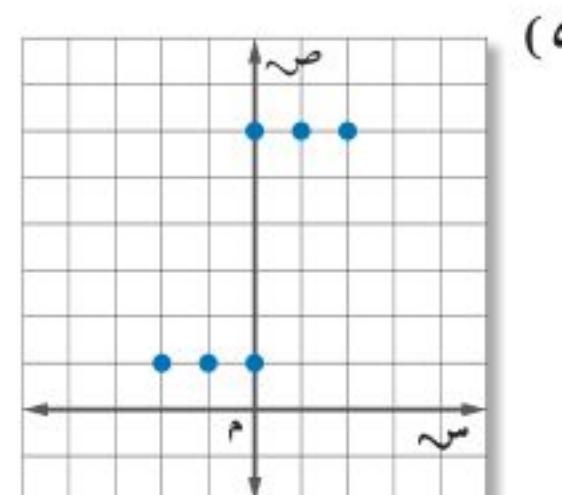


(١)

$$\{ (1, 2), (2, 5), (1, 2), (4, 2), (5, 1) \}$$



(٦)



(٥)

**مثال ٢** حج: يبيّن الجدول الآتي عدد حجاج الداخل مقارباً إلى أقرب ألف:

العام	١٤٣٨	١٤٣٧	١٤٣٦	١٤٣٥
عدد حجاج الداخل بالآلاف	٦٠٠	٢٠٧	٢٠٨	٣٤٠

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء stats.gov.sa

أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة بدءاً من العام ١٤٣٥ هـ.

ب) مثل العلاقة التي تربط السنوات بعمر حجاج الداخل بيانياً.

ج) ما مجال هذه العلاقة؟ وما مداها؟

**المثالان ٤ ، ٥** إذا كان  $d(s) = 6s + 7$  ،  $h(s) = s^2 - 4$  ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

(١٠)  $d(r - 2)$

(٩)  $d(m)$

(٨)  $d(-3)$

(١٣)  $h(-4t)$

(١٢)  $h(a)$

(١١)  $h(5)$

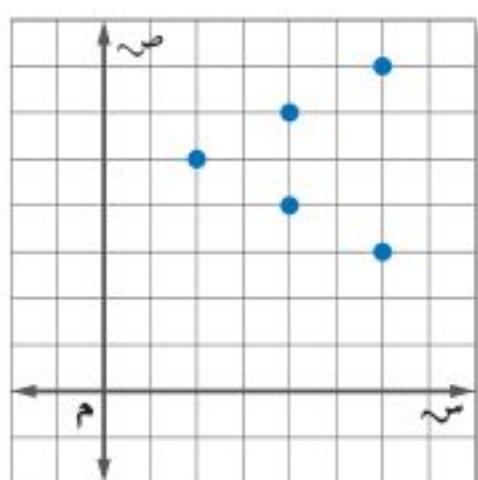
(١٦)  $h(-b)$

(١٥)  $d(2) + h(-2)$

(١٤)  $d(k+1)$



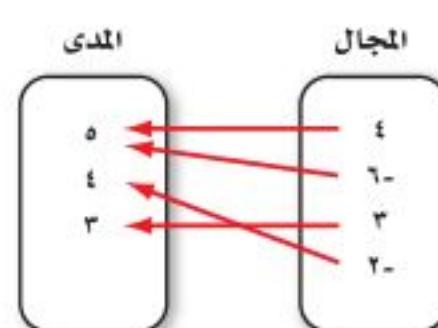
**مثال ١** هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة أم لا؟ فسر إجابتك.



(١٩)

المدى	المجال
٦	٤
٣	٥-
٣-	٦
٥	٥-

(١٨)



(١٧)

**مثال ٢**

عقار: يبيّن الجدول المجاور متوسط سعر شقة في أحد أحياء مدينة الرياض من عام ١٤٣٦ هـ إلى ١٤٣٨ هـ.

السعر بالريال	السنة
١٦٩٩٠٠	١٤٣٦ هـ
١٩٤٩٠٠	١٤٣٧ هـ
٢٠٧٧٠٠	١٤٣٨ هـ

أ) اكتب بيانات الجدول في صورة أزواج مرتبة.

ب) مثل العلاقة بين السنة والسعر بيانياً.

ج) ما مجال هذه البيانات؟ وما مداها؟

**مثال ٣** هل تمثل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

(٢١)  $\{(٥, ٤), (٧-, ٦), (٧-, ٨), (١-, ٠), (١-, ٢), (٥, ٣), (٥, ٢-)\}$

(٢٤)  $s = ١٥$

(٢٣)  $s = ٨-$

(٢٦)  $s = ٣s + ٢$

(٢٥)  $s = ٣s - ٢$

**المثالان ٤ ، ٥** إذا كان  $d(s) = -٢s - ٣$ ،  $هـ(s) = s^2 + ٥s$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

(٢٩)  $هـ(٢)$

(٢٨)  $d(٦)$

(٢٧)  $d(-١)$

(٣٢)  $هـ(n)$

(٣١)  $d(r+٢)$

(٣٠)  $هـ(-٦m)$

(٣٣) **تعليم:** مثل معلم معدل درجات طلابه في اختبار الرياضيات  $d(t)$ ، بدلالة درجاتهم في اختبار العلوم  $t$  بالدالة:  $d(t) = ٩t + ١٠$ .

أ) مثل هذه الدالة بيانياً.

ب) ما درجة العلوم المناظرة لدرجة الرياضيات ١٠٠؟

ج) ما مجال هذه الدالة؟ وما مداها؟





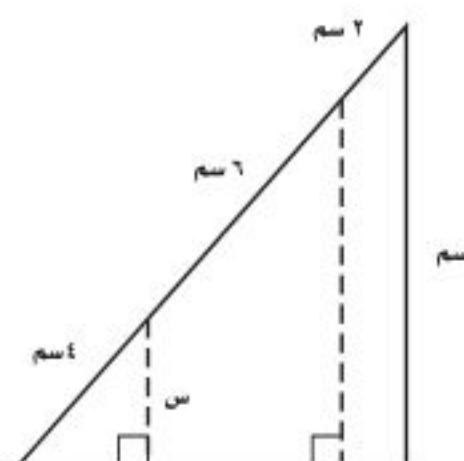
### الربط مع الحياة

إن المهمة الأساسية لحارس الأمن هي الحفاظ على أمن الأفراد وممتلكاتهم ومنشآتهم، ويتم اختياره وفق معايير خاصة.

- ٣٤) أمن:** يتضمن حارس أمن مبلغ ١٢,٥ ريالاً عن كل ساعة عمل.
- اكتب عبارة جبرية تبيّن ما يتضمنه الحارس لقاء س ساعة عمل.
  - اختر خمس قيم لعدد الساعات التي يمكن أن يعملاها الحارس. وكون جدولًا بالساعات س، والمبلغ الذي يتضمنه مقابلها.
  - مثّل قيم الجدول بيانياً.
  - هل يعد توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط مستقيم مقبولاً؟ بّرر إجابتك.

### مسائل مهارات التفكير العليا

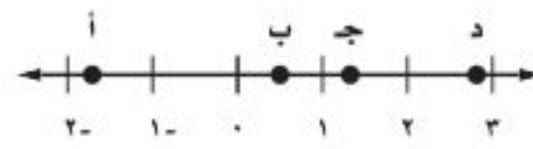
- ٣٥) مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. ثم مثّلها بطريقة أخرى.
- ٣٦) تبرير:** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة  $\{(1, 0), (2, 3), (3, 5), (4, 4)\}$  علاقة بين المتغيرين س، ص. مثل هذه الأزواج المرتبة بيانياً، وحدد ما إذا كانت هذه العلاقة تمثل دالة أم لا، وفسّر إجابتك.
- ٣٧) تحدّ:** إذا كان  $D = \{(-1, -9), (-1, -6), (1, -9), (1, -6)\}$ ، فاكتب عبارة تمثل د(س).
- ٣٨) اكتب:** استعمل المعلومات الواردة في بداية الدرس حول مسافة التوقف التام لتفسير كيف يمكن استعمال التمثيلات البيانية والدوال في المواقف الحياتية.



**٤٠) هندسة:** ما قيمة س؟

- ٣ سم.
- ٤ سم.
- ٥ سم.
- ٦ سم.

**٣٩) ما النقطة على خط الأعداد الآتي التي تمثل عدداً مربعاً أقل منه؟**



- أ
- ب

### مراجعة تراكمية

- ٤١) ممثل العلاقة:**  $\{(-4, 2), (-3, 4), (-2, 5), (-1, 7), (0, 9), (1, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 9)\}$  بمخيط سهمي. (الدرس ١-٢)
- ٤٢) حل المعادلة:**  $3s - 7 = 8$ . (الدرس ٤-١)

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس ١-١)

$$(3-4) ع = 32 + 4(-3)$$

$$m = \frac{4+23}{5-7}$$

$$s = \frac{3+27}{10}$$

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

حل كل معادلة مما يأتي:

$$46) s - 8 = 15$$

$$47) 9 - s = 11$$

$$49) 5 - 8s = 61$$

$$50) \frac{s}{2} = 7 - 3$$



$$48) 2s - 18 = 24$$

$$51) \frac{s}{5} = 1 + \frac{1}{6}$$



## تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

### لماذا؟



تشير دراسة إلى أن إعادة تدوير طن واحد من نفايات الأوراق توفر حوالي ١٧ شجرة، و٧٠٠ جالون ماء، و٣ برميل بترول.

ويمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق المعاد تدويره وعدد الأشجار الموفرة بالمعادلة:  $ص = ١٧ س$ ; حيث تمثل  $ص$  عدد الأشجار، وس كتلة الورق بالطن.

**المعادلة الخطية** هي المعادلة التي تمثل بيانياً بخط مستقيم، وتكتب على الصورة:  $أس + ب ص = ج$  وتسمى **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية. ويسمى  $ج$  **الحد الثابت**، وتمثل  $أ$   $س$  ،  $ب$   $ص$  الحدود الجبرية.

### فيما سبق

درست تمثيل العلاقة بين الكميات بالمعادلات.

### والآن

- أميز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.
- أمثل المعادلات الخطية بيانياً.

### المفردات

- المعادلة الخطية
- الصورة القياسية
- الحد الثابت
- المقطع السيني
- المقطع الصادي

### مفهوم أساسى

#### الصورة القياسية للمعادلة الخطية

اضف إلى  
مطويتك

**التعبير اللغطي:** الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي:  $أس + ب ص = ج$ ،  $أ \neq 0$  ولا تكون قيمتا  $أ$  و  $ب$  معاً صفراء.  $أ$ ،  $ب$  ،  $ج$  أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١.

**الأمثلة:** في المعادلة:  $٣ س + ٢ ص = ٥$  ،  $أ = ٣$  ،  $ب = ٢$  ،  $ج = ٥$

وفي المعادلة:  $س = ٧ - ٦$  ،  $أ = ١$  ،  $ب = صفر$  ،  $ج = ٧$

### مثال ١ تمييز المعادلات الخطية

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبهما بالصورة القياسية:

$$(أ) ص = ٤ - ٣ س$$

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

المعادلة الأصلية

$$ص = ٤ - ٣ س$$

أضف  $٣ س$  إلى الطرفين

$$ص + ٣ س = ٤ - ٣ س + ٣ س$$

بسط

$$٣ س + ص = ٤$$

هذه المعادلة بالصورة القياسية،  $أ = ٣$  ،  $ب = ١$  ،  $ج = ٤$  ، وهي معادلة خطية.

$$(ب) ٦ س - س ص = ٤$$

بما أن الحد  $س ص$  فيه متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة  $أ س + ب ص = ج$ . لذا فالمعادلة ليست خطية.

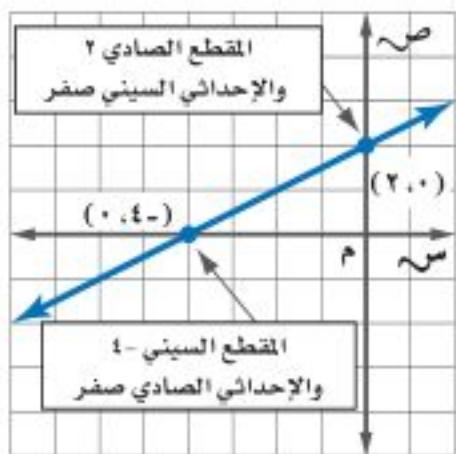


### تحقق من فهمك



$$(أ) \frac{١}{٣} ص = ١ - س$$

$$(ب) ص = س^٢ - ٤$$

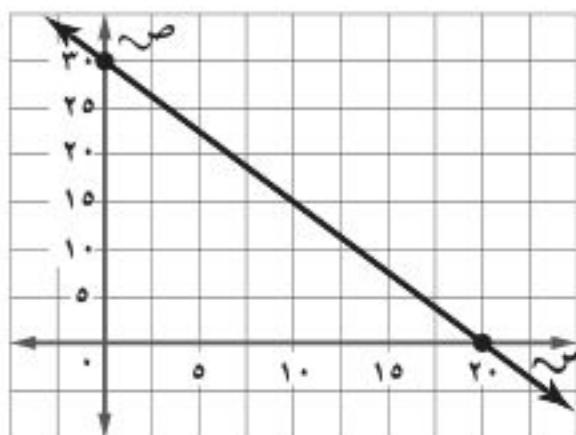


يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.

والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحد، ومقطع صادي واحد، ما لم تكن المعادلة على النحو  $s = 0$ ، أو  $x = 0$ .

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

## مثال ٢ من الاختبار



أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً.

- أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.
- ب) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.
- ج) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.
- د) المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

### قراءة الرياضيات

**المقطعين السيني والصادي**  
المقطع السيني ٣ يقع على  
النقطة (٣، صفر). والمقطع  
الصادي ٦ يقع على النقطة  
(صفر، ٦).

### اقرأ الفقرة:

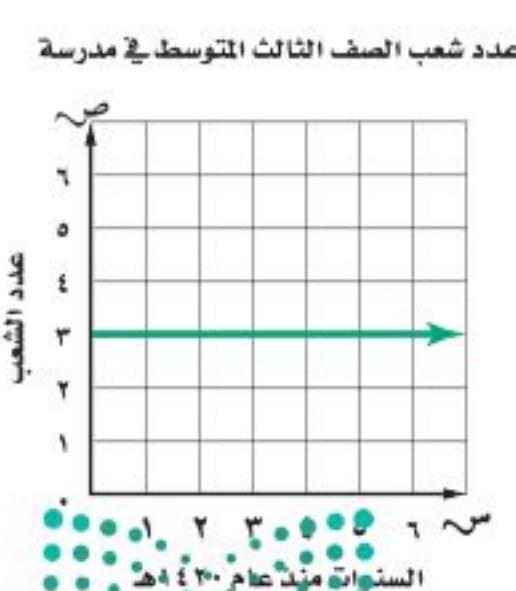
نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانياً.

### حل الفقرة:

- الخطوة ١:** لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.  
بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢٠، ٠)، إذن فالمقطع السيني هو ٢٠.
- الخطوة ٢:** لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.  
بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ٣٠)؛ إذن فالمقطع الصادي هو ٣٠.

وعليه فالجواب الصحيح هو ب.

### تحقق من فهمك



- ٢) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانباً:
- أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣.
  - ب) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي صفر.
  - ج) المقطع السيني ٣، والمقطع الصادي غير موجود.
  - د) لا يوجد مقطع سيني، والمقطع الصادي ٣.

## تمييز المتغيرات

الزمن في المثال ٣ هو المتغير المستقل، وكمية الماء هو المتغير التابع.

## مثال ٣ من واقع الحياة

## إيجاد المقطعين السيني والصادي

**بركة سباحة:** فُرغت بركة سباحة بمعدل ٧٢ لترًا في الساعة. ويبيّن الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، والזמן اللازم لتفريغها.

تفريغ البركة	
الزمن (ساعة)	كمية الماء (لتر)
(ص)	(س)
١٠٠٨٠	٠
٨٦٤٠	٢
٥٧٦٠	٦
٢٨٨٠	١٠
١٤٤٠	١٢
٠	١٤

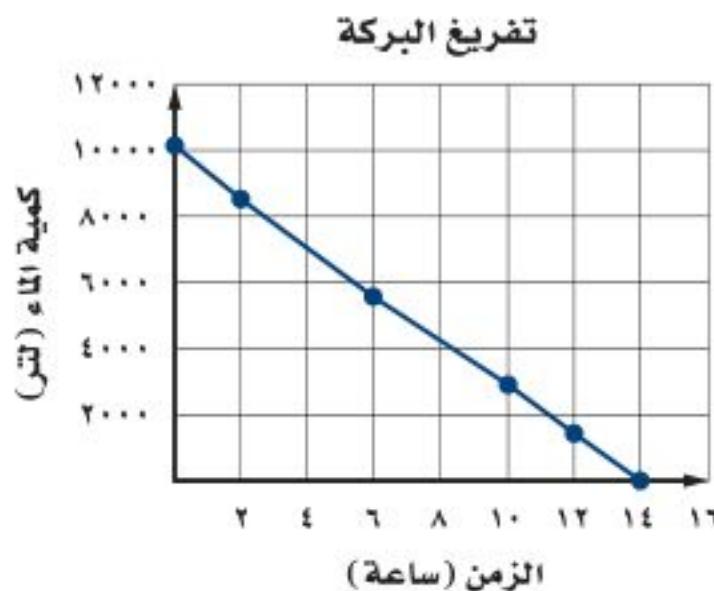
أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتثمين البياني للدالة.

$$\text{المقطع السيني} = ١٤ \quad ١٤ \text{ هي قيمة } s \text{ عندما تكون } t = ٠$$

$$\text{المقطع الصادي} = ١٠٠٨٠ \quad ١٠٠٨٠ \text{ هي قيمة } t \text{ عندما تكون } s = ٠$$

ب) صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

يعني المقطع السيني ١٤ أن كمية الماء في البركة بعد ١٤ ساعة سيكون صفرًا، أو أن البركة قد فُرغت بشكل كامل. ويعني المقطع الصادي ١٠٠٨٠ أن البركة تحتوي على ١٠٠٨٠ لترًا من الماء في الزمن صفر؛ أي قبل بداية عملية التفريغ. وهذا ما يظهره التثمين البياني.



## تحقق من فهمك

الزمن (ساعة)	المسافة المتبقية (كلم)
(ص)	(س)
٢٤٨	٠
١٨٦	١
١٢٤	٢
٦٢	٣
٠	٤

٣) **قيادة السيارة:** تزيد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبيّن المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصف معنى كل منهما.

**تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا:** أوجد المقطعين السيني والصادي. فلتكون لديك نقطتان يمر بهما التثمين البياني للدالة، ثم استعملهما لتمثيل المستقيم؛ لأنك بحاجة إلى نقطتين فقط لتمثيله.

## تمثيل المعادلة بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي

## مثال ٤

مثل المعادلة  $2s + 4c = 16$  بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

لإيجاد المقطع السيني ضع  $c = ٠$

$$2s + 4(٠) = 16 \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

استبدل  $c$  بـ ٠

$$2s = 16 \quad \text{بسط}$$

$$s = ٨ \quad \text{اقسم على ٢}$$

## المعادلات المتكافئة

إعادة كتابة المعادلة بدلالة  $c$  يسهل عملية إيجاد قيم  $c$ .

فمثلاً إذا كان:

$$4s + c = ٣ -$$

$$\text{فإن: } c = ٤s - ٣$$



**المقطعيان السيني والصادي**  
 المقطعي السيني هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور السينات، وقيمة ص فيه صفر دائمًا. والمقطعي الصادي هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات، وقيمة س فيه صفر دائمًا.



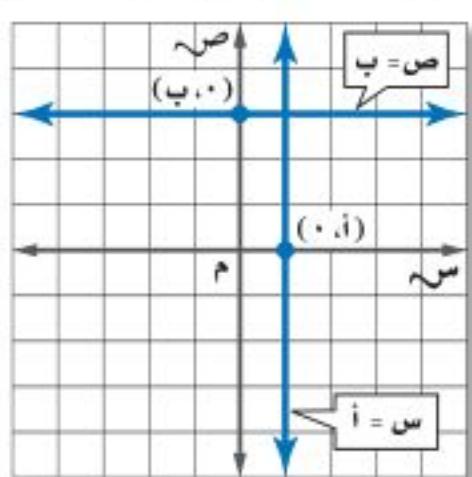
فيكون المقطعي الصادي ٤؛ أي أنّ المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٤، ٠). عين هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صل بينهما بخط مستقيم.

#### تحقق من فهتمك

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً باستعمال المقطعيين السيني والصادي:

$$\text{أ) } -س + 2ص = ٣ \quad \text{ب) } ص = س - ٥$$

لاحظ أن المعادلة في المثال ٤ لها مقطعي سيني ومقطعي صادي. إلا أن بعض المستقيمات قد يكون لها مقطعي سيني ولا يوجد لها مقطعي صادي أو بالعكس. فمثلاً التمثيل البياني لـ  $ص = ب$  هو مستقيم أفقي له مقطعي صادي فقط (ما لم تكن  $ب = صفر$ )، ويكون موقع المقطعي على النقطة (٠،  $ب$ ). والتمثيل البياني لـ  $س = أ$  هو مستقيم رأسى له مقطعي سيني فقط (ما لم تكن  $أ = ٠$ )، ويكون موقع المقطعي على النقطة (١، ٠).

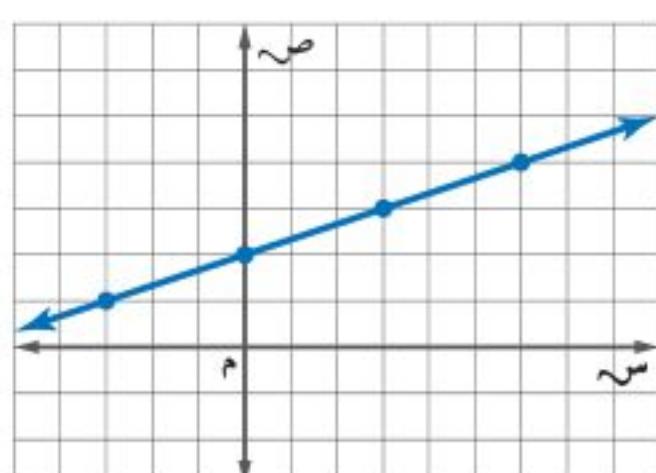


وكل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة على المستقيم، لذا فالتمثيل البياني للمعادلة يمثل جميع حلولها. وأي زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة لا تقع على المستقيم.

#### مثال ٥ التمثيل البياني بتكوين جدول

مثل المعادلة  $ص = \frac{1}{3}س + ٢$  بيانياً.

المجال جميع الأعداد الحقيقة. اختر قيمًا للمجال وكُون جدولًا. ويفضل عندما يكون معامل  $س$  كسرًا أن تختار أعدادًا من المجال تكون من مضاعفات المقام، ثم تكون أزواجاً مرتبة وتمثلها بيانياً.



(س، ص)	ص	$\frac{1}{3}s + 2$	س
(١، -٣)	-٣	$-3 + (٣) \cdot \frac{1}{3}$	-٣
(٢، -٢)	-٢	$-2 + (٢) \cdot \frac{1}{3}$	٠
(٣، -١)	-١	$-1 + (٣) \cdot \frac{1}{3}$	٣
(٤، ٠)	٠	$0 + (٤) \cdot \frac{1}{3}$	٦

#### تحقق من فهتمك

مثل بيانياً كل معادلة فيما يأتي بتكوين جدول:

$$\text{أ) } ٢س - ص = ٣ \quad \text{ب) } ص = ٢ - س$$



$$\text{ج) } ص = ٢ - س$$

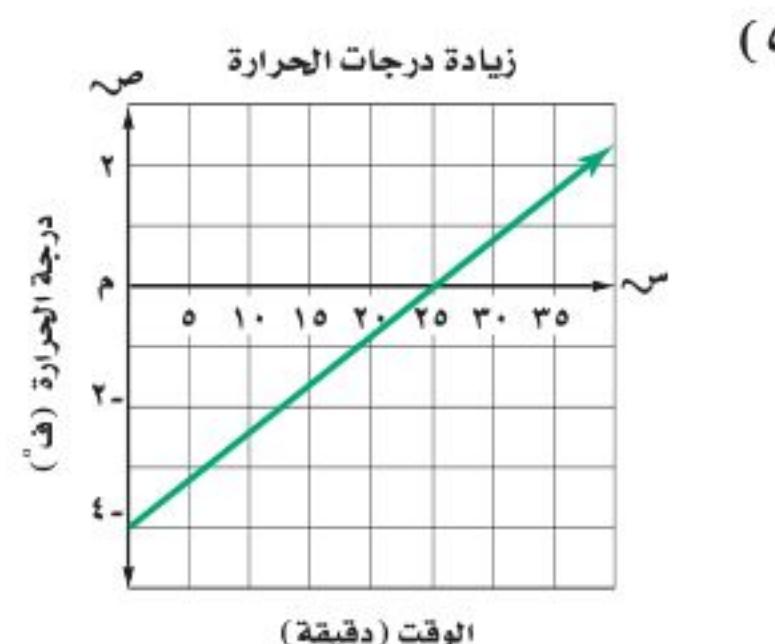
**مثال ١** حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

$$1) \text{ } s = 5 - c \quad 2) \text{ } 2s - 3 = c \quad 3) \text{ } 4s + 2 = c \quad 4) \text{ } \frac{2}{3}s - \frac{1}{3}c = 2$$

**المثالان ٢ ، ٣** أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منها:

موقع غطاس	
الزمن (ثانية)	العمق (متر)
(ص)	(س)
٢٤	٠
١٨	٣
١٢	٦
٦	٩
٠	١٢

(٦)



(٥)

**مثال ٤** مثل المعادلة :  $2s - 5 = c$  بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي.

**مثال ٥** مثل المعادلة :  $s + 2c = 4$  بيانياً بإنشاء جدول.

## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

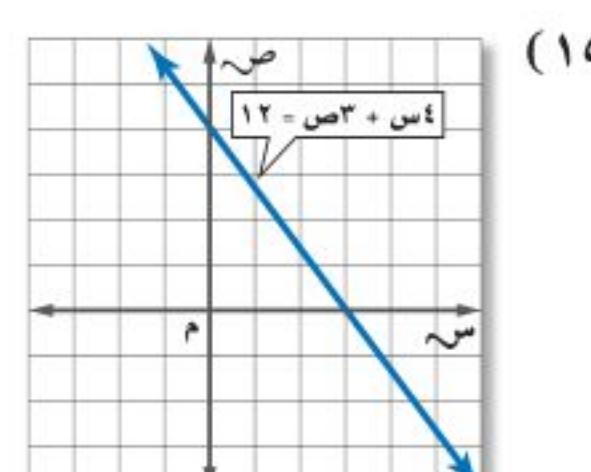
$$9) \text{ } s^2 + c^2 = 25 \quad 10) \text{ } 8 + c = 4s \quad 11) \text{ } 9s - 6c = 7$$

$$12) \text{ } 4c^2 - 4 = 9s \quad 13) \text{ } 12s = 7c - 10 \quad 14) \text{ } c = 4s + s$$

**المثالان ٢ ، ٣** أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي:

c	s
-١	٣
٠	٢
١	١
٢	٠
٣	-١

(١٦)



(١٥)



**مثال ٤** مثل كلاً من المعادلين الآتيين بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي:

$$18) 5 - ص = 3 - س$$

$$17) ص = 4 + 2 س$$

**مثال ٥** مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً بإنشاء جدول:

$$21) س = 3 ص$$

$$20) ص = -4 س$$

$$19) س = 2 - 2 ص$$

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

$$23) ب - 2 = 3 + م$$

$$22) 2 م - 4 = 7 ن$$

$$25) \frac{3}{4} م = \frac{5}{2} ن - 2$$

$$24) 1 = 5 ص + 3 س - 2$$

**(٢٦) مبيعات:** راتب أيمن الشهري ٦٠٠٠ ريال، ويتناول عمولة قدرها ٥٠٠ ريال عن كل سيارة يبيعها.

أ) اكتب المعادلة التي تمثل دخل أيمن الشهري إذا باع س سيارة، ثم مثّلها بيانياً.

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي ينبغي عليه بيعها ليكون دخله الشهري ٢١٠٠٠ ريال.

مثل كلاً من المعادلين الآتيين بيانياً:

$$28) 7 ص - 4 س = 1$$

$$27) \frac{1}{5} س + 3 ص = 3$$

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل من المعادلين الآتيين:

$$30) ص = \frac{2}{3} س + 1$$

$$29) 15 = 5 س + 3 ص$$

### مسائل مهارات التفكير العليا

**(٣١) تحدي:** انسخ كل جدول مما يأتي وأكمله، ثم حدّد أي الجداول استُعملت فيه معادلة خطية:

حجم المكعب	
الحجم	طول الصلع
	١
	٢
	٣

مساحة المربع	
المساحة	طول الصلع
	١
	٢
	٣

محيط المربع	
المحيط	طول الصلع
	١
	٢
	٣

**(٣٢) تبرير:** بين نقاط الاختلاف في التمثيل البياني للمعادلة  $ص = 2 س + 1$  التي مجالها  $\{1, 2, 3, 4\}$  والمعادلة  $ص = 2 س + 1$  التي مجالها جميع الأعداد الحقيقة.

**مسألة مفتوحة:** أعط مثالاً لمعادلة خطية على الصورة  $أس + ب ص = ج$  لكل حالة مما يأتي:

$$35) ج = 0$$

$$34) ب = 0$$

$$33) أ = 0$$

**(٣٦) اكتب:** اشرح كيف تجد المقطعين السيني والصادي من معادلة خطية، ولخص طريقة تمثيل معادلة خطية بيانياً.



## تدريب على اختبار

(٣٨) إذا كان لدى هند ٢٠٠٠٠ ريال مضى عليها عام هجري كامل، فما مقدار الزكاة المستحقة على هذا المبلغ، علمًا بأن نسبة الزكاة هي ٢,٥٪؟

- أ) ٢٥ ريالاً.  
ب) ٥٠٠ ريال.  
ج) ٥٠ ريال.  
د) ٥٠٠٠ ريال.

(٣٧) يقطع مهند ٨ كيلومترات على دراجته الهوائية في ٣٠ دقيقة. ما الوقت الذي سيحتاج إليه لقطع ٣٠ كيلومترًا بهذا المعدل تقريبًا؟

- أ) ٨ ساعات.  
ب) ساعتان.  
ج) ٦ ساعات و ٣٢ دقيقة.  
د) ساعة واحدة و ٥٣ دقيقة.

## مراجعة تراكمية

(٣٩) إذا كان:  $d(s) = -s^3 + s^2 - s - 1$  فأوجد  $d(-1)$ . (الدرس ٤-٢)

حل كلاً من المعادلتين الآتتين، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٥-١)

$$12 = |41| - 8s - 5s$$

$$8 = |40| + 5s$$

## استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة:

حل كلاً من المعادلتين الآتتين، ثم تتحقق من صحة الحل:

$$6 = \frac{s}{5} + 9 \quad (43)$$

$$15 = 14 - 5s \quad (42)$$

إذا كانت  $s = 2$ ،  $c = 5$ ،  $u = 7$  ، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

$$u^2 - c^3 + 5s^2 \quad (47)$$

$$\left( \frac{c}{2} + \frac{s}{c} \right)^2 \quad (46)$$

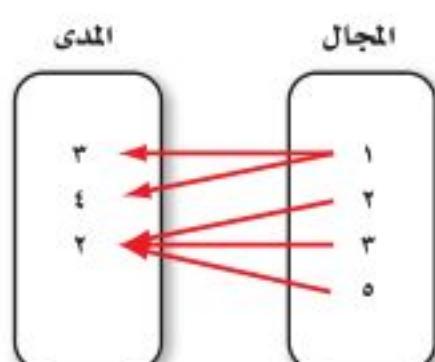
$$\frac{s-c}{u^2} \quad (45)$$

$$3s^2 - 4c \quad (44)$$



٤) هل تمثل العلاقة الآتية دالة أم لا؟ فسر ذلك.

(الدرس ٢-٢)



٥) إذا كان  $h(s) = 3s^2 + 5s - 1$  ، فأوجد

$h(-1) + h(2)$  (الدرس ٢-٢)

حدّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية. (الدرس ٣-٢)

$$٦) s = 4 - 3s$$

$$٧) s^2 + 3s = 8$$

$$٨) \frac{1}{4}s = \frac{3}{4}s - 1$$

مثّل كلاً من المعادلين الآتيين بيانياً باستعمال المقطعين السيني والصادي: (الدرس ٣-٢)

$$٩) s = 3 - 6$$

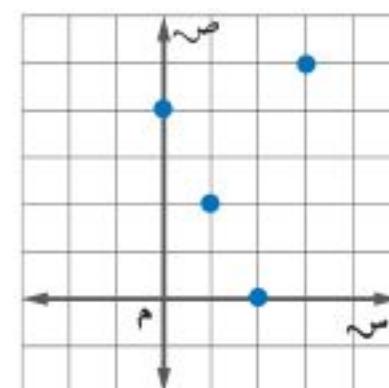
$$١٠) 2s + 5s = 10$$

مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً بإنشاء جدول: (الدرس ٣-٢)

$$١١) s = -2s$$

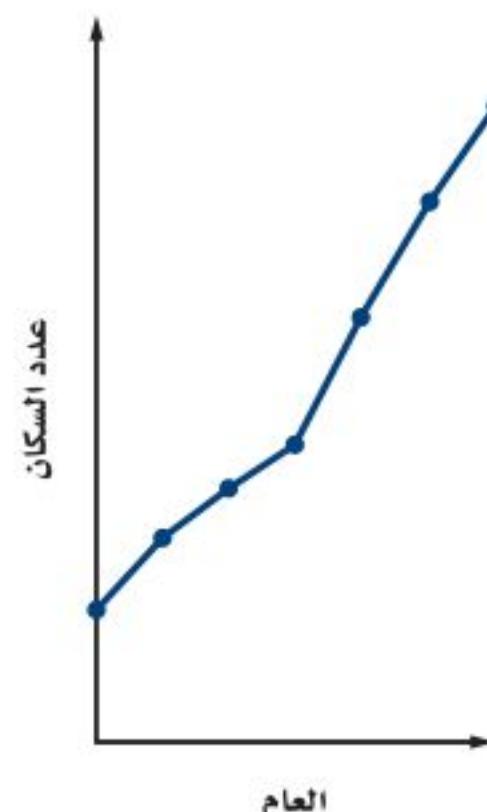
$$١٢) s = 8 - s$$

١) مثّل العلاقة  $\{(1, 3), (2, 4), (1, 5), (6, 5)\}$  بمحظط سهمي. (الدرس ١-٢)



٢) حدّد كلاً من مجال العلاقة التالية ومداها. (الدرس ٢-١)

٣) اختصار من متعدد: التمثيل البياني أدناه يوضح عدد السكان خلال عدة أعوام في مدينة.



صف التمثيل البياني. (الدرس ١-٢)

أ) عدد السكان يزداد خلال جميع الأعوام الممثلة.

ب) عدد السكان يتناقص خلال جميع الأعوام الممثلة.

ج) عدد السكان ثابت خلال جميع الأعوام.

د) عدد السكان يتناقص في بعض الأعوام ويزيد في أخواتي.





## ٤ - ٢

### حل المعادلات الخطية بيانياً

#### المادة

#### فيما سبق

درست تمثيل المعادلات الخطية بيانياً باستعمال الجداول أو المقطعين.

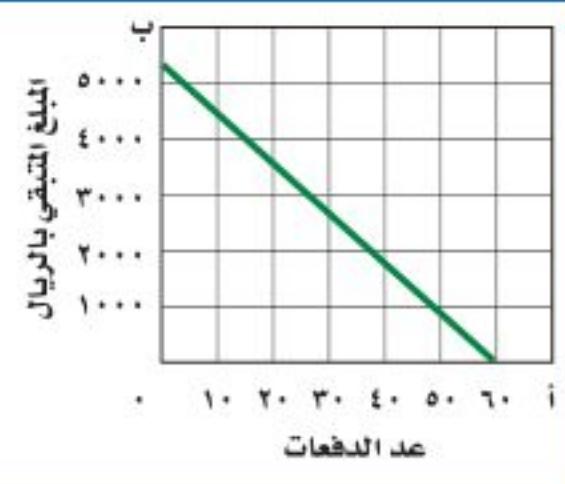
#### والآن

- حل المعادلات الخطية بيانياً.
- أقدر حل المعادلة الخطية بيانياً.

#### المفردات

الدالة الخطية  
الدالة المولدة (الأم)  
الجذر  
الأصفار

#### تكلفة تقويم الأسنان



يبين الشكل المجاور المبلغ المتبقى بعد أن يدفع أحمد عدداً من أقساط تكالفة تقويم أسنانه، الذي تمثله الدالة:

$$ب = ٥١٠٠ + ٨٥ - أ$$

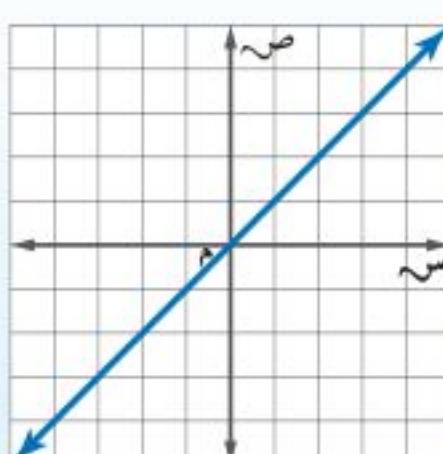
حيث تمثل  $أ$  عدد الدفعات التي قيمة كل منها ٨٥ ريالاً، وب المبلغ المتبقى.

**الحل بيانياً:** الدالة الخطية هي دالة تمثل بيانياً بمستقيم.

وأبسط دالة خطية هي  $d(s) = s$ ، وتسمى **الدالة المولدة (الأم)** لمجموعة الدوال الخطية.

اضف إلى

مطويتك



#### الدالة الخطية

#### مفهوم أساسى

$$d(s) = s$$

$$\text{الدالة المولدة (الأم)}$$

خط مستقيم

نوع التمثيل البياني

جميع الأعداد الحقيقية

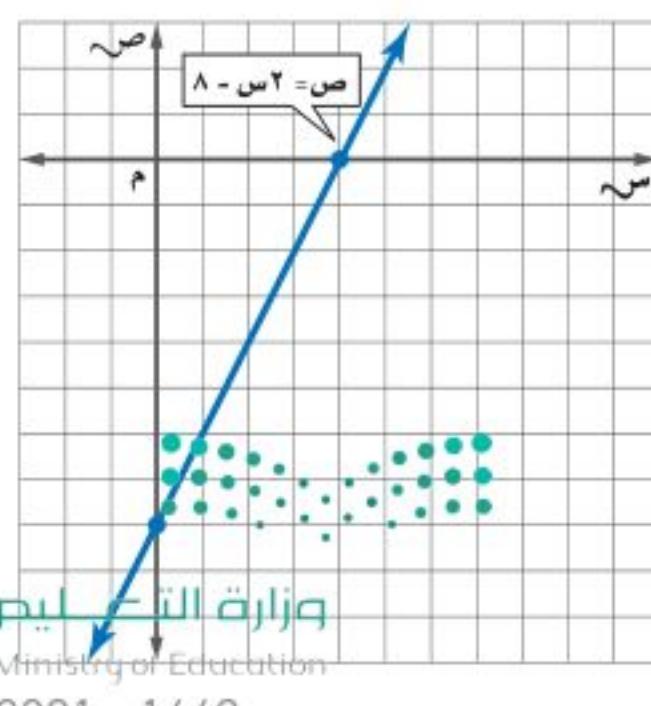
المجال

جميع الأعداد الحقيقية

المدى

حل المعادلة أو **الجذر** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة. وللمعادلة الخطية جذر واحد على الأكثر، ويمكنك إيجاد جذر المعادلة بتمثل الدالة المرتبطة بها، ولكتابة هذه الدالة بمعادلة، عرض صفراء بدلاً من  $d(s)$ .

الدالة المرتبطة	المعادلة الخطية
$d(s) = 2s - 8$ أو $s = 2s - 8$	$0 = 2s - 8$



تسمى قيم  $s$  التي تجعل  $d(s) = 0$  **أصفار الدالة**. ويعتبر صفر الدالة عند المقطع السيني لها، وجذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني؛ ولذا فإن:

- $4$  هو المقطع السيني للمعادلة:  $2s - 8 = 0$
- $4$  هو حل المعادلة:  $2s - 8 = 0$
- $4$  هو جذر المعادلة:  $2s - 8 = 0$
- $4$  هو صفر الدالة:  $d(s) = 2s - 8$

## مثال ١ حل المعادلة التي لها جذر واحد

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$a) 0 = \frac{1}{3}s - 2$$

**الطريقة ١:** الحل جبرياً

المعادلة الأصلية

$$0 = \frac{1}{3}s - 2$$

أضف ٢ إلى الطرفين

$$2 + 0 = \frac{1}{3}s - 2$$

اضرب كل طرف في ٣

$$(2)(3) = (3)\left(\frac{1}{3}s\right)$$

بسط

$$6 = s$$

الحل هو ٦.

$$b) 2 - s^3 = 1 + s^3$$

**الطريقة ٢:** الحل بيانياً

أوجد الدالة المرتبطة، وأعد كتابة المعادلة بحيث يكون طرفاها الأيسر صفرًا.

المعادلة الأصلية

$$2 - s^3 = 1 + s^3$$

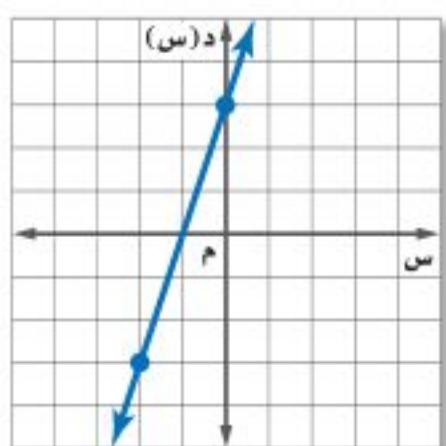
أضف ٢ إلى الطرفين

$$2 + 2 - s^3 = 1 + s^3$$

بسط

$$4 = 2s^3$$

وبذلك تكون الدالة المرتبطة هي:  $d(s) = s^3 - 2$   
ولتمثيل الدالة بيانياً كون جدولًا.



(س ، د(س))	د(س)	$d(s) = s^3 - 2$	س
(-2, -2)	-2	$-2 + 2 - 2 = -2$	-2
(0, -2)	0	$0 + 0 - 2 = -2$	0

الخط المستقيم الذي يمثل الدالة يقطع محور السينات عند -١، لذا فإن الحل هو س = -١.

**تحقق من فهمك**

$$a) 0 = \frac{2}{5}s + 6$$

$$b) 1 = s^3 + 25$$

### ارشادات للدراسة

الأصفار من الجدول:  
صفر الدالة هو المقطع  
السيني الذي قيمة ص  
عنه تساوي صفرًا.

## مثال ٢ معادلات ليس لها حل

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$a) 3s + 7 = 3s + 1$$

**الطريقة ١:** الحل جبرياً

المعادلة الأصلية

$$3s + 7 = 3s + 1$$

اطرح ١ من الطرفين

$$3s + 7 - 1 = 3s + 1 - 1$$

بسط

$$3s + 6 = 3s$$

اطرح ٣s من الطرفين

$$3s - 3s + 6 = 3s - 3s$$

بسط

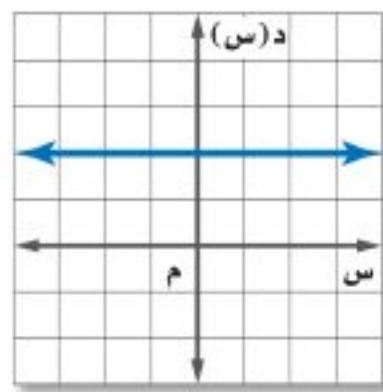
$$6 = 0$$



وهذا مستحيل، وتكون الدالة المرتبطة هي  $d(s) = 6$ . وبما أن جذر المعادلة الخطية هو قيمة  $s$  عندما يكون  $d(s) = 0$ ، وحيث  $d(s)$  يساوي 6 دائمًا فليس للمعادلة حل.

$$b) 2s - 4 = 2s - 6$$

**الطريقة ٢: الحل بيانياً**



المعادلة الأصلية

$$2s - 4 = 2s - 6$$

أضف 6 إلى الطرفين

$$2s - 4 + 6 = 2s - 6 + 6$$

بسط

$$2s + 2 = 2s$$

اطرح 2s من الطرفين

$$2s - 2s = 2s - 2s$$

بسط

$$0 = 2$$

مثُل الدالة المرتبطة  $d(s) = 2$  بيانياً، وبما أن المستقيم لا يقطع محور السينات، لذلك لا يوجد حل للمعادلة.

**تحقق من فهمك**

$$b) 2 - 3s = 6 - 4s$$

$$a) 4s + 3 = 4s - 5$$

**تقدير الحل باستعمال التمثيل البياني:** قد يزودك التمثيل البياني بحل تقديرى. وفي هذه الحالة، استعمل الطريقة الجبرية لإيجاد الحل الدقيق.

### مثال ٣ من واقع الحياة التقدير باستعمال التمثيل البياني



**مواقف سيارات:** تمثل الدالة  $m = 20 - 0,75r$  المبلغ (م) المتبقى مع أحمد بعد توقف سيارته (ر) ساعة في موقف للسيارات. أوجد صفر الدالة، وبين ما يعنيه في هذا السياق.

(r, m)	r	m	$m = 20 - 0,75r$
(0, 20)	0	20	$20 = 20 - 0,75 \cdot 0$
(25, 0)	25	0	$0 = 20 - 0,75 \cdot 25$

يبين التمثيل البياني أن المستقيم يقطع محور السينات عند  $r \approx 27$ . وللتتأكد استعمل طريقة الحل الجبري.

المعادلة الأصلية

$$m = 20 - 0,75r$$

عرض القيمة صفرًا بدلاً من  $m$

$$0 = 20 - 0,75r$$

أضف  $0,75r$  إلى الطرفين

$$0 + 0,75r = 20 - 0,75r + 0,75r$$

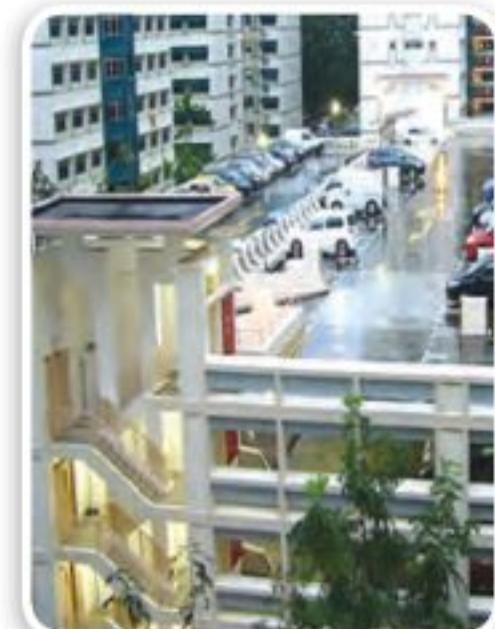
بسط

$$0,75r = 20$$

اقسم على  $0,75$

$$\frac{20}{0,75} = \frac{0,75r}{0,75}$$

$$r \approx 26,67$$



#### الربط مع الحياة

تظهر أهمية مواقف انتظار السيارات في استيعابها عددًا كبيرًا من السيارات بما يقضي على معاناة المواطنين وإعاقة سير المركبات والمشاة بسبب توقف السيارات على جوانب الطرق.

فيكون صفر هذه الدالة هو  $26,67$  تقريرًا؛ لذا فأقصى عدد من الساعات الكاملة التي يمكن لأحمد إيقاف سيارته خلالها هو 26 ساعة.



### تحقق من فهمك

٣) **مصحف مدرسة:** اشتري مصحف مدرسة علبة حلوى بمبلغ ٤٥ ريالاً. فإذا باع القطعة الواحدة بـ ١,٥ ريال، وكانت الدالة  $s = 1,5 - 45$  تمثل الربح الذي يحققه عند بيع س قطعة من الحلوى، فأوجد صفر الدالة، وصف ماذا يعني ذلك في سياق هذه المسألة.

### تأكد

**المثالان ١ ، ٢** حل كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} 1) -2s + 6 = 0 & \\ 2) s - 2 = 0 & \\ 3) s + 3 = 0 & \\ 4) -s - 8 = 0 & \\ 5) 4s - 24 = 11s + 5 & \\ 6) 2s - 5 = 2s + 8 & \end{array}$$

**مثال ٣ ٧) خضار:** تمثل الدالة  $w = 60 - 2n$  كتلة الجزر المتبقية بالكيلوجرام في محل أحمد بعد بيعه (ن) كيساً. أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

### تدريب وحل المسائل

**المثالان ١ ، ٢** حل كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} 8) s + 3 = 0 & \\ 9) 16 - 8s = 3s - 10 & \\ 10) 3s - 10 = 21 + 3s & \\ 11) 36 - s = 20 + 7s & \\ 12) 0 = 7s + 10 & \\ 13) 35 + s - 20 = 7s - 20 & \end{array}$$

**مثال ٤ ١٤)** أراد محمد شراء أقلام لأصدقائه بمبلغ ٧٥ ريالاً، والمعادلة  $m = 75 - 3d$  تمثل المبلغ (م) بالريال المتبقى معه بعد شراء (د) قلمًا . أوجد صفر الدالة، ووضح ما يعنيه في هذا السياق.

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$\begin{array}{ll} 15) 15 - 6s = 0 & \\ 16) 0 = 13 + 3s & \\ 17) 10 - 22s = 0 & \\ 18) 0 = \frac{3}{4}s - \frac{2}{3} & \end{array}$$

**١٩) قالب ثلجي:** كانت درجة حرارة قالب ثلجي عند إخراجه من حافظة الثلج  $-10^\circ\text{C}$ . وتمثل المعادلة:  $t = 1,25 - 10^\circ\text{C}$  درجة حرارة الثلج بعد  $t$  ساعة من إخراجه. فما الوقت الذي يبدأ فيه القالب بالذوبان إذا تم إخراجه عند الساعة ٨:٠٠ صباحاً؟



حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً، وتحقق من إجابتك جبرياً:

$$\begin{array}{ll} 20) 4s - 8 = 7 - 3s & \\ 21) 13 + 3s = 19 + s & \\ 22) 50 - 30s = 15s - 10 & \\ 23) \frac{1}{2}s - 5 = 3s - 10 & \end{array}$$

٢٤) **منتجات الشعر:** تستعمل بعض المستحضرات الطبية المواد الكيماوية لجعل الشعر أكثر لمعانًا. وتمثل النسبة المئوية المتبقية لإكمال العملية بالمعادلة:  $\text{ص} = 12,5 - 100 \text{ س}$ ؛ حيث س الزمن بالدقائق الذي يبقى فيه المستحضر على الشعر، ص النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

أ) أوجد صفر الدالة.

ب) مثل الدالة بيانيًا.

جـ) بين ما يعنيه الصفر في هذه الحالة.

د) اذكر كلاً من مجال الدالة ومداها.

#### إرشادات للدراسة

**صفر الدالة:**

يسمى صفر الدالة أيضًا جذر المعادلة أو المقطع السيني.

#### مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **تبرير:**وضح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

٢٦) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة خطية جذرها  $\frac{3}{4}$ . واكتب الدالة المرتبطة بها.

٢٧) **اكتب:** لخص كيف تحل معادلة خطية جبرياً وبيانياً.

#### تدريب على اختبار

٢٩) يبين الجدول أدناه التكلفة جـ لاستئجار زورق مدة هـ ساعة.

الساعات (هـ)	التكلفة بالريال (جـ)
٣	٢
٧٥	٥٠
١	٢٥

أي المعادلات الآتية تمثل بيانات الجدول؟

أ)  $ج = 25 هـ$       ج)  $ج = هـ 25 + 25$

ب)  $ج = 25 - 75 هـ$       د)  $ج = هـ 25 + 75$

٢٨) ما التقدير الأفضل للمقطع السيني للتمثيل البياني للدالة الخطية الممثلة في الجدول؟

س	ص
٥	٠
٣	١
١	٢
-١	٣
-٣	٤

أ) بين ١،٠،٢

ب) بين ٣،٢،٤

جـ) بين ١،٢،٣

د) بين ٣،٢،٤

#### مراجعة تراكمية

أوجد المقاطعين السيني والصادي للتمثيل البياني لكل دالة خطية فيما يأتي: (الدرس ٣-٢)

٣١)  $ص = ٦س - ٩$

٣٠)  $ص = ٢س + ١٠$

٣٢) حل المعادلة:  $|س - ١| = ٧$ . (الدرس ٥-١)

٣٣) مثل العلاقة:  $\{(١،٣)، (٢،٤)، (٣،٤)، (٤،٥)، (٥،٦)\}$  بجدول، وبيانياً، وبالمخطط السهمي، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها. (الدرس ١-٢)

#### استعد للدرس اللاحق

##### مهارة سابقة:

بسط كلاً مما يأتي:

٣٧)  $\frac{٣٣ - ٨}{٨}$

٣٦)  $\frac{٦}{١٢ -}$

٣٥)  $\frac{٤ -}{١٢ -}$

٣٤)  $\frac{٢٥}{١٠}$

احسب قيمة  $\frac{أ - ب}{ج - د}$  في كل مما يأتي:

٣٨)  $أ = ٦، ب = ٢، ج = ٩، د = ٣$



أضف إلى  
مكتبة

## معدل التغير والميل

٢ - ٥

### لماذا؟

تسمح لك إحدى الألعاب المائية بالانحدار لمسافة ٢٠ متراً، ويصف معدل التغير في هذه اللعبة نسبة تغير المسافة التي يقطعها الشخص بالنسبة للتغير في الزمن.

**معدل التغير:** **معدل التغير** هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.

### فيما سبق

درست تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي.

### واليآن

- استعمل معدل التغير لحل المسائل.
- أجد ميل مستقيم.

### المفردات

معدل التغير

إذا كانت  $s$  هي المتغير المستقل، وص المتغير التابع فإن:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } s}{\text{التغير في } t}$$

### مثال ١ من واقع الحياة إيجاد معدل التغير

النكلفة (ريال)	عدد ألعاب الحاسوب
(س)	(س)
٧٨	٢
١٥٦	٤
٢٣٤	٦

**ألعاب مسلية:** استعمل الجدول المجاور لإيجاد معدل التغير، ثم فسر معناه.

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } s}{\text{التغير في } t} = \frac{\text{النكلفة}}{\text{الألعاب}} = \frac{\text{التغير في النكلفة}}{\text{التغير في عدد الألعاب}}$$

$$\text{عوض} \quad \frac{٧٨ - ١٥٦}{٢ - ٤} =$$

$$\text{بسط} \quad \frac{٣٩}{١} = \frac{٧٨}{٢} =$$

معدل التغير هو  $\frac{٣٩}{١}$  وهذا يعني أن كل لعبة تكلف ٣٩ ريالاً.

### تحقق من فهمك

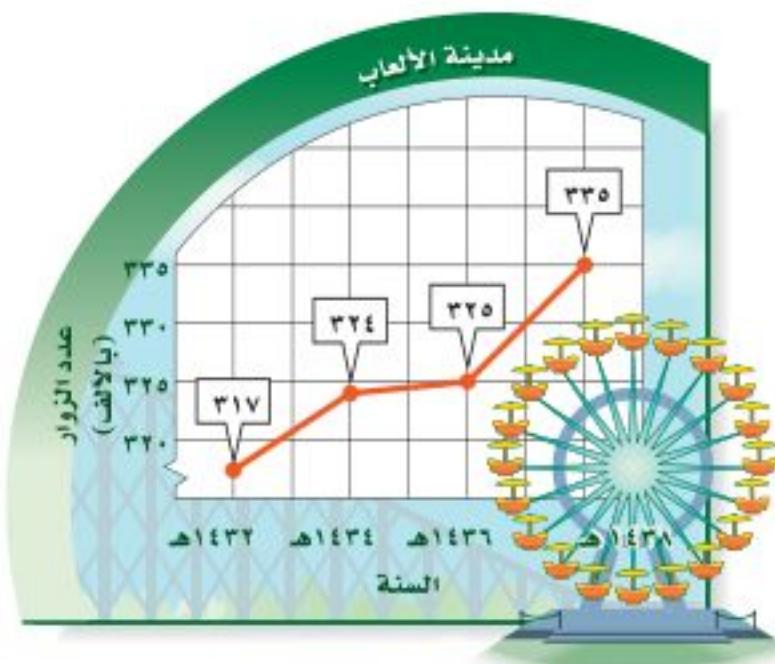
المساحة المبلطة (سم <sup>٢</sup> )	عدد البلاطات
(س)	(س)
١٢٠٠	٣
٢٤٠٠	٦
٣٦٠٠	٩

**١) تبليط:** يبيّن الجدول المجاور كيف تغير مساحة السطح المبلط مع التغير في عدد البلاطات.

- أوجد معدل التغير.
- فسّر معنى معدل التغير.

تعرفت من الأمثلة السابقة على معدلات التغير الثابتة، إلا أن كثيراً من المواقف من واقع الحياة تتضمن معدلات تغير ليست ثابتة.

## مثال ٢ من واقع الحياة معدل التغير غير الثابت



**مدينة ألعاب:** يبيّن التمثيل البياني المجاور عدد زوار إحدى مدن الألعاب.

أ) أوجد معدل التغير في الفترة من ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ، وفي الفترة من ١٤٣٤ هـ - ١٤٣٦ هـ.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ :

$$\frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{324 - 317}{1434 - 1432} \rightarrow \frac{\text{الزوار}}{\text{السنوات}} \rightarrow \frac{7}{2}$$

بسط عَوْض

ازداد عدد الزوار خلال هاتين الستين ٧آلاف، وذلك بمعدل تغير مقداره ٣,٥آلاف في السنة.

معدل التغير في الفترة ١٤٣٤ هـ - ١٤٣٦ هـ :

$$\frac{\text{التغير في عدد الزوار}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{325 - 324}{1436 - 1434} \rightarrow \frac{\text{الزوار}}{\text{السنوات}} \rightarrow \frac{1}{2}$$

بسط عَوْض

زاد عدد الزوار خلال هاتين الستين ألفاً، وذلك بمعدل تغير مقداره ٠,٥ زائر في السنة.

ب) فسّر معنى معدل التغير في كل حالة.

في الفترة من ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ :

زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٣٥٠٠ زائر كل سنة .

في الفترة من ١٤٣٤ هـ - ١٤٣٦ هـ

زاد عدد الذين زاروا مدن الألعاب بمعدل ٥٠٠ زائر كل سنة .

ج) كيف تظهر معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

هناك تغير رأسياً أكبر في الفترة من ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ عن الفترة من ١٤٣٤ هـ - ١٤٣٦ هـ.

ولذا يكون الجزء الذي يمثل الفترة من ١٤٣٢ هـ - ١٤٣٤ هـ أكثر ميلاً.

### تحقق من فهمك

- ٢) عد إلى التمثيل البياني أعلاه، وأوجد - دون إجراء عمليات حسابية - فترتين مختلفتين ذات مماثل معدل التغير الأكبر، ثم احسب للتحقق من إجابتك.

### إرشادات للدراسة

**المعدل:** يشير معدل التغير الموجب إلى الزيادة مع تغير الزمن. أما معدل التغير السالب فيشير إلى نقصان الكمية.

دالة خطية أم غير خطية؟

حتى تكون الدالة خطية  
يجب أن يكون معدل  
التغير ثابتاً؛ أي يجب أن  
يكون التغير في كل من  
قيم  $s$ ،  $ص$  ثابتاً.

يكون معدل التغير للدالة ثابتاً إذا لم تغير قيمة بين أي نقطتين على التمثيل البياني لتلك الدالة. والدوال الخطية لها معدل تغير ثابت.

### مثال ٣ معدلات التغير الثابتة

حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

ص	$s$
١٠	٣-
١٢	١-
١٦	١
١٨	٣
٢٢	٥

ص	$s$
٦-	١
٨-	٤
١٠-	٧
١٢-	١٠
١٤-	١٣

ص	$s$
١٠	٣-
١٢	١-
١٦	١
١٨	٣
٢٢	٥

ص	$s$
٦-	١
٨-	٤
١٠-	٧
١٢-	١٠
١٤-	١٣

بما أن معدل التغير ليس ثابتاً، فالدالة ليست خطية.

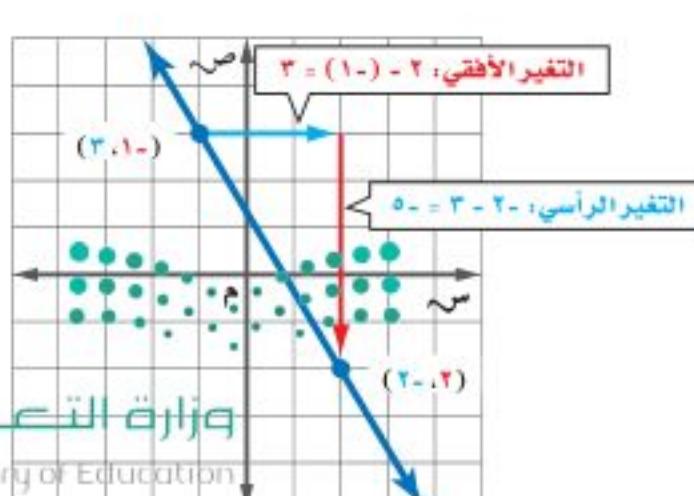
بما أن معدل التغير ثابت، فالدالة خطية.

### تحقق من فهملك

ص	$s$
٤-	١٢
١	٩
٦	٦
١١	٣
١٦	٠

ص	$s$
١١	٣-
١٥	٢-
١٩	١-
٢٣	١
٢٧	٢

**إيجاد الميل:** ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير في الإحداثي السيني كلما انتقلت من نقطة إلى أخرى. وبالتالي يمكن استعماله لوصف معدل التغير. إن ميل المستقيم يصف درجة انحداره، وكلما زادت القيمة المطلقة للميل كان المستقيم أشد انحداراً. يُظهر الرسم البياني المجاور مستقيماً مارًّا بالنقطتين  $(-١, -٢)$ ،  $(٣, ٢)$ .



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

$$\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} =$$

$$\frac{٣ - ٢ -}{(-١) - ٣} = \frac{١}{٤}$$

لذا، فميل المستقيم هو  $-\frac{١}{٤}$ .

وبما أن معدل تغير الدالة الخطية ثابت، فيمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم غير الرأسى لتحديد ميله.

**مطويتك**

**الرسم**

**الميل**

**التعبير اللفظي:** ميل المستقيم غير الرأسى هو نسبة التغير الرأسى إلى التغير الأفقي.

**الرموز:** يمكن إيجاد الميل ( $m$ ) للمستقيم غير الرأسى المار بال نقطتين  $(s_1, c_1), (s_2, c_2)$  على النحو الآتى:

$$m = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1}$$

التغيير في  $c$  → التغير في  $s$

التغيير في  $s$  → التغير في  $c$

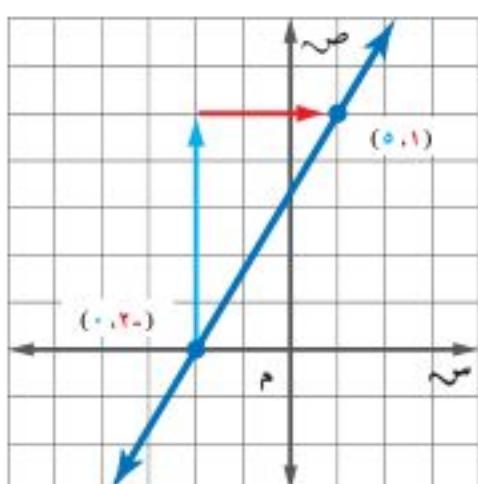
يمكن أن يكون ميل مستقيم موجباً أو سالباً أو صفرًا أو غير معروف. فإذا لم يكن المستقيم أفقياً ولا رأسياً، فميله إما موجب وإما سالب.

### قراءة الرياضيات

تقرأ ص، على الصورة صاد واحد. وتقرأ  $s_2$  على الصورة سين اثنين. ويشير الرقامان ١، ٢ إلى النقطتين الأولى والثانية اللتين ترتبط بهما قيم  $s$ ،  $c$ .

### مثال ٤ الميل الموجب أو السالب أو الصفر

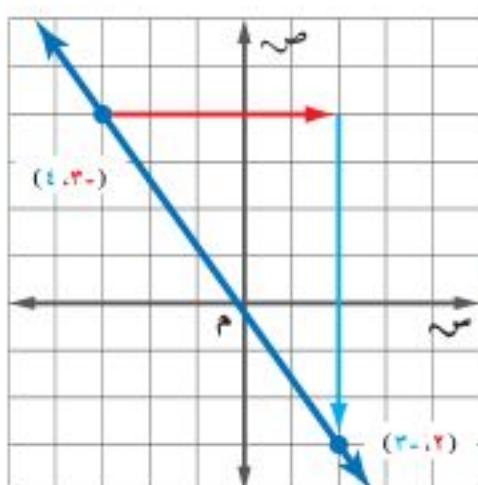
أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:



$$(أ) (5, 1), (0, -2)$$

$$m = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1} = \frac{1 - 5}{0 - (-2)} = \frac{-4}{2} = -2$$

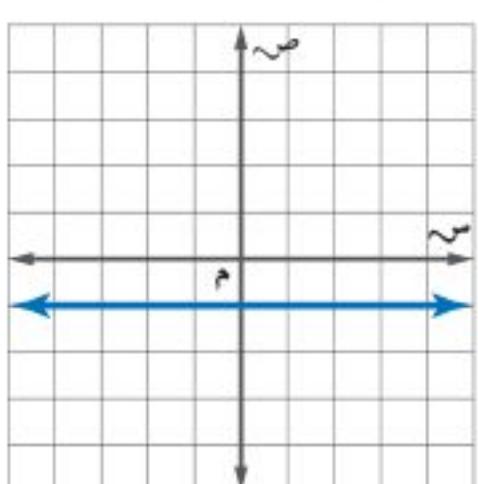
بسط



$$(ب) (-3, 2), (4, -3)$$

$$m = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1} = \frac{-3 - 4}{(-3) - 2} = \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$$

بسط



$$(ج) (1, 2), (-3, 1)$$

$$m = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1} = \frac{1 - 1}{(-3) - 1} = \frac{0}{-4} = 0$$

بسط

### تنبيه!

**ترقيب:** كن حريصاً على عدم تبديل قيم  $s$  أو قيم  $c$ .

### تحقق من فهمك

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

$$(أ) (4, -2), (2, -6)$$

$$(ب) (-2, 4), (0, 2)$$

## مثال ٥ الميل غير المعرف

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين  $(-2, 4)$ ،  $(-3, 2)$ :

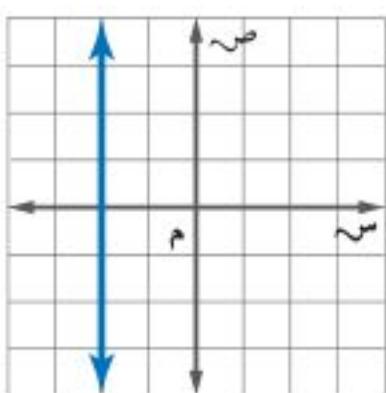
$$m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

عَوْض

$$= \frac{4 - 3}{(-2) - (-3)}$$

بَسْط

$$= -\frac{1}{1} \text{ أو غير معروف}$$



### تحقق من فهمنك

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوجين من النقاط الآتية:

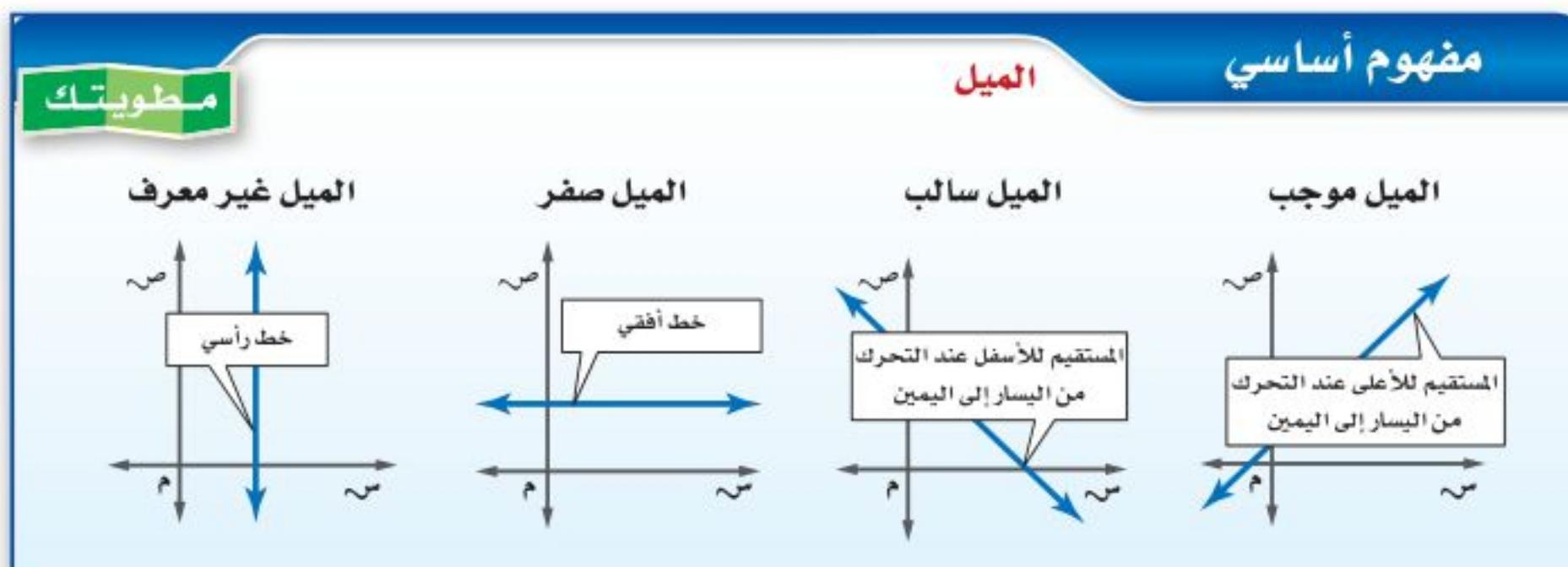
$$(ب) (2, 3)، (3, 2)$$

$$(أ) (1, 6)، (6, 7)$$

### إرشادات للدراسة

الميل الذي قيمته صفر والميل غير المعرف:  
إذا كان الفرق في قيم ص صفرًا، فسيكون الخط أفقياً. وإذا كان الفرق في قيم س صفرًا، فسيكون الميل غير معروف، وسيكون الخط رأسياً.

وفيما يلي ملخص الرسوم البيانية للمستقيمات المختلفة الميل:



أحياناً قد تعطى قيمة الميل ويطلب إليك إيجاد الإحداثي المجهول.

## مثال ٦ إيجاد الإحداثي إذا علم الميل

أوجد قيمة  $(ر)$  التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين  $(1, 4)$ ،  $(-5, ر)$  يساوي  $\frac{1}{3}$ .

$$ص_٢ - ص_١ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$\text{ضع } (س_١, ص_١) = (1, 4), (س_٢, ص_٢) = (-5, ر)$$

$$\frac{ر - 4}{1 - 5} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{ر - 4}{-4} = \frac{1}{3}$$

$$3(r - 4) = -12$$

$$r - 12 = -3$$

$$r = 9$$

أضف ١٢ إلى كلا الطرفين، وبسط

اقسم على ٣، وبسط

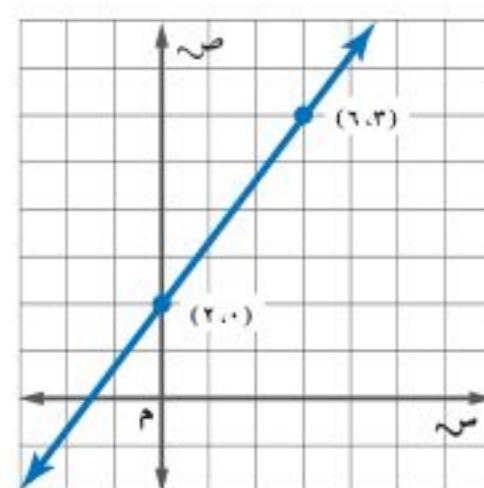
لذلك فإن المستقيم يمر بالنقطة  $(2, 5)$ .

### تحقق من فهمنك

**مثال ١** أوجد معدل التغير الممثل في كل من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

س	ص
-٦	٣
٢	٥
١٠	٧
١٨	٩
٢٦	١١

(٢)



(١)



**مثال ٢** مطاعم: استعمل الشكل المجاور في الإجابة عما يأتي:

أ) أوجد معدل التغير في الأسعار من ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ، وفسّر معناه.

ب) دون إجراء الحسابات، أوجد فترة العامين التي كان معدل تغيرها أكبر من معدل التغير في الفترة من ١٤٣٦ هـ - ١٤٣٨ هـ، وفسّر إجابتك.

**مثال ٣** حدد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨	س
٢-	٠	٣	٥	٧	ص

٥	٢	١-	٤-	٧-	س
١	٢	٣	٤	٥	ص

٤	٣	٢	١	٠	س
٣-	٣	٩	١٥	ص	

(٤)

(٥)

**المثالان ٤ ، ٥** أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(٧) (٤, ٣-) ، (٧, ٣)

(٦) (١, ٢-) ، (٤, ٣)

**مثال ٦** أوجد قيمة (ر) التي يجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

(٩) (٢, ٥) ، (-٧, ر)، م =  $\frac{٥}{٦}$ 

(٨) (-٤, ر)، (-٨, ٣)، م = ٥-

**مثال ٦**

(٦)

## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** أوجد معدل التغير لكل من الدالتين الممثلتين بالجدولين الآتيين:

٤	٣	٢	١	٠	س
٣-	٣	٩	١٥	ص	

(١١)

٢٠	١٥	١٠	٥	٠	س
٥	٤	٣	٢	ص	

(١٠)

السنة	عدد سكان المملكة العربية السعودية
١٤٣١ هـ	٢٧١٣٦٩٧٧
١٤٣٨ هـ	٣٢٥٥٢٣٣٦

**مثال ٢** سكان: أوجد المعدل السنوي للتغير في عدد سكان المملكة العربية السعودية من عام ١٤٣١ هـ إلى ١٤٣٨ هـ؟ وفسّر معناه.

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء



حدّد ما إذا كانت كل دالة فيما يأتي خطية أم لا، وفسّر إجابتك:

٤	٣	٢	٠	-٢	س
٣-	٣	٩	١٥	ص	

(١٤)

٢٣	٢٠	١٧	١٤	١١	س
٦-	١-	٣-	٥-	٧-	ص

**مثال ٣**

(١٣)

## المثالان ٤ ، ٥

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

$$(15) (1, 1), (2, 2), (10, 6), (14, 8)$$

$$(16) (1, 1), (2, 2), (2, 6), (10, 6)$$

$$(17) (1, 1), (2, 2), (2, 6), (10, 6)$$

**مثال ٦** أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو مُعطى:

$$(18) r = -4, m = -5, (3, 13), (5, 10), (-2, 12)$$

$$(19) m = -4, r = -2, (10, 12), (5, 13)$$

**٢٠) معدل نمو الشعر:** طول شعر فاطمة ٢٥ سنتيمتراً. وفي غضون ثلاثة أشهر نما شعرها ثلاثة سنتيمترات أخرى. أجب عما يأتي مفترضاً أن شعرها ينمو بالمعدل نفسه:

٦	٣	٠	الزمن (شهر)
			طول شعر فاطمة (سم)

أ) أكمل الجدول المجاور.

ب) مثل العلاقة بين نمو شعر فاطمة والزمن بالأشهر بيانياً.

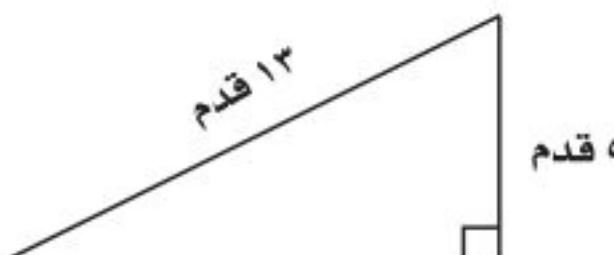
ج) ما ميل المستقيم الذي يمثل العلاقة بين نمو الشعر والزمن؟ وماذا يمثل؟



## مسائل مهارات التفكير العليا

### الربط مع الحياة

تميّز سيارات الدفع الرباعي بنظام حركي يوفر لها الأمان وسهولة الحركة على الطرق الرملية والجبلية والوعرة.



**٢١) تبرير:** لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسر ذلك.

**٢٢) تحدي:** إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدماً تحرّكها إلى الأمام عند قيادة سيارتكم في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟

**٢٣) تحدي:** أوجد قيمة د التي تجعل ميل المستقيم المار بال نقطتين (أ، ب)، (ج، د) يساوي  $\frac{1}{2}$ .

**٢٤) اكتب:** بين العلاقة بين معدل التغير والميل، وكيف يمكن إيجاد ميل مستقيم.

## تدريب على اختبار

**٢٦) احتمال:** ما احتمال ظهور العدد ٥ عند إلقاء مكعب أرقام (٦-١) مرة واحدة؟

- أ)  $\frac{1}{5}$   
ب)  $\frac{1}{6}$   
ج)  $\frac{5}{6}$   
د)  $\frac{1}{2}$

**٢٥) اشتريت روان حاسوباً بقيمة ٤٠٠٠ ريال، فإذا علمت أن سعره ينخفض بصورة ثابتة، وكانت قيمته بعد ستين ٢٥٠٠ ريال، فما مقدار الانخفاض السنوي في سعره؟**

- أ) ١٥٠٠ ريال.  
ب) ٧٥٠ ريالاً.  
ج) ١٢٥٠ ريالاً.  
د) ٢٥٠٠ ريال.

$$48 - 12 = 0 \quad (29)$$

$$0 = 32 - 8 \quad (28)$$

**٢٧) حل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:** (الدرس (٤-٢))

$$0 = 18 + 3s \quad (27)$$

$$8 = s - 3 \quad | \quad . \quad (الدرس (٥-١)) \quad (30)$$

## استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة :

أوجد ناتج الطرح في كل مما يأتي:

$$16 - 4 = 32 \quad (31)$$

$$3 - 3 - 3 = 33 \quad (32)$$

$$2 - 8 - 2 = 34 \quad (33)$$





## ٦ - ٢

## المتتابعات الحسابية كدواال خطية

## لماذا؟



في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

٤٠٠ متر في دقيقة و ٣٢ ثانية.

٨٠٠ متر في ٣ دقائق و ٤ ثوانٍ.

١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و ٣٦ ثانية.

١٦٠٠ متر في ٦ دقائق ٨ ثوانٍ.

وأنهى الفريق السباق كاملاً في زمن قدره ٧ دقائق و ٤٠ ثانية.

**تعرف المتتابعات الحسابية:** يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدواال خطية. **المتتابعة** هي مجموعة مرتبة من الأعداد ، ويُسمى كل عدد فيها **حداً**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكوّن جدواً، ثم حلل البيانات.

المسافة (متر)	الزمن (ثواني: دقائق)
٢٠٠٠	٧:٤٠
١٦٠٠	٦:٠٨
١٢٠٠	٤:٣٦
٨٠٠	٣:٠٤
٤٠٠	١:٣٢

↓  
١:٣٢ +      ١:٣٢ +      ١:٣٢ +      ١:٣٢ +      ١:٣٢ +

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متتابعة حسابية**. ويُسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز « $d$ ».

**مفهوم أساسي**

**المتتابعة الحسابية**

**أمثلة**

$d = 2$

**التعبير اللغطي:** المتتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس المتتابعة.

$d = 4$

٣٣، ٢٩، ٢٥، ٢١، ١٧ ...

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتتابعة التي لم تكتب.



## فيما سبق

درست الدوال الخطية

## والآن

- أتعرف المتتابعات الحسابية.
- أمثل المتتابعات الحسابية بدوال خطية.

## المفردات

المتتابعة

الحد

المتتابعة الحسابية

الأساس

## أساس المتتابعة

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.

## مثال ١ تمييز المتتابعة الحسابية

حدّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

ب)  $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{13}{16}$

$$\begin{array}{cccc} \frac{13}{16} & \frac{3}{4} & \frac{5}{8} & \frac{1}{2} \\ \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ \frac{1}{16} + & \frac{1}{8} + & \frac{1}{8} + & \end{array}$$

أ)  $\dots, 20, -4, \dots$

$$\begin{array}{cccc} 20 & -4 & 2 & \\ \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ 2+ & 2+ & 2+ & \end{array}$$

ليست متتابعة حسابية؛ لأن الفرق بين كل حد والذى يليه ثابت،

فالمتتابعة حسابية.

## تحقق من فهمك

أ)  $\dots, 1, 4, 9, 25, \dots$

ب)  $\dots, 14, 18, 22, 26, \dots$

يمكن استعمال أساس المتتابعة الحسابية لإيجاد الحد التالي فيها.

## مثال ٢ إيجاد الحد التالي

أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة الحسابية:  $15, 9, 3, \dots, 3, 9, 15, \dots$

أضف  $-6$  إلى الحد الأخير في المتتابعة لتجد الحد التالي.

$$\begin{array}{cccc} 21 & 15 & 9 & 3 \\ \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ 6 & 6 & 6 & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3 & 3 & 9 & 15 \\ \swarrow & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ 6 & 6 & 6 & \end{array}$$

الحدود الثلاثة التالية هي:  $21, 9, 15, \dots$

## تحقق من فهمك

٢) أوجد الحدود الأربع التالية في المتتابعة الحسابية:  $5, 9, 11, 12, 14, \dots$

يمكن التعبير عن أي حد من حدود المتتابعة الحسابية بدلالة الحد الأول  $a_1$  والأساس  $d$  كما يأتي:

العدد (على فرض أن  $a_1 = 5$ ،  $d = 4$ ).

الحد	الرمز	بدلالة $a_1, d$
الحد الأول	$a_1$	$a_1$
الحد الثاني	$a_2$	$a_1 + d$
الحد الثالث	$a_3$	$a_1 + 2d$
الحد الرابع	$a_4$	$a_1 + 3d$
...	...	...
الحد التوالي	$a_n$	$a_1 + (n-1)d$



## تاريخ الرياضيات

ابن حمزة المغربي:  
عالم مسلم عاش في القرن ١٠ هـ، درس المتتابعات الحسابية وال الهندسية، والربط بينها، ليضع أساس علم اللوغاريتمات في كتابه "تحفة الأعداد لذوي الرشد والسداد".

أضف إلى

مجموك

## الحد التوالي في متتابعة حسابية

## مفهوم أساسي

يُعبر عن الحد التوالي لمتابعة حسابية حدها الأول  $a_1$ ، وأساسها  $d$  بالصيغة:  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ، حيث  $n$  عدد صحيح موجب.

الحد التنوبي:

بما أن  $n$  تمثل ترتيب  
الحد، فإن قيمها هي  
الأعداد الصحيحة  
الموجبة.

## مثال ٣ إيجاد الحد التنوبي

- أ) اكتب معادلة الحد التنوبي للمتتابعة الحسابية:  $-12, -8, -4, \dots, 0$

**الخطوة ١:** أوجد الأساس.

$$\begin{array}{cccc} & -12 & -8 & -4 \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ \text{الأساس} & 4 & 4 & 4 \end{array}$$

- الخطوة ٢:** اكتب المعادلة:

معادلة الحد التنوبي بشكل عام

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1 = -12, d = 4$$

$$a_n = -12 + (n-1)4$$

خاصية التوزيع

$$= -12 + n4 - 4$$

بسط

$$= n4 - 16$$

- ب) أوجد الحد التاسع في المتتابعة السابقة.

عُوض  $9$  بدلاً من  $n$  في معادلة الحد التنوبي التي توصلت إليها في الفقرة أ.

معادلة الحد التنوبي

$$a_n = 16 - 4n$$

$$n = 9$$

$$a_9 = 16 - 4(9)$$

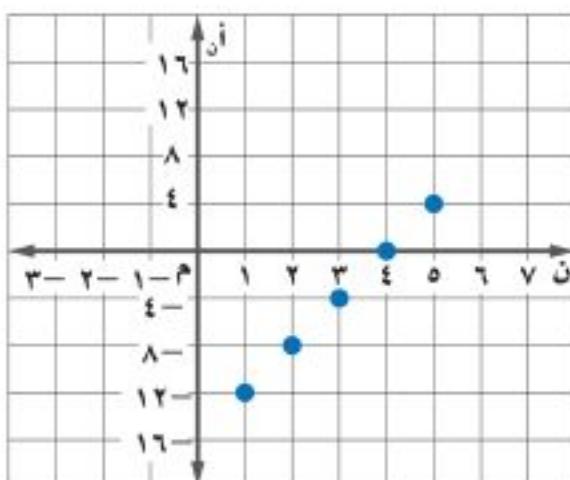
اضرب

$$= 16 - 36$$

بسط

$$= -20$$

- ج) مثل الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة بيانياً.



$(n, a_n)$	$a_n$	$16 - 4n$	$n$
$(-5, -12)$	$-12$	$16 - 4(-5)$	$1$
$(-4, -8)$	$-8$	$16 - 4(-4)$	$2$
$(-3, -4)$	$-4$	$16 - 4(-3)$	$3$
$(-2, 0)$	$0$	$16 - 4(-2)$	$4$
$(-1, 4)$	$4$	$16 - 4(-1)$	$5$

- د) ما الحد الذي قيمته  $32$ ؟

عُوض  $32$  بدلاً من  $a_n$  في معادلة الحد التنوبي.

معادلة الحد التنوبي

$$a_n = 16 - 4n$$

$$32 = 16 - 4n$$

اضف  $16$  إلى الطرفين

$$16 + 32 = 4n - 16$$

بسط

$$48 = 4n$$

اقسم على  $4$

$$12 = n$$

إذن الحد الذي قيمته  $32$  هو الثاني عشر.

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية:  $3, 10, 23, 36, \dots$  أجب عما يأتي:

- أ) اكتب معادلة الحد التنوبي للمتتابعة.

- ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

- ج) مثل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانياً.

- د) ما الحد الذي قيمته  $(-114)$ ؟



**الممتباutes الحسابية والدوال:** كما رأيت في المثال ٣ التمثيل البياني للحدود الأولى للممتباute الحسابية يظهر أنها تقع على خط مستقيم. فالممتباute الحسابية هي دالة خطية يكون فيها  $(n)$  متغيراً مستقلاً، أن متغيراً تابعاً،  $(d)$  هو الميل؛ لذا يمكن إعادة كتابة معادلة الحد التوسيع على صورة الدالة:  $q(n) = (n - 1)d + a$ ، حيث  $n$  عدد صحيح موجب.

وعلى الرغم من أن مجال معظم الدوال الخطية هو الأعداد الحقيقة، فإن مجال الدالة في المثال ٣ هو مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، ومداها هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

#### مثال ٤ من واقع الحياة الممتباute الحسابية باعتبارها دالة

**دعوة:** الممتباute الحسابية  $25, 0, 50, 0, 75, 0$  ريال، ... تمثل تكلفة الرسائل النصية التي أرسلها منصور لأصدقائه لحضور حفل زفافه مقابل إرساله رسالة واحدة، رسالتين،  $3$  رسائل،  $4$  رسائل، ...

أ) اكتب دالة تعبير عن هذه الممتباute.

$$25, 0, 50, 0, 75, 0$$

$$\underbrace{25}_{0,25+}, \underbrace{50}_{0,25+}, \underbrace{75}_{0,25+}$$

الحد الأول في الممتباute أ، هو  $25, 0$ ، وأساسها  $25, 0$ ، أيضاً.

$$\text{معادلة الحد التوسيع} \quad a + (n - 1)d$$

$$a = 25, 0 \quad d = (n - 1)25 =$$

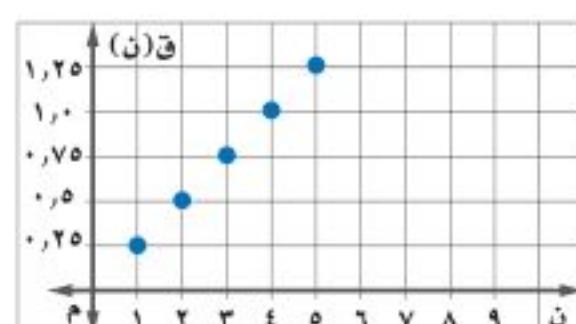
$$\text{خاصية التوزيع} \quad 25 + 0, 25n =$$

$$\text{بسط.} \quad n = 25, 0$$

فتكون الدالة:  $q(n) = 25, 0n$ .

ب) مثل الدالة بيانياً، وحدد مجالها.

معدل التغير للدالة  $25, 0$ ، كون جدولًا للدالة، ثم عين النقاط بيانياً.



$n$	$q(n)$
1	0, 25
2	0, 50
3	0, 75
4	1
5	1, 25

بما أن مجال الدالة هو عدد الرسائل التي بعثها منصور؛ لذا فال المجال =  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

#### تحقق من فهمك

**٤) الوثب الطويل:** يبيّن الجدول الآتي أطوال وثبات محمد في أثناء تدربه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	طول الوثبة (متر)
٤	٢
٣	٢, ٢
٢	٢, ١
١	٢



#### الربط مع الحياة

يُعد الرياضي السعودي حسين السبع أول واثب عربي يتحطى حاجز ٨ أمتار، وذلك بعد أن سجل ٨,٠٤ أمتار في تصفيات دورة الألعاب الأولمبية بالعاصمة الصينية عام ٢٠٠٨.

المصدر: وكالة الأنباء السعودية

**مثال ١** حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

- (٢) ...،١٩،١٤،٩،٤ (١) ...،١٣،١٥،١٦،١٨

**مثال ٢** أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

- (٤) ...،٣،٦،٩،١٢ (٣) ...،٣،٦،٩،١٢

**مثال ٣** اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانياً:

- (٦) ...،٥،٠،٥،١ (٥) ...،٩،١١،١٣،١٥

**مثال ٤** **توفير:** يملك يوسف ٥٢٥ ريالاً في حساب توفيره. وبعد شهر أصبح لديه ٥٨٠ ريالاً، وفي الشهر التالي بلغ رصيده ٦٣٥ ريالاً. وبعد الشهر الثالث كان رصيده ٦٩٠ ريالاً. اكتب دالة تعبّر عن المتتابعة الحسابية، ثم مثلّها بيانياً.

### تدريب وحل المسائل

**مثال ١** حدد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسّر إجابتك:

- (٩) ...،١٦،٨،٤،٢ (٨) ...،٩،٥،١،٣

**مثال ٢** أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

- (١١) ...،٢١،١٩،١٧،١٥ (١٠) ...،٠٢،٠٠،١٥،١٧،١٩،٢١

- (١٢) ...،٣٣،٢٣،١٣ (١٣) ...،٠٠،١٠،١٣،٢٣،٣٠

**مثال ٣** اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثل حدودها الخمسة الأولى بيانياً:

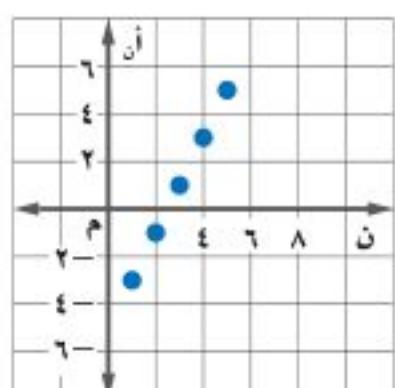
- (١٤) ...،١٣،٨،٣،٢ (١٥) ...،١٣،٨،٣،٢،١٤،١،٠٨،٠٠،٠٢

- (١٦) ...،٢٣،١٩،١١،١٥ (١٧) ...،٠٠،٢٥،٠٠،٥،٠٠

**مثال ٤** **حدائق ترفيهية:** لعب حمد وأصدقاؤه في مدينة الألعاب لعتدين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، وبعد ثلاثة ساعات ٦ ألعاب.

أ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

ب) مثلّ الدالة بيانياً، وحدد المجال.



**١٩** مستعملاً التمثيل البياني المجاور لمتابعة حسابية:

أ) اكتب الحدود الخمسة الأولى.

ب) اكتب معادلة الحد النوني.

ج) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

**٢٠** **إعلانات:** تتقاضى إحدى الصحف أجور الإعلانات بحسب عدد كلمات الإعلان. اكتب دالة تعبّر عن تكاليف الإعلان.

**٢١** ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وأساسها ٢



٢٢) متابعة حسابية أساسها -٥. إذا كان  $A_2$  يساوي ٢٢ فما قيمة  $A_1$ ؟

٢٣) ما الحد الذي قيمته -٣٦ في المتابعة الحسابية  $28, 20, 12, \dots$ ؟

٢٤) **تمثيلات متعددة:** في متابعة فيبوناتشي قيمة أي حد (بعد أول حدين)، تساوي مجموع الحدين السابقين له.

والحدود الستة الأولى لها هي:  $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

أ) جبرياً: اكتب معادلة الحد التنوبي إذا كانت  $n \leq 3$ .

ب) جبرياً: أوجد الحد الخامس عشر في المتابعة.

ج) تحليلياً: بُين ما إذا كانت متابعة فيبوناتشي حسابية أم لا؟

### مسائل مهارات التفكير العليا

٢٥) **مسألة مفتوحة:** كُون متابعة حسابية أساسها ١٠.

٢٦) **تحدد:** أوجد قيمة  $s$  التي تجعل  $s+8, s+4, s+6, s+3$  الحدود الثلاثة الأولى لمتابعة حسابية.

٢٧) بُين إذا كانت المتابعة:  $s-1, s-3, s-2, s-5, s-7, \dots$  حسابية أم لا، وفسّر إجابتك.

٢٨) **تحدد:** بُين هل المتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ)  $s+2, s+3, s+4, s+8, \dots$

ب) **اكتب:** وضح كيف تجد حدّاً معيناً في متابعة حسابية، وكيف تكتب المتابعة الحسابية كدالة خطية.

### تدريب على اختبار

٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟

ج)  $\{(2, 1), (3, 2), (4, 3), (0, 0), (-1, -2), (-2, -1)\}$

أ)  $\{(-6, 5), (-4, 4), (-2, 3), (1, 2), (2, 4)\}$

د)  $\{(-6, 5), (-4, 4), (-2, 3), (0, 0), (1, 2)\}$

ب)  $\{(1, 3), (3, 5), (4, 3), (2, 6)\}$

٣١) أوجد معادلة الحد التنوبي للمتابعة الحسابية:  $-7, -4, -1, 2, 1, -4, \dots$

د)  $A_n = 3n + 4$

ج)  $A_n = 3n - 10$

ب)  $A_n = 7n + 1$

أ)  $A_n = 3n - 4$

### مراجعة تراكمية

٣٢) أوجد ميل المستقيم المار بال نقطتين  $(-1, 2), (1, -3)$ . (الدرس ٥-٢)

٣٣) حلّ كلاً من المعادلين الآتيين بيانياً: (الدرس ٤-٢)

$$3s + 3 = 1 - s \quad (34)$$

$$1 - s = 3 - s \quad (33)$$

٣٤) حلّ المعادلة  $s + 8 = 7 - s$ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٣-١)

٣٥) حلّ المعادلة  $3s = 12$ . (الدرس ٢-١)

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة :

مثّل كلاً من المعادلات الآتية بيانياً:

$$s - c = -4 \quad (38)$$

$$c - s = 8 \quad (37)$$



## اختبار الفصل



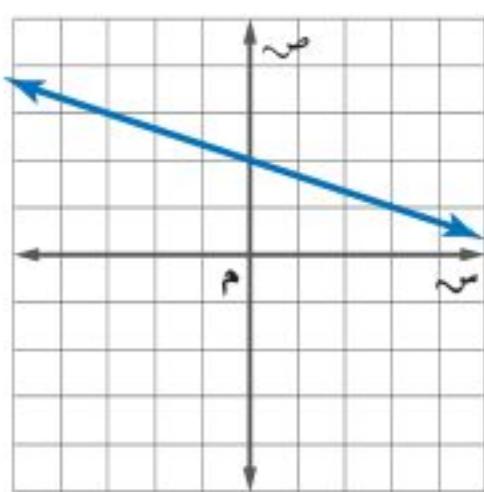
أُوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

$$(12) (7, 3), (8, 5)$$

$$(13) (2, 3), (5, 2)$$

$$(14) (4, 6), (6, 3)$$

(15) اختصار من متعدد: أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل؟



$$\text{أ) } -3$$

$$\text{ب) } \frac{1}{3}$$

$$\text{ج) } 3$$

$$\text{د) } \frac{1}{3}$$

(16) اختصار من متعدد: ما قيمة  $r$  التي تجعل ميل المستقيم المار بال نقطتين  $(1, r)$ ,  $(0, 3)$  يساوي  $2$ ؟

$$\text{أ) } 3$$

$$\text{ب) } \frac{2}{5}$$

$$\text{ج) } -3$$

$$\text{د) } \frac{5}{2}$$

(17) أُوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة:

$$\dots, 15, 11, 8, 6, 5$$

بيانٌ ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وإذا كانت حسابية فما أساسها؟

$$(18) \dots, 40, 32, 24, 16, \dots$$

$$(19) \dots, 75, 50, 35, 20, 12, 6, 3, 1$$



(1) مثل العلاقة الآتية بجدول، وبمخطط سهمي، وبيانياً،

ثم حدد كلاً من مجالها ومداها:

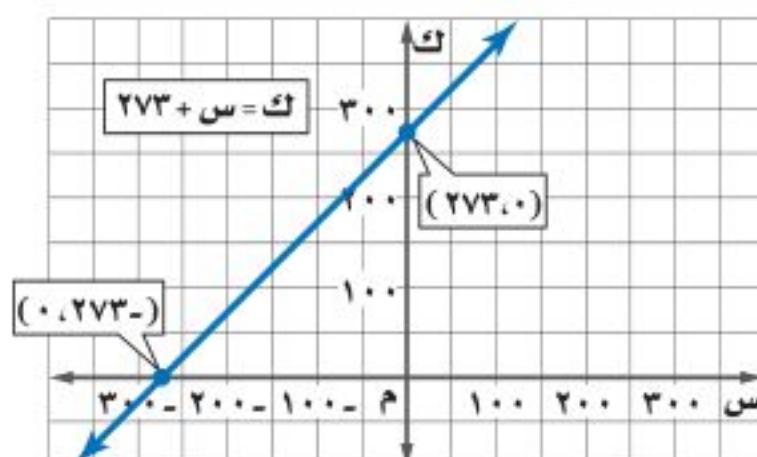
$$\{(3, 0), (4, 1), (0, 2), (-1, 3), (-2, 4)\}$$

إذا كان  $d(s) = 5 - 2s$  ،  $h(s) = s^2 + 7s$

فأُوجد قيمة كل من :

$$(2) h(3) \quad d(-6)$$

(4) درجة الحرارة: يبيّن الشكل أدناه معادلة تحويل درجات الحرارة السيليزية ( $s$ ) إلى درجات الحرارة على مقياس كلفن ( $k$ ).



(أ) حدد كلاً من المتغير المستقل، والمتغير التابع، وفسّر ذلك.

(ب) أُوجد المقطع  $s$  والمقطع  $k$ ، وماذا يعني كل منهما في هذه الحالة؟

مثل كلاً من المعادلات الآتية بيانياً:

$$(5) s = 2 + 4$$

$$(6) s = 4 - 2$$

$$(7) s + 2s = -1$$

$$(8) -3s = 5 - s$$

حلَّ كُلَّ معادلة مما يأتي بيانياً:

$$(9) 4s + 2 = 0$$

$$(10) 0 = s - 6$$

$$(11) 12s = 4s + 16$$

# الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

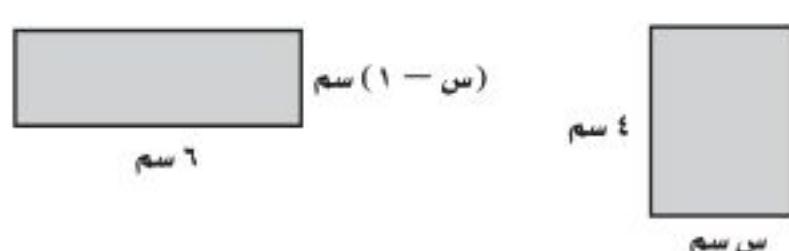
٤) الجدول الآتي يبيّن تكلفة شراء عدد من الوجبات (ن) وخدمة التوصيل.

التكلفة (ريال)	عدد الوجبات
٦٠	١
٨٥	٢
١١٠	٣
١٣٥	٤

أيُّ المعادلات الآتية تعبر عن الموقف؟

- أ)  $D(n) = 25n + 25$       ج)  $D(n) = 35n + 35$   
 ب)  $D(n) = 25n + 30$       د)  $D(n) = 35n + 40$

٥) إذا كان للشكليين الآتيين المساحة نفسها، فأوجد قيمة س.



- أ) ٣  
 ب) ٤  
 ج) ٥  
 د) ٦

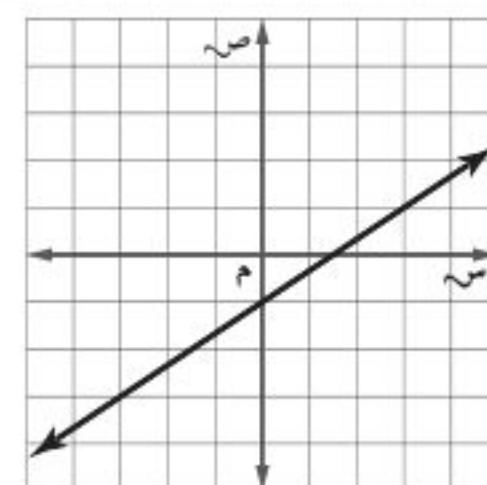
٦) الجدول أدناه يبيّن كميات الأمطار بعد عدد معين من الساعات.

الساعة (س)	الكمية (ص)
٤	١,٨
٣	١,٣٥
٢	٠,٩
١	٠,٤٥

ما الدالة الخطية التي تعبر عن الموقف؟

- أ)  $s = 45, c = ١,٨$       ج)  $c = ٤٥, s = ١,٨$   
 ب)  $s = ٤٥, c = ٠$       د)  $c = ٤٥, s = ٠$

١) أي مما يأتي يساوي ميل المستقيم المبين في الشكل أدناه؟



- أ)  $-\frac{1}{3}$   
 ب)  $\frac{1}{2}$   
 ج)  $\frac{2}{3}$   
 د)  $\frac{3}{2}$

٢) أوجد معدل التغير للدالة الخطية بناءً على الجدول أدناه.

ساعات العمل	الأجر (ريال)
٤	٢٢٠
٣	١٦٥
٢	١١٠
١	٥٥

- أ) زيادة ٦٥ ريالاً في الساعة.  
 ب) زيادة ٥٥ ريالاً في الساعة.  
 ج) نقصان ٥٥ ريالاً في الساعة.  
 د) نقصان ٦٥ ريالاً في الساعة.

٣) ما معادلة الحد التوسي للمتتابعة:  
 $2, 4, 7, 10, 13, \dots$ ؟

- أ)  $A_n = 2n - 1$   
 ب)  $A_n = 2n + 4$   
 ج)  $A_n = 3n + 2$   
 د)  $A_n = 3n - 5$

## الفصلان ١ ، ٢

### إجابة مطولة

٩) أطلق بالون من ارتفاع ٦٠ قدمًا فوق سطح الأرض لأعلى، إذا كان معدل ارتفاع البالون ١٥ قدمًا/ الدقيقة.

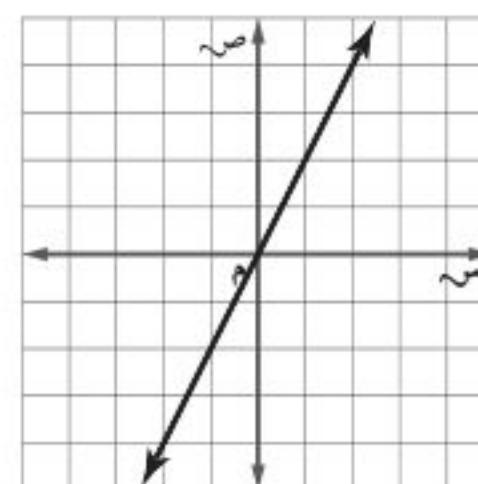
أ) فأوجد ارتفاع البالون بعد: دقيقة، دقيقتين، ٣ دقائق، ٤ دقائق من إطلاقه.

ب) إذا كانت ز تعبّر عن الزمن الذي أطلق بالون، ع تمثّل ارتفاع البالون، فعبّر عن الموقف بمتابعة حسابية.

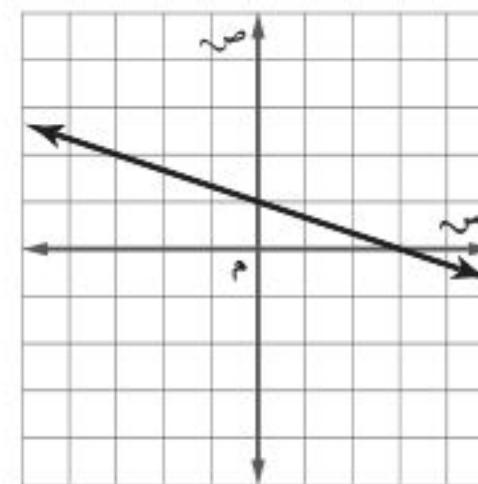
ج) استعمل المعادلة في الفرع ب لإيجاد ارتفاع البالون بعد ٨ دقائق من إطلاقه.

### إجابة قصيرة

٧) أوجد المقاطعين السيني والصادي للمسقى الممثل أدناه.



٨) استعمل التمثيل البياني أدناه لحل المعادلة:  $\frac{1}{3}s + 1 = 0$



للمساعدة ..									
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	إذا لم تجب عن السؤال ..
٣-٢	٣-٢	٣-٢	٦-٢	٤-١	١-١	٦-٢	٥-٢	٥-٢	فراجع الدرس ..

٢٠٢١ - ١٤٤٣

# الفصل ٣

## الدواال الخطية

### فيما سبق

درست تمثيل الدوال الخطية بيانياً.

### والأآن

- أكتب المعادلات الخطية بصيغها المختلفة وأمثلها بيانياً.
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معلومة ويوzioni / يعادل مستقيماً معلوماً.

### المادة

 **سفر:** يختلف عدد الرحلات الجوية من سنة إلى أخرى، وبناءً على البيانات السنوية لعدد الرحلات يمكن إيجاد معدل التغير السنوي لتحديد النموذج الخطي المستعمل للتنبؤ بعدد الرحلات في السنوات القادمة.

### المفردات

- صيغة الميل والمقطع ص (٩٤)
- التنبيء الخطي ص (١٠٢)
- صيغة الميل ونقطة ص (١٠٨)
- المستقيمان المتوازيان ص (١١٣)
- المستقيمان المتعامدان ص (١١٤)

## المطويات

### منظم أفكار

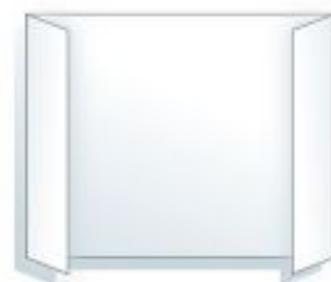
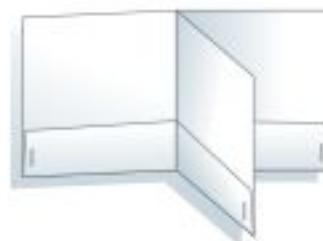
**الدواال الخطية** أعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الدوال الخطية، مبتدئاً بورقة A3 .

٤ سم غلاف  
المطوية بعنوان  
الفصل.

٢ اطو النصف العلوي للورقة  
إلى أسفل، ثم اطو الورقة من  
المتصف إلى الخلف واقلبها  
لتتشكل جيّعاً مع الحواف  
السفليّة.

٢ اطو الورقة من المتصف  
طوليّاً وعرضيّاً، ثم افتح  
الطي، وقص على طول خط  
الطي من الأعلى إلى المركز.

١ اطو الحافتين  
الصغيرتين من  
الورقة طوليّاً  
بمقدار ٤ سم  
لكل منها.





## التهيئة للفصل ٣

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

### مراجعة سريعة

### اختبار سريع

#### مثال ١

أوجد قيمة:  $(m - n)^2 + 3b$  عندما  $m = 5$ ،  $n = 2$ ،  $b = 3$ .

العبارة الأصلية

$$(m - n)^2 + 3b$$

$$= (5 - 2)^2 + 3b$$

$$= (3)^2 + 3b$$

اطرح

$$= 9 + 3b$$

أوجد قيمة القوة

$$= 9 + (9)b$$

اضرب

$$= 9 + 81b$$

اجمع

$$= 9 + 81b$$

#### مثال ٢

حل المعادلة  $5s + 15 = 9$

المعادلة الأصلية

$$9 = 15 + 5s$$

اطرح ١٥ من الطرفين

$$15 - 9 = 15 - 15 + 5s$$

بسط

$$6 = 5s$$

اقسم كل طرف على ٥

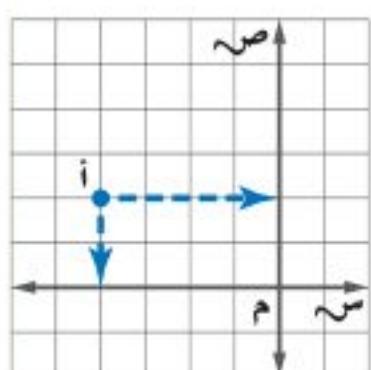
$$\frac{6}{5} = \frac{s}{5}$$

بسط

$$s = \frac{6}{5}$$

#### مثال ٣

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل النقطة أ.



**الخطوة ١:** ابدأ من النقطة أ.

**الخطوة ٢:** أنزل خطأ رأسياً إلى المحور (س)، فيكون الإحداثي السيني هو -٤.

**الخطوة ٣:** أنزل خطأ أفقياً إلى المحور (ص)، فيكون الإحداثي الصادي هو ٢.

إذن الزوج المرتب للنقطة أ هو (-٤, ٢).

أوجد قيمة  $a^3 - 2ab + jc$  عند القيم المعطاة: (الدرس ١-١)

(١)  $a = 2$ ،  $b = 1$ ،  $j = 5$

(٢)  $a = -1$ ،  $b = 0$ ،  $j = 11$

(٣)  $a = 5$ ،  $b = -3$ ،  $j = -9$

**٤) استئجار سيارة:** تمثل تكلفة استئجار سيارة بالمعادلة  $t = 4s + 30$ ، حيث يمثل  $s$  عدد الأيام، وص عدد الكيلومترات. أوجد تكلفة استئجار السيارة مدة ٥ أيام لقطع مسافة ٤٢٥ كيلم.

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدروس ٤-١، ٣-١، ٢-١)

(٥)  $s = 3 + 5$

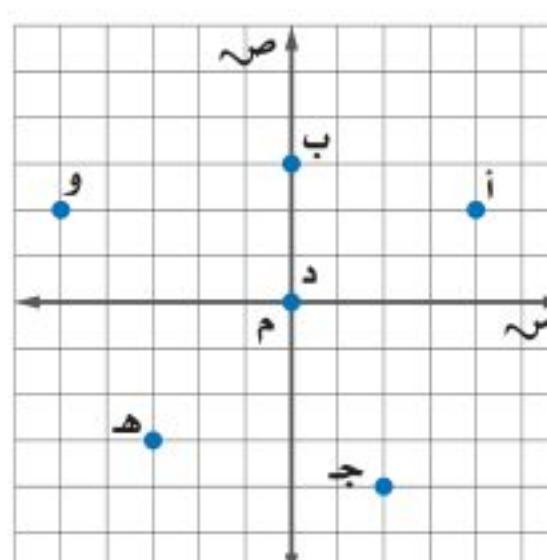
(٦)  $s = 4 - 6$

(٧)  $2s - 2 = s + 3$

**٨) هندسة:** إذا علمت أن قانون محيط المستطيل هو  $MH = 2L + 2s$ ، حيث  $L$  = الطول،  $s$  = العرض، فأوجد قيمة  $s$  بدلالة كل من  $L$ ،  $MH$ .

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي:

(الدرس ١-٢)



(٩)  $w$

(١٠)  $b$

(١١)  $g$

(١٢)  $d$

(١٣)  $h$

(١٤)  $w$



## تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًا

### لماذا؟

#### مسابقة الشعر



يحفظ جميل ٥٠٠ بيت من الشعر، وعندما اشتراك في نادي الشعر بدأ بحفظ ٣٠ بيتاً جديداً كل شهر. ولمعرفة عدد الأبيات ( $s$ ) التي يحفظها بعد ( $t$ ) شهراً نكتب المعادلة:

$$s = 30t + 500.$$

**صيغة الميل والمقطع:** يمكن كتابة أي معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع. على النحو:  $s = mt + b$  حيث  $m$  الميل،  $b$  المقطع الصادي، وأي تغيير في قيمة أي منها يؤدي إلى تغيير التمثيل البياني للالمعادلة.

### فيما سبق

درست معدل التغير والميل.

### والأآن

- اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وأمثلها بيانيًا.
- أمثل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

### المفردات

صيغة الميل والمقطع

مطوية
صيغة الميل والمقطع
مفهوم أساسى

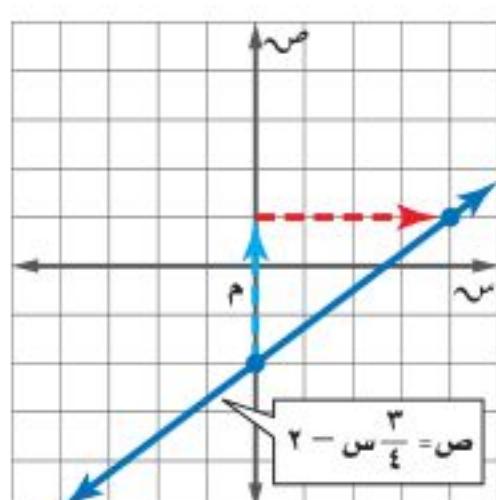
التعبير اللغطي: صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي:  $s = mt + b$ ،  $m$  = الميل،  $b$  = المقطع الصادي.

مثال:  $s = \frac{3}{4}t + 2$

**الميل**  $\uparrow$       **المقطع الصادي**  $\downarrow$

### مثال ١ كتابة المعادلة وتمثيلها بيانيًا

اكتب معادلة المستقيم الذي ميله  $\frac{3}{4}$ ، ومقطعه الصادي = -٢ بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانيًا.



صيغة الميل والمقطع

$$s = \frac{3}{4}t - 2$$

بسط

والآن، مثل المعادلة بيانيًا.

**الخطوة ١:** عين النقطة (٠، -٢) التي تمثل المقطع الصادي

**الخطوة ٢:** الميل =  $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{3}{4}$ ، تحرّك من النقطة (٠، -٢) بمقدار ٣ وحدات إلى الأعلى، و٤ وحدات إلى اليمين وعين النقطة الجديدة.

**الخطوة ٣:** ارسم خطًا مستقيماً يمر بهاتين النقطتين.

### تحقق من فهمك



اكتب معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانيًا:

(أ) الميل =  $-\frac{1}{2}$ ، المقطع الصادي = ٣  
 (ب) الميل = -٣، المقطع الصادي = ٣

إذا لم تكن المعادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، فإن إعادة كتابتها بهذه الصيغة تسهل تمثيلها بيانياً.

### تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

#### مثال ٢

مثل المعادلة  $3s + 2c = 6$  بيانياً.

أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

المعادلة الأصلية

$$3s + 2c = 6$$

اطرح  $3s$  من طرفي المعادلة

$$3s + 2c - 3s = 6 - 3s$$

بسط

$$2c = 6 - 3s$$

$$6 - 3s = 6 - 3s + 3s$$

$$2c = 6 - 3s$$

اقسم كل طرف على ٢

$$\frac{2c}{2} = \frac{6 - 3s}{2}$$

صيغة الميل والمقطع

$$c = -\frac{3}{2}s + 3$$

والآن، مثل المعادلة بيانياً، الميل =  $-\frac{3}{2}$ ، والمقطع الصادي = ٣.

**الخطوة ١:** عين المقطع الصادي (٣، ٠)

**الخطوة ٢:** الميل =  $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{-3}{2}$ ، تحرك من النقطة (٣، ٠) إلى الأسفل ٣ وحدات ووحدتين إلى اليمين، وعين النقطة الجديدة.

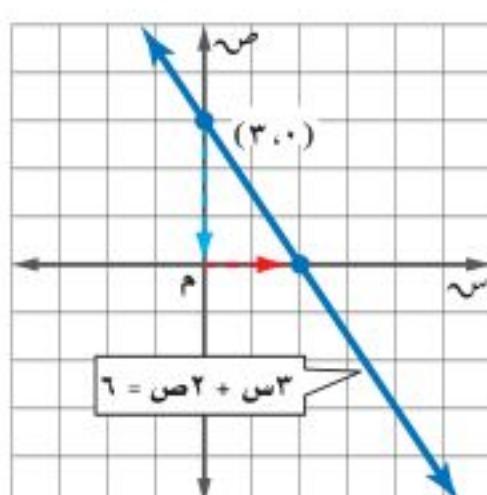
**الخطوة ٣:** ارسم خطًا مستقيماً يصل بين النقطتين.

#### تحقق من فهمك

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

$$2b - 2s + 5c = 10$$

$$12 - 3s - 4c = 0$$



#### ارشادات للدراسة

المتغيرات التابعه :

ص هو المتغير التابع؛ لأنَّه يعتمد على التغيير في س.

#### ارشادات للدراسة

الميل والاتجاه :

لتحديد النقطة الثانية التي يمر بها المستقيم؛ انطلاقاً من النقطة التي تمثل المقطع الصادي، نستعمل الميل، فإذا كان موجباً فتحرك إلى أعلى وإلى اليمين. وإذا كان سالباً فإما أن يكون البسط سالباً فتحرك إلى الأسفل، وإنما أن يكون المقام سالباً فتحرك إلى اليسار. وفي كلتا الحالين نحصل على المستقيم نفسه.

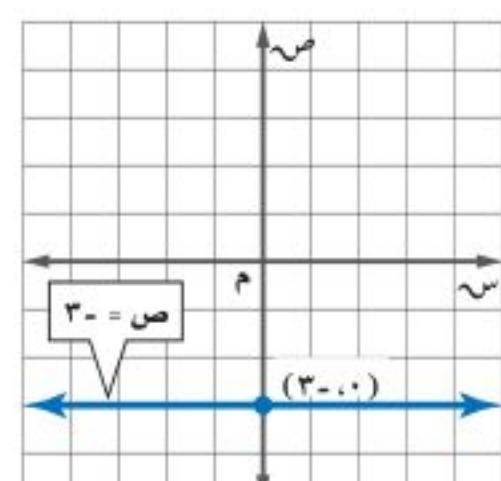
بما أن ميل المستقيمات الأفقيه يساوي صفرًا، لذا فمعادلات المستقيمات الأفقيه يمكن أن تُكتب بصيغة الميل والمقطع في صورة:  $c = s + b$ ، أو  $s = c - b$ . أما الخطوط المستقيمة الرأسية فليس لها ميل، لذا، لا يمكن كتابة معادلاتها بصيغة الميل والمقطع.

### تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

#### مثال ٣

مثل المعادلة  $c = -3s$  بيانياً.

**الخطوة ١:** عين المقطع الصادي (٠، ٠).



**الخطوة ٢:** الميل = ٠، ارسم خطًا مستقيماً يمر بالنقاط التي إحداثياتها الصادي (-3, 0).

#### تحقق من فهمك

مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

$$2c = 1$$

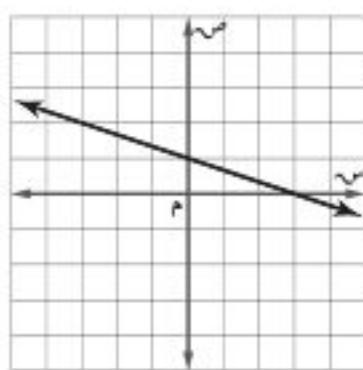
$$13 - 5c = 0$$



لاحظ أن معادلات المستقيمات الأفقية لا تتضمن المتغير  $s$ ، وأن تمثيلها لا يقطع محور السينات ما عدا التمثيل البياني للمعادلة  $s = 0$  الذي ينطبق على محور السينات.

قد تحتاج أحياناً إلى كتابة معادلة عرف تمثيلها البياني. ولإجراء ذلك، عين المقطع الصادي، ثم استعمل الحركة أفقياً ورأسيًا لإيجاد نقطة أخرى على الشكل، ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

#### مثال ٤ من اختبار



أي مما يأتي يمثل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟

أ)  $ص = -3s + 1$

ج)  $ص = -\frac{1}{3}s + 1$

د)  $ص = -3s + 3$

#### إرشادات للاختبار

**حذف البدائل (الخطأ)**

حلّ التمثيل البياني وأوجد الميل والمقطع الصادي، ثم احذف البدائل التي لا تتوافق مع الشكل.

#### اقرأ السؤال:

أنت بحاجة إلى معرفة كل من: الميل والمقطع الصادي للمستقيم من أجل كتابة معادلته.

#### حل السؤال:

**الخطوة ١:** بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة  $(0, 1)$ ، لذا فالمقطع الصادي يساوي  $1$ ، وتكون الإجابة الصحيحة هي أ أو ج.

**الخطوة ٢:** للانتقال من النقطة  $(0, 1)$  إلى  $(3, 0)$ ، تحرّك وحدة واحدة إلى الأسفل وثلاث وحدات إلى اليمين، فالميل يساوي  $-\frac{1}{3}$ .

**الخطوة ٣:** اكتب المعادلة:  $ص = مس + ب$

$$ص = -\frac{1}{3}s + 1$$

**تحقق:**

يمر المستقيم بالنقطة  $(-2, 2)$  أيضاً، وتكون هذه النقطة حلّاً للمعادلة إن كانت صحيحة.

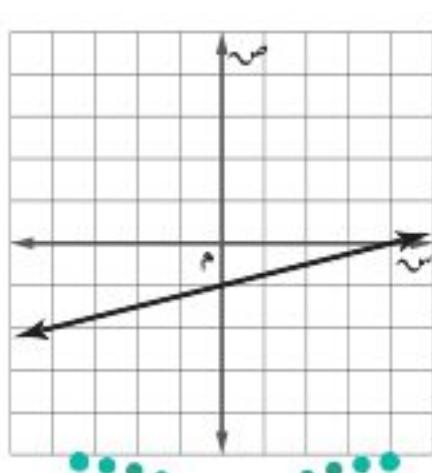
$$ص = -\frac{1}{3}s + 1$$

$$2 = -\frac{1}{3}(-3) + 1$$

$$2 = 2$$

الإجابة الصحيحة هي ج.

#### تحقق من فهمك



٤) أي مما يأتي يمثل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟

أ)  $ص = \frac{1}{4}s - 1$

ج)  $ص = 4s - 1$

ب)  $ص = 4s + 1$

د)  $ص = \frac{1}{4}s + 4$

**تمثيل بيانات من واقع الحياة:** يمكن تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة خطية إذا كان معدل تغييرها ثابتاً، فالمعدل الثابت للتغير يمثل الميل، والمقطع الصادي هو النقطة التي تكون عندها قيمة المتغير المستقل تساوي صفراً.

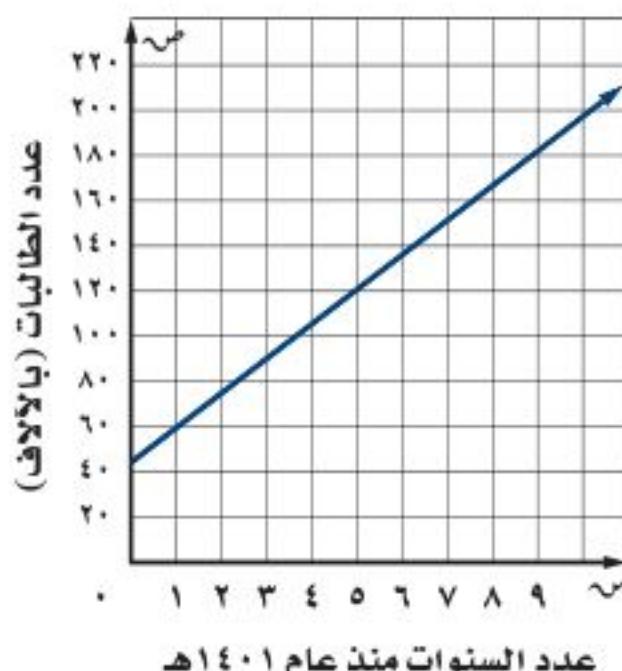
## مثال ٥ من واقع الحياة كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانياً

**مدارس:** استعمل المعلومات الواردة إلى اليمين عن عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد طالبات المرحلة الثانوية بعد عام ١٤٠١ هـ.

العدد في البداية	يتساوى	معدل التغير	في	عدد السنوات	زايد	عدد الطالبات
٤٢	+	س	×	١٧	=	ص

ليكن ص = عدد الطالبات، س = عدد السنوات منذ عام ١٤٠١ هـ.



$$\text{المعادلة هي ص} = ١٧س + ٤٢$$

ب) مثل المعادلة بيانياً.

المقطع الصادي هو نقطة البداية، لذا فالمستقيم يمر بالنقطة (٠، ٤٢). معدّل التغيير هو الميل، لذا فالميل يتساوى ١٧.

ج) قدر عدد طالبات عام ١٤٤٤ هـ.

$$\text{ص} = ١٧س + ٤٢$$

$$\begin{aligned} &\text{عوض عن س بـ (٣٦)} \\ &\text{بسط} \end{aligned}$$

$$٤٢ + (٤٣) \times ١٧ =$$

$$٧٧٣ =$$

فيكون عدد طالبات المرحلة الثانوية عام ١٤٤٤ هـ نحو ٧٧٣ ألف طالبة.



### الربط مع الحياة

بلغ عدد طالبات المرحلة الثانوية لعام ١٤٠١ هـ نحو ٤٢ ألف طالبة، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ١٧ ألف طالبة تقريباً كل سنة حيث بلغ عدد الطالبات عام ١٤٢١ هـ ٣٨٦ ألفاً تقريباً.

المصدر: الإحصائية الصادرة عن مركز الحاسوب والمعلومات في وزارة التعليم.

٥) **مهرجان خيري:** بلغت تكلفة وجبات العشاء في مهرجان خيري ١١٦٠ ريالاً، فإذا بيعت الوجبة الواحدة بـ ٥ ريالات.

أ) فاكتب معادلة تبيّن مقدار ربح المهرجان عند بيع (ن) وجبة.

ب) مثل هذه المعادلة بيانياً.

ج) أوجد مقدار الربح إذا بيعت ٨٠٠ وجبة.

### تأكد

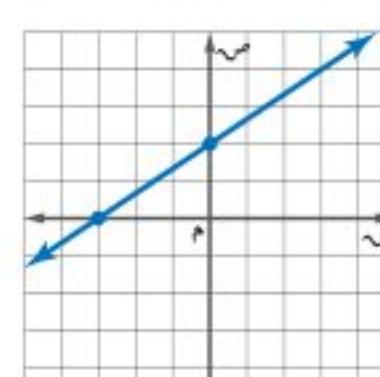
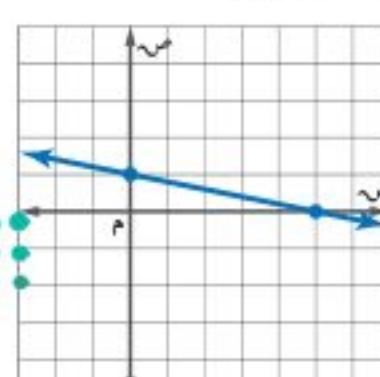
#### مثال ١

اكّتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانياً:  
الميل:  $\frac{3}{4}$  ، المقطع الصادي: -١.

$$٢س + ص = -٦$$

$$٢ - ٤س + ص = ٠$$

اكّتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:



#### المثالان ٢ ، ٣

#### مثال ٤

**مثال ٥**

**٧) نقود:** اشتري محمد أجهزة كهربائية بالتقسيط حيث دفع ٧٥٠ ريالاً دفعة أولى، ويدفع ١٠٠ ريال كل أسبوع.

- اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد (س) أسبوعاً.
- مثل المعادلة بيانياً.
- أوجد المبلغ الذي سيدفعه محمد بعد ٨ أسابيع.

**تدريب وحل المسائل****مثال ١**

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثلها بيانياً:

٩) الميل: ٣، المقطع الصادي: -٤

٨) الميل: ٥، المقطع الصادي: ٨

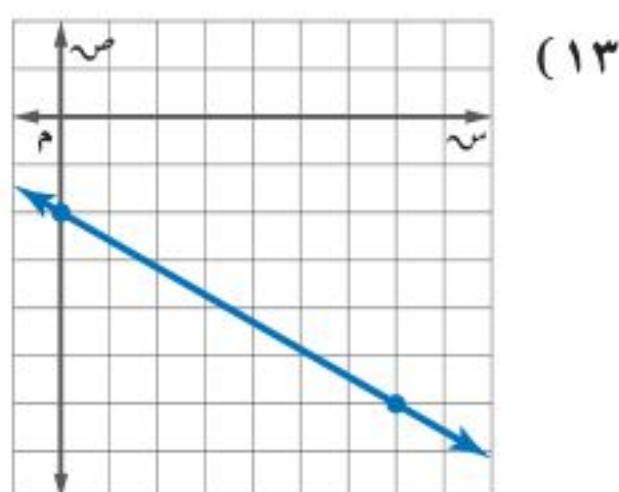
**المثالان ٢ ، ٣** مثل كل معادلة فيما يأتي بيانياً:

١١)  $s = 7$

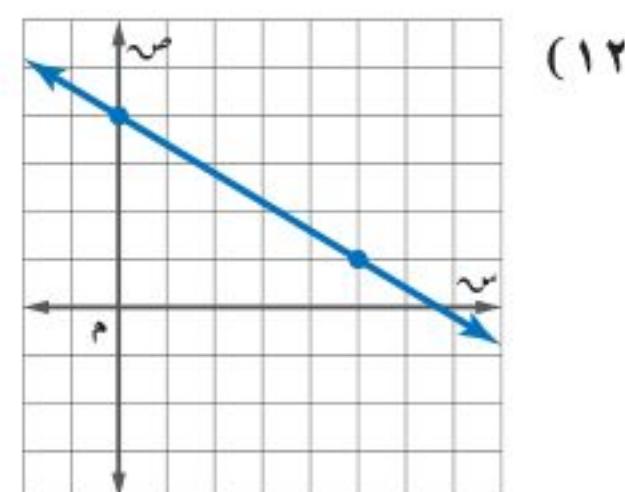
١٠)  $-5s + c = 1$

**مثال ٤**

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:



(١٣)



(١٢)

**١٤) المها العربي:** المها العربي من الثدييات المعرضة للانقراض. وقد أنشأت المملكة عدة محميات لحفظها، فكان عددها عام ١٤١٧هـ، نحو ٤٠٠ رأس، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ٥٠ رأساً تقريباً كل سنة.

أ) اكتب معادلة تمثل عدد المها في المملكة بعد (س) سنة منذ عام ١٤١٧هـ.

ب) مثل المعادلة بيانياً.

ج) قدر عدد المها عام ١٤٤٥هـ.

١٥) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله =  $-\frac{3}{7}$ ، ومقطعه الصادي: ٢

١٦) مثل المعادلة  $c = \frac{3}{4}s - 3$  بيانياً.

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١٧) الميل: -١، المقطع الصادي: ٠

١٨) الميل: -٥، المقطع الصادي: ٢٥

١٩) اكتب معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وميله ٣.

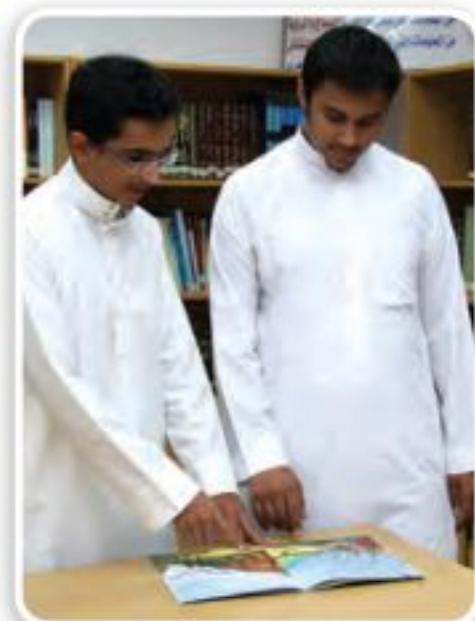
**٢٠) دراجات:** يتراوح تأجير الدراجات النارية ٥ ريالات بالإضافة إلى ٢٥ ريالاً عن كل ساعة.

أ) اكتب معادلة التكلفة الكلية لاستئجار دراجة نارية مدة (س) ساعة بصيغة الميل والمقطع:

ب) مثل المعادلة بيانياً.

ج) ما تكلفة تأجير دراجتين مدة ٨ ساعات؟

٢١) **مجلات**: تم بيع ٥٠٠٠٠ نسخة من إحدى المجلات في سنتها الأولى، وازداد هذا العدد بعد ذلك بمعدل ٥٠٠٠ نسخة في السنة.



### الربط مع الحياة

- اكتب معادلة تمثل عدد النسخ المباعة (n) بعد (ص) سنة.
- ما زالت الميل؟
- ما زالت المقطع الصادي؟
- إذا بدأت المجلة سنة ١٤٢٠ هـ، ففي أي سنة يصل عدد النسخ المباعة إلى ١٥٠٠٠٠ وفق المعدل نفسه؟

٢٢) **مسألة مفتوحة**: اكتب موقفاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بدالة خطية، ثم اكتب هذه الدالة ومثلها بيانياً.

٢٣) **تبرير**: بين ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة الخط الرأسي بصيغة الميل والمقطع أم لا، وفسر إجابتك.

٢٤) **تحدّ**: ما الخصائص المشتركة للتمثيلات البيانية للمعادلات الآتية:

$$ص = 2س + 3, ص = 4س + 3, ص = -س + 3, ص = -10س + 3$$

٢٥) **اكتب**: وضح كيف تجد معدل تغير معادلة خطية بالصيغة القياسية.

مجلة «القافلة» من أوائل المجالات التي ظهرت في المملكة عام ١٣٧٣ هـ، وكان يكتب فيها أدباء على مستوى العالم العربي.

المصدر: [www.qafilah.com](http://www.qafilah.com)

### تدريب على اختبار

٢٧) تحتاج وصفة كعكة الفواكه إلى ٥٠ ملليترًا من عصير البرتقال لكل ١٥٠ ملليترًا من عصير الليمون، فإذا استعملت فدوى ٦٠٠ ملليلتر من عصير الليمون، فكم ملليترًا من عصير البرتقال تم استعماله؟

ج) ٢٠٠

أ) ١٥٠

د) ٥٠

ب) ٦٠٠

٢٦) يحتوي مخزن للإلكترونيات على س قرصاً مدمجاً، فإذا بيع منها ٣٥٠ قرصاً، وأضيف إليها ٣ ص من الأقراص، فأي عبارة مما يأتي تمثل عدد الأقراص التي أصبحت موجودة في المخزن؟

أ)  $350 + 3ص - س$  ج)  $س + 350 + 3ص$

ب)  $س - 350 - 3ص$  د)  $3ص - 350 - س$

### مراجعة تراكمية

٢٨) اكتب معادلة الحد التنوبي للممتتابعة الحسابية ٣، ١١، ٧، ١٥، ... (الدرس ٦-٢)

٢٩) أوجد الحدين الرابع والخامس للممتتابعة ١، ٥، ٢، ٦، ٣، ٧، ... (الدرس ٦-٢)

٣٠) حل المعادلة  $3 - 2s = 6$ . (الدرس ١-٣)

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:



## كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

### المادة

٢ - ٣

### فيما سبق

درست تمثيل مستقيم علم ميله ومقطعيه الصادي.

### والآن

- أكتب معادلة مستقيم إذا علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.
- أكتب معادلة مستقيم علمت إحداثيات نقطتين يمر بهما بصيغة الميل والمقطع.

### المفردات

التنبؤ الخطى

#### مثال ١ كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع

أكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وميله ٣.

حيث أعطى في هذا المثال ميل المستقيم ولم يعط المقطع الصادي له، لذا فإنك تحتاج لإيجاده أولاً.

**الخطوة ١:** أوجد المقطع الصادي.

صيغة الميل والمقطع

$$\text{ص} = \text{م}\text{س} + \text{ب}$$

عَوْض عن م بـ ٣، وعن ص بـ ١، وعن س بـ ٢

$$١ = ٣(٢) + \text{ب}$$

بسط

$$١ = ٦ + \text{ب}$$

اطرح ٦ من كل طرف

$$١ - ٦ = ٦ + \text{ب} - ٦$$

بسط

$$٥ = \text{ب}$$

**الخطوة ٢:** أكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

صيغة الميل والمقطع

$$\text{ص} = \text{م}\text{س} + \text{ب}$$

عَوْض عن م بـ ٣، وعن بـ ٥

$$\text{ص} = ٣\text{س} - ٥$$

ف تكون المعادلة هي:  $\text{ص} = ٣\text{س} - ٥$ .

### تحقق من فهمك

١) أكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ٥) وميله ٤.

## مثال ٢

### كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما

اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين (١، ٣)، (٢، ٤) :

**الخطوة ١:** أوجد ميل المستقيم المار بال نقطتين.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل} & \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ (س_١, ص_١) = (٣, ١), (س_٢, ص_٢) = (٤, ٤) & \quad \frac{٤ - ١}{٤ - ٣} = \\ & \quad ٥ = \frac{٥}{١} \end{aligned}$$

**الخطوة ٢:** استعمل أيّاً من النقطتين لإيجاد المقطع الصادي.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل والمقطع} & \quad ص = مس + ب \\ \text{عوض عن } م \text{ بـ (٥)، وعن } س \text{ بـ (٢)، وعن } ص \text{ بـ (٤)} & \quad ٤ = (٢)(٥) + ب \\ & \quad ٤ = ١٠ + ب \\ \text{بسط} & \quad ٤ - ١٠ = ١٠ + ب - ١٠ \\ \text{اطرح (١٠) من كل طرف} & \quad ٤ - ١٠ = ١٠ + ب - ١٠ \\ & \quad ١٤ = ب \end{aligned}$$

**الخطوة ٣:** اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع الصادي.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل والمقطع الصادي} & \quad ص = مس + ب \\ \text{عوض عن } م \text{ بـ (٥)، وعن } س \text{ بـ (١٤-)} & \quad ١٤ = ٥س + (١٤-) \\ \text{فتكون المعادلة هي: } ص = ٥س - ١٤. & \end{aligned}$$

### ارشادات للدراسة

#### اختيار نقطة

عند إعطاء نقطتين على مستقيم، يمكنك اختيار أيٍ منها لتكون (س، ص)، وتأكد من اتساق اختيارك خلال حل المسألة.

## تحقق من فهمك

أوجد معادلة المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

(٨، ١)، (٤، ١)، (١٢، ١).

(٦، ٥)، (٢، ٤).

## مثال ٣ من واقع الحياة استعمال صيغة الميل والمقطع الصادي

عدد الرحلات	السنة
٣٥٤	٢٠١٤
٣٦٦	٢٠١٥
٣٧٨	٢٠١٦
٣٩٠	٢٠١٧

**رحلات جوية:** يبيّن الجدول المجاور معدل عدد الرحلات الجوية المغادرة إلى إحدى عواصم البلدان خلال سنوات معينة. اكتب معادلة يمكنك استعمالها للتنبؤ بعدد الرحلات المغادرة إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه.

**فهم:** تعلم عدد الرحلات الجوية في السنوات ٢٠١٤ م، ٢٠١٧ م، وتريد كتابة معادلة تساعدك على التنبؤ بعدد الرحلات المغادرة.

**خطط:** افترض أن (س) تمثل السنوات منذ عام ٢٠١٠، (ص) تمثل عدد الرحلات الجوية. وابحث معادلة المستقيم المار بال نقطتين (٣٦٦، ٥)، (٣٧٨، ٦).

**حل:** أوجد الميل م.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل} & \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ \text{عوض (س، ص) = (٣٦٦، ٥) و (س، ص) = (٣٧٨، ٦)} & \quad \frac{٣٧٨ - ٣٦٦}{٦ - ٥} = \\ & \quad ١٢ = \frac{١٢}{١} \end{aligned}$$



اختر النقطة (٦، ٣٧٨)، وأوجد المقطع الصادي للمستقيم.

صيغة الميل والمقطع الصادي

$$ص = م س + ب$$

عَوْضُ عَنْ مِ = ١٢، وَعَنْ سِ = ٦، وَعَنْ صِ = ٣٧٨

$$٣٧٨ = ١٢ + ب$$

بسط

$$٣٧٨ = ٧٢ + ب$$

اطرح ٧٢ من كل طرف

$$٣٠٦ = ب$$

لكتابة المعادلة

$$استعمل م = ١٢، ب = ٣٠٦$$

صيغة الميل والمقطع الصادي

$$ص = م س + ب$$

عَوْضُ عَنْ مِ = ١٢، وَعَنْ بِ = ٣٠٦

$$ص = ١٢ س + ٣٠٦$$

**تحقق:** تحقق من صحة الحل باستعمال إحداثيات النقطة الأخرى.

المعادلة الأصلية

$$ص = ١٢ س + ٣٠٦$$

عَوْضُ عَنْ سِ = ٥، وَعَنْ صِ = ٣٦٦

$$٣٦٦ = ١٢ + ٣٠٦$$

بسط

$$\checkmark ٣٦٦ = ٣٦٦$$

### تحقق من فهمك

٣) **رواتب:** يتلقى طلال أجرة أسبوعية قدرها ٣٥١ ريالاً مقابل ساعات عمله الأساسية مضافةً إليها ساعة عمل إضافية . فإذا عمل الأسبوع الماضي ٥ ساعات إضافية وتلقى أجرة إجمالية قدره ٤١٥ ريالاً ، فاكتتب معادلة خطية لإيجاد أجراه الكلية (ج) إذا عمل (س) ساعة إضافية.

يمكنك استعمال المعادلة الخطية لإجراء تنبؤات حول القيم التي تتجاوز مدى البيانات، وتُسمى هذه العملية **التنبؤ الخطوي**.

### مثال ٤ من واقع الحياة التنبؤ باستعمال صيغة الميل والمقطع

**رحلات جوية:** استعمل المعادلة في المثال ٣ لتقدير عدد الرحلات الجوية عام ٢٠٢٢م.

المعادلة الأصلية

$$ص = ١٢ س + ٣٠٦$$

عَوْضُ عَنْ سِ = ١٢

$$٣٠٦ + (١٢) =$$

بسط

$$٤٥٠ =$$

التقدير المناسب لمعدل الرحلات الجوية يساوي ٤٥٠ رحلة.



### الربط مع الحياة

تتسامي حركة النقل الجوي باطراد نتيجة الطفرات السريعة التي يشهدها هذا المجال الحيوي، وتزداد الرحلات الجوية لمواكبة كثافة المسافرين، خصوصاً في الأعياد والإجازات ومواسم الحج والعمرة.

### تحقق من فهمك

**٤) رواتب:** استعمل المعادلة (الناتجة في التحقق من فهمك ٣) للتنبؤ بالمبلغ المستحق الذي يتلقاه طلال في الأسبوع إذا عمل ٨ ساعات إضافية.

وزارة التعليم  
Ministry of Education

٢٠٢١ - ١٤٤٣

**مثال ١** اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(-6, 4)$  وميله  $-2$ .

**مثال ٢** اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين  $(-3, 7)$  ،  $(-5, 3)$ .

**المثالان ٣ ، ٤** **سكان**: بلغ عدد سكان المملكة عام  $1438 \text{ هـ}$  نحو  $32,5$  مليون نسمة، ويزداد عددهم بمعدل  $75,0$  مليون نسمة سنويًا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد سكان المملكة (ك) بالملايين بعد (ص) سنة منذ عام  $1438 \text{ هـ}$ .

ب) إذا استمرت الزيادة نفسها، فكم يصبح عدد سكان المملكة عام  $1450 \text{ هـ}$ ؟

## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:

$$(4) (1, 3); \text{الميل} = 2.$$

$$(5) (-1, 4); \text{الميل} = -1.$$

$$(6) (1, 0); \text{الميل} = 1.$$

**مثال ٢** اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

$$(7) (9, 2), (4, 3).$$

$$(8) (-5, 0), (3, 7).$$

$$(9) (-1, 2), (3, 2).$$

**المثالان ٣ ، ٤** **سيارات**: يحرك سامي سيارة لعبة باستعمال جهاز التحكم عن بعد بسرعة ثابتة. فبدأ بتحريك السيارة عندما كانت على بعد  $5$  أقدام منه، وبعد ثانيةين أصبح بعدها  $35$  قدماً.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد بعد السيارة (ف) عن سامي بعد (ن) ثانية.

ب) قدر المسافة التي تقطعها السيارة بعد  $10$  ثوانٍ.

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:

$$(11) (2, 4); \text{الميل} = \frac{1}{2}.$$

$$(12) (4, 6); \text{الميل} = -\frac{3}{4}.$$

$$(13) (-4, -2); \text{الميل} = -\frac{3}{5}.$$

### إرشادات لحل المسألة

#### تحديد الإجابات المعقولة

تحديد معقولية الإجابة

مفید عندما لا يكون  
الجواب الدقيق ضروريًا.



**١٤) طلاب:** قدر عدد خريجي الجامعات من حملة البكالوريوس في المملكة عام ١٤٣٠هـ بحوالي ١١٥ ألف طالب وطالبة، ووصل عام ١٤٣٦هـ إلى ١٧١ ألف طالب وطالبة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الخريجين من حملة البكالوريوس (ك) بعد (ع) سنة من العام ١٤٣٠هـ، حيث  $ع = ١٤٢٠$  في العام ١٤٢٠هـ.

ب) مثل المعادلة بيانياً.

ج) قدر عدد الخريجين عام ١٤٥٠هـ.

**١٥) نادي رياضي:** يقدم نادي رياضي عرضاً للعضوية مقابل ٢٦٥ ريالاً، ودروساً في التمارين الرياضية بمبلغ إضافي مقداره ٥ ريالات لكل درس.

أ) اكتب معادلة تمثل الكلفة الكلية لعضو حضر درساً.

ب) إذا كان المبلغ الذي دفعه مالك ٥٠٠ ريال في إحدى السنوات، فما عدد دروس التمارين الرياضية التي حضرها؟

اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي :

$$16) \left( \frac{5}{4}, -1 \right), \left( \frac{1}{4}, -\frac{3}{4} \right).$$

$$17) \left( \frac{5}{12}, -1 \right), \left( \frac{3}{4}, \frac{1}{6} \right).$$

بين هل تقع النقطة على المستقيم المُعطاة معادلته؟ وبين سبب ذلك.

$$18) \text{ ص } = \frac{1}{3}s + 5$$

$$19) \text{ ص } = \frac{1}{2}s - 5$$

**٢٠) بيئية:** طبق مصنع برنامجاً لتقليل النفايات، ففي عام ٢٠١٠م كانت كمية النفايات ٩٥٢ طناً، ثم بدأت تتناقص بعد ذلك بمعدل ٢٨ طناً سنوياً.



الربط مع الحياة

يدعو ديننا الإسلامي الحنيف إلى المحافظة على نظافة البيئة، وتحريم تلوثها وإفسادها؛ حتى لا تتأثر صحة الإنسان وسائر المخلوقات سلباً.

أ) كم طناً تصل كمية النفايات عام ٢٠٢٥م؟

ب) في أيّ عام يصبح الاستمرار في هذا الاتجاه مستحيلاً؟ وضح إجابتك.

**٢١) تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال، العلاقة بين ميلي المستقيمين المتعامدين.

أ) بيانياً، مثل المستقيم  $s = \frac{3}{4}s + 1$  على ورقة رسم بياني.

ب) شكلياً، ارسم مستقيماً يعتمد المستقيم المرسوم باستعمال مسطرة غير مدرجة ومنقلة.



د) تحليلياً، قارن ميلي المستقيمين، وصف العلاقة بينهما.

## مسائل مهارات التفكير العليا

**٢٢) اكتشف الخطأ:** كتب كل من أحمد وسمير معادلة المستقيم المار بال نقطتين (٣، ٤)، (٦، ٢). فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح السبب.

**سمير**

$$b = \frac{6}{3} = \frac{(2-4)}{3-6} = -2$$

$$ص = 2 + ب$$

$$6 = (4) + ب$$

$$6 = 2 + ب$$

$$6 - 2 = ب$$

$$ص = 2 - 6 = -4$$

**أحمد**

$$b = \frac{6}{3} = \frac{(2-4)}{3-6} = -2$$

$$ص = 2 + ب$$

$$2 = (4) + ب$$

$$2 - 4 = ب$$

$$ب = 4 - 2 = 2$$

$$ص = 2 - 2 = 0$$

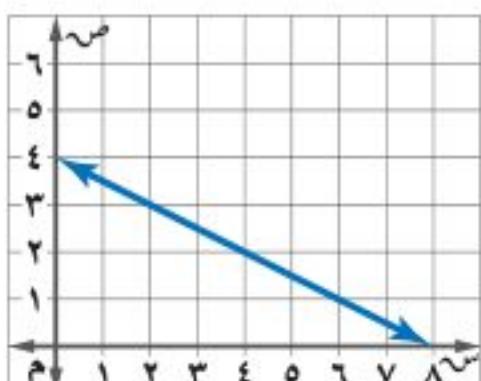
**٢٣) تحدّ:** إذا كانت النقاط (٣، ٧)، (١، ٦)، (٩، ٥) تقع على المستقيم نفسه، فأوجد قيمة  $b$ ، وبيّن خطوات الحل.

**٢٤) تبرير:** تعلم أن الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي:  $Ax + By = C$ .

أ) أعد كتابة هذه المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

ب) ما ميل المستقيم؟

ج) ما قيمة المقطع الصادي؟

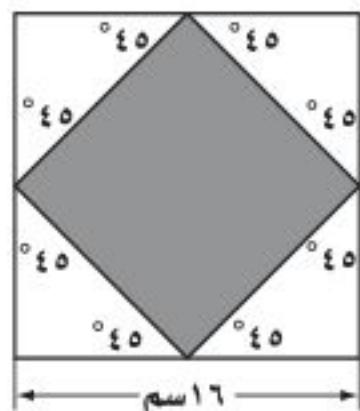


**٢٥) مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة من واقع الحياة تناسب التمثيل المجاور، ثم عرّف المتغيرين، وصف العلاقة بينهما، واتّبِع معادلة تمثل هذه العلاقة، وصف معنى كل من الميل والمقطع الصادي.

**٢٦) اكتب:** ما المعلومات الضرورية لكتابة معادلة مستقيم؟ وضح إجابتك.



٢٨) هندسة: في الشكل أدناه، تم توصيل منتصفات أضلاع المربع للحصول على مربع أصغر. فما مساحة المربع المظلل؟



ج)  $248 \text{ سم}^2$

د)  $256 \text{ سم}^2$

أ)  $64 \text{ سم}^2$

ب)  $128 \text{ سم}^2$

٢٧) يحصل ماجد على خصم نسبته ١٢٪، فإذا اشتري سلعة بـ ٣٥٥ ريالاً، فما مقدار الخصم على هذا المبلغ إلى أقرب ريال؟

ج) ٣٦ ريالاً

د) ٤٣ ريالاً

أ) ١٢ ريالاً

ب) ٣٠ ريالاً

### مراجعة تراكمية

٢٩) مثل المعادلة:  $s = 3n + 2$  بيانياً. (الدرس ٢-٢)

٣٠) **أرصاد جوية:** يُعبر عن المسافة (ف) بالأميال التي يقطعها صوت الرعد (ن) بالثواني بالمعادلة:  $v = 21n + 20$ . (الدرس ٢-٣)

أ) مثل المعادلة بيانياً.

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير الزمن المستغرق بين حدوث الرعد وسماع صوته من مسافة ٣ أميال.

٣١) حلّ المعادلة:  $n - 14 = \frac{9}{v}$  ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٣-١)

٣٢) حلّ المعادلة:  $3s = n + 1$ . (الدرس ٤-١)

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة :

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو معطى:

$$m = \frac{4}{3}, (3, 2), (5, r), (6, 2)$$

$$m = 4, (r, -6), (2, -2)$$



## اختبار منتصف الفصل

٨) يمر بالنقطتين (٤، ٣)، (١٢، ١).

٩) يمر بالنقطتين (٤، ٢)، (٦، ١).

١٠) يمر بالنقطة (١، ٢)، وميله يساوي صفرًا.

١١) اختيارات متعددة: اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة

(٠، ٠) وميله يساوي -٤ (الدرس ٢-٣)

أ)  $y = x - 4$

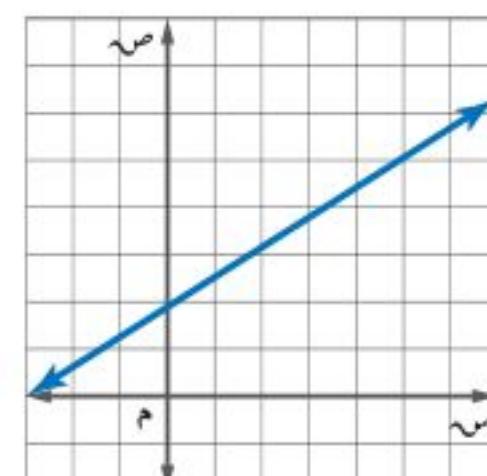
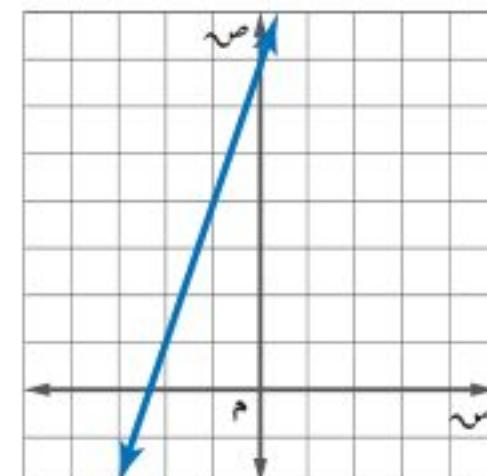
ب)  $y = x + 4$

ج)  $y = -4x$

د)  $y = 4 - x$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما

يأتي: (الدرس ١-٣)



مثّل كل معادلة فيما يأتي بيانياً: (الدرس ١-٣)

٣)  $y = 2x + 3$

٤)  $y = \frac{1}{3}x - 2$

٥) خدمة توصيل: طلب مجموعة موظفين عدداً من الوجبات من مطعم، فإذا كان ثمن الوجبة الواحدة ٢٥ ريالاً، وأجر خدمة التوصيل ١٠ ريالات، فاكتتب معادلة لإيجاد المبلغ الذي يجب دفعه للمطعم. (الدرس ٢-٣)

اكتب معادلة المستقيم في كلٍّ من الحالات التالية: (الدرس ٢-٣)

٦) يمر بالنقطة (٥، ٢)، وميله يساوي ٣

٧) يمر بالنقطة (-١، ٣)، وميله يساوي  $\frac{1}{2}$



## كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

### لماذا؟

### فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية إذا علم الميل ونقطة، أو علمت نقطتان.

### والآن

- أكتب معادلات خطية بصيغة الميل ونقطة.
- أكتب معادلات خطية بصيغ مختلفة.

### المفردات

**صيغة الميل ونقطة**

**صيغة الميل ونقطة:** يمكنك كتابة معادلة المستقيم **بصيغة الميل ونقطة** إذا علمت إحداثيات نقطة يمر بها وميله.



تهدف مسابقة الملك عبدالعزيز الدولية لحفظ القرآن الكريم وتفسيره إلى التأسي والمحبة بين المتسابقين من شتى دول العالم الإسلامي، وقد رصدت لذلك مكافآت مجزية. وقد بدأت هذه المسابقة عام ١٣٩٩ هـ بـ ٥٥ مشاركاً، وتزايد العدد خلال ثلاثة علاماً بمعدل ١٥٦ مشاركاً سنوياً.

يمكنك التعبير عن عدد المشاركين في المسابقة سنوياً بالمعادلة:  $s = 156 + 55$ ، حيث تمثل  $s$  عدد السنوات بعد عام ١٣٩٩ هـ،  $s$  عدد المشاركين.

**مطويتك**

**صيغة الميل ونقطة**

**مفهوم أساسى**

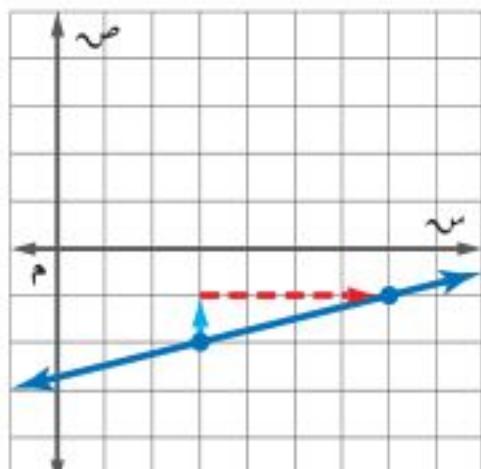
التعبير اللغطي: تعبير المعادلة الخطية  $s - s_1 = m(s - s_1)$  عن معادلة المستقيم غير الرأسى بصيغة الميل ونقطة، حيث  $(s_1, s)$  نقطة معطاة تقع على المستقيم،  $m$  ميل هذا المستقيم.

الرموز:  $s - s_1 = m(s - s_1)$

### كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة وتمثيلها بيانياً

### مثال ١

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(3, 2)$  وميله  $\frac{1}{4}$  بصيغة الميل ونقطة، ثم مثلها بيانياً.



$$s - s_1 = m(s - s_1)$$

$$s - (2) = \frac{1}{4}(s - 3)$$

$$\text{بسط} \quad s + 2 = \frac{1}{4}(s - 3)$$

وللتمثيل البياني عين النقطة  $(3, 2)$ ، واستعمل الميل لإيجاد نقطة أخرى على المستقيم، ثم ارسم المستقيم الواصل بين هاتين النقطتين.

### تحقق من فهمك

- اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(1, 2)$  وميله  $-6$  بصيغة الميل ونقطة، ثم مثلها بيانياً.

**صيغ المعادلات الخطية:** إذا علم ميل المستقيم وإحدى نقطتين، فيمكنك كتابة المعادلة الخطية بإحدى الطرائق الآتية:

مطويتك	كتابة المعادلات	ملخص المفهوم	إرشادات للدراسة
المعطى: نقطتان	المعطى: الميل ونقطة		
<b>الخطوة ١:</b> أوجد الميل.	<b>الخطوة ١:</b> عَوْض عن قيم $m$ ، $s_1$ ، $s_2$ في المعادلة: $s - s_1 = m(s - s_1)$ ، أو		
<b>الخطوة ٢:</b> اختر إحدى النقطتين.	عَوْض عن قيم $m$ ، $s_1$ ، $s_2$ في صيغة الميل والمقطع وحلها لإيجاد قيمة $b$ .		
<b>الخطوة ٣:</b> اتبع الخطوات نفسها الواردة في كتابة معادلة المستقيم إذا علم الميل ونقطة.	<b>الخطوة ٢:</b> أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.		<b>الميل :</b> يظل الميل ثابتاً عند أي نقطتين على المستقيم، ويمكن تسمية أي منها $(s_1, s_2)$ والأخرى $(s_2, s_1)$ .

### مثال ٢ الصورة القياسية لمعادلة مستقيم

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية} &: s - 1 = -\frac{2}{3}(s - 5) \text{ بالصورة القياسية.} \\ \text{اضرب كل طرف في العدد } 3 &: 3(s - 1) = 3(-\frac{2}{3}(s - 5)) \\ \text{بسط} &: 3(s - 1) = -2(s - 5) \\ \text{خاصية التوزيع} &: 3s - 3 = -2s + 10 \\ \text{أضف } 2s \text{ إلى كل طرف} &: 5s - 3 = 10 \\ \text{أضف } 3 \text{ إلى كل طرف} &: 5s = 13 \\ &: s = \frac{13}{5} \end{aligned}$$

### مثال ٢

#### مراجعة المفردات

الصورة القياسية  
للمعادلة الخطية  
هي  $As + B = C$ ،  
 $A \neq 0$ ،  $A, B$  لا تساوي صفرًا معاً،  $A, B, C$  أعداد صحيحة، العامل المشترك الأكبر لها يساوي ١ (الدرس ٣-٢).

### تحقق من فهمك

٢) اكتب المعادلة  $s - 1 = 7(s + 5)$  بالصورة القياسية.

لإيجاد المقطع الصادي لمعادلة، أعد كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

### مثال ٣ صيغة الميل والمقطع

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية} &: s + 3 = \frac{3}{2}(s + 1) \text{ بصيغة الميل والمقطع.} \\ \text{خاصية التوزيع} &: s + 3 = \frac{3}{2}s + \frac{3}{2} \\ \text{اطرح } 3 \text{ من كل طرف} &: \frac{3}{2}s = \frac{3}{2} - 3 \\ &: s = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

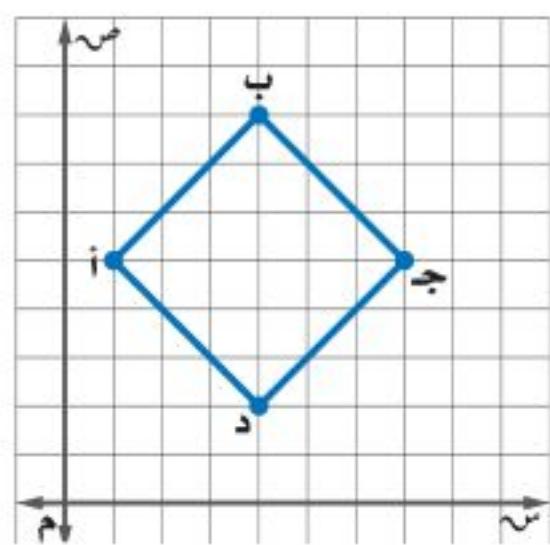
### تحقق من فهمك

٣) اكتب المعادلة  $s + 6 = -3(s - 4)$  بصيغة الميل والمقطع.



ويُفيد استعمال الصيغ المختلفة للمعادلات الخطية في موضوعات أخرى.

#### مثال ٤ صيغة الميل ونقطة والصورة القياسية



**هندسة:** يبيّن الشكل المجاور المربع ABCD.

أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن边 CD بصيغة الميل ونقطة.

**الخطوة ١:** أوجد ميل边 CD.

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$1 = \frac{-5 - (-7)}{4 - (-2)}$$

$$(x_1, y_1) = (-2, -4), (x_2, y_2) = (0, -4)$$

**الخطوة ٢:** عرض في صيغة الميل ونقطة.

صيغة الميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(x_1, y_1) = (-2, -4)$$

$$y - (-4) = 1(x - (-2))$$

على اعتبار أن  $(x_2, y_2) = (0, -5)$

$$y + 4 = 1(x + 2)$$

$$y + 4 = x + 2$$

$$y = x - 2$$

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

$$y = x - 2$$

المعادلة الأصلية

$$y = x - 2$$

$$y = x - 2$$

خاصية التوزيع

$$y = x - 2$$

$$y = x - 2$$

أضف 2 إلى كل طرف

$$y = x - 2 + 2$$

$$y = x$$

اطرح 1 من كل طرف

$$y = x - 1$$

$$y = x - 1$$

اضرب كل طرف في (-1)

$$y = -x + 1$$

**تحقق من فهمك**

٤أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع BC بصيغة الميل ونقطة.

٤ب) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع AB بالصورة القياسية.

**تأكد**

**مثال ١** اكتب معادلة المستقيمين في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثلها بيانياً:

٢) يمر بالنقطة (-2, 5)، وميله  $\frac{5}{6}$

١) يمر بالنقطة (-2, 5)، وميله -6



**مثال ٢** اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

$$3) y + 2 = \frac{7}{8}(x - 3)$$

$$4) y + 5 = -7(x + 3)$$

$$5) y + 2 = \frac{5}{3}(x + 3)$$

**مثال ٣**

اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

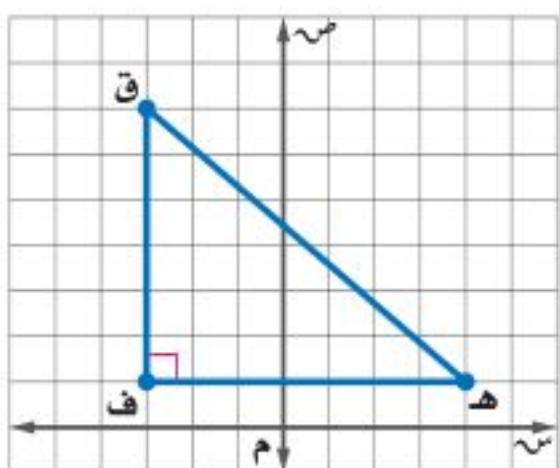
$$6) \text{ ص} - 10 = 4(\text{س} + 6) \quad 7) \text{ ص} - 7 = -\frac{3}{4}(\text{س} + 5) \quad 8) \text{ ص} - 9 = \text{س} + 4$$

**مثال ٤**

**٩ هندسة:** استعمل المثلث القائم فـ  $\triangle FGH$  للإجابة بما يأتي:

أ) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع  $\overline{FG}$ .

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

**تدريب وحل المسائل**

**مثال ١** اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثله بيانيًا:

$$10) \text{ يمر بالنقطة } (5, 3) \text{؛ وميله } 7$$

١٢) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة  $(-6, 0)$  بصيغة الميل ونقطة.

**مثال ٢** اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

$$13) \text{ ص} - 10 = 2(\text{س} - 8) \quad 14) \text{ ص} - 6 = -3(\text{س} + 2) \quad 15) \text{ ص} + 4 = \frac{2}{3}(\text{س} + 7)$$

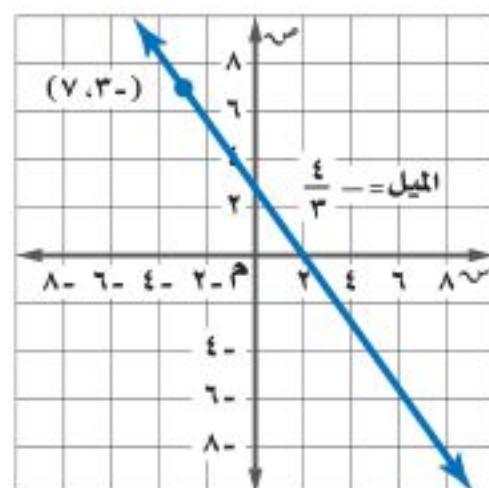
**مثال ٣** اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع :

$$16) \text{ ص} - 6 = -2(\text{س} - 7) \quad 17) \text{ ص} + 5 = 6(\text{س} + 7) \quad 18) \text{ ص} + 2 = \frac{1}{7}(\text{س} - 4)$$

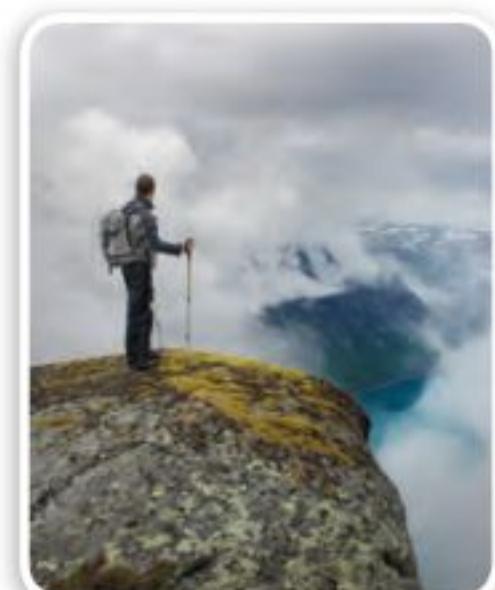
**مثال ٤** معمدًا على الشكل الوارد في مثال ٤. اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع  $\overline{AD}$  بصيغة الميل ونقطة، ثم بالصورة القياسية.

اكتب معادلة المستقيم في كل من السؤالين الآتيين بالصورة القياسية:

$$20) \text{ ص} + 8 = -\frac{11}{12}(\text{س} - 14) \quad 21) \text{ ص} - 3 = 2(\text{س} + 5)$$



**٢٢**) اكتب معادلة المستقيم الممثل في الشكل المجاور بصيغة الميل ونقطة.

**الربط مع الحياة**

**٢٣ طقس:** الضغط الجوي هو دالة خطية في الارتفاع. فالضغط الجوي يساوي ٥٩٨ ملметр زئبق عند ارتفاع ١,٨ كيلومتر، ويساوي ٥٧٧ ملметр زئبق عند ارتفاع ١,٢ كيلومتر.



أ) اكتب صيغة الضغط الجوي على صورة دالة في الارتفاع.

ب) ما الارتفاع بالكيلومترات الذي تساوي عنده قيمة الضغط الجوي ٦٥٧ ملметр زئبق؟

ينخفض الضغط الجوي وتقل كمية الأكسجين كلما ارتفعنا إلى أعلى، ويسبّب التعرض للضغط الجوي المنخفض لفترات طويلة أمراضًا معينة.

## مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٤) **اكتشف الخطأ:** يكتب كل من أنس وأيمن معادلة المستقيم المار بال نقطتين  $(3, -7), (4, -6)$  بصيغة الميل ونقطة. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر ذلك.

أيمن

$$ص = 4 - \frac{11}{9}(س + 6)$$

أنس

$$ص = 7 - \frac{11}{9}(س + 3)$$

(٢٥) **تبرير:** اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين  $(-3, 8), (-4, 3)$ . وما ميله؟ وأين يقطع كلاً من محوري السينات والصادات؟

بصيغة الميل ونقطة.

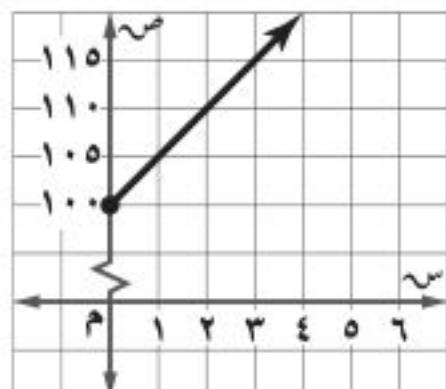
(٢٦) **تحدد:** اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين  $(f, g), (h, i)$  بصيغة الميل ونقطة.

(٢٧) **مسألة مفتوحة:** صف موقفاً من واقع الحياة يتضمن معدلاً ثابتاً للتغير وقيمة للمتغير ص تقابل قيمة محددة للمتغير س، ومثل هذا الموقف باستعمال معادلة خط مستقيم بصيغة الميل ونقطة، وبصيغة الميل والمقطع.

(٢٨) **اكتب:** وضح كيف يمكنك استعمال صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة.

## تدريب على اختبار

(٣٠) أي العبارات الآتية يمثلها الشكل أدناه؟



أ) لديك ١٠٠ ريال، وتصرف **ج**) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، منها ٥ ريالات أسبوعياً.

ب) لديك ١٠٠ ريال، وتتوفر **د**) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، ٥ ريالات أخرى أسبوعياً.

(٢٩) **قسائم مشتريات:** يقدم متجر قسيمة مشتريات لعملائه بقيمة ٥ ريالات عن كل ٧٥ ريالاً من المشتريات. إذا أراد عميل أن يحصل على قسيمة شرائية بقيمة ٣٥ ريالاً، فكم ريالاً عليه أن يدفع؟

أ) ٣٧٥ ريالاً

ب) ١٠٥ ريالات

ج) ٥٢٥ ريالاً

د) ٢٦٢٥ ريالاً

## مراجعة تراكمية

(٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين  $(-4, 2), (-2, 4)$  بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٢-٣)

(٣٢) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله  $-2$ ، وقطعه الصادي  $6$  بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ١-٣)

(٣٣) **مسرح مدرسي:** يحتوي مسرح على ٧ صفوف من المقاعد المرتبة على شكل متتابعة حسابية، كما في الجدول المجاور. فإذا حضر الحفل ٣٨٦ شخصاً، فهل يكون المسرح قد تجاوز ما يستوعبه؟ (الدرس ٦-٢)

الصف	عدد المقاعد
السابع	٧٦
السادس	٦٨
الخامس	٦٠

## استعد للدرس اللاحق



### مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

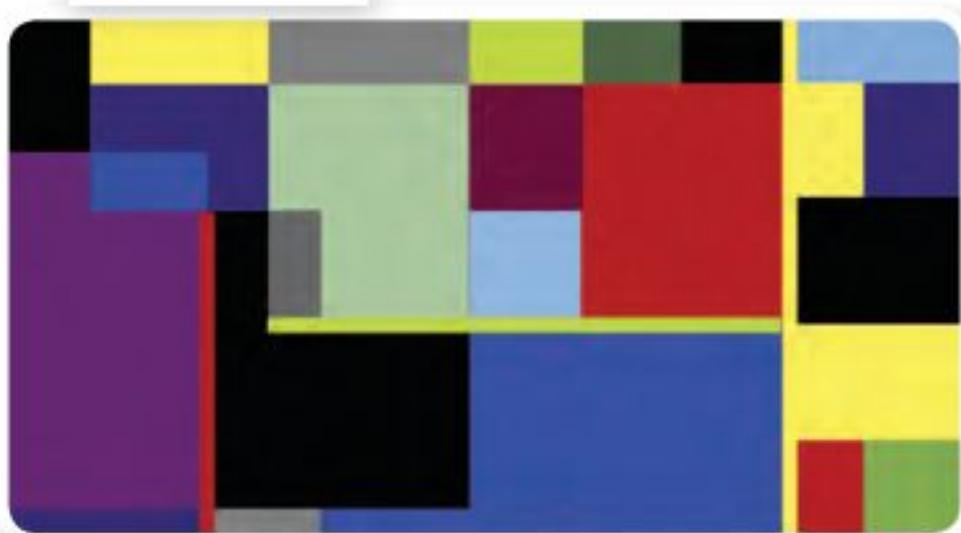
$$(٣٤) ص = ٣ص + ٦$$



## المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

٣ - ٤

### اللماذا؟



عند النظر إلى المربعات والمستطيلات والمستقيمات في اللوحة الفنية المجاورة، تجد أن بعض الخطوط المستقيمة تقاطع لتكون زوايا قائمة، وبعضها الآخر لا يتقاطع أبداً.

### فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية بصيغة الميل ونقطة.

### والآن

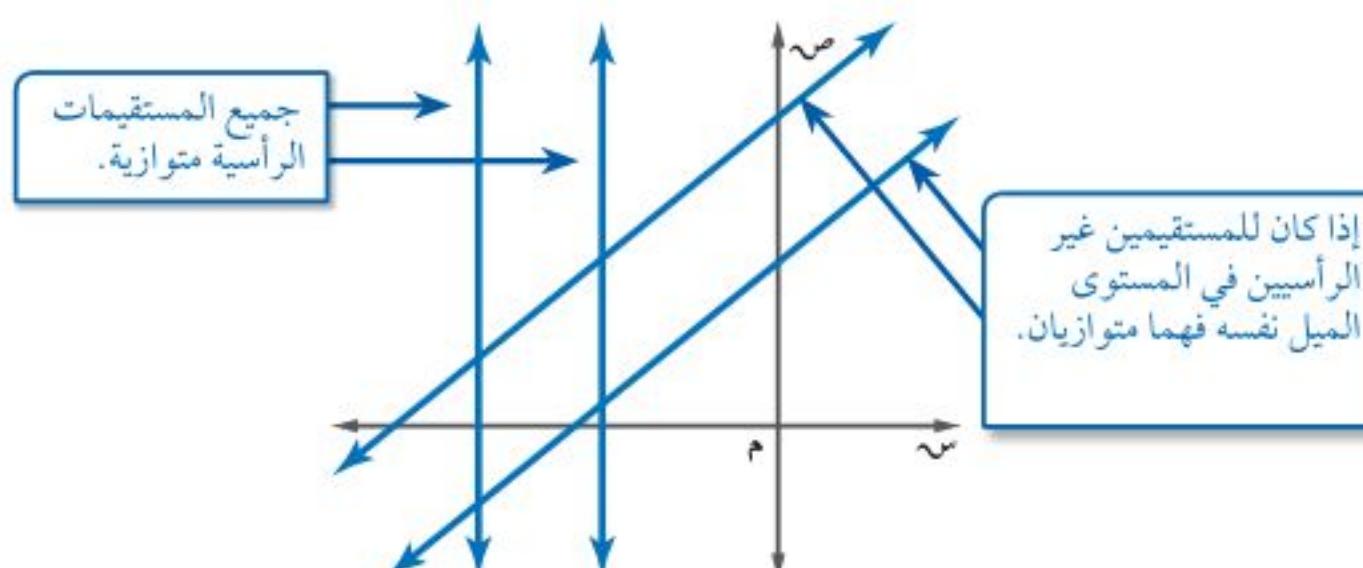
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويواري مستقيماً معلوماً.

- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيماً معلوماً.

### المفردات

**المستقيمان المتوازيان**  
**المستقيمان المتعامدان**

**المستقيمان المتوازيان:** المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر، يسميان **مستقيمان متوازيين**، ويكون لهما الميل نفسه.



ولكتابه معادلة مستقيم علمت إحدى نقاطه ومعادلة مستقيم آخر يوازيه، أو جد أولاً ميل المستقيم المعلوم، ثم عرض عن الميل والنقطة المعطاة في المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

### مثال ١ المستقيم المار بنقطة معطاة ويواري مستقيماً معلوماً

أكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(3, 5)$  والموازي للمستقيم  $y = 2x - 4$ .

**الخطوة ١ :** بما أن ميل المستقيم  $y = 2x - 4$  يساوي  $2$ ، فإن ميل المستقيم الموازي له يساوي  $2$  أيضاً.

**الخطوة ٢ :** أوجد المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

$$\text{صيغة الميل ونقطة: } \text{ص} - \text{ص}_1 = m(\text{س} - \text{س}_1)$$

$$\text{عَوْض عن م بـ (2)، وعن (س}_1, \text{ص}_1\text{) بـ (3, 5)}$$

$$\text{بسط: } \text{ص} - 5 = 2[\text{س} - (3)]$$

$$\text{ص} - 5 = 2(\text{س} + 3)$$

$$\text{خاصية التوزيع: } \text{ص} - 5 = 2\text{س} + 6$$

$$\text{اضف (5) إلى كل طرف: } \text{ص} - 5 + 5 = 2\text{س} + 6 + 5$$

$$\text{بسط: } \text{ص} = 2\text{س} + 11$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي:  $\text{ص} = 2\text{س} + 11$

**تحقق من فهمك**

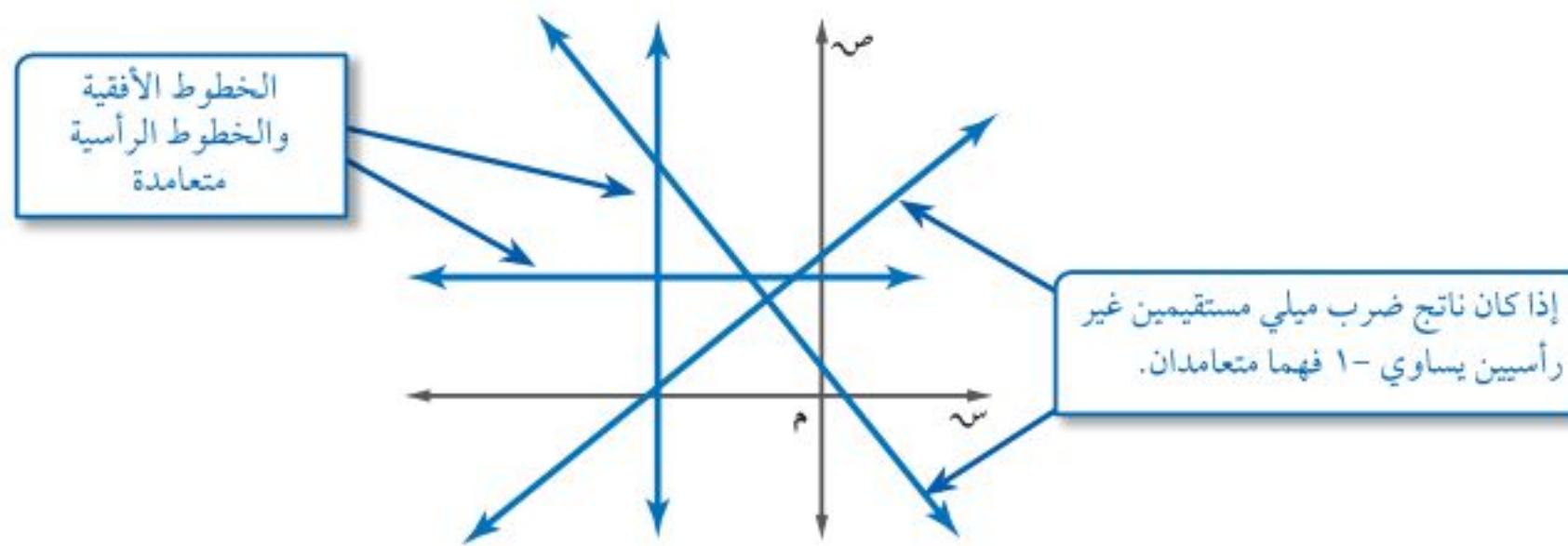


- اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(4, 1)$  والموازي للمستقيم  $\text{ص} = \frac{1}{4}\text{س} + 7$ .

مقلوب المقلوب

مقلوب مقلوب العدد  $\frac{1}{b}$   
هو  $-\frac{b}{1}$ .

**المستقيمان المتعامدان:** المستقيمان اللذان يتقاطعان مكونين زوايا قائمة يسميان **مستقيمين متعامدين**، ويكون ميل كل منهما مقلوب مقلوب الآخر. فمثلاً إذا كان ميل أحدهما  $4$ ، فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي  $-\frac{1}{4}$ .



باستعمال الميل يمكنك تحديد هل المستقيمان متعامدان أم لا.

## مثال ٢ من واقع الحياة ميلا المستقيمين المتعامدين

**تصميم:** يبيّن الشكل الآتي مخططًا لشعار إحدى الشركات ممثلاً على المستوى الإحداثي:

(أ) هل  $\overline{AD}$  دفي قائمة؟

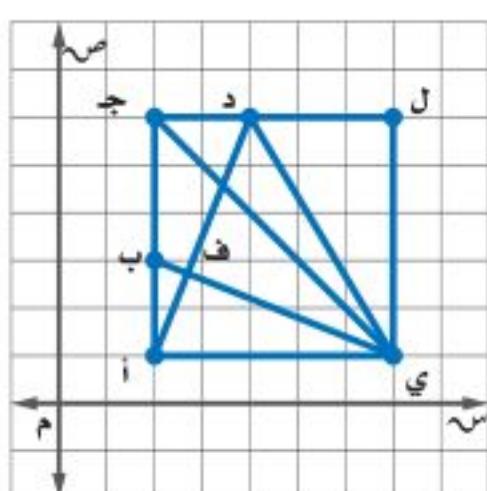
إذا كان الضلعان  $\overline{BI}$  ،  $\overline{AD}$  متعامدين، فإن  $\overline{AD}$  دفي تكون قائمة.

أوجد ميل كل من  $\overline{BI}$  ،  $\overline{AD}$ .

$$\text{ميل } \overline{BI} = \frac{3-1}{2-7} = \frac{2}{-5}$$

$$\text{ميل } \overline{AD} = \frac{1-6}{2-4} = \frac{5}{-2}$$

بما أن  $\frac{5}{-2} \times \frac{2}{-5} = 1$ . فالضلعان متعامدان، إذن  $\overline{AD}$  دفي قائمة.



(ب) هل كل ضلعين متقابلين في الشكل  $\overline{AG}$  ،  $\overline{JL}$  متوازيان؟

إذا كان الضلعان المتقابلان متوازيين فإن لهما الميل نفسه.

ميل  $\overline{AG} = \frac{1-6}{2-2} = \frac{-5}{0}$  (غير معروف) وميل  $\overline{JL} = \frac{1-6}{7-7} = \frac{-5}{0}$  (غير معروف)، لذا  $\overline{AG}$  ،  $\overline{JL}$  رأسيان ويواляن محور الصادات وبالتالي فهموا متوازيان.

ميل  $\overline{GL} = \frac{6-6}{2-7} = \frac{0}{-5} = 0$  ، وميل  $\overline{AI} = \frac{1-1}{2-7} = \frac{0}{-5} = 0$ ، لذا فالضلعان  $\overline{GL}$  ،  $\overline{AI}$  أفقيان ويواляن محور السينات، وبالتالي فهموا متوازيان.

### تحقق من فهتمك

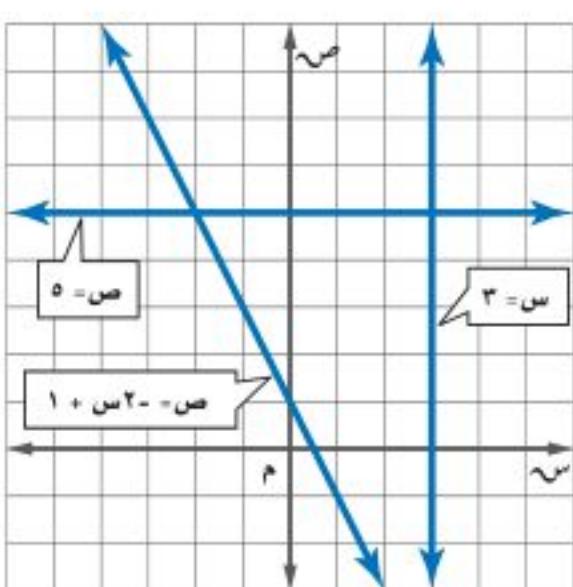
٢) **إنشاءات:** تظهر على واجهة منزل عارضتان خشبيتان، مُثلت إحداهما بالقطعة المستقيمة  $\overline{KJ}$  التي طرفاها  $K(-2, 6)$  ،  $R(-1, 8)$ ، ومتللت العارضة المتصلة بها بالقطعة المستقيمة  $\overline{ST}$  التي طرفاها  $S(-3, 6)$  ،  $T(-8, 5)$ . فهل هاتان العارضتان متعامدان؟ وضح إجابتك.

التوازي والتعامد

يستعمل الرمز  $\parallel$  للدلالة على التوازي، والرمز  $\perp$  للدلالة على التعامد.

## مثال ٣ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:



$$ص = 5, س = 3, ص = -2س + 1$$

مثل كل معادلة على المستوى الإحداثي.

من التمثيل البياني يمكنك ملاحظة أن المستقيم  $ص = 5$  يوازي محور السينات، وأن المستقيم  $ص = 3$  يوازي محور الصادات، لذا فهما متعامدان، ولا يتوازى أي مستقيمين من الثلاثة.

تحقق من فهتمك

٣) حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:

$$6س - 2ص = -2, ص = 3س - 4, ص = 4.$$

يمكنك كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعاونك مستقيماً آخر علمت معادلته.

## المستقيم المار بنقطة معطاة ويعاونك مستقيماً معلوماً

## مثال ٤

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(-4, 6)$ ، والمعاون للمستقيم  $2س + 3ص = 12$  بصيغة الميل والمقطع.

**الخطوة ١:** أوجد ميل المستقيم المعطى بایجاد قيمة  $ص$ .

المعادلة الأصلية

$$2س + 3ص = 12$$

اطرح  $2س$  من كلا الطرفين

$$2س - 2س + 3ص = -2س + 12$$

بسط

$$3ص = -2س + 12$$

اقسم كل طرف على  $3$ 

$$\frac{3ص}{3} = \frac{-2س + 12}{3}$$

بسط.

$$ص = -\frac{2}{3}س + 4$$

$$\text{الميل} = -\frac{2}{3}.$$

**الخطوة ٢:** ميل المستقيم المعاون للمستقيم المعطى هو معكوس مقلوب العدد  $-\frac{2}{3}$ ؛ أي  $\frac{3}{2}$ .

أوجد معادلة المستقيم العمودي.

$$ص - ص_1 = \frac{3}{2}(س - س_1)$$

$$ص - 6 = \frac{3}{2}[س - (-4)]$$

$$ص - 6 = \frac{3}{2}(س + 4)$$

$$ص - 6 + 6 = \frac{3}{2}س + 6 + 6$$

$$ص = \frac{3}{2}س + 12$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي:  $ص = \frac{3}{2}س + 12$

تحقق من فهتمك

٤) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(4, 7)$  والمعاون للمستقيم  $ص = \frac{4}{5}س - 1$  بصيغة الميل

والقطع.



## ملخص المفهوم

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة		النوع
المستقيمات المتعامدة	المستقيمات المتوازية	
يكون المستقيمان غير الرأسين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي $-1$ .	يكون المستقيمان غير الرأسين متوازيين إذا تساوى ميلاهما.	التعبير اللفظي:
$h \perp l$ في	$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$	التعبير بالرموز:
		نماذج:

تأكد

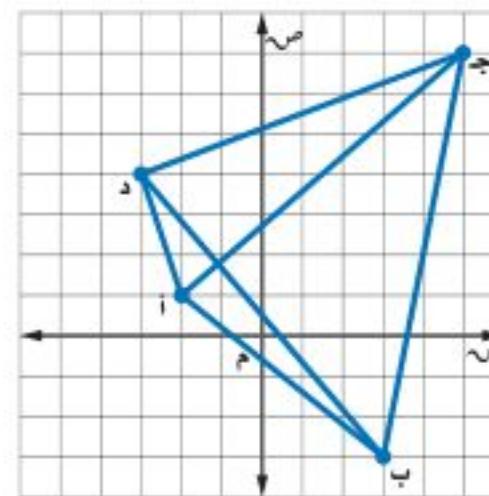
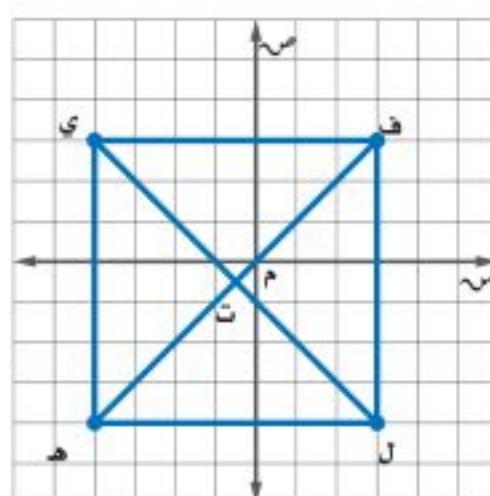
**مثال ١** اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادله في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

$$(2) (4, 0), \text{ ص} = -4s + 5$$

$$(1) (-1, 2), \text{ ص} = \frac{1}{2}s - 3$$

**مثال ٢** **٤) حدائق:** المربع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، وكل ضلعين متجاورين متعامدان، وقطران متعامدان أيضاً. حدد إذا كان الشكل الرباعي  $f$  في  $h$  مربعاً أم لا، وفسّر إجابتك.

**٤) هندسة:** المربع هو شكل رباعي متساوٍ في كل ضلع رباعي متوازيان، وكل ضلع متساوٍ، وكل قطران متعامدان، وقطران متساويان أيضاً. حدد إذا كان هذا المربع متساوياً أم لا، وفسّر إجابتك.



**مثال ٣** حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ٥، ٦ متوازية أم متعامدة، وفسّر إجابتك.

$$(5) \text{ ص} = -2s, \text{ ص} = 2s, \quad (6) \text{ ص} = \frac{1}{2}s + 4, \text{ ص} = 3s, \text{ ص} = -\frac{1}{3}s$$

**مثال ٤** اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادله في كل مما يأتي:

$$(8) (-4, 1), \text{ ص} = 3s + 5$$

$$(7) (-3, 2), \text{ ص} = -\frac{1}{2}s - 4$$

**مثال ١**

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادله في كل مما يأتي:

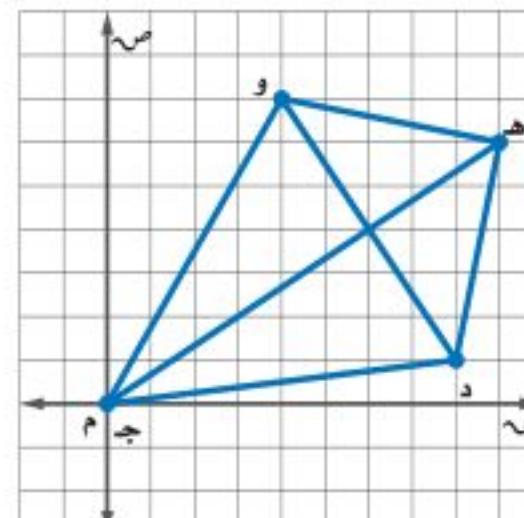
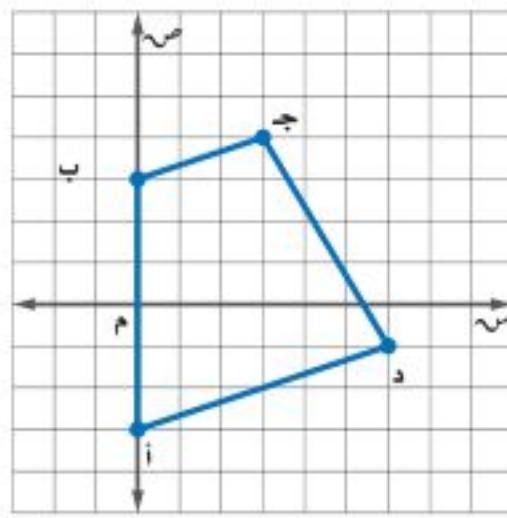
$$(10) \text{ ص} = 5 - 8x \quad (20, 0)$$

$$(12) \text{ ص} = 13 - 4x \quad (12, 9)$$

$$(9) \text{ ص} = 3 - 5x \quad (3, 4)$$

$$(11) \text{ ص} = -\frac{3}{4}x + 4 \quad (3, 2)$$

**١٤) هندسة:** شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط. فهل الشكل أب جـ د شبه منحرف؟ فسر إجابتك.



**مثال ٢**

**١٣) هندسة:** يمثل الشكل جـ دـ هـ طائرة ورقية. هل قطرها متعامدان؟ فسر إجابتك.

**١٥** حدد ما إذا كان المستقيمان  $\text{ص} = -\frac{1}{7}s + 4$ ،  $\text{ص} = -6s + 4$ ،  $\text{ص} = 4s - 2$  متعامدين أم لا، وفسّر إجابتك.

**مثال ٣** حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ١٦، ١٧ متوازية أم متعامدة، وفسّر إجابتك:

$$(16) \text{ ص} = -2s + 24, \quad 4s + \text{ص} = -2, \quad \text{ص} = 4s - 2$$

$$(17) \text{ ص} = 9 - 3s, \quad \text{ص} = s + 12, \quad 2s - 6 = \text{ص}$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادله في كل مما يأتي:

$$(18) \text{ ص} = \frac{1}{6}s - 2, \quad (19) \text{ ص} = \frac{1}{2}s - 3, \quad (20) \text{ ص} = \frac{1}{3}s + 5$$

**٢١** اكتب معادلة المستقيم المعامد للمستقيم  $\text{ص} = -\frac{1}{2}s - 4$  والمار بقطبه السيني بصيغة الميل والمقطع.

حدد ما إذا كان المستقيمان في كل مما يأتي متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك:

$$(22) \text{ ص} = 4s + 3, \quad (23) \text{ ص} = -2s + 3, \quad (24) \text{ ص} = 3s + 5$$

$$(25) \text{ ص} = 3 - 6s, \quad \text{ص} = 2s + 5$$

**٢٥** اكتب معادلة المستقيم الموازي للمستقيم  $\text{ص} = 7s - 3$  والمار بنقطة الأصل.

**٢٦) علم الآثار:** وجد عالم آثار في منطقة ما قطعة فخارية عند النقطة (٦، ٢)، وقطعة معدنية عند النقطة (٤، ١)، فهل يتعامد المستقيم المار بكل من القطعة الفخارية والقطعة المعدنية مع المستقيم المار بال نقطتين (٧، ١)، (١٠، ١٤)؟ فسر إجابتك.

**٢٧) تصميم:** أنشأ عبدالله تصميماً باستعمال برنامج حاسوبي، حيث رسم قطعة مستقيمة تمر بالنقطتين (١، ٢)، (٤، ٣)، ثم قطعة أخرى تمر بالنقطتين (٢، ٧)، (٨، ٣)، فهل تصلح هذه النقاط لتكون رؤوساً لمستطيل؟ فسر إجابتك.

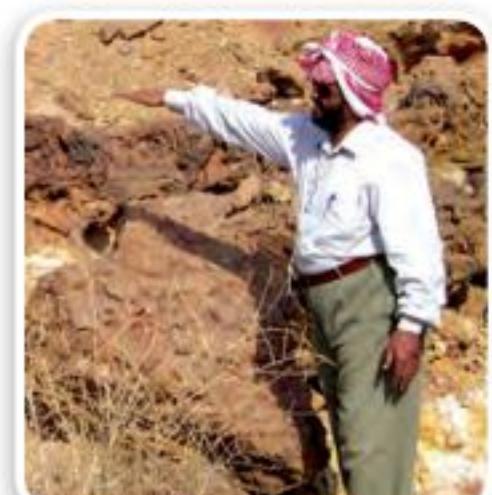


**٢٨) تمثيلات متعددة:** ستكشف في هذه المسألة المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

أ) بيانياً، مثل النقاط أ(-٣، ٣)، ب(٣، ٥)، ج(-٤، ٠) على المستوى الإحداثي.

ب) تحليلياً، حدد إحداثيات النقطة الرابعة د ليتشكل متوازي أضلاع من النقاط الأربع، وفسّر إجابتك.

**مثال ٤**



**الربط مع الحياة**

يجمع علماء الآثار القطع الأثرية ويحللونها للحصول على معلومات عن الحضارات القديمة. ويتميزون بالكفاءة والدقة والقدرة على الربط بين الآثار وصولاً إلى النظريات والحقائق العلمية.

(٢٩) **تحدد:** إذا وازى المستقيم المار بال نقطتين (٤، ٣)، (٥، ٢) المستقيم ص = ٣س + ٤، فما قيمة د؟

(٣٠) **تبرير:** هل المستقيم الأفقي يعادل المستقيم الرأسي أحياناً أم دائماً لا يعادله أبداً؟ فسر إجابتك.

(٣١) **مسألة مفتوحة:** مثل بيانيًّا مستقيماً يوازي المستقيم ص = ٢س - ١، ومستقيماً آخر يعادله.

(٣٢) **اكتشف الخطأ:** يحاول فيصل وأسامي إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص =  $\frac{1}{3}s + 2$  والمار بالنقطة (٥، ٣). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

### أسامة

$$\begin{aligned} \text{ص} - 5 &= 3 \\ [s - 5] &= 3 \\ \text{ص} - 5 &= 3(s + 3) \\ \text{ص} &= 3s + 9 \\ \text{ص} &= 3s + 14 \end{aligned}$$

### فيصل

$$\begin{aligned} \text{ص} - 5 &= 3 \\ [s - 5] &= 3 \\ \text{ص} - 5 &= 3(s + 3) \\ \text{ص} &= 3s + 9 \\ \text{ص} &= 3s - 4 \end{aligned}$$

(٣٣) **أكتب:** وضح كيف يمكنك أن تحدد ما إذا كان مستقيمان معطيان متوازيين أم متعامدين.

### تدريب على اختبار

(٣٤) **إجابة قصيرة:** يملأ خالد بركة ماء سعتها ٦٠٠٠ جالون بمعدل ثابت، وبعد ٤ ساعات كان في البركة ٨٠٠ جالون. فما عدد الساعات اللازمة لملء البركة كاملة؟

(٣٤) أي نقطتين فيما يأتي يمر بهما مستقيم يوازي مستقيماً ميله  $\frac{3}{4}$ ؟

- أ) (٠، ٠)، (-٤، ٥)      ج) (٠، ٠)، (٢، ٤)  
ب) (٠، ٢)، (-٤، ٠)      د) (٠، ٤)، (-٢، ٢)

### مراجعة تراكمية

أكتب كل معادلة مما يأتي بالصورة القياسية: (الدرس ٣-٣)

(٣٦) ص - ١٣ = ٤(س - ٢)      (٣٧) ص - ٥ = ٢(س + ٢)

(٣٨) **تأجير قوارب:** استأجر محمود ورفاقه قاربًا لمدة ٣ ساعات مقابل ٩٠ ريالاً حسب القاعدة المجاورة. (الدرس ٢-٢)



أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الكلية (ك) لاستئجار القارب مدة (هـ) ساعة.

ب) كم ريالاً يكلف استئجار القارب مدة ٨ ساعات؟

(٤٠) مثل المستقيم ص = ٣س - ٢ بيانيًّا. (الدرس ١-٣)

(٤١) أوجد المقاطعين السيني والصادي للمستقيم ص + ٢س = ٨. (الدرس ٣-٢)

### استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:



# الفصل ٣ اختبار الفصل

اكتب بصيغة الميل والمقطع كل معادلة فيما يأتي:

$$(10) ص - 3 = 4(س + 3)$$

$$(11) ص + 1 = \frac{1}{2}(س - 8)$$

$$(12) ص + 4 = 7 - (س - 3)$$

(13) بين ما إذا كان المستقيمان:

$ص = -6س + 8$  ،  $3س + \frac{1}{2}ص = 3$  متوازيين، أم متعامدين، أم غير ذلك. وفسّر إجابتك.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادله في كل مما يأتي:

$$(14) (3, -4)، ص = 1 - 3س - 5$$

$$(15) (0, 0)، ص = -2س + 4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادله في كل مما يأتي:

$$(16) (-4, 5)، -4س + 5ص = 6$$

$$(17) (1, -4)، -س - 2ص = 0$$

(18) **اختيار من متعدد:** ثمن وجبة الطعام في أحد المطاعم ١٢ ريالاً مضافاً إليها ٢٥٠ ريال لكل نوع إضافي من المقبلات. أي المعادلات الآتية تمثل ثمن وجبة طعام مع العدد(t) من المقبلات؟

$$(أ) ص = 12t + 2,50 \quad (ج) ص = 2,5 + 12t$$

$$(ب) ص = 14,50t \quad (د) ص = 2,50t - 12$$



(1) مثل المعادلة  $ص = 2س - 3$  بيانياً.

(2) **اختيار من متعدد:** اشتري أسامة فطيرة بيتزا بـ ٢٨ ريالاً وعددًا س من علب العصير، ما المعادلة التي تعبّر عن المبلغ الإجمالي (t) الذي دفعه أسامة، إذا كان ثمن علبة العصير ١,٥ ريال؟

$$(أ) t = 28s + 1,5$$

$$(ب) t = 29,5s$$

$$(ج) t = 28 + 1,5s$$

$$(د) t = 1,5s - 28$$

(3) **قوارب:** اكتب بصيغة الميل والمقطع المعادلة التي تمثل تكلفة استئجار قارب (ص) واستعماله مدة (n) ساعة.



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كلٍ من الحالات الآتية:

(4) يمر بالنقطة (-4, 2)، وميله يساوي -٣

(5) يمر بالنقطة (3, 5)، وميله يساوي - $\frac{2}{3}$

(6) يمر بال نقطتين (1, 4)، (10, 3)

(7) يمر بال نقطتين (4, 0)، (-3, 0)

(8) يمر بال نقطتين (2, 5)، (-2, 8)

(9) اكتب المعادلة  $ص + 3 = \frac{1}{2}(س - 5)$  في الصورة القياسية.

# الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

(٣) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٦)، (٢، ٠) يساوي:

ج) ٢

أ)  $\frac{1}{2}$

د) -٢

ب)  $-\frac{1}{2}$

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان للمستقيم ميل موجب ومقطع صادي سالب، فماذا يحدث للمقطع السيني إذا زاد كُل من الميل والمقطع الصادي إلى مثليه؟

أ) يصبح المقطع السيني أربعة أمثال الأصلي.

ب) يصبح المقطع السيني مثل الأصلي.

ج) يصبح المقطع السيني  $\frac{1}{4}$  الأصلي.

د) يبقى المقطع السيني كما هو.

(٤) حل المعادلة:  $\frac{s}{12} = 5$  هو:

ج) ١٧

أ)  $\frac{12}{5}$

د) ٦٠

ب)  $\frac{5}{12}$

(٢) يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية والفهرنهايتية. فأي المعادلات الخطية الآتية تمثل هذه العلاقة؟

الدرجات الفهرنهايتية (F)	الدرجات السيليزية (S)
٥٠	١٠
٥٩	١٥
٦٨	٢٠
٧٧	٢٥
٨٦	٣٠

(٦) حل المعادلة:  $3(b + 4) = 33$  هو:

ج) ١٥

أ) ٧

د) ٢٦

ب) ١١

$$(أ) F = \frac{8}{5}S + 35 \quad (ج) F = \frac{9}{5}S + 32$$

$$(د) F = \frac{12}{5}S + 26 \quad (ب) F = \frac{4}{5}S + 42$$



## الفصل ١-٢

### إجابة مطولة

- أجب عن كل سؤالٍ موضحاً خطوات الحل:
- ١٥) اشتري مروان سيارةً بمبلغ ٧٥٠٠٠ ريالٍ، إذا كانت قيمة السيارة تتناقص بمعدل ٥٠٠٠ ريالٍ سنوياً.
- أ) كُون جدولًا يبين قيمة السيارة بعد عام، وعامين، و٣ أعوام، و٤ أعوام من شرائها.
- ب) لتكن  $(n)$  عدد السنوات منذ شراء السيارة، اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد  $(q)$  قيمة السيارة بعد  $(n)$  سنة.
- ج) استعمل المعادلة التي كتبتها، وأوجد قيمة السيارة بعد ٨ سنواتٍ من تاريخ شرائها.

### إجابة قصيرة

- أجب عن الأسئلة الآتية:
- ٧) مثل الدالة  $s = 2s + 3$  بيانياً.
- ٨)وضح كيف تحدد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم متعامدين.
- ٩) حل المعادلة  $2(s-1) = 8$  إذا كانت مجموعة التعويض هي  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ .
- ١٠) اكتب كلاً من مجال ومدى العلاقة:  
 $\{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$ .
- ١١) حدد ما إذا كانت العلاقة الآتية دالة أم لا، وفسّر إجابتك:  
 $\{(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ .
- ١٢) حل المعادلة:  $|s - 6| = 11$ .
- ١٣) حل المعادلة:  $25s - 220 = 5s$ .
- ١٤) اكتب المعادلة:  $25s - 35 = 5s$  ص بالصورة القياسية.

للمساعدة ..																إذا لم تجب عن السؤال
١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		
٦-٢	٣-٣	٤-١	٥-١	٢-٢	١-٢	١-١	٤-٣	٣-٢	٣-١	٣-١	٢-١	٥-٢	٢-٣	٣-٢	فراجع الدرس ..	

# الفصل الرابع

## المتباينات الخطية

### فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية.

### والأآن

- أحل متباينات ذات خطوة واحدة، وأخرى متعددة الخطوات.
- أحل متباينات مركبة ، وأخرى تتضمن القيمة المطلقة.

### لماذا؟

 **مياه:** تعاني دول مجلس التعاون لدول الخليج العربي من نقص كميات الأمطار السنوية. وتشير الإحصاءات إلى أن معدل الأمطار السنوي يتراوح بين ٧٠ إلى ١٣٠ ملليเมตรًا، باستثناء السلسل الجبلية في الجنوب الغربي للمملكة العربية السعودية وجنوب عُمان التي قد يصل معدل الأمطار في كل منها إلى أكثر من ٥٠٠ ملم.

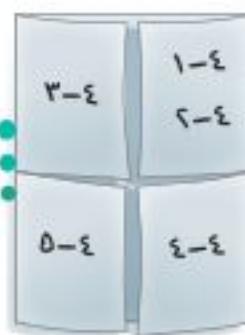
### المفردات:

- الصفة المميزة للمجموعة ص (١٢٥)
- خاصية الضرب للمتباينات ص (١٣٠)
- خاصية القسمة للمتباينات ص (١٣٢)
- المتباينة المركبة ص (١٤٣)

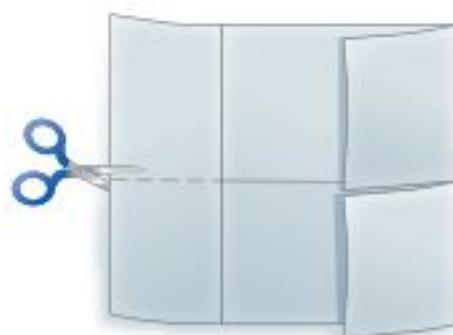
### الاطيويات منظم أفكار

**المتباينات الخطية** أعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المتباينات الخطية مبتدئاً بورقة A4 .

٤ سُمّ الطيات الأربع



٣ افتح الورقة وقص كلاً من  
الطرفين على خط الطي  
العرضي حتى تصل إلى  
الخط الرأسي.



٢ اعد طي الورقة  
نصفين.



١ اطو جانبي الورقة  
طوليًّا بحيث تلتقي  
الحافظتان في الوسط.





## التهيئة للفصل ٤

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

### مراجعة سريعة

#### مثال ١

أوجد قيمة  $-3s^2 + 4s - 6$  إذا كانت  $s = -2$ .

المعادلة الأصلية  $-3s^2 + 4s - 6$

$$\text{عَوْض } s = -2 \quad 6 - (2 - 4 + 2) =$$

$$\text{احسب القوة} \quad 6 - (4 - 2) =$$

$$\text{اضرب} \quad 6 - (-8) =$$

$$\text{اجمع واطرح} \quad 26 =$$

#### مثال ٢

حل المعادلة:  $-2(s - 4) = 7s - 19$

المعادلة الأصلية  $-2(s - 4) = 7s - 19$

$$-2s + 8 = 7s - 19$$

$$-2s + 8 + 2s = 7s - 19 + 2s$$

$$19 = 9s \quad 19 - 9 = 9s$$

$$10 = 9s \quad s = \frac{10}{9}$$

$$\text{اضف 19 إلى كلا الطرفين} \quad 19 + 19 = 19 + 8$$

$$27 = 9s \quad s = 3$$

#### مثال ٣

حل المعادلة:  $|s - 4| = 9$

إذا كانت  $|s - 4| = 9$ ، فإنما أن تكون

$$s - 4 = 9 \quad \text{وإما} \quad s - 4 = -9$$

$$s - 4 + 4 = 9 - 4 \quad s = 5$$

$$s = 13$$

إذن مجموعة الحل:  $\{-5, 13\}$ .

### اختبار سريع

أوجد قيمة كل من العبارتين الآتتين عند القيم المعطاة بجوارهما: (مهارة سابقة)

$$(1) 3s + 8 \quad \text{إذا كانت } s = -4, \text{ ص} = 2$$

$$(2) 2m + 3k \quad \text{إذا كانت } m = -8, \text{ ك} = 3$$

(3) **سيارات:** تمثل العبارة  $\frac{\text{كيلومتر}}{\text{لتر}}$  معدل استهلاك الوقود في السيارة. احسب (إلى أقرب جزء من عشرة) معدل استهلاك سيارة للوقود إذا استهلكت ١٢ لترًا من البنزين عندما قطعت ٩٥ كيلم.

حل كلاً من المعادلات الآتية: (الدروس: ٤-١, ٣-١, ٢-١)

$$(4) 4s = 16 \quad 3s = 8$$

$$(5) 2s + 1 = 7 \quad s = \frac{7-1}{2}$$

$$(6) 3s - 10 = 2s + 9 \quad s = 19$$

$$(7) (s - 2) = 2(s + 13) \quad s = 11$$

(8) **نقود:** في حصالة صالح ٣٢٥ ريالاً، ويرغب في أن يدخل ١٠٠ ريال كل شهر. اكتب معادلة لإيجاد المبلغ (م) الذي سيصبح معه بعد (ن) شهراً.

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ٥-١)

$$(9) |s - 12| = 18 \quad |s - 3| = 16$$

(10) **دراسة:** في دراسة مسحية، وجد أن ٧٢٪ من الأشخاص يفضلون قراءة الكتب الدينية ، فإذا كانت نسبة الخطأ في التائج ٢٪، فما الحدان الأدنى والأعلى للنسبة المئوية للذين يفضلون قراءة الكتب الدينية؟



## ٤ - حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

### لماذا؟



تبين المعلومات الواردة في الجدول أدناه أن المخصصات اليومية المقترحة من السعرات الحرارية للذكور الذين تراوح أعمارهم بين ١٤-١١ سنة، تقل عن الكمية المقترحة للذين تراوح أعمارهم بين ١٨-١٥ سنة.

السعرات الحرارية	
العمر ١٤-١١ سنة	العمر ١٨-١٥ سنة
٢٧٥٥	٢٢٢٠

المصدر: Vital Health Zone

$2755 > 2220$

إذا أكل شخص عمره ١٣ سنة وشخص عمره ١٦ سنة طعاماً يحتوي كمية من السعرات تزيد ١٥٠ سعراً على الكمية المقترحة لكل منهما، فإن كمية السعرات الحرارية التي حصل عليها الذي عمره ١٣ سنة تبقى أقل من التي حصل عليها الذي عمره ١٦ سنة.

$$\begin{aligned} 150 + 2755 &\stackrel{?}{=} 150 + 2220 \\ 2905 &> 2370 \end{aligned}$$

**حل المتباينات باستعمال الجمع** يوضح هذا المثال خاصية الجمع للمتباينات.

<b>مطويتك</b>	<b>خاصية الجمع للمتباينات</b>	<b>مفهوم أساسى</b>
---------------	-------------------------------	--------------------

**التعبير اللغظي:** إذا أضيف العدد نفسه إلى كل من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

**الرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ :

- ١) إذا كانت  $A < B$ ، فإن  $A + C < B + C$ .
- ٢) إذا كانت  $A > B$ ، فإن  $A + C > B + C$ .

تبقي هذه الخاصية صحيحة في حالتي  $\leq$  و  $\geq$ .

### مثال ١ الحل بالجمع

**حُلّ المتباينة**  $S - 12 \leq 8$ . وتحقق من صحة الحل.

$$\begin{array}{ccc} \text{المتباينة الأصلية} & & S - 12 \leq 8 \\ \text{أضاف } 12 \text{ إلى كلا الطرفين} & & 12 + S \leq 12 + 8 \\ & & S \leq 20 \end{array}$$

لذا فمجموع الحل هي: {كل الأعداد الأكبر من أو تساوي ٢٠}.

**تحقق** للتحقق من صحة الحل عوّض عن  $S$  في المتباينة الأصلية بثلاثة أعداد مختلفة على أن يكون أحدها ٢٠، والعدد الثاني أكبر من ٢٠ والعدد الثالث أصغر من ٢٠.



### تحقق من فهمك

**حُلّ كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:**

$$1) (b) - 14 \leq -19$$

$$2) 22 > m - 8$$

### فيما سبق

درست حل معادلات خطية  
باستعمال الجمع والطرح.

### والآن

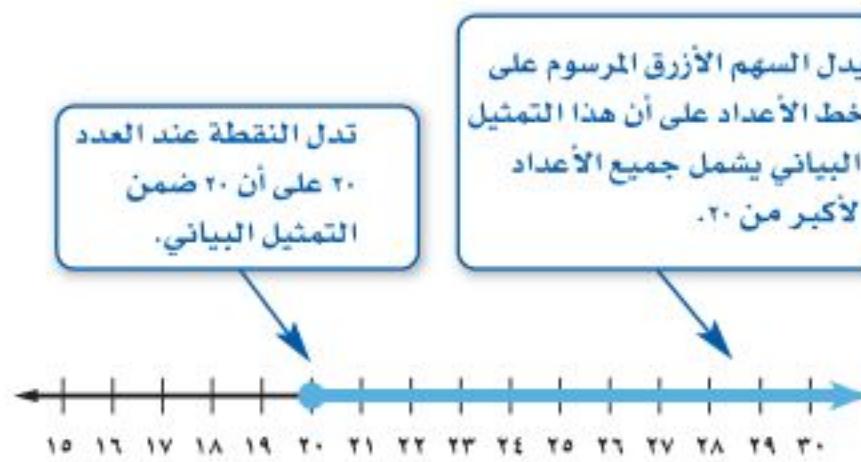
- أحل متباينات خطية  
باستعمال الجمع.
- أحل متباينات خطية  
باستعمال الطرح.

### المفردات

الصفة المميزة للمجموعة

الطريقة المختصرة لكتابة مجموعة الحل هي استعمال **الصفة المميزة للمجموعة**، وتكون مجموعة الحل للمثال ١ بهذه الطريقة هي  $\{s | s \leq 20\}$ .

ويمكن تمثيل هذه المجموعة بيانياً على خط الأعداد، ويجب التتحقق إن كانت نقطة طرف التمثيل البياني للممتباينة دائرة مظللة أو دائرة غير مظللة. فإذا كانت نقطة الطرف غير متضمنة في التمثيل البياني فاستعمل دائرة غير المظللة، أما إذا كان التمثيل يتضمنها فاستعمل دائرة المظللة.



**حل الممتباينات باستعمال الطرح** يستعمل الطرح أيضاً لحل الممتباينات.

### قراءة الرياضيات

#### الصفة المميزة للمجموعة

تقرأ  $\{s | s \leq 20\}$  مجموعة كل الأعداد  $s$ ، حيث  $s$  أكبر من أو تساوي  $20$ .

### أضف إلى مطويتك

#### خاصية الطرح للممتباينات

#### مفهوم أساسى

- التعبير اللغطي:** إذا طرح العدد نفسه من طرفي ممتباينة صحيحة، فإن الممتباينة الناتجة تبقى صحيحة.  
**الرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد:  $A$  ،  $B$  ،  $C$  .
- ١) إذا كانت  $A > B$  ، فإن  $A - C > B - C$  .
  - ٢) إذا كانت  $A < B$  ، فإن  $A - C < B - C$  .

وتبقى هذه الخاصية صحيحة أيضاً في حالتي  $\leq$  و  $\geq$  .

#### مثال ٢ الحل بالطرح

$$\text{حل الممتباينة: } m + 19 > 56 .$$

الممتباينة الأصلية

$$m + 19 > 56$$

اطرح  $19$  من كلا الطرفين

$$19 - 19 + m > 56$$

بسط

$$m > 37$$

لذا مجموعة الحل هي:  $\{m | m > 37\}$

#### إرشادات للاختبار

##### فصل المتغير

عند حل الممتباينات يكون الهدف فصل المتغير في أحد طرفيها. وهو الهدف نفسه في حل المعادلات.

تحقق من فهتمك



$$2) \text{ حل الممتباينة } f + 8 \geq 18 .$$



عند حل المتباينة لا تقتصر عملية الطرح على الثواب فقط ، ولكن يمكن طرح المتغيرات من كلا طرفيها.

### إرشادات للدراسة

#### كتابة المتباينات:

تبسيط المتباينة بجعل المتغير في طرفها الأيمن كما في المتباينة  $A \geq 6$  ، يساعد على كتابة مجموعة الحل باستعمال الصفة المميزة للمجموعة بسهولة.

### مثال ٣ المتغير في طرفي المتباينة

$6 + A \geq 3$  ، ثم مثل مجموعة حلها بيانياً على خط الأعداد.

المتباينة الأصلية

$$A \geq 6 - 3$$

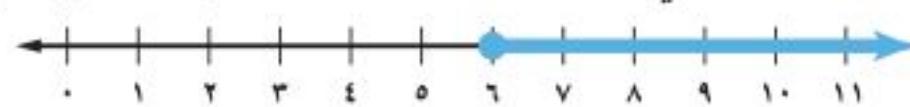
اطرح ٣ من كلا طرفي المتباينة

$$A \geq 6 - 3$$

بسط

$$A \geq 3$$

بما أن المتباينة  $A \geq 3$  هي نفسها  $A \leq 6$  ، فإن مجموعة الحل هي  $\{A | A \leq 6\}$ .



#### تحقق من فهمك

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، ثم مثل مجموعة حلها بيانياً على خط الأعداد:

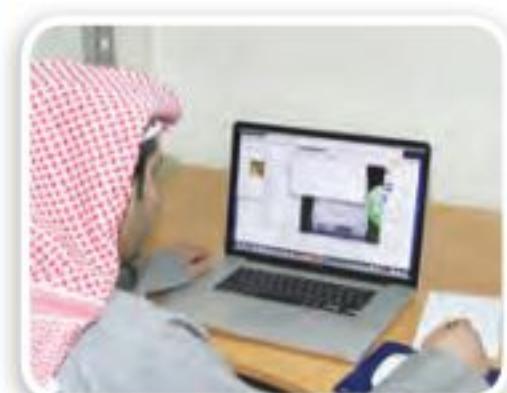
$$(3) 9 - A > 10 \quad (4) 5 - H \geq 12$$

يمكنك حل المسائل اللغوية التي تحتوي عبارات مثل ”أكبر من“ ، أو ”أقل من“ باستعمال المتباينات.

ملخص المفهوم			
العبارات التي تدل على متباينات			
$\leq$	$\geq$	$<$	$>$
أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقل عن	أقل من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على	أكبر من أكثر من	أقل من أصغر من

### مثال ٤ من واقع الحياة استعمال المتباينات لحل المسائل

**وظائف:** اشتريت مؤسسة على أحمد ألا يقل معدل إدخاله على الحاسوب عن ٦٤ كلمة في الدقيقة ليحصل على وظيفة فيها. فإذا كان معدله الآن ٤٨ كلمة في الدقيقة، فكم يجب أن يزيد معدل الكلمات التي يدخلها حتى يحصل على الوظيفة؟



#### التعبير اللغوي

#### المتغير

#### المتباينة

يجب أن يصبح معدل إدخاله ٦٤ كلمة في الدقيقة على الأقل.

افتراض أن  $n$  = عدد الكلمات التي يجب أن يزيد بها على معدله.

$$64 \leq n + 48$$

المتباينة الأصلية

$$64 \leq n + 48$$

اطرح ٤٨ من الطرفين

$$64 - 48 \leq n + 48 - 48$$

بسط

$$16 \leq n$$

يجب أن يزيد أحمد معدل الكلمات التي يدخلها بمقدار ١٦ كلمة في الدقيقة أو أكثر.

#### تحقق من فهمك

من الابتكارات المؤثرة في حياة البشرية ظهور الحاسوب الآلي واستخدامه في مجالات الكتابة والطباعة وغيرهما، ودوره في إنجاز الأعمال بسرعة ودقة.

**المثالان ١، ٢** حل كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثّل مجموعة حلها بيانياً على خط الأعداد:

$$(2) 5 \leq 7 + ص$$

$$(1) س - 3 < 7$$

$$(4) 11 \geq ك + 4$$

$$(3) ق + 6 > 2$$

$$(6) ن - 8 \leq 7$$

$$(5) 10 > ن - 1$$

**المثال ٣** عرّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلها:

٧) ناتج جمع عدد وأربعة لا يقل عن ١٠.

٨) ناتج جمع عدد وثلاثة يقل عن مثليه.

**المثال ٤** **مدينة ألعاب:** تتحرك أرجوحة إلى الأمام وإلى الخلف وترتفع قليلاً في كل مرة بحيث لا يتجاوز أقصى ارتفاع لها ١٣٧ قدماً. فإذا كان ارتفاع الأرجوحة بعد ٣٠ ثانية هو ٤٥ قدماً، فكم قدماً يمكن أن يزيد ارتفاعها على ذلك؟

### تدريب وحل المسائل

**المثالان ١، ٢** حل كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثّل مجموعة حلها بيانياً على خط الأعداد:

$$(12) ت - 3 < 8$$

$$(11) ر - 8 \geq 7$$

$$(10) ف - 6 \leq 3$$

$$(15) ق - 23 \leq 30$$

$$(14) ج + 5 \geq 1$$

$$(13) ر + 18 < 13$$

$$(18) 9 - أ > 2 + 12$$

$$(17) ص + 6 \geq 2$$

$$(16) و - 5 \geq 2$$

**مثال ٣** عرّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها:

١٩) ناتج طرح ٨ من عدد ما أقل من ٢١.

٢٠) مثلاً عدد ما أكبر من مجموع ذلك العدد و ٩.

**مثال ٤** حل كلًّا من المسائل (٢١-٢٤) بتعريف متغير، وكتابة متباينة، ثم حلها:

**٢١) توفير:** يريد غانم أن يشتري سيارة ثمنها ٥٤٤٠٠ ريال على الأقل. وقد وفر ١٣٠٠٠ ريال، فما المبلغ المتبقى عليه لشراء السيارة؟

**٢٢) تقنية:** أظهرت دراسة حديثة أن أكثر من ٢١ مليوناً منهن هن بين سن الثانية عشرة والسابعة عشرة يستعملون الإنترنط. منهم ١٦ مليوناً يستعملون الإنترنط في المدرسة، فما عدد الذين يستعملون الإنترنط خارج المدرسة؟

**٢٣) مكتبة:** أضاف أحمد ٢٠ كتاباً جديداً إلى مكتبه فأصبح لديه أكثر من ٦١ كتاباً. فكم كتاباً كان لديه؟



**٢٤) كرة سلة:** أراد أحد اللاعبين إحراز ١٥٠ نقطة على الأقل في هذا الموسم. وسجل حتى الآن ١٢٣ نقطة، فكم نقطة بقيت عليه؟

الزمن	المكان
٥ ساعات و ٢٠ دقيقة	مكة المكرمة
٤ ساعات و ١٥ دقيقة	منى

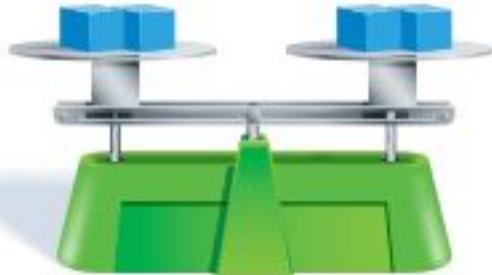
٢٥) **متطوعون:** يتطلع بعض الشباب لخدمة حجاج بيت الله الحرام في مكة المكرمة ومنى. ويقول أحدهم: إن بإمكانه أن يتطلع لمدة لا تتجاوز ٣٠ ساعة في الأسبوع. فإذا تطوع المدة المبينة في الجدول المجاور، فما المدة التي يستطيع أن يتطلع بها هذا الأسبوع؟



حلًّا كُلًّا من المتسابقين الآتيين، وتحقق من صحة الحل، ثم مثل مجموعه الحل بيانياً على خط الأعداد:

$$27) \frac{1}{2}d - \frac{3}{4} \geq \frac{4}{9}$$

$$26) 10, 1 > 4, 5 + 1, 9$$



٢٨) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة عمليتي الضرب والقسمة على المتسابقات.

أ) هندسياً: افترض وجود ١٢ كجم على الكفة اليمنى للميزان، و ١٨ كجم على الكفة اليسرى. وضع بالرسم هذا الموقف.

ب) عددياً: اكتب متسابقة تمثل هذا الموقف.

ج) جدوياً: أنشئ جدولًا يبين نتيجة جعل الكتل على كلتا الكفتين: مثلين، وثلاثة أمثال، وأربعة أمثال. وأنشئ جدولًا آخر يبين نتيجة إنقاذه الكتل على كلتا الكفتين بنسبة  $\frac{1}{2}$ ، و  $\frac{1}{3}$ ، و  $\frac{1}{4}$  وخصص عموداً للتسابقة في كلا الجدولين.

د) لفظياً: صُف تأثير ضرب أو قسمة كل من طرفي المتسابقة، في العدد الموجب نفسه، على المتسابقة.

يقبل الشباب على العمل التطوعي لكونه واجباً وطنياً وإنسانياً شرعاً ديناً، يقوي الترابط، ويعمق الانتماء والمسؤولية، ويستمر أوقاتهم فيما يفيد التنمية والارتقاء بالفرد والمجتمع.

### مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **تبرير:** حدّد أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التمثيل البياني لكل من المتسابقين س  $< 4$  و س  $\geq 4$ .

٣٠) **تحدد:** افترض ب  $< d + \frac{1}{3}$  ، ج  $> 1 < 4 - d + \frac{5}{8}$  . رتب الأعداد أ، ب، ج، د من الأصغر إلى الأكبر.

٣١) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاثة متسابقات خطية تكافئ ص  $< -3$ .

٣٢) **اكتب:** ما خطوات حل المتسابقات الخطية وتمثيل مجموعه حلها على خط الأعداد؟

### تدريب على اختبار

٣٤) كان متوسط درجات ١٠ طلاب في مادة الكيمياء ٧٨. ثم اكتشف المعلم أنه أخطأ في رصد درجة أحد هؤلاء الطلاب فكانت أقل من درجته الحقيقية بعشرين درجات. فكم يصبح متوسط درجات الطلاب بعد التعديل؟

٣٣) ما مجموعه حل المتسابقة س  $< 7 + 5$  ؟

أ) {س | س  $< 2$ }      ج) {س | س  $> -2$ }

د) {س | س  $< -2$ }      ب) {س | س  $> 2$ }

### مراجعة تراكمية

٣٥) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٢) والمعامد للمستقيم ص = -٣س + ٧. (الدرس ٢-٣)

٣٦) أوجد قيمة الحد الثامن عشر في المتسابقة: -٩، -٧، -٥، -٣، ... (الدرس ٦-٢)

٣٧) حل المعادلة: |٦ - ٣| = ١٢. (الدرس ٥-١)

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

$$٣٨) ٥٦ = ٨ص$$

$$٣٩) ١٢٠ = ٤س$$

$$٤١) -٦س = \frac{2}{5}ل$$





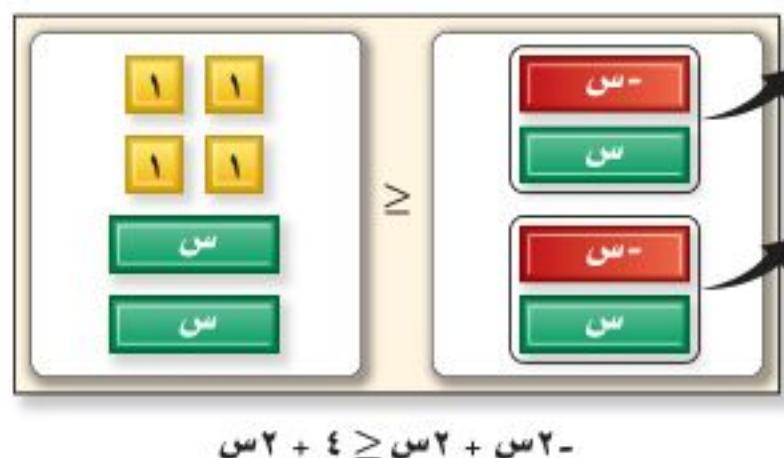
## حل المتباينات

يمكن استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المتباينات.

### نشاط حل المتباينات

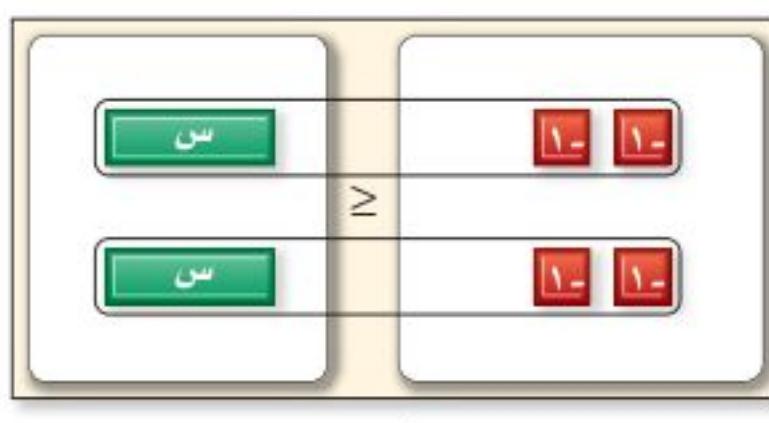
**حُلّ المتباينة:**  $-2s \geq 4$ .

**الخطوة ٢ :** بما أنك لا تريدين إيجاد قيمة س السالبة فيجب حذف بطاقات س السالبة بإضافة بطاقتين من س الموجبة إلى كل طرف من طرفي اللوحة، وحذف الأزواج الصفرية.

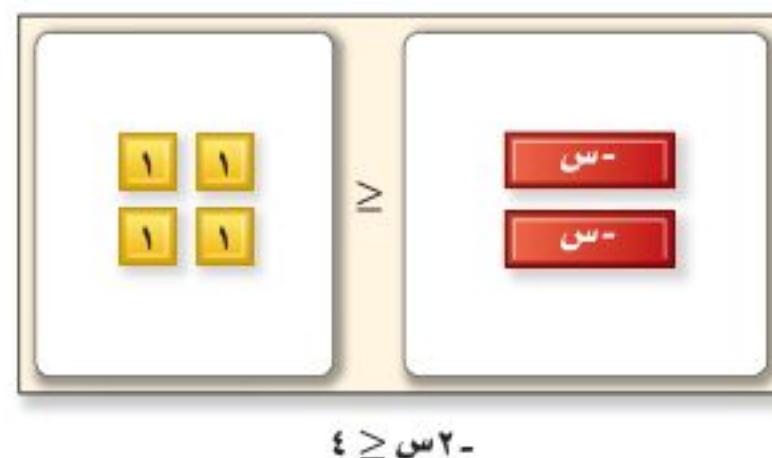


$$-2s + 4 \geq s + 4$$

**الخطوة ٤ :** افصل البطاقات إلى مجموعتين.

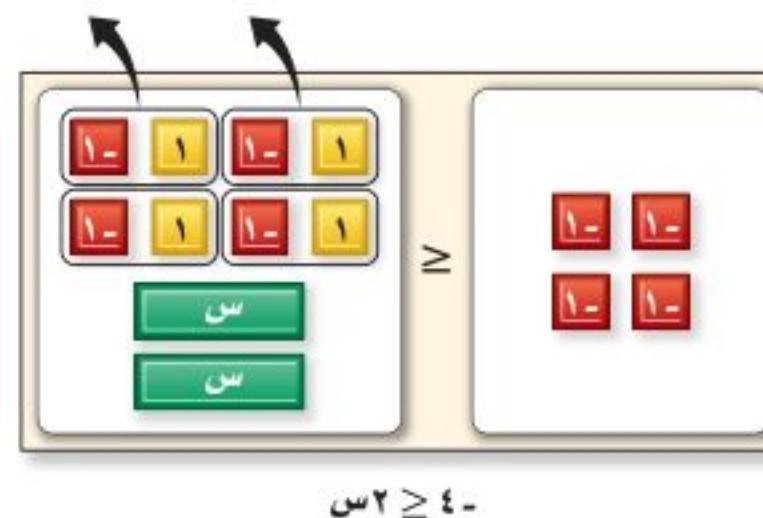


**الخطوة ١ :** استعمل بطاقة لاصقة لتغطي إشارة المساواة على لوحة المعادلة، واكتب على البطاقة إشارة  $\geq$  ثم مثلّ المتباينة ببطاقات الجبر.



$$-2 \geq s$$

**الخطوة ٣ :** أضف ٤ من بطاقات العدد سالب ١ إلى طرفي اللوحة، واحذف الأزواج الصفرية.



$$s \leq -4$$

### التمثيل والتحليل

استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المتباينات الآتية:

$$4 - 6s \geq -12$$

$$3 - 5s \leq -15$$

$$4 - 4s > -9$$

$$3 - 3s > 1$$

٥) هل معامل س موجب أم سالب في كل من المتباينات السابقة؟

٦) ماذا تلاحظ على إشارة المتباينة وموقع المتغير في الأسئلة ١ - ٤ ، وحلولها؟



٧) مثلّ حل المتباينة:  $3s \geq 12$  بيانياً. وبيّن كيف يختلف حل هذه المتباينة عن حل المتباينة:  $-3s \geq 12$ .

٨) اكتب قاعدة لحل متباينات تتضمن الضرب والقسمة.

(إرشاد: تذكر أن القسمة على عدد تكافئ الضرب في مقلوب ذلك العدد).



## ٤ - حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

٤

### لماذا؟



حصل سعود على جائزة تسوق مقدارها ٢٥٠ ريالاً من محل لبيع العطور. فإذا كان ثمن زجاجة العطر الذي يريد شراءه ٤٥ ريالاً، فإن عدد زجاجات العطر ( $k$ ) التي يمكن أن يشتريها يمثل بالمتباينة  $45k \leq 250$ .

### فيما سبق

درست حل معادلات  
باستعمال الضرب  
والقسمة.

### والأآن

- أحل متباينات خطية  
باستعمال الضرب.
- أحل متباينات خطية  
باستعمال القسمة.

**حل المتباينات باستعمال الضرب:** إذا ضربت كلاً من طرفي متباينة في عدد موجب فستبقى المتباينة صحيحة.

المتباعدة الأصلية

$2 < 4$

اضرب كلاً من الطرفين في ٣.

$3(2) < 3(4)$

بسط.

$6 < 12$

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

أما إذا ضربت طرفي المتباينة في عدد سالب فإن اتجاه إشارة المتباينة يتغير.

المتباعدة الأصلية

$7 > 9$

اضرب كلاً الطرفين في -٢.

$-9 < -7$

بسط.

$14 < 18$

يوضح المثالان السابقان **خاصية الضرب للمتباينات**.

أصنف إلى	مطويتك	مفهوم أساسى
أمثلة	بالرموز	التعبير اللفظي
$3, 5 < 6$ $(2)(3,5) < (2)6$ $7 < 12$ $5 > 2,1$ $(0,5)(2,1) > (0,5)(5)$ $2,5 > 1,05$	لأي عددين حقيقيين $A$ , $B$ ولأي عدد موجب $C$ , إذا كان $A < B$ فإن $AC < BC$ , وإذا كان $A > B$ فإن $AC > BC$ .	إذا ضرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.
$4,5 > 7$ $(3-)(4,5) > (3-)(7)$ $13,5 - > 21 -$ $5,2 > 3,1$ $(4-)(5,2) > (4-)(3,1)$ $20,7 > 12,4$	لأي عددين حقيقيين $A$ , $B$ ولأي عدد سالب $C$ , إذا كان $A > B$ فإن $AC > BC$ , وإذا كان $A < B$ فإن $AC < BC$ .	إذا ضرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب يتعين تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.

التحقق من صحة الحل  
يمكنك التحقق من صحة  
الحل في المثال ١ بتعويض  
عدد أكبر من ٦٧٢ وإثبات  
أن المتباينة الناتجة غير  
صحيحة.

### مثال ١ من واقع الحياة كتابة المتباينات وحلها

**دراسة مسحية:** في استطلاع أجرته إحدى المدارس، أجاب  $\frac{1}{8}$  من أفراد العينة، وعدهم أقل من ٨٤ طالبًا، بأنهم لم يتناولوا أي وجبة غداء سريعة خلال الفصل الدراسي الماضي . فما عدد أفراد العينة؟

**افهم** تعلم عدد الطلاب الذين لم يتناولوا أي وجبة غداء من مطاعم الوجبات السريعة ونسبتهم من عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم.

**خطّط** افترض أن  $n$  = عدد أفراد العينة، ثم اكتب جملة تمثل هذا الموقف.



**حل** حل المتباينة لإيجاد قيمة  $n$ .

$$\frac{1}{8}n < 84 \quad \text{المتباينة الأصلية}$$

$$\frac{1}{8}n < 84 \quad \text{اضرب كلاً من الطرفين في } 8$$

$$n < 672 \quad \text{بسط}$$

**تحقق** للتحقق من الإجابة عوض بعدد أقل من ٦٧٢ في المتباينة الأصلية.  
إذا كانت  $n = 80$ ، فإن  $\frac{1}{8}(80) = 10$ ، والعدد ١٠ أقل من العدد ٨٤،  $(80 < 84)$ .

لذا فمجموعه الحل هي:  $\{n | n < 672\}$ ، إذن عدد أفراد العينة أقل من ٦٧٢ طالبًا.

#### تحقق من فهمك

١) **علم النبات:** تتركز أشجار النخيل بصفة خاصة في العالم العربي، حيث يوجد به أكثر من ٦٠ مليون شجرة تمثل نحو ثلاثة أخماس أشجار النخيل في العالم. فما عدد أشجار النخيل في العالم؟



#### الربط مع الحياة

شجرة النخيل هي الشجرة الوحيدة التي لا يسقط ورقها، وكل جزء فيها فائدته عظيمة: ثمارها، ليفها، ساقها، سعفها، جريدها، خوصها.

يمكنك استعمال النظير الضربي لحل المتباينات.

### مثال ٢ الحل بالضرب

حل المتباينة  $-\frac{3}{7}r > 21$  وتحقق من صحة الحل.

المتباينة الأصلية.

اضرب في  $-\frac{7}{3}$ ، وغير اتجاه إشارة المتباينة ..

$$21 > -\frac{3}{7}r$$

$$(21 > -\frac{3}{7}r) \times (-\frac{7}{3})$$

$$r < -49$$

مجموعه الحل هي:  $\{r | r < -49\}$ .

#### تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$12 - \frac{n}{6} \geq 8$$

$$2b - \frac{4}{3}f < 10 - 2j$$

$$\frac{1}{5}m < 3 - 2b$$



الإشارة السالبة:

لا تغير إشارة المتباينة إلا إذا كان معامل المتغير سالباً فقط، أما الإشارة السالبة مع الثواب فلن وجودها لا يؤثر على إشارة المتباينة، فعند حل المتباينة  $\frac{5}{3} < 5$  لا يتغير اتجاه إشارة المتباينة.

**حل المتباينات بالقسمة:** إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد موجب، تبقى المتباينة الناتجة صحيحة.

المتباينة الأصلية.

$$5 > 10 -$$

اقسم كلا الطرفين على 5.

$$\frac{5}{5} > \frac{10}{5}$$

بسط.

$$1 > 2 -$$

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد سالب، يتغير اتجاه إشارة المتباينة الناتجة لتكون صحيحة.

المتباينة الأصلية

$$18 > 15$$

اقسم كلا الطرفين على -3.

$$\frac{18}{-3} > \frac{15}{-3}$$

بسط.

$$-6 < -5$$

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة يتغير عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.

يوضح هذان المثلان خاصية القسمة للمتباينات.

أمثلة	بالرموز	التعبير اللفظي	مفهوم أساسى
$5 > 4,5$ $\frac{5}{0,5} > \frac{4,5}{0,5}$ $10 > 3$ $0,7 < 1,5$	$2,1 > 1,5$ $\frac{2,1}{3} > \frac{1,5}{3}$ $0,7 < 1,5$	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي موجب جـ إذا كان $A > B$ فإن $\frac{A}{J} > \frac{B}{J}$ . وإذا كان $A < B$ فإن $\frac{A}{J} > \frac{B}{J}$ .	إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.
$3,6 > 1,8 -$ $\frac{3,6}{0,9} < \frac{1,8}{0,9} -$ $0,4 < 0,2 -$	$2,4 < 1,8 -$ $\frac{2,4}{6} < \frac{1,8}{6} -$ $1 - > 0,4 -$	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي سالب جـ إذا كان $A > B$ ، فإن $\frac{A}{J} > \frac{B}{J}$ . وإذا كان $A < B$ ، فإن $\frac{A}{J} > \frac{B}{J}$ .	إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، يجب تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة.

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي  $\leq$  و  $\geq$ .

### مثال ٣ [الحل بالقسمة]

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

ب)  $147 \geq 57 -$

أ)  $60 < 8t$

المتباينة الأصلية

$$8t < 60$$

$147 \geq 57 -$  المتباينة الأصلية  
 $\frac{147}{7} \leq \frac{57}{7} -$  اقسم كلا الطرفين على -7 وغيّر اتجاه إشارة المتباينة.  
 $21 - \leq 57 -$  بسط وتحقق من صحة التعويض.

اقسم كلا الطرفين على 60.

$$\frac{8}{60} t < \frac{60}{60}$$

بسط وتحقق من صحة التعويض

$$t < \frac{2}{15}$$

مجموعه الحل هي:  $\{t | t < \frac{2}{15}\}$ 

تحقق من فهمك

**مثال ١** (١) **كتب:** جمعت دار نشر أكثر من ٥٠٠ ريال من بيع كتاب جديد، ثمن النسخة الواحدة ١٥ ريالاً. عرّف متغيراً، واتّبِع مُتباينَة تمثِيل عدد الكتب المبيعة، ثم حلّها وفسّر الحل.

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

$$(٥) -\frac{7}{6} \leq 7 < 84 - m$$

$$(٤) -\frac{1}{2} n < 30 - 108$$

**المثالان ٢، ٣**

## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** عرّف متغيراً في كل من السؤالين ٦ ، ٧ واتّبِع مُتباينَة، ثم حلّها، ثم فسّر الحل:

(٦) **هاتف نقال:** اشتري سعد بطاقة هاتف بمبلغ ٥٠ ريالاً، فإذا كان سعر الدقيقة ٢٤٠ ريال، فكم دقيقة يمكنه أن يتكلّم بهذه البطاقة؟

(٧) **نقود:** يحتاج رائد إلى ٥٦٠ ريالاً على الأقل للتغطية نفقات رحلته. وقد بدأ بتوفير ٢٥ ريالاً من مصروفه كل أسبوع. وبعد كم أسبوع يمكنه القيام بالرحلة؟

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقّق من صحة الحل:

$$(١٠) -\frac{s}{2} \geq 10 - 1$$

$$(٩) -\frac{j}{11} < 11 - 9$$

$$(٨) \frac{1}{4} m \geq 17 - 1$$

$$(١٣) -\frac{1}{6} n \geq 18 - 1$$

$$(١٢) \frac{2}{3} h > 14$$

$$(١١) \frac{f}{6} > 72 - 1$$

$$(١٦) 32 < 4s - 6$$

$$(١٥) 4s > 64$$

$$(١٤) 6s \geq 96$$

$$(١٩) 5 < f - 6t$$

$$(١٨) 33 - 3s \leq 72 - 6t$$

$$(١٧) 72 - 6t < 5s$$

(٢٠) **دورات تدريبية:** من متطلبات الحصول على شهادة في إحدى الدورات حضور المشترك  $\frac{3}{5}$  أيام التدريب على الأقل. فإذا حقق سالم هذا الشرط بحضوره ١٥ يوماً تدريبياً. فما الحد الأعلى لعدد أيام التدريب في هذه الدورة؟

(٢١) **متاحف:** أراد مدرس التاريخ في مدرسة متوسطة اصطحاب طلابه لزيارة متحف. فإذا كان سعر بطاقة دخول المتحف للفرد ٨ ريالات. فما عدد الطلاب الذين يمكن أن يزوروا المتحف بمبلغ ٢٦٠ ريالاً؟

(٢٢) **بنزين:** إذا كان سعر لتر البنزين لا يقل عن ١٣٧ ريال، فكم لترًا من البنزين (الأقرب جزء من عشرة) يمكن أن يشتري خالد بمبلغ ٧٥ ريالاً؟

اتّبِع أمام كل مُتباينَة رمز التمثيل البياني لحلّها:

$$(٢٣) \frac{2}{3} h \geq 9 - 2,3$$

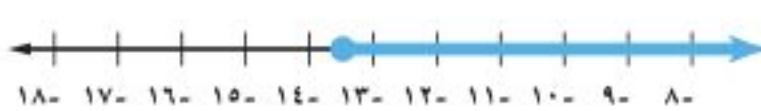
$$(٢٤) 25 \leq 8 - 4,5$$

$$(٢٥) 25 < 3,6 - s$$

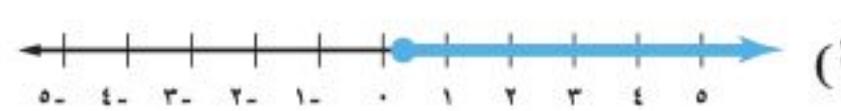


### تاريخ الرياضيات

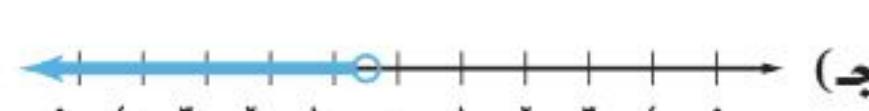
أول من ابتكر الكسور العشرية هو العالم الرياضي المسلم غياث الدين الكاشي.



ب)



ج)



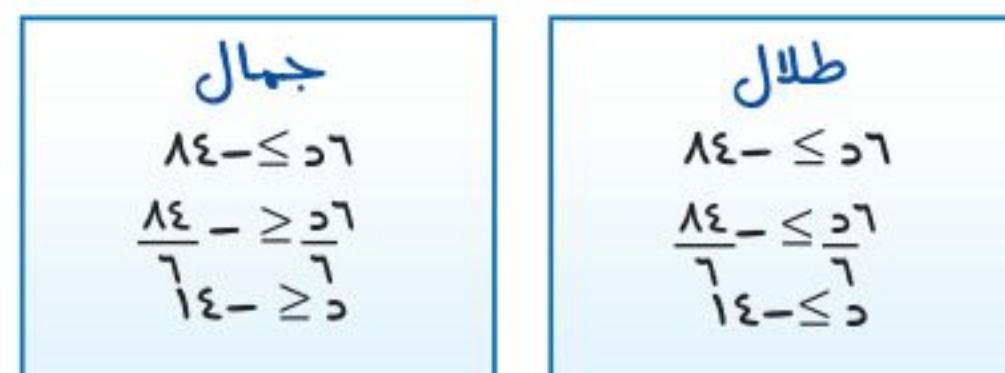
(٢٧) **حلوى:** أشار ثلثا طلاب الصف الثالث في مدرسة متوسطة، وعدهم أقل من ٣٦ طالباً، إلى أنهم يفضلون الشوكولاتة على التفاح. فما عدد طلاب الصف؟

(٢٨) **تمثيلات متعددة:** حجم الهرم =  $\frac{1}{3}$  مساحة قاعدته × الارتفاع.

- هندسيًا، ارسم هرماً قاعدته مربعة طول ضلعها ٦ سم وارتفاعه ٤ سم.
- عديدياً، إذا كان حجم الهرم ٧٢ سم<sup>٣</sup>، فاكتب معادلة لإيجاد ارتفاعه.
- جدولياً، أنشئ جدولًا يبين قيم ع عندما  $= 1, 3, 6, 9, 12$ .
- عديدياً، اكتب متابينة لقيم ل الممكنة على أن يكون  $L < 4$ .

### مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٩) **اكتشف الخطأ:** حل كل من طلال وجمال المتابينات ٦ د - ٨٤. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ اشرح تبريرك.



(٣٠) **تحدد:** حدد إذا كانت المتابيانة س  $> 1$ ، س  $< 1$  متكافتين أم لا، وفسّر إجابتك.

(٣١) **تبرير:** وضح إذا كانت العبارة "إذا كان أ  $< ب$  فإن  $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ " صحيحة أحياناً، أم دائمًا، أم غير صحيحة أبداً، وفسّر إجابتك.

(٣٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفاً من واقع الحياة يمثل المتابيانة  $- \frac{5}{8} \leq س$ .

(٣٣) **اكتبه:** ما الحالات التي يتغير فيها إتجاه إشارة المتابيانة؟ وأعط أمثلة تؤيد ذلك.

### تدريب على اختبار

(٣٥) ما حل المعادلة:  $4 س - 3 = 2 س$ ؟

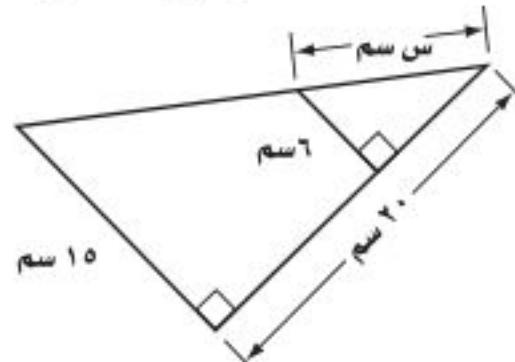
ج)  $\frac{1}{2}$

د) ٢

أ) -٢

ب)  $-\frac{1}{2}$

(٣٤) **إجابة قصيرة:** أوجد قيمة س في الشكل الآتي.



### مراجعة تراكمية

حل كلاً من المتابيانات الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثله على خط الأعداد: (الدرس ٤-٤)

(٣٨)  $ب - 2 = 7$

(٣٧)  $ص + 11 \leq 24$

(٣٦)  $أ < 5 + 8 - 4$

(٣٩) مثل المعادلة  $ك = ٧٥ + ١٦,٥ س$  بيانياً، ثم أوجد قيمة ك عندما س = ٨. (الدرس ٢-٣)

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة :

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(40) ٤ ص + ١١ = ١٩$$

$$(42) ٤ س - \frac{1}{4} + ٢ س = ٤$$

$$(41) ٢ س - ٧ = ٧ + ٤ س$$

$$(45) \frac{1}{4} ب = \frac{3}{4} - ب$$

$$(44) ١٣ = \frac{٥ + ٧}{٢}$$

$$(43) \frac{١}{٣} (٦٦ - ٣) = ١٢ + ٣$$



## ٤ - ٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

لماذا؟

يحصل مندوب مبيعات على راتب شهري يضاف إليه عمولة تبعاً لمبيعاته. ويمكن استعمال متباينة متعددة الخطوات لإيجاد قيمة المبيعات التي تحقق للمندوب دخلاً شهرياً يلبي طموحه.

**حل المتباينات المتعددة الخطوات:** يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

### مثال ١ من واقع الحياة حل المتباينة المتعددة الخطوات

**مبيعات:** يعمل عبد المجيد مندوب مبيعات براتب شهري قدره ٦٠٠٠ ريال وعمولة مقدارها ١٠٪ من مبيعاته، فإذا كان هدفه أن يكسب ١٢٠٠٠ ريال شهرياً على الأقل. فاكتب متباينة وحلها لإيجاد قيمة المبيعات اللازمة لتحقيق هدفه؟

$$\text{الراتب الأساسي} + (\text{العمولة} \times \text{المبيعات}) \leq \text{الدخل المطلوب}$$

$$٦٠٠٠ + ١٠\% \times \text{المبيعات} \leq ١٢٠٠٠ \quad \text{بالتعويض}$$

$$\text{اطرح } ٦٠٠٠ \text{ من كلا الطرفين}$$

$$\text{س} \leq ٦٠٠٠ \quad \text{اقسم كلا الطرفين على } ١٠$$

لذا، يجب ألا تقل مبيعاته عن ٦٠٠٠ ريال ليتحقق هدفه.

تحقق من فهمك

- ١) **نقود:** أعلنت إحدى المطابع عن عرض خاص لطباعة ٤٠٠ نسخة من نشرة إعلانية بأقل من ١٣٣,٥٠ ريالاً. فإذا علمت أن سعر الطباعة يشمل رسوماً مقدارها ١٣,٥٠ ريالاً، فما سعر طباعة النسخة الواحدة من النشرة الإعلانية؟

عند ضرب المتباينة في عدد سالب أو قسمتها عليه يتغير اتجاه إشارة المتباينة، وتنطبق هذه الخاصية على المتباينات المتعددة الخطوات.

### مثال ٢ متباينة تتضمن معاملًا سالبًا

$$\text{حل المتباينة: } ١١\text{-ص} < ١٣\text{-ص} .$$

$$١١\text{-ص} < ١٣\text{-ص} \quad \text{المتباينة الأصلية}$$

$$٥٥ < ١١\text{-ص} \quad \text{أضف } ١٣ \text{ إلى كلا الطرفين}$$

$$\frac{٥٥}{١١-} < \text{ص} \quad \text{بسط}$$

لذا، فمجموع الحل هي: {ص | ص < ٥}.

تحقق من فهمك حل كلاً من المتباينتين الآتيتين:

$$١٢ \leq ٢٣ - ١٠ \quad \text{أ.}$$

$$\text{بـ) } ٤٣ < ٤\text{-ص} + ١١ \quad \text{بـ)$$

٤ - ٣

فيما سبق

درست حل معادلات متعددة الخطوات.

والآن

- أحل متباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة.
- أحل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.



يمكن تحويل الجمل الرياضية إلى متباينات متعددة الخطوات، ثم حلها باستعمال خصائص المتباينات.

### مثال ٣ كتابة المتباينة وحلها

عرف المتغير، واكتب المتباينة، ثم حلها.

خمسة ناقص ستة أمثال عدد أكبر من أربعة أمثال ذلك العدد زائد ٤٥.

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & & & & & \\ & خمسة & ناقص & ستة & أمثال & عدد & أربعة & أمثال & العدد \\ 45 & - & 6 & - & 5 & & & & \\ & زائد & & & & & & & \\ & + & & & & & & & \\ & 4 & < & 4 & & & & & \end{array}$$

اطرح ٤٦ من طرفي المتباينة  $45 - 10 > 45$

اطرح ٥ من طرفي المتباينة  $40 - 10 > 40$

اقسم طرفي المتباينة على  $-10$ ، وغير اتجاه إشارة المتباينة  $\frac{40}{-10} > \frac{10}{-10}$

بسط  $n > -4$

لذا، فمجموعه الحل هي  $\{n | n > -4\}$

**تحقق من فهمك**

(٣) نصف عدد زائد اثنين أكبر من سبعة وعشرين.

**حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع** عند حل متباينات تحتوي على أقواس استعمل أولاً خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس، ثم استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة الناتجة.

### مثال ٤ خاصية التوزيع

حل المتباينة:  $4(3t - 5) + 7 \leq 8t + 3$ .

المتباينة الأصلية  $4(3t - 5) + 7 \leq 8t + 3$

خاصية التوزيع  $12t - 20 \leq 8t + 20$

جمع الحدود المتشابهة  $12t - 13 \leq 8t + 12$

اطرح ٨١ من الطرفين  $4t - 13 \leq 3$

أضف ١٣ إلى كلا الطرفين  $4t \leq 16$

اقسم طرفي المتباينة على ٤  $\frac{4t}{4} \leq \frac{16}{4}$

بسط  $t \leq 4$

لذا فمجموعه الحل هي:  $\{t | t \leq 4\}$ .

### مراجعة المفردات

#### ترتيب العمليات

- ١) احسب قيمة العبارات داخل الأقواس.
- ٢) احسب قيمة كل القوى.
- ٣) اضرب و/ أو اقسم من اليمين إلى اليسار.
- ٤) اجمع و/ أو اطرح من اليمين إلى اليسار.

**تحقق من فهمك**

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(4) ٦(٤ - ٣) > ٢(٥ - ٨)$$

$$42 \geq 4$$

### تنبيه!

#### خاصية التوزيع

إذا ضرب عدد سالب في مجموع حدين أو الفرق بينهما، فتذكرة أن توزع العدد مع إشارته السالبة على كل حد من الحدين بين القوسين.

## المجموعة الخالية

لا تستعمل الصيغة المميزة  
للمجموعة عندما تكون  
مجموعة حل المتباينة هي  
المجموعة الخالية. وبدلاً  
من ذلك يعبر عن مجموعة  
الحل بالرمز  $\emptyset$ .

## مثال ٥ المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقة

حل كلاً من المتباينتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$\text{أ) } 9t - 5(t - 5) \geq 4(t - 3)$$

المتباعدة الأصلية

$$9t - 5(t - 5) \geq 4(t - 3)$$

خاصية التوزيع

$$9t - 5t + 25 \geq 4t - 12$$

جمع الحدود المتشابهة

$$4t + 25 \geq 4t - 12$$

اطرح ٤t من كلا الطرفين

$$4t + 25 - 4t \geq 4t - 12 - 4t$$

بسط

$$12 \geq 25$$

بما أن نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبداً، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي المجموعة الخالية  $\emptyset$ .

$$\text{ب) } 3(4m + 6) \geq 42 + 6(2m - 4)$$

المتباعدة الأصلية

$$3(4m + 6) \geq 42 + 6(2m - 4)$$

خاصية التوزيع

$$24 + 18 + 42 \geq 12m - 24$$

جمع الحدود المتشابهة

$$18 + 12 \geq 12m + 18$$

اطرح ١٢m من الطرفين

$$12m + 18 - 12m \geq 12m + 18 - 12m$$

بسط

$$18 \geq 18$$

بما أن نتيجة الحل عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقة.

## تحقق من فهمك

حل كلاً من المتباينتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$\text{أ) } 18 - 3(8x + 4) \leq 6(4x - 1) \quad \text{ب) } 6(4x - 1) \geq 4(8x + 3)$$

## تأكد

**مثال ١** **قوارب**: إذا أراد أربعة أشخاص ركوب قارب ومعهم حمولة مقدارها ٤٠ كجم، فاكتتب متباينة لإيجاد معدل الكتلة المسموح بها للشخص الواحد (n)، وحلها، علماً بأن حمولة القارب ٤٠٠ كجم.

حل كلاً من المتباينتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$\text{١) } 25 + 6m < 43 \quad \text{٢) } 3s - 2 > 6m + 17$$

عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

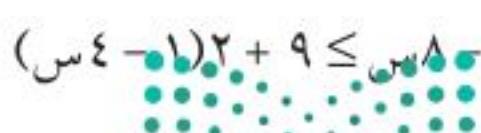
٤) أربعة أمثال عدد ناقص ٦ أكبر من ٨ مضافاً إليها مثلاً ذلك العدد.

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

## مثال ٢

## مثال ٣

## المثالان ٤ ، ٥



**مثال ١** ٨) **تسوق:** يريد سليمان شراء حاسوب ثمنه ٢١٩٥ ريالاً وعدد من البرمجيات التعليمية ثمن الواحدة ٥ ريالاً. فإذا كان معه ٢٥٠٠ ريال، فاكتب متباينة لإيجاد أكبر عدد من البرمجيات يمكن أن يشتريها، ثم حلها، وفسّر إجابتك.

**مثال ٢** حل كلاً من المتباينتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(10) -\frac{5}{4}x + 6 > 12$$

$$(9) 37 - 7 > 10 - d$$

**مثال ٣** عُرف المتغير، واكتب المتباينه وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

(١١) ثلاثة أرباع عدد ناقص تسعة يساوي على الأقل اثنين وأربعين.

(١٢) عشرة لا تزيد على ٤ أمثال مجموع مثلي عدد مع ثلاثة.

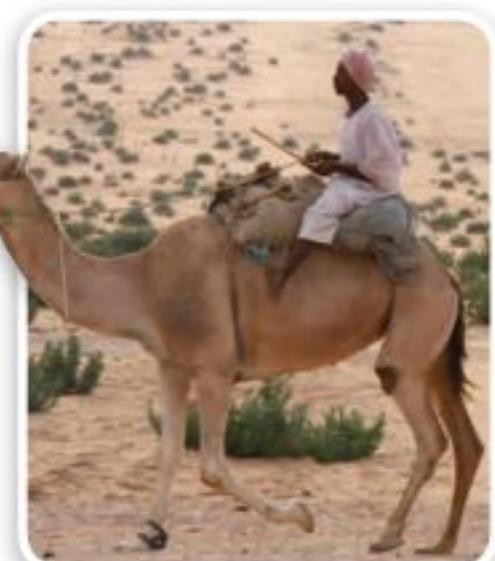
(١٣) ثلاثة أمثال مجموع عدد مع سبعة أكبر من خمسة أمثال ذلك العدد ناقص ثلاثة عشر.

**المثالان ٤ ، ٥** حل كلاً من المتباينتين الآتتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(14) 6n - 3(3n + 2) > 10 - 3(b - 6).$$

(١٦) حل المتباينة:  $6(m - 3) < 5(2m + 4)$ ، موضحاً كل خطوة مع التبرير.

(١٧) **علوم:** درجة حرارة جسم الجمل الطبيعية  $97,7^{\circ}\text{F}$  في الصباح. وإذا لم يشرب ماءً حتى الظهر ترتفع درجة حرارته إلى أكثر من  $104^{\circ}\text{F}$ . اكتب متباينة تمثل درجة حرارة جسم الجمل عند الظهر إذا لم يشرب ماء بكل من درجتي الحرارة الفهرنهايتية (ف)، والسيلزية (س)، علمًا بأن  $F = \frac{9}{5}S + 32$ .



الربط مع الحياة

(١٨) **هدايا:** يريد حسن أن يشتري هدية لوالدته بمبلغ لا يقل عن ٥٠٠ ريال. ويملك الآن ٣٨٠ ريالاً، ويمكنه توفير ١٠ ريالات يومياً.

تحرك الجمال رجلها الواقعتين على أحد جانبي جسمها معًا عندما تمشي، بعكس معظم الحيوانات الأخرى.

أ) اكتب متباينة لإيجاد عدد الأيام اللازمة ليحقق هدفه، ثم حلها.

ب) مثل مجموعة الحل بيانياً.



(١٩) **تمثيلات متعددة:** سوف تحل في هذه المسألة المتباينات المركبة، مثل التي يكون فيها العدد أكبر من ٤، وأقل من ٩.

أ) عددياً، اكتب متباينتين منفصلتين لهذه العبارة.

ب) بيانياً، مثل مجموعة حل المتباينة الأولى باللون الأحمر، ومجموعة حل المتباينة الثانية باللون الأزرق، وظلل بالقلم الفسفوري جزء التمثيل البياني الذي يتداخل فيه اللوان.

ج) جدولياً، أنشئ جدولًا باستعمال عشر نقاط من خط الأعداد الذي مثّله متضمنة أعدادًا من الجزأين. استعمل عمودًا لكل متباينة وعمودًا ثالثًا بعنوان «حل مشترك»، وأملأ الجدول بكتابه «صح» أو «خطأ».

د) لفظياً، صف العلاقة بين الأجزاء الملونة في التمثيل البياني والجدول.

هـ) منطقياً، ماذا تتوقع أن يكون التمثيل البياني للمتباينة  $4 < س < 9$ ؟

عرف المتغير في المسألة الآتية، واكتب المتباينة، ثم حلها، وفسّر إجابتك:

(٢٠) **حيوانات:** كتلة حصان ٤٤ كجم، وكتلته الطبيعية أقل من ٣٩٠ كجم، ويمكن أن يفقد من كتلته ٣ كجم في الأسبوع باستعمال برنامج غذائي معين. فكم أسبوعاً يلزم ليصل إلى كتلته الطبيعية؟



الربط مع الحياة

(٢١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات المكونة من ثلاثة أعداد صحيحة زوجية موجبة متالية لا يزيد مجموعها على ٣٦.

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$37 \geq 7s + 11 - 13 \quad (٢٣)$$

$$2(s - 4) \geq 2 + 3(s - 6) \quad (٢٢)$$

$$2s - \frac{2}{3} \leq s - 22 \quad (٢٥)$$

$$4,7 - 2,5 > 1,5 + 6,5 \quad (٢٤)$$

### مسائل مهارات التفكير العليا

يعتني الطبيب البيطري بالحيوانات المصابة أو المريضة. ويمكن أن يعمل في أماكن كثيرة مثل حديقة الحيوان ومراكم الأبحاث أو في عيادة خاصة.

(٢٦) **تبrier:** اشرح كيف يمكن أن تحل المتباينة:  $-3 < f + 7 \leq -2$  دون أن تضرب كلا الطرفين في عدد سالب أو تقسمهما عليه.

(٢٧) **تحدد:** إذا كان للمتباينة  $As + B < Js + G$  عدد لا نهائي من الحلول، فما مجموعة حل المتباينة  $As + B > Js + G$ ؟ وضح الطريقة التي عرفت بها الإجابة.

(٢٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين تحلان بخطوات متعددة ولهمما التمثيل البياني نفسه.

(٢٩) حدد المتباينة التي تختلف عن المتباينات الثلاث الأخرى. وفسّر إجابتك.

$13 - 5 < 2 + s$

$5 - 2 < s + 1$

$s - 4 < 5$

$s + 9 < 3$

## تدريب على اختبار

(٣٢) إجابة قصيرة: تلقى ماجد ٧٢ ريالاً مقابل ٤ ساعات عمل. فكم ساعة يعمل بهذا المعدل، حتى يحصل على ١١٧٠ ريالاً؟

(٣١) ما مجموعة حل المتباينة:

$$4t + 2 > 8t - (6t - 10) ?$$

- أ)  $\{t | t > 6,5\}$       ج)  $\{t | t < 6,5\}$   
ب)  $\{t | t < 6,5\}$       د)  $\{t | t > 4\}$

## مراجعة تراكمية

(٣٣) حل المتباينة:  $\frac{s}{2} \geq -5$  وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٤-٢)

(٣٤) حل المتباينة:  $f = 9 > 2$  وتحقق من صحة الحل ومثله على خط الأعداد. (الدرس ٤-١)

(٣٥) حل المعادلة:  $2(s - 3) = 5s + 12$  بيانياً، وتحقق من صحة الحل جبرياً. (الدرس ٤-٢)

إذا كان  $q(s) = 4s - 3$  ،  $h(s) = 2s^2 + 5$  ، فأوجد كلاً مما يأتي: (الدرس ٤-٢)

(٣٨)  $q(j + 3)$

(٣٧)  $h(2) - 5$

(٣٦)  $q(-2)$

## استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة:

حدّد على خط الأعداد جميع الأعداد المعطاة في كلٌ مما يأتي:

{٥، ١، ٠، ٣-} (٤٠)

{٤، ٢، ٢-، ٤} (٤٩)

(٤٢) {الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوي -٢}

(٤١) {الأعداد الصحيحة الأصغر من ٣}

(٤٤) {الأعداد الصحيحة الواقعة بين -٤، ٣}

(٤٣) {الأعداد الصحيحة الأصغر من -١}



حل كلاً من الممتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٢-٤)

$$(10) \frac{1}{3} s \leq 5$$

$$(11) \frac{j}{5} > 4$$

$$(12) 24 - s < 8$$

$$(13) m - 10 \geq 2$$

$$(14) \frac{s}{8} > \frac{5}{2}$$

$$(15) 5 - r \leq 9$$

$$(16) \frac{v}{6} < 3$$

$$(17) \frac{f}{7} > 2$$

حل كلاً من الممتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٣-٤)

$$(18) 2 < 4 - 14$$

$$(19) 5 \leq s + 11 \leq 10$$

$$(20) 4 < 4 + b$$

$$(21) 1 + \frac{5}{4} \leq 3$$

$$(22) b + 1 < 2 - (4b + 3)$$

عرف المتغير، وكتب الممتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل.

(الدرس ٣-٤)

(٢٣) ثلاثة أمثال عدد مضاعفٍ إليه ٨ لا يزيد على العدد مطروحاً منه ٤

حل كلاً من الممتباينات الآتية، ثم مثل مجموعه حلها بيانياً على خط الأعداد. (الدرس ٤-١)

$$(1) s - 8 < 4$$

$$(2) m + 2 \leq 6$$

$$(3) b - 4 > 7$$

$$(4) 9 - c \geq 12$$

(٥) **مدينة الألعاب:** مع حمزة ٦٠ ريالاً، دفع منها ١٠ ريالات ثمن تذكرة دخول مدينة الألعاب.

(أ) اكتب ممتباينة تبين المبلغ (س) الذي يمكن لحمزة إنفاقه داخل مدينة الألعاب، وحلها.

(ب) إذا أنفق حمزة ٢٠ ريالاً ثمن وجبة الغداء، فاكتب ممتباينة تبين المبلغ الذي يمكن لحمزة إنفاقه، بعد دفع ثمن تذكرة الدخول وثمن وجبة الغداء. وحلها.

عرف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب الممتباينة، وحلها: (الدرس ٤-٢)

(٦) ناتج جمع عدد ٦ لا يزيد على .

(٧) ناتج طرح ٨ من عدد ما أكبر من .

(٨) العدد ٣ مضاعفٍ إلى مثلي عدد أصغر من ذلك العدد.

(٩) **اختيار من متعدد:** وفرت عزيزة ٥٢ ريالاً، لشراء كتاب يزيد ثمنه على ٩٠ ريالاً، ما المبلغ الإضافي الذي يجب أن توفره عزيزة لشراء الكتاب؟ (الدرس ٤-١)

(أ) ٣٨ ريالاً.

(ب) أكثر من ٣٨ ريالاً.

(ج) ليس أكثر من ٣٨ ريالاً.

(د) ٣٨ ريالاً على الأكثر.



## قراءة العبارات المركبة



تألف العبارة المركبة من عبارتين بسيطتين مربوطتين بأحد الحرفين و، أو، وقبل أن تتمكن من تحديد هل العبارة المركبة صحيحة أم خطأ ينبغي أن تعرف معنى الحرفين (و)، (أو).

للعنكبوت ثمانية أرجل و للحصان خمسة أرجل.

حتى تكون العبارة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) صحيحة، يجب أن تكون كلاً من العبارتين البسيطتين صحيحتين.



للحصان خمسة أرجل. ← خطأ



للعنكبوت ثمانية أرجل. ← صحيحة

وبما أن إحدى العبارتين خطأ، فإن العبارة المركبة خطأ.

أما أداة الربط (أو) في العبارة المركبة فتعني في اللغة أحد الأمرين لا كليهما.

فعلى سبيل المثال: في العبارة "يمكنك أن تدرس في جامعة الملك فهد أو في جامعة الملك سعود" تعني: أن تدرس في إحدى الجامعتين وليس في كليهما.

ولكنها في الرياضيات تعني أحد الأمرين أو كليهما.

وحتى تكون العبارة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة، يجب أن تكون واحدة على الأقل من العبارتين البسيطتين صحيحة؛ فالعبارة «للعنكبوت ثمانية أرجل، أو للحصان خمسة أرجل» صحيحة؛ لأن العبارة البسيطة «للعنكبوت ثمانية أرجل» صحيحة.

### تمارين:

حدّد ما إذا كانت كل من العبارات المركبة الآتية صحيحة أم لا، وفسّر إجابتك:

١) العدد ٥ أولي أو العدد ٢ فردي.

٢) للمثلث ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا.

٣)  $11 > 9$  أو  $7 < 4$

٤)  $2 < 5$  و  $4 < 10$

٥)  $6$





## حل المتباينات المركبة

**المادة**

٤ - ٤

### فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

### والأآن

- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و)، وأمثل مجموعة حلها بيانياً.

- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو)، وأمثل مجموعة حلها بيانياً.

### المفردات

المتباينة المركبة  
التقاطع  
الاتحاد

كانت درجة الحرارة السيليزية العظمى في مدينة الرياض في أحد أيام شهر صفر  $27^{\circ}$ ، ودرجة الحرارة السيليزية الصغرى  $13^{\circ}$ . فإذا مثل الرمز (ح) درجة الحرارة فيمكن أن تكتب متباينتين لتمثيل هذا الموقف.

لا تقل درجة الحرارة عن  $13^{\circ}$  ولا تزيد على  $27^{\circ}$

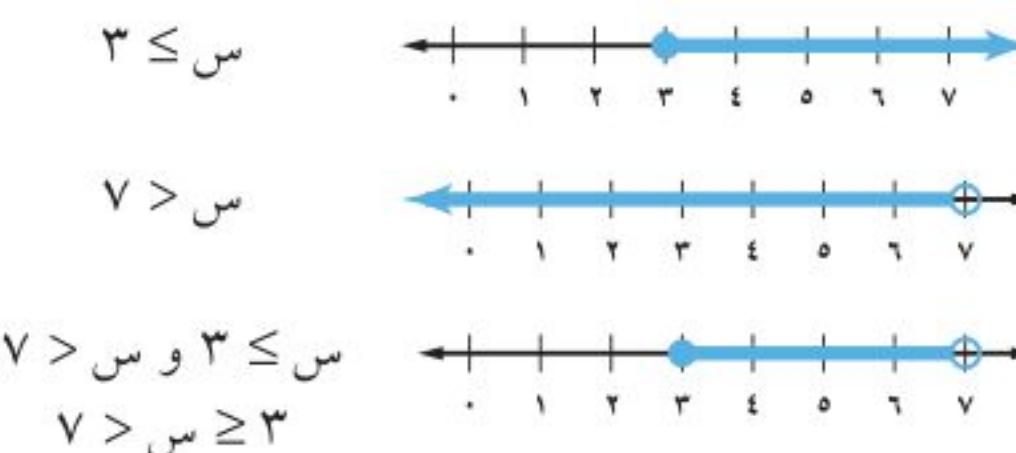
$$13 \leq h \quad , \quad h \leq 27$$

ويمكن دمج المتباينتين  $h \leq 13^{\circ}$  و  $h \geq 27^{\circ}$  معًا دون استعمال أداة الربط (و) في متباينة واحدة كما يأتي:

$$13 \leq h \leq 27$$

**المتباينات التي تحتوي أداة الربط (و):** تشكل المتباينتان  $h \leq 13^{\circ}$  و  $h \geq 27^{\circ}$  معًا متباينة مركبة، وتكون صحيحة فقط إذا كانت المتباينتان المكونتان لها صحيحتين. ويكون تمثيلها البياني من منطقة تداخل التمثيلين البيانيين للمتباينتين، ويُسمى هذا تقاطع التمثيلين البيانيين.

يمكن إيجاد التقاطع بتمثيل كل متباينة، ثم بتحديد منطقة التقاطع



تقرأ العبارة  $s \geq 3 > 7$  على النحو الآتي: س أكبر من أو تساوي 3 وأقل من 7، أو تقع س بين 3 و 7 مع تضمين العدد 3.

### حل المتباينة المركبة وتمثيل التقاطع

#### مثال ١

حل المتباينة:  $-2 \geq s - 3 > 4$ ، ثم مثلّ مجموعة الحل بيانياً.

اكتب أولاً هذه المتباينة في صورة متباينتين باستعمال (و)، ثم حل كلاً من المتباينتين.

اكتب المتباينتين

$$s - 3 > 4$$

و

$$-2 \geq s - 3$$

اضف 3 إلى كل من الطرفين

$$s - 3 + 3 > 4 + 3$$

$$s \geq 7$$

بسط

$$s > 7$$

$$s \geq 1$$

مجموعه الحل هي  $\{s | 1 \geq s > 7\}$ . والآن مثلّ مجموعة الحل بيانياً.

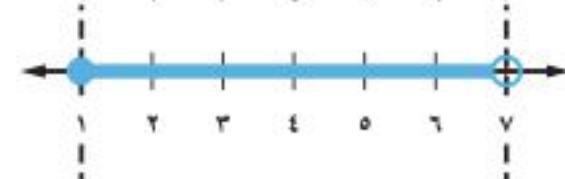
تمثيل  $1 \geq s$  أو  $s \leq 1$



تمثيل  $s > 7$



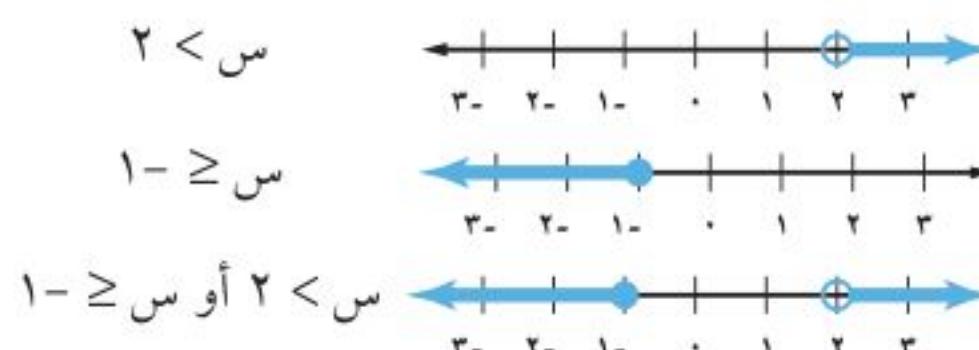
تحديد تقاطع التمثيلين



### تحقق من فهمك

١) حل المتباينة  $6 \geq 7 + x$ ، ومثل مجموعة الحل بيانياً.

**المتباينات التي تحتوي أداة الربط (أو):** يحتوي نوع آخر من المتباينات المركبة كلمة (أو). وتكون المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة إذا كانت إحدى المتباينتين المكونتين لها على الأقل صحيحة. ويكون تمثيلها البياني من اتحاد تمثيل المتباينتين.



عند حل مسائل لفظية على المتباينات استعمل إحدى الإشارتين  $\leq$  أو  $\geq$ ، عند وجود كلمات تدل على تضمين طرف المتباينة في الحل مثل على الأكثر، على الأقل. واستعمل إحدى الإشارتين  $>$  أو  $<$  عند ورود كلمات مثل بين، أقل من، أكثر من.

### قراءة الرياضيات

على الأكثر

عبارة على الأكثر تعني  $\geq$ ،  
وتقرأ:

أصغر من أو يساوي  
ويمكن أن تقرأ:  
ليس أكثر من.

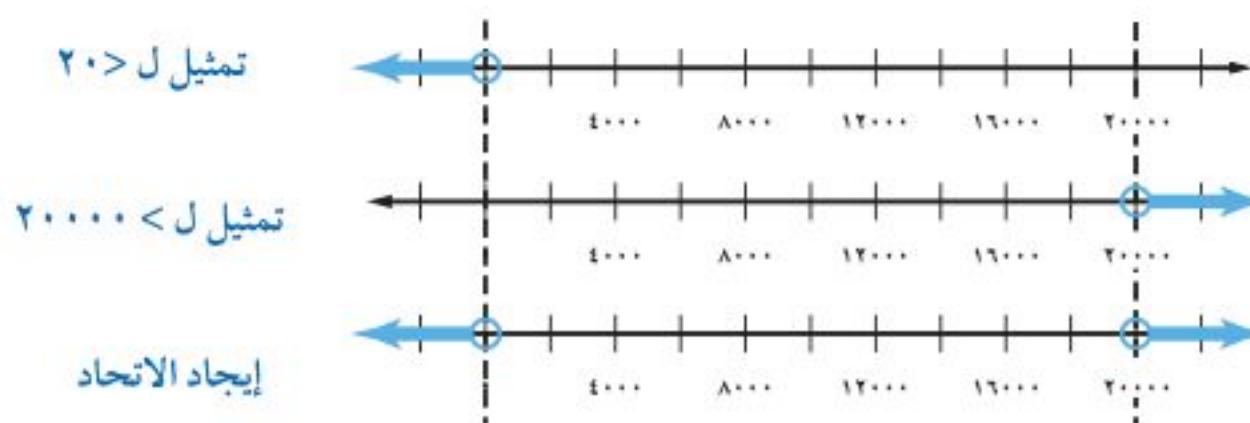
### مثال ٢ من واقع الحياة كتابة متباينة مركبة وتمثيلها بيانياً

**صوت:** يمكن أن تسمع أذن الإنسان الأصوات التي لا يقل ترددتها عن ٢٠ هرتز ولا يزيد على ٢٠٠٠٠ هرتز.  
اكتب المتباينة المركبة التي تمثل الترددات التي لا يسمعها البشر، وتمثيلها بيانياً.

تبين هذه المسألة الترددات التي يسمعها البشر، وعلينا أن نجد الترددات التي لا يسمعها البشر.



ثم مثل مجموعة الحل بيانياً.



لاحظ أن التمثيلين لا يتقاطعان. لا يستطيع البشر سماع الأصوات التي ترددتها أقل من ٢٠ هرتز، أو التي ترددتها أكبر من ٢٠٠٠٠ هرتز. والمتباينة المركبة هي:

$$\{ L | L > 20 \text{ أو } L < 20000 \}$$

### تحقق من فهمك



٢) صناعة: تنتج شركة جهازاً لا يقل طوله عن ١١,٢ سم، ولا يزيد على ١١,٤ سم. اكتب متباينة

وزارة التعليم

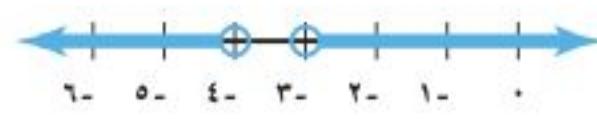
Ministry of Education

2021 - 1443

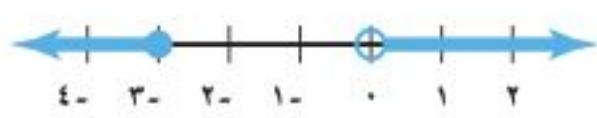
مركبة تصف الأطوال الممكنة لهذا الجهاز، وتمثيلها بيانياً.

(١١) **نظريّة الأعداد:** أوجد جميع المجموعات التي يتكون كل منها من عددين صحيحين فرديين موجبين متتاليين مجموعهما على الأقل ٨ ويقل عن ٢٤.

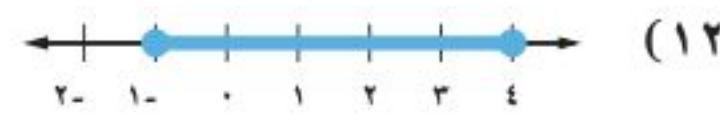
اكتب متباينة مركبة تعبّر عن كل تمثيل بياني فيما يأتي:



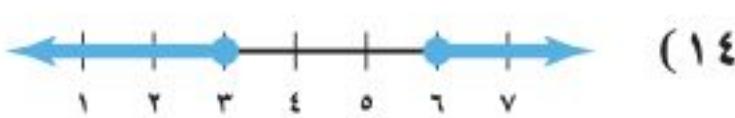
(١٣)



(١٥)



(١٢)



(١٤)

حل كلاً من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ثم مثل مجموعتهما حلها بيانيًا:

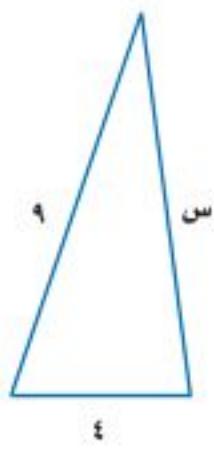
$$16) 3b + 2 > 5b - 6 \quad 17) 5n - 1 > 16 \text{ أو } 3n - 1 < 8$$

$$9 + 2b \geq 6$$

(١٨) **أفاعٍ:** تعيش معظم الأفاعي في المناطق التي تتراوح درجة الحرارة فيها من  $24^{\circ}$  سيليزية إلى  $33^{\circ}$  سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات حرارة المناطق التي لا تعيش فيها الأفاعي.

(١٩) **سلاحفٌ:** نادراً ما تفتقس بيوس السلاحف البحريّة في درجة حرارة أقل من  $23^{\circ}$  أو فوق  $33^{\circ}$  سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات الحرارة التي يجب أن تحضن فيها البيوس كي تفتقس.

(٢٠) **هندسة:** تنص متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



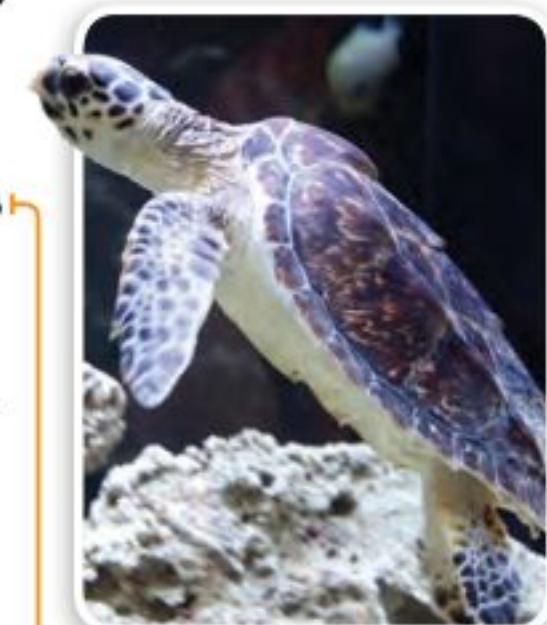
أ) اكتب ثلاثة متباينات تعبّر عن العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث المجاور، وحلها.

ب) أعط أربعة أطوال ممكنة للضلع الثالث في هذا المثلث.

ج) اكتب متباينة مركبة تمثل قيمة s الممكنة.

(٢١) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة: الخطأ المطلق للقياس الذي يساوي نصف وحدة القياس، والخطأ النسبي وهو نسبة الخطأ المطلق إلى القياس نفسه.

أ) جدولياً: انقل الجدول الآتي وأكمله:



الربط مع الحياة

ترافق إحدى المنظمات  
موقع السلاحف البحريّة.  
حيث تساعد البيانات التي  
جمعها العلماء على تتبع أنماط  
هجرتها.

$\frac{\text{الخطأ النسبي}}{\text{القياس}} = \frac{\text{الخطأ المطلق}}{\text{القياس}}$	الخطأ المطلق	القياس
$\frac{0,05}{14,3} \approx 0,035 \text{ أو } 3,5\%$	$\frac{1}{2}(0,05) = 0,025 \text{ سم}$	١٤,٣ سم
		١,٨٥ سم
		٦١,٢ سم
		٢٣٧ سم

ب) تحليلياً: إذا كان طول قطعة مستقيمة  $12,8$  سم، فاحسب الخطأ المطلق، ثم اكتب مدى الأطوال الممكنة.

ج) منطقياً: إلى أي حد تقيس دقة الطول بالستمترات لكي يكون الخطأ المطلق أقل من  $5\%$ ؟

عرف متغيراً في كل من الأسئلة (٢٢-٢٤)، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل: وزارة التعليم



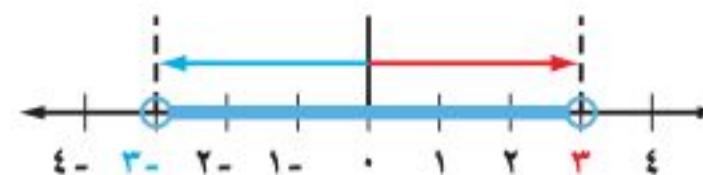
## حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

### المذاكر



تستعمل بعض الشركات متباينات القيمة المطلقة لضبط جودة منتجاتها. فلعمل قطع جزر صغيرة تستعمل آلة لقطع حبات الجزر الطويلة إلى شرائح بطول ٣ سنتيمترات. فإذا تراوحت دقة الآلة ضمن  $\frac{1}{8}$  سنتيمتر، فإن أطوال الشرائح تتراوح بين  $\frac{7}{8}$  سنتيمتر و  $\frac{1}{3}$  سنتيمترات.

**متباينة القيمة المطلقة ( $>$ )**: المتباينة  $|s| > 3$  تعني أن المسافة بين  $s$  و  $0$  أقل من  $3$ .



إذن  $s < -3$  و  $s > 3$ . ومجموعة الحل هي:  $\{s | s < -3 \text{ or } s > 3\}$ .  
وعند حل متباينات القيمة المطلقة، تؤخذ الحالتان الآتيتان بعين الاعتبار:  
الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.  
الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.  
وتكون مجموعة الحل هي تقاطع حل هاتين الحالتين.

### مثال ١ حل متباينات القيمة المطلقة ( $>$ )

حل كلاً من المتباينتين الآتيتين، ثم مثل مجموعتهما حلها بيانياً:

$$\text{أ) } |m + 2| > 11$$

أعد كتابة  $|m + 2| > 11$  لكل من الحالتين ١، ٢.

الحالة ٢:  $m + 2$  سالبة.

$$-(m + 2) > 11$$

$$11 - < 2 + m$$

$$2 - 11 - < 2 - 2 + m$$

$$13 - < m$$

الحالة ١:  $m + 2$  غير سالبة.

$$m + 2 > 11$$

$$2 - 11 > 2 + m$$

$$9 > m$$

إذن  $m > 9$  و  $m < -13$ . وتكون مجموعتهما حلها هي:  $\{m | 9 < m < -13\}$ .



$$\text{ب) } |s - 1| > 2$$

$|s - 1|$  لا يمكن أن تكون سالبة؛ لذا لا يمكن أن تكون  $s - 1$  أقل من  $-2$ ، وعليه، لا يوجد حل لهذه المتباينة، وتكون مجموعتها حلها هي المجموعة الخالية  $\emptyset$ .



### تحقق من فهمك

$$\text{أ) } 2 \geq 8 - s$$

### فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

### والآن

- أحل متباينات القيمة المطلقة ( $>$ ) وأمثلها بيانياً.
- أحل متباينات القيمة المطلقة ( $<$ ) وأمثلها بيانياً.

**المثالان ١ ، ٢** حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$2 - < | 2 + | 3$$

$$2 - \geq | 4 + | 2$$

$$1) | y + 3 | > 7$$

$$6) | k - 5 | > 3$$

$$5) | n + 5 | \leq 3$$

$$4) | b - 2 | \leq 8$$

**مثال ٢** **أسهم:** بلغ سعر سهم إحدى الشركات ٨٥,٨٥ ريالاً. وقد تذبذب هذا السعر ضمن ٧٥،٠ ريال في اليوم. أوجد مدى سعر التداول لهذا السهم.

### تدريب وحل المسائل

**المثالان ١ ، ٢** حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$10) | r + 2 | < 6$$

$$9) | w + 5 | > 8$$

$$8) | 2 - j | \geq 7$$

$$13) | 5l + 3 | < 9$$

$$12) | 21 - 3h | \leq 9$$

$$11) | k - 4 | < 3$$

$$16) | r + 1 | \geq 2$$

$$15) | n + 8 | > 4$$

$$14) | -2s - 3 | < -4$$

**مثال ٢** **غوص:** يجب أن يبقى ضغط أسطوانة الغوص ١١٣٦ كجم لكل بوصة مربعة، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٢٢٧ كجم. اكتب مدى الضغط المثالى لأسطوانة الغوص.

حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$19) | \frac{1+3h}{2} | > 8$$

$$18) | 4n + 3 | \leq 18$$

$$21) | \frac{3+j}{2} | \geq 5$$

$$20) | \frac{8-2b}{4} | \leq 9$$

$$23) | 1,5 + h - 3 | >$$

$$22) | \frac{3+2c}{2} | < 7$$

$$25) | 7 - 3l - 5 | <$$

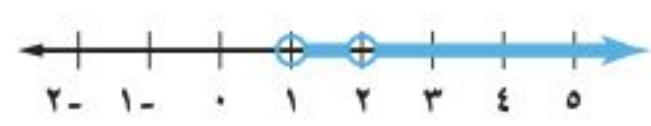
$$24) | 2 - t | \geq 6$$

**٢٦) ادخار:** يدخر سعد في العادة ٥٠٠ ريال شهرياً، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٦٠ ريالاً.



أ) اكتب مدى المبلغ الذي يدخره سعد شهرياً.

ب) مثل هذا المدى بيانياً.



٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثل أحمد حل المتباينة  $|3 - 2| > 1$ . كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسر إجابتك.

٣٧) **تبرير:** هل يتكون التمثيل البياني لمتباينة القيمة المطلقة من اتحاد تمثيلين أحياناً أم دائماً، أم أنه لا يكون كذلك أبداً؟ اشرح إجابتك.

٣٨) **تحدد:** بين لماذا لا يكون حل المتباينة  $|t| < 0$  صفر مجموع الأعداد الحقيقية جميعها.

٣٩) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل موقفاً من واقع الحياة، وحلها، ثم فسر الحل.

٤٠) **اكتب:** اشرح كيف تحدد ما إذا كانت متباينة القيمة المطلقة تتحول إلى متباينة مركبة تحتوي (و)، أو متباينة مركبة تحتوي (أو).

### تدريب على اختبار

٤١) **إجابة قصيرة:** سحب بطاقة عشوائياً من كيس يحتوي

٩ بطاقات مرقمة بأرقام مختلفة من ١-٩.

ما احتمال أن يكون الرقم المسحوب فردياً؟

٤٢) **مجموع حل المعادلة**  $|2n - 3| = 5$  هي:

- ج)  $\{1, 1\}$
- أ)  $\{-1, 4\}$
- ب)  $\{1, -4\}$
- د)  $\{4, -4\}$

### مراجعة تراكمية

٤٣) **حُلّ المتباينة:**  $6 \geq 2t - 4 \geq 8$  ، ثم مثل مجموع حلها بيانياً. (الدرس ٤-٤)

٤٤) **حدّد ما إذا كان المستقيمان  $s = 2s + 8$  ،  $s + c = 4$  متعامدين أم لا، وفسّر إجابتك. (الدرس ٤-٣)**

٤٥) **هندسة:** يزيد قياس إحدى زوايا مثلث  $10^\circ$  عن قياس الزاوية الثانية، وقياس الزاوية الثالثة يساوي مثلثي مجموع قياسي الزاويتين الأولى والثانية. أوجد قياس كل من زوايا المثلث. (الدرس ٣-١)

٤٦) **حُلّ المعادلة:**  $\frac{s}{h} = 20$  ، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ٢-١)

### استعد للدرس اللاحق



#### مهارة سابقة:

مثل كل معادلة مما يأتي بيانياً:

## الفصل ٤ - ١

إجابة قصيرة

إجابة مطولة

٦) يخطط مروان للذهاب لرحلة عمرة في إجازته على نفقته الخاصة. إذا كانت تكلفة رحلة العمرة ٦٤٠ ريالاً، وقرر مروان أن يوفر كل أسبوع ٣٥ ريالاً.

٧) فاكتب متباينة تعبير عن الموقف لمعرفة عدد الأسابيع  $n$  التي يحتاج إليها مروان لتوفير المبلغ.

٨) حل المتباينة في الفقرة أ، وأوجد أقل عدد ممكن من الأسابيع يحتاج إليه مروان.

٩) إذا وفر مروان ٤٥ ريالاً كل أسبوع، فما أقل عدد من الأسابيع يحتاج إليه لتوفير المبلغ؟

١٠) حل المتباينة:  $23 \leq 3s + 8 < 4$

١١) **جوال:** يريد مسعود شراء جوال ثمنه ٧٥٠ ريالاً على الأقل، إذا وفر مسعود ٥٠ ريالاً كل أسبوع، فاكتب المتباينة التي تعبر عن عدد الأسابيع التي يحتاج إليها مسعود ليوفر ثمن الجوال، وحلها.

١٢) حل المتباينة:  $|s - 4| > 2$

١٣) مثل بيانياً حل المتباينة  $3s - 6 \geq 4s - 4 \geq 3s + 1$

١٤) حدد ما إذا كانت الدالة التالية خطية أم لا، وفسّر إجابتك.

s	ص
٣	١٢,٥
٤	١٦
٥	١٩,٥
٦	٢٣
٧	٢٦,٥

١٥) **مدينة ألعاب:** دفعت هند ١٠ ريالات رسوم دخول مدينة الألعاب و ٥ ريالات لاستعمال كل لعبة مرة. اكتب معادلة خطية باستعمال الميل والمقطع الصادي تعبر عن المبلغ الذي أنفقته هند في مدينة الألعاب.

للمساعدة ..												
إذا لم تجب عن السؤال											فراجع الدرس ..	
١٢	١١	١٢	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	
٢-٤	٣-٤	٢-٣	٥-٢	٤-٤	٥-٤	٣-٤	٤-٤	٥-٢	١-٤	١-٣	٢-٤	٣-٤

٢٠٢١ - ١٤٤٣

# الفصل ٥

## أنظمة المعادلات الخطية

### فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية في متغير واحد.

### والأآن

- أحل نظام معادلتين خطيتين بيانياً.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالتعويض.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالحذف.
- أحل مسائل لفظية من واقع الحياة تؤول إلى نظام من معادلتين خطيتين.

### المادة

 **حدائق:** باعت حديقة الحيوانات بالرياض في أحد الأيام تذاكر دخول بقيمة ٣٥٠٠ ريال. فإذا كان سعر التذكرة ١٠ ريالات للكبير، ٥ ريالات للصغير، فيمكنك استعمال نظام من معادلتين خطيتين لمعرفة عدد الكبار وعدد الصغار الذين اشتروا التذاكر عند معرفة إجمالي عدد التذاكر المبيعة.

### المفردات

- النظام المتتسق ص (١٥٨)
- النظام المستقل ص (١٥٨)
- النظام غير المستقل ص (١٥٨)
- النظام غير المتتسق ص (١٥٨)

## المطويات منظم أفكار

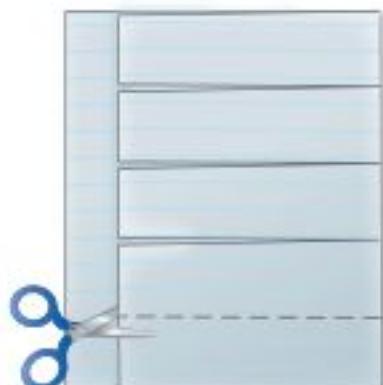
أنظمة المعادلات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك مبتدئاً بورقة A4.

٣ سم الأجزاء الخمسة بأرقام الدروس وعناوينها.

٢ قص النصف العلوي خمسة أجزاء بالتساوي.

١ اطو الورقة طولياً من المتصف.

١-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً
٢-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض
٢-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف، باستخدام الجمع أو الطرح
٣-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف، باستخدام القسورة
٤-١ تطبيقات على المطويات تكون من معادلتين خطيتين





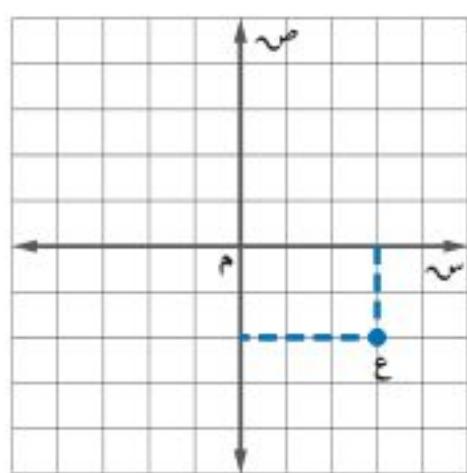
## التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

### مراجعة سريعة

**مثال ١**  
اسم الزوج المرتب الذي يمثل النقطة ع في المستوى الإحداثي.



ارسم خطًّا رأسياً من النقطة ع إلى محور السينات، لتَحدُّد الإحداثي السيني للنقطة وهو (٣).

ارسم خطًّا أفقياً من النقطة إلى محور الصادات، لتَحدُّد الإحداثي الصادي للنقطة وهو (٢).

إذن الزوج المرتب للنقطة ع هو (٣، ٢).

### مثال ٢

حل المعادلة  $-12 - 3s = 36$ .

المعادلة الأصلية

$$36 + 12 - 3s =$$

أضف ١٢ إلى كل من الطرفين

$$12 + 36 = 12 + 3s$$

بسط

$$48 = 3s$$

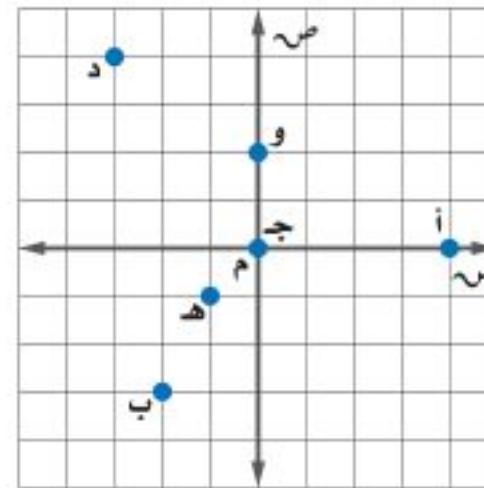
اقسم كلا الطرفين على ٣

$$\frac{48}{3} = \frac{3s}{3}$$

بسط

$$16 = s$$

اسم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي: (الدرس ١-٤)



(١) أ) د (٢) د

(٣) ب (٤) ج

(٥) ه (٦) و

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدروس: ٤-١، ٣-١، ٢-١)

$$.12 = 4 + 2s \quad (٧)$$

$$.9 = 3s \quad (٨)$$

$$.6 = 2 + m \quad (٩)$$

(١٠) م = ٢s + ب ، م ، ب ثابتان.

(١١) ب = ٢ل + (-٤)، ب ثابت.

$$.40 = 20 - 10s \quad (١٢)$$

(١٣) هندسة: إذا كانت  $M = \frac{1}{2} Q \times U$ ، تمثل صيغة مساحة المثلث، حيث M المساحة، Q قاعدة المثلث، U ارتفاعه.

فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٥ سم.



**لماذا؟****فيما سبق**

درست التمثيل البياني  
للمعادلات الخطية.

**والآن**

- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.

- أحل نظاماً مكوناً من معادلتين خطيتين بيانياً.

**المفردات**

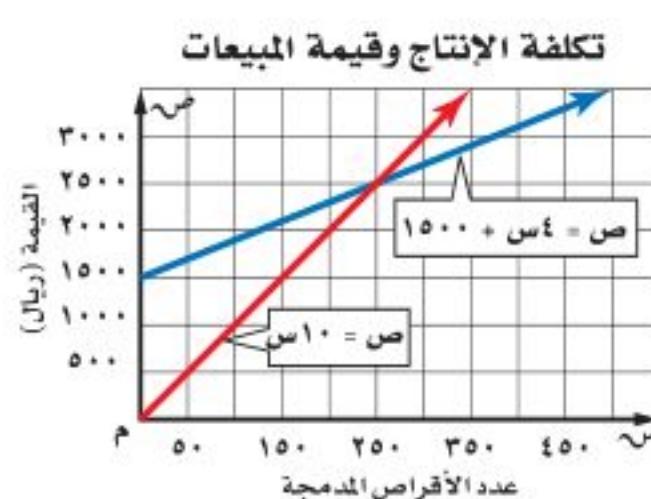
نظام من معادلتين  
النظام المتسلق  
النظام المستقل  
النظام غير المستقل  
النظام غير المتسلق



## حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالات ويبيع بـ ١٠ ريالات، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحاً.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحاً، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة  $C = 4s + 1500$ ؛ حيث  $s$  تمثل تكلفة الإنتاج،  $s$  عدد الأقراص المدمجة المنتجة.



يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة  $C = 10s$ ، حيث تمثل  $s$  القيمة الكلية للمبيعات،  $s$  عدد الأقراص المدمجة المباعة.

يمكنا تمثيل هاتين المعادلتين بيانياً من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصاً مدمجاً؛ أي أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصاً مدمجاً.

**عدد الحلول الممكنة:** تشكل المعادلتان  $C = 10s + 1500$ ،  $C = 4s$  نظاماً من معادلتين، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا لكلا المعادلتين حلًّا للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظاماً متسلقاً**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكل مستقيماً واحداً.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظاماً مستقلاً**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظاماً غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظاماً غير متسلق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمات متوازية.

مفهوم أساسى			
الحلول الممكنة			
لا يوجد حل	عدد لا نهائي	واحد فقط	عدد الحلول
غير متسلق	متسلق وغير مستقل	متسلق ومستقل	المصطلح
			التمثيل البياني

### تحقق من فهمك

مثل كل نظام مما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$2b) ص = 2 - س - 3$$

$$12) س - ص = 2$$

$$6س + 3ص = 9$$

$$3ص + 2س = 9$$

يمكننا استعمال أنظمة المعادلات لحل مسائل متنوعة من واقع الحياة تتضمن متغيرين أو أكثر.

### مثال ٣ من واقع الحياة كتابة نظام من معادلتين وحله

**تمور:** يزداد إنتاج مزرعتي نخيل من التمور بانتظام تقريرياً عبر عدد من السنين. استعمل المعلومات الواردة في الجدول أدناه للتنبؤ بالسنة التي يصبح فيها إنتاج المزرعتين متساوياً على اعتبار أن معدل الزيادة يبقى ثابتاً خلال السنوات القادمة في كلتا المزرعتين.



#### الربط مع الحياة

معدل الزيادة السنوية (طن)	كمية الإنتاج عام ١٤٢٩ هـ (طن)	المزرعة
٨	٣٠٩	الأولى
٣	٤١٨	الثانية

كمية الإنتاج عام ١٤٢٩ هـ	زائد	عدد السنوات بعد ١٤٢٩ هـ	تساوي	كمية الإنتاج الكلية
٣٠٩	+	س	×	٨
٤١٨	+	س	×	٣

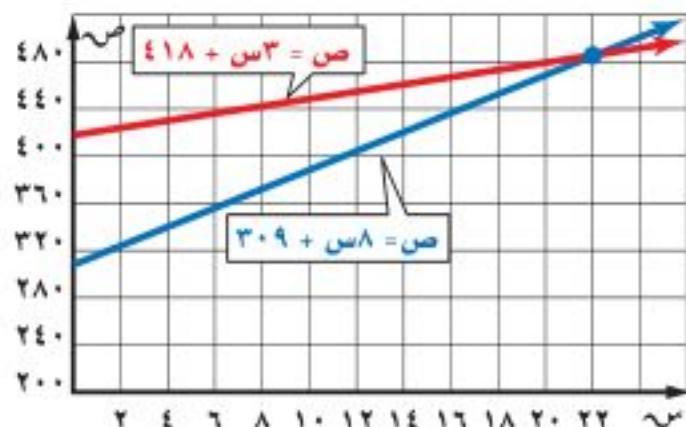
لتكن  $ص$  = كمية الإنتاج الكلية ،  $س$  = عدد السنوات بعد ١٤٢٩ هـ .

**التعبير اللفظي**

**المتغيرات**

**المعادلات**

بتمثيل الدالتين:  $ص = 8s + 309$  ،  $ص = 3s + 418$  بيانياً نجد أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٢٢ ، ٤٨٥) تقريرياً.



تحقق استعمل التعويض للتحقق من صحة الإجابة.

$$ص = 8s + 309$$

$$ص = 3s + 418$$

$$418 + (22)3 \stackrel{?}{=} 485$$

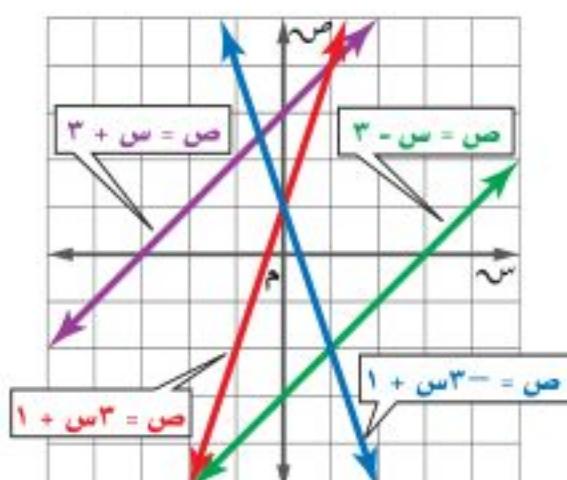
$$\checkmark 484 \approx 485$$

$$\checkmark 485 = 485$$

إذن سيكون إنتاج المزرعتين متساوياً بعد ٢٢ سنة من عام ١٤٢٩ هـ؛ أي في عام ١٤٥١ هـ ، إذا بقي معدل الزيادة ثابتاً في كلتا المزرعتين.

### تحقق من فهمك

- (٣) **ساعات:** يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٠ ريالاً، وله في رياضات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالاً ويتوفر ٧ ريالات في الأسبوع، وبعد كم أسبوعاً يصبح معاهم المبلغ نفسه؟



**مثال ١** استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كل من أنظمة المعادلات الآتية متسقةً أم غير متسقة، ومستقلًا أم غير مستقل:

- (١)  $ص = ٣س + ١$       (٢)  $ص = س + ٣$   
 $ص = س - ٣$       (٣)  $ص = س - ٣$   
 $س - ص = ٣$       (٤)  $ص = س + ٣$   
 $ص = س + ٣$

**مثال ٢** مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

- (٥)  $ص = س + ٤$       (٦)  $ص = س + ٣$   
 $ص = س - ٤$       (٧)  $ص = س + ٢$

**مثال ٣** قراءة: يقرأ كلاً من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.

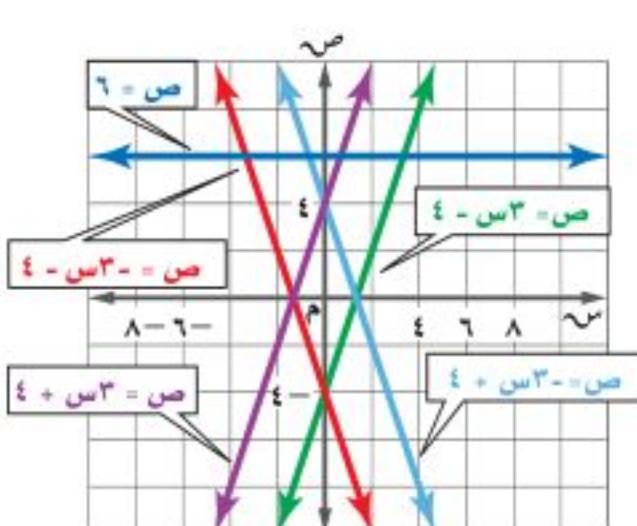


أ) اكتب معادلة تعبّر عن عدد الصفحات التي يقرؤها كلاً منهما.

ب) مثل كل معادلة بيانياً.

ج) بعد كم يوم يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبدالله؟ تحقق من إجابتك وفسّرها.

## تدريب وحل المسائل



**مثال ١** استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقةً أم غير متسقة، ومستقلًا أم غير مستقل:

- (٩)  $ص = ٣س + ٤$       (٨)  $ص = س - ٣ - ٤$   
 $ص = س - ٤$       (١٠)  $٣س - ص = ٤$   
 $ص = س + ٤$       (١١)  $٣س + ص = ٤$

**مثال ٢** مثل كل نظام فيما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

- (١٤)  $س + ص = ٤$       (١٣)  $ص = س - ٦$       (١٢)  $ص = ٤س + ٢$   
 $٣س + ص = ١٢$       (١٥)  $س - ص = ٢$       (١٦)  $س + ٢ص = ٣$   
 $ص = س + ٢$       (١٧)  $٢س + ص = ٤$       (١٨)  $س = ٥$

## نشاط ٢

### استعمال نظام من معادلتين لحل معادلة خطية

حل المعادلة  $s = -4x + 6$  مستعملاً نظاماً من معادلتين.

**الخطوة ١:** اكتب نظاماً من معادلتين ، على أن يساوي كل طرف من طرفي المعادلة ص.

$$\text{المعادلة الأولى: } s = 6 + 5x \quad (١)$$

$$\text{المعادلة الثانية: } s = -4x \quad (٢)$$

**الخطوة ٢:** مثل كلاً من المعادلتين بيانياً.

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً بالضغط على

مفتاح **on** ، ثم اختر الشاشة **1 مستند جديد** واختر

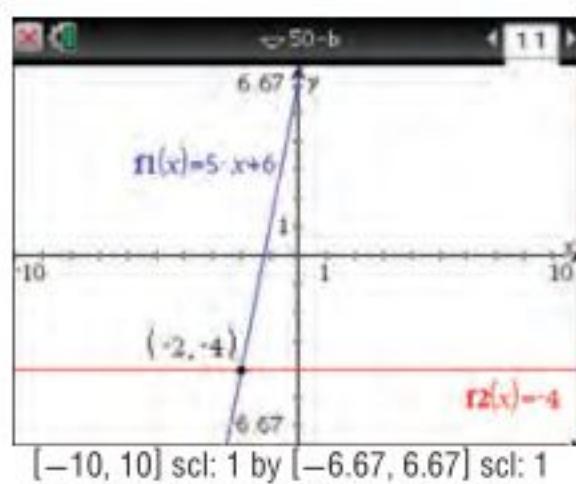
منها **٢ إضافة تطبيق الرسوم البيانية**.

- أدخل المعادلة الأولى  $f_1(x) = 5x + 6$  ثم اضغط

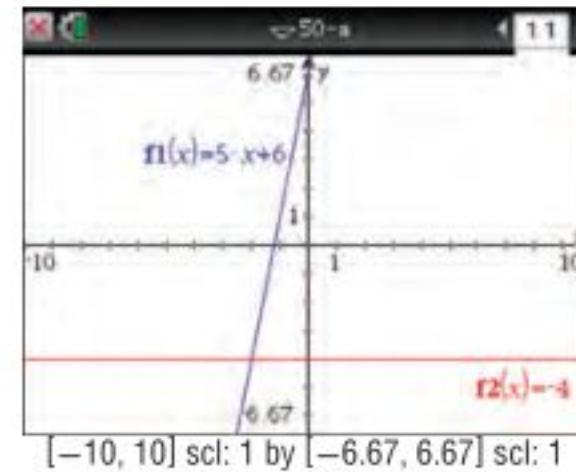
، اضغط مفتاح **tab** وأدخل المعادلة الثانية

، فيظهر التمثيل البياني

التالي:



أي أن الحل هو  $s = -2$



### تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسرًا عشريًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$(١) \quad s = 2s - 3$$

$$s = -4, 2s - 3$$

$$(٣) \quad 3s + 2s = 16$$

$$5s + s = 9$$

$$7s - 2s = 16$$

$$11s + 6s = 32, 3$$

$$(٤) \quad 75s - 100s = 400$$

$$33s - 10s = 70$$

$$62, 6s + 35, 0s = 1, 60$$

$$1, 38s + 1s = 8, 24$$

$$(٥) \quad 4s - 2s = 2s + 10 + 8s$$



$$9s = 10 + 8s$$

$$s = 2 + \frac{s}{2}$$

$$s = 2$$

### تحقق من فهمك

حل كلاً من النظامين الآتىين مستعملًا التعويض.

$$3s - 4b = 1$$

$$8s - 2b = 13$$

$$8s - 6b = 2$$

$$3s - 2b = 1$$

**حل مسائل من واقع الحياة:** يمكنك استعمال التعويض لحل مسألة من واقع الحياة تتضمن نظاماً من معادلتين.

### مثال ٤ من واقع الحياة كتابة نظام من معادلتين وحله

**أجهزة:** باع متجر أجهزة تسجيل وسماعات عددها ١٢٥ جهازاً، بسعر ١٠٤,٩٥ ريالاً لجهاز التسجيل الواحد، و ١٨,٩٥ ريالاً للسماعة الواحدة، فإذا كان ثمن مبيعاته من هذه الأجهزة ٦٩٢٦,٧٥ ريالاً، فكم جهازاً باع من كل نوع؟

لتكن  $J$  = عدد أجهزة التسجيل،  $T$  = عدد السماعات.

السعر	عدد الوحدات المباعة	$J$	$T$	١٢٥
٦٩٢٦,٧٥		$J = 104,95$	$T = 18,95$	

فتكون المعادلتان هما:  $J + T = 125$  ،  $104,95J + 18,95T = 6926,75$ .

**الخطوة ١:** حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير  $J$ .

$$J + T = 125$$

$$J + T - T = 125 - T$$

$$J = 125 - T$$

**الخطوة ٢:** عوض عن  $J$  بـ  $(125 - T)$  في المعادلة الثانية.

$$104,95J + 18,95T = 6926,75$$

$$104,95(125 - T) + 18,95T = 6926,75$$

$$13118,75 - 104,95T + 18,95T = 6926,75$$

$$13118,75 - 86T = 6926,75$$

$$-86T = 6926,75 - 13118,75$$

$$-86T = 6192$$

$$T = \frac{6192}{86}$$

$$T = 72$$

**الخطوة ٣:** عوض عن  $T$  بـ  $(72)$  في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة  $J$ .

$$J + T = 125 \quad \text{المعادلة الأولى}$$

$$J + 72 = 125 \quad \text{عوض عن } T \text{ بـ } (72)$$

$$J = 53 \quad \text{اطرح } 72 \text{ من كلا الطرفين}$$

إذن باع المتجر ٥٣ جهاز تسجيل، ٧٢ سماعة.

### تحقق من فهمك

**٤) رياضة:** مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عدد نقاط

وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢١ - ١٤٤٣

الفريق الأول يساوي ٥،٢،٥ أمثل عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

## الأمثلة ١ - ٣

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(3) \quad 3s - c = 1$$

$$(2) \quad 2s + 3c = 4$$

$$(1) \quad s - c = 2$$

$$3s = 3 + c$$

$$4s + 6c = 9$$

$$4s + c = 2$$

**مثال ٤ هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين  $s$ ،  $c$  يساوي  $180^\circ$ ، وقياس الزاوية  $s$  يزيد بمقدار  $24^\circ$  على قياس الزاوية  $c$ ، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب نظاماً من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

ب) أوجد قياس كل زاوية.

## تدريب وحل المسائل

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(7) \quad c = 3s - 2$$

$$(6) \quad c = 3s - 34$$

$$(5) \quad c = 4s + 5$$

$$c = 2s - 5$$

$$c = 2s - 5$$

$$2s + c = 17$$

$$(10) \quad 2s - c = 1 - 10$$

$$(9) \quad 3s + 4c = 3 - 9$$

$$2s + c = 3$$

$$s - 4c = -4$$

$$s + 2c = -1$$

$$4s + 4c = 8$$

$$(13) \quad c = 3s + 1$$

$$(12) \quad c = -4s + 11$$

$$s = c - 1$$

$$2s + c = 1$$

$$3s + c = 9$$

$$-s + c = -1$$

$$(16) \quad -5s + 4c = 20$$

$$(15) \quad 5s - c = 5$$

$$3s + c = 5$$

$$10s - 8c = 40$$

$$-s + 3c = 13$$

$$6s + 2c = 10$$



## الربط مع الحياة

السياحة في بلادنا متنفس في الإجازات للأسر والوافدين والسياح؛ لمحاباه الله به البلاد من مظاهر طبيعية وأثار تاريخية، تمنح زائريها الراحة والتوازن الذهني والجسماني.

**مثال ٤ سياحة:** يبيّن الجدول أدناه العدد التقريري لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٣٥ هـ ومعدل التغير بالألاف خلال السنة الواحدة:

الم منطقة	عدد الزوار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفاً	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفاً	زيادة ١,٨



أ) عرّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.

**ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوار متساوياً في المنطقتين؟**  
2021 - 1443

اللاعب ب	اللاعب أ	العام
١:٥٤:٤٣	١:٥١:٣٩	١٤٢٥ هـ
١:٥٨:٠٣	١:٤٩:٣١	١٤٣٠ هـ

١٨) **رياضة:** يبيّن الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون خلال عامي ١٤٢٥ هـ ، ١٤٣٠ هـ .

- إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.
- إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥ هـ صفرًا، وافتراضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥ هـ ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام (س).
- إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسر إجابتك.

### مسائل مهارات التفكير العليا

١٩) **تحدد:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعاً، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧:٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

٢٠) **تبrier:** قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظاماً من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالته.

٢٢) **اكتب:** وضح كيف تحدد الأفضل تعويضاً عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

### تدريب على اختبار

٢٤) ما مجموعة حل المعادلة:  $|f| = 16$  ، إذا كان ف عددًا صحيحًا؟

ج)  $\{ -8, 8 \}$   
د)  $\{ -8, 0, 8 \}$

أ)  $\{ 8, 0 \}$   
ب)  $\{ 0, -8 \}$

٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

أ) $s = -3 + 4$	ج) $s = 5 + s + 1$
ب) $s = -2 - 8$	د) $s + s = 1$
ج) $s = -6 - s$	س) $s = 4 - 3$
د) $s = 2 - s$	هـ) $s = 4 + s$

### مراجعة تراكمية

مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم لا نهائياً من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ١-٥)

٢٧)  $s + c = 1$

$3c + 3s = 3$

٢٦)  $c = s + 5$

$s = c - 2$

٢٥)  $s = 1$

$2s - c = 7$

حل كل متباعدة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٣-٤)

٢٨)  $11 - f \leq 1 - 5$

٢٩)  $24 < 18 + 2n$

٣٠)  $11 - 30 \leq \frac{2}{5}f$

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بال نقطتين (٦، ١)، (١، ١). (الدرس ٢-٣)

### استعد للدرس اللاحق



#### مهارة سابقة :

بسط كلاً من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:



## حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال

٣٥

### الجمع أو الطرح

#### للماذرة



يزيد عدد الأشهر (أ) التي ترتفع فيها درجة الحرارة العظمى في مدينة الرياض على  $30^{\circ}\text{S}$  بمقدار شهرين على عدد الأشهر (ب) التي تنخفض فيها عن  $30^{\circ}\text{S}$ . ويمثل النظام الآتي هذا الموقف:

$$أ + ب = 12$$

$$أ - ب = 2$$

**الحذف باستعمال الجمع:** إذا جمعت هاتين المعادلتين فسوف يتم حذف المتغير (ب)، وتُسمى طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام **الحذف**.

#### فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض.

#### والآن

- أحل نظاماً من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع.

- أحل نظاماً من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح.

#### المفردات

الحذف

أضف إلى  
مطويتك

#### الحل بالحذف

#### مفهوم أساسى

- الخطوة ١:** اكتب النظام على أن يكون الحدثان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للأخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.
- الخطوة ٢:** اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.
- الخطوة ٣:** عرض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتبه الحل كزوج مرتب.

#### مثال ١ الحذف باستعمال الجمع

استعمل الحذف لحل النظام:

$$4s + 6c = 32$$

$$3s - 6c = 3 \quad \leftarrow \text{ الخطوة ١: كلا معاملي } 6\text{ص، } -6\text{ص معكوس للأخر}$$

**الخطوة ٢:** اجمع المعادلتين.

$$4s + 6c = 32$$

$$\underline{+ (3s - 6c = 3)}$$

$$35 = 7s$$

$$\frac{35}{7} = \frac{7}{7}$$

$$s = 5$$

حذف المتغير ص.

اقسم كلا الطرفين على ٧.

بسط.

**الخطوة ٣:** عرض عن س بـ ٥ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

المعادلة الأولى

$$4s + 6c = 32$$

عرض عن س بـ ٥

$$4(5) + 6c = 32$$

اضرب

$$32 + 6c = 20$$

اطرح ٢٠ من كلا الطرفين

$$20 - 32 = 20 + 6c - 20$$

$$6c = 12$$

$$\frac{6c}{6} = \frac{12}{6}$$

$$c = 2$$

إذن الحل هو (٢، ٥).



طريقة أخرى:

يمكنك ضرب إحدى المعادلتين في (-1)، ثم جمع المعادلتين بدلاً من طرھما.

**خطط:** افترض أن  $ج =$  عدد ساعات عمل عبدالعزيز ،  $د =$  عدد ساعات عمل عبدالرحمن.

٢٩٩,٥ ريلا	تساوي	أجرة عبد الرحمن	زائد	أجرة عبد العزيز
٢٩٩,٥	=	٧,٥ د	+	٨,٥ ج
٤١٢ ريلا	تساوي	أجرة عبد الرحمن	زائد	أجرة عبد العزيز
٤١٢	=	٧,٥ د(٢)	+	٨,٥ ج

**حل:** اطرح المعادلتين للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة الناتجة في المتغير الآخر.

$$\begin{aligned} \text{اكتب المعادلتين رأسياً} \\ & 299,5 = 7,5 د + 8,5 ج \\ & 412 = 7,5 د + 8,5 ج \\ & 299,5 = 7,5 د + 8,5 ج \\ & 412 = 10 + 8,5 ج \\ & 112,5 = 7,5 د \\ & 15 = د \\ \text{اطرح لحذف المتغير ج.} \\ \text{اقسم كلا الطرفين على } 7,5. \\ \text{بسط.} \\ & 187 = 8,5 ج \\ & 22 = ج \end{aligned}$$

والآن عرض عن  $د = 15$  في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة  $ج$ .

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأولى} \\ & 299,5 = 7,5 د + 8,5 ج \\ & 299,5 = 7,5 + 8,5 ج \\ & 299,5 = 112,5 + 8,5 ج \\ & 187 = 8,5 ج \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{اطرح } 112,5 \text{ من كلا الطرفين} \\ \text{اقسم كلا الطرفين على } 8,5. \end{aligned}$$

**تحقق:** عرض كلا المتغيرين في المعادلة الأخرى للتأكد من صحة الحل.

$$\begin{aligned} \text{إذا كان } ج = 22, د = 15, \text{ فإن } 22(8,5) + 15(8,5) = 187 \\ \text{وعليه ففي اليومين الأولين عمل عبدالعزيز 22 ساعة، وعبدالرحمن 15 ساعة.} \end{aligned}$$

#### تحقق من فهمك

٤) **حالات:** أقام مسفر ومحمود حفلًا بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧ ، فكم شخصاً دعا كل منهم؟

#### تأكد

#### المثالان ١ ، ٢

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$\begin{array}{lll} 1) \quad 5 - ب = 7 & 2) \quad 8 س + 5 ص = 38 & 3) \quad 7 ف + 3 ج = 6 \\ 31 - ب = 11 & 7 ف - 2 ج = 4 & 8 س + 2 ص = 4 \end{array}$$

#### مثال ٢

٤) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٤ ، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢ ؟

#### مثال ٤

٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطالب في كل مرحلة؟

(٢٠) **تمثيلات متعددة:** لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلاً:

$$3 \text{ النقاط} + 50 = 53$$

- أ) حسياً، كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستعملاً كلا النوعين؟ قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.
- ب) تحليلياً، مستعملاً ٩ قطع، اكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.
- ج) جدولياً، أنشئ جدولًا يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ١٠، ٣، ٢، ٤، ٥.
- د) لفظياً، هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع بـ)؟ فسر إجابتك.

### مسائل مهارات التفكير العليا

(٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظاماً من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

(٢٢) **تبرير:** إذا كانت النقطة (٣، ٢) تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادلتيه هي  $s + 4c = 5$ ، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسّر كيف توصلت إليها.

(٢٣) **تحدّ:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢، ومجموع رقميه يساوي ٨، فحدد المتغيرات، واكتبه نظاماً من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد.

(٢٤) **اكتب:** بين متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

### تدريب على اختبار

(٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

$$s + 4c = 1$$

$$2s - 3c = 9$$

ج) ليس له حل

أ) (٠، ١)

د) يوجد عدد لا نهائي من الحلول

(٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟

$$\dots, \frac{81}{8}, \frac{27}{4}, \frac{9}{2}, 3, 2$$

$$\text{ج) } \frac{2281}{64}$$

$$\text{أ) } \frac{2187}{64}$$

$$\text{د) } \frac{2445}{64}$$

$$\text{ب) } \frac{2245}{64}$$



أحياناً نحتاج إلى ضرب كل معادلة في عدد مختلف لحل نظام المعادلتين.

## مثال ٢ ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

### إرشادات للدراسة

اختيار المتغير الذي يجب حذفه: يمكنك حذف أي متغير في النظام إذا لم يطلب إليك إيجاد قيمة متغير محدد.

حل النظام الآتي مستعملاً الحذف:

$$\begin{array}{l} 4s + 2c = 8 \\ 3s + 3c = 9 \end{array}$$

**الطريقة ١:** حذف المتغير  $s$ .

↑ اضرب بـ ٣  
↓ اضرب بـ ٤

$$\begin{array}{r} 12s + 6c = 24 \\ (+) 12s - 12c = 36 \\ \hline 12c = 12 \\ \hline c = 2 \end{array}$$

الآن عُوض عن  $c = 2$  في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة  $s$ .

المعادلة الثانية

$$3s + 3c = 9$$

عوض عن  $c = 2$

$$3s + 3(2) = 9$$

بسط

$$3s + 6 = 9$$

$3s = 3$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$3s = 3$$

$s = 1$

اقسم كل طرف على ٣

$$s = 1$$

الحل (٢، ١)

**الطريقة ٢:** حذف المتغير  $c$ .

$$\begin{array}{l} 4s + 2c = 8 \\ 3s + 3c = 9 \end{array}$$

↑ اضرب بـ ٢  
↓ اضرب بـ ٣

$$\begin{array}{r} 12s + 6c = 24 \\ (+) 6s - 6c = 18 \\ \hline 6s = 6 \\ \hline s = 1 \end{array}$$

والآن عُوض عن  $s = 1$  بإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة  $c$ .

المعادلة الثانية

$$3s + 3c = 9$$

عوض عن  $s = 1$

$$3(1) + 3c = 9$$

بسط

$$3 + 3c = 9$$

$3c = 6$

اطرح ٣ من كلا الطرفين، ثم بسط

$$3c = 6$$

$c = 2$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$c = 2$$

بسط

$$c = 2$$

الحل هو (٢، ١) ويتطابق مع الحل الذي حصلنا عليه بالطريقة الأولى.

**تحقق:** عُوض عن  $s = 1$ ، وعن  $c = 2$  في المعادلة الأولى

المعادلة الأصلية

$$4s + 2c = 8$$

عُوض عن  $(s, c) = (1, 2)$

$$4(1) + 2(2) = 8$$

اضرب

$$8 = 8$$

اجمع ✓



### تحقق من فهمك

$$12) 5s - 3c = 6$$

$$2s + 5c = 10$$

**حل مسائل من واقع الحياة:** قد يكون من الضروري استعمال الضرب قبل الحذف أحياناً عند حل مسائل من واقع الحياة.

### كتابة نظام من معادلتين وحله

### مثال ٣ من واقع الحياة

**طيران:** تطير طائرة في اتجاه الريح بمعدل  $520$  ميلاً في  $4$  ساعات، وفي رحلة العودة تستغرق  $5$  ساعات لقطع المسافة نفسها، أوجد سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.

ليكن  $A$  = معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.  
 $w$  = معدل سرعة الريح.

السرعة $\times$ الزمن = ف	المسافة ف	الزمن	السرعة	في اتجاه الريح	في عكس اتجاه الريح
$(A + w) \times 4 = 520$	$520$	$4$	$A + w$		
$(A - w) \times 5 = 520$	$520$	$5$	$A - w$		

فتكون المعادلتان هما:  $A + 4w = 520$ ,  $A - 5w = 520$ .

$$\begin{array}{rcl} & 2600 = 20 + 20 & A + 4w = 520 \\ \text{اجمع} & 2080 = 20 - 20 (+) & A - 5w = 520 \\ \text{حذف المتغير} & 4680 = 40 & \\ \text{اقسم كلا الطرفين على } 40 & \frac{4680}{40} = \frac{40}{40} & \\ \text{بسط} & 117 = A & \end{array}$$

وبذلك يكون معدل سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة  $117$  ميلاً في الساعة.

### تحقق من فهمك

**٣) زورق:** يقطع زورق  $4$  أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة  $1,5$  ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

### تأكد

**المثالان ١ ، ٢** حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً الحذف:

$$1) 2s - c = 4$$

$$2) 2s + 7c = 1$$

$$3) 4s + 2c = 14$$

$$4) 5s + 3c = 27$$

**مثال ٤) صيد:** يقطع قارب صيد مسافة  $10$  أميال في  $30$  دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة

نفسها في رحلة العودة في  $40$  دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل

Ministry of Education

2021 - 1443

**المثالان ١ ، ٢** حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف:

$$6) \quad س - ص = 8$$

$$7) \quad س + 5 ص = 16$$

$$8) \quad 2 س + 5 ص = 11$$

$$4 س + 3 ص = 1$$

$$10) \quad 4 س + 7 ص = 80$$

$$3 س + 5 ص = 58$$

$$12) \quad -4 س + 2 ص = 0$$

$$10 س + 3 ص = 8$$

$$5) \quad س + ص = 2$$

$$15) \quad -3 س + 4 ص = 10$$

$$7) \quad 6 س + ص = 39$$

$$15) \quad 3 س + 2 ص = 10$$

$$9) \quad 3 س + 4 ص = 29$$

$$6 س + 5 ص = 43$$

$$11) \quad 12 س - 3 ص = 3$$

$$6 س + ص = 1$$

**المثال ٣ ١٣) نظرية الأعداد:** ما العددان اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة؟

**١٤) كرة قدم:** سجل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفاً في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتي الذهاب والإياب؟

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف:

$$16) \quad \frac{1}{4} س + 4 ص = \frac{3}{4}$$

$$3 س + \frac{1}{2} ص = \frac{9}{4}$$

$$15) \quad 4 س + 25 ص = 2175$$

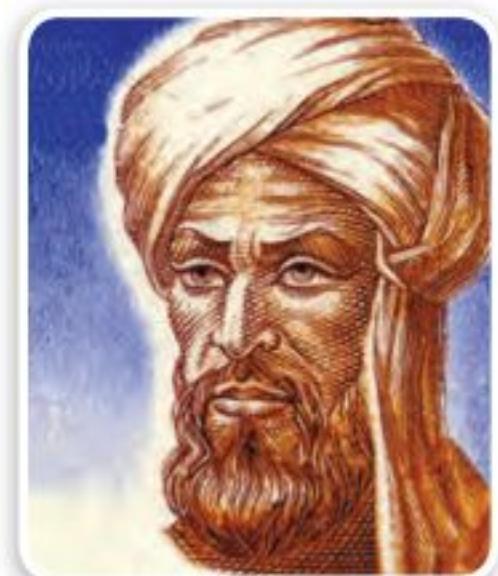
$$2 س + ص = 7,5$$

**١٧) هندسة:** إذا علمت أن التمثيل البياني للمعادلتين  $س+2 ص=6$  ،  $2 س+ص=9$  يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:  
أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟

ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث.

ج) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة  $س-ص=3$  يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه.

د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث.



تاريخ الرياضيات

**الخوارزمي (١٦٤هـ - ٢٣٢هـ)،**  
هو أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي، عالم مسلم، وقد أسهم كثيراً في تطور علوم الرياضيات، والجغرافيا، والفلك، ومن أشهر كتبه "الجبر والمقابلة".

**١٨) اختبارات:** اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أخر ترتيبه بين الأولين، فأخبر الطالب وبين له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجتيه الحالية والصحيحة ٣٦ درجة.

وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟

حُلّ كُلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف: (الدرس ٣-٥)

$$6 = 2s - 4z \quad (٢٨)$$

$$9 - k = 5s + 3z \quad (٢٧)$$

$$7 - h = 6q + z \quad (٢٦)$$

$$3 - s = 4z \quad (٢٩)$$

$$3 - 3s = k \quad (٣٠)$$

$$9 - q = 3h \quad (٣١)$$

حُلّ كل متباعدة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانياً: (الدرس ٥-٤)

$$9 \leq |1 + 2r| \quad (٣٢)$$

$$11 < |9 + 2w| \quad (٣٣)$$

$$5 > |11 + k| \quad (٣٤)$$

$$8 \geq |5 - m| \quad (٣٥)$$

(٣٦) إذا علمت أن  $D(s) = 3s - 1$  ، فما قيمة  $D(-4)$ ? (الدرس ٤-٢)

### استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة:

اكتب الصيغة التي تعبّر عن الجملة في كُلِّ مما يأتي:

(٣٧) مساحة المثلث ( $M$ ) تساوي نصف حاصل ضرب طول القاعدة ( $L$ ) في الارتفاع ( $U$ ).

(٣٨) محيط الدائرة ( $MH$ ) يساوي حاصل ضرب ٢ في ( $\pi$ ) في نصف القطر ( $NQ$ ).

(٣٩) حجم المنشور القائم ( $H$ ) يساوي حاصل ضرب الطول ( $L$ ) في العرض ( $U$ ) في الارتفاع ( $A$ ).



**مثال ١** حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

$$1) 2s + 3c = 11 - 2) 3s + 4c = 11 \quad 3) 3s - 4c = 5 - 4) 3s + 7c = 4$$

$$5) s - 5c = 12 - 6) s + 2c = 3 - 7) s + c = 9 - 8) s - 7c = 5$$

**مثال ٢** **تسوق:** اشتري عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالاً، واشتري عبدالرحمن كراسة وحقائبين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

أ) اكتب نظاماً من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

ب) حدد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

ج) حل النظام.

## تدريب وحل المسائل

**مثال ١** حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

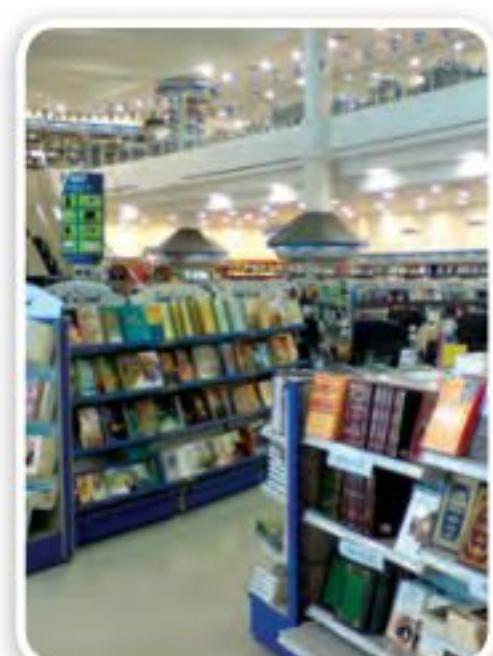
$$1) 3s - 4c = 6 \quad 2) 5s + 8c = 1$$

$$3) s - 4c = 1 - 4) s + 8c = 5$$

**مثال ٢** **سكان:** بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في أحد الأعوام) نحو ٧٢٠ ألفاً، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفاً عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

**١٠ آثار:** يبلغ مجموع مساحتى قصر ابن شعلان في القرىات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منها.

**١١** تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصروف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و٢٥ ريالاً تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتبعن بيعها لتخطي نقطة التعادل، علماً أنها تبيع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالاً؟ فسر إجابتك.



### الربط مع الحياة

تعد المكتبات مراكز إشعاع معرفي، ومرافق مهمة للمعلومات تتضمن مصادرها وتنظيمها وتتيحها لطالبيها، سواء للدراسة، أو للبحث، أو للثقافة العامة.

الكتلة المعاد تدويرها (كم)		المادة
صالح	محمد	
٩	٩	البلاستيك
١١٥	٣٠	الورق

**١٢ تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل إعادة تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالاً، وصالح على ٥٠ ريالاً مقابل ذلك.

أ) عين المتغيرات، واكتب نظاماً من معادلتين خططيتين لهذا الموقف.

ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟

**١٣ مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضاً؛ قطع الكتاب ذات الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالاً والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالاً، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالاً ثمناً لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟



**١٤ قيادة سيارات:** قاد فارس سيارته مسافة ٩٠ كيلومتراً، وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلام في الساعة، وفي رحلة العودة نقصت حركة السيارة، فأصبحت سرعة السيارة ( $\frac{3}{4}r$ ) كلام في الساعة، الرحلة كاملة ساعة و٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب.

## مسائل مهارات التفكير العليا

١٥) **مسألة مفتوحة:** كون نظاماً من معادلتين يمثل موقفاً في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وفسّر معناه.

١٦) **تبرير:** في نظام من معادلتين إذا كان س يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، ص تمثل المسافة المقطوعة، وحل النظام هو (٧، ١)، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

١٧) **تحدّ:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

$$4s + c = 13$$

$$6s - c = 7$$

١٨) **اكتب سؤالاً:** يدعى أحد الطلاب أن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالاً تبين فيه خطأ هذا الادعاء.

١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$$\begin{aligned} s - c &= 3 \\ s + \frac{1}{3}c &= 1 \end{aligned}$$

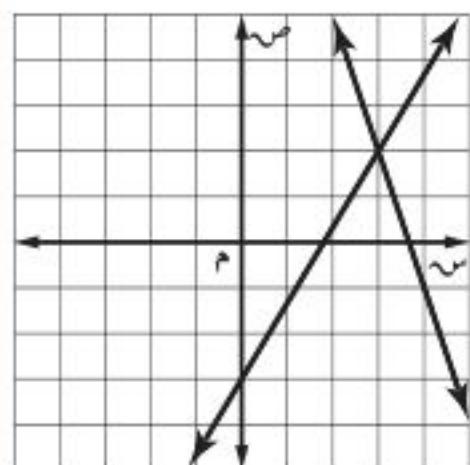
$$\begin{aligned} -s + c &= 0 \\ 5s &= 2c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= s - 4 \\ c &= \frac{2}{3}s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= s + 1 \\ c &= 3s \end{aligned}$$

٢٠) **اكتب:** وضح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

## تدريب على اختبار



٢١) إذا كان  $s + 3c = 12$  ،  $4s - 5c = 17$  . فما قيمة ص؟

- (أ) ١ - ٣      (ب) ٣      (ج) ١      (د) ٣ - ٤

٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلّ له؟

د)  $c = 5s - 10$   
ـ  
ـ  
 $c = 2s + 18$

ج)  $c = 5s - 10$   
ـ  
 $c = 2s + 7$

ب)  $c = 3s + 11$   
ـ  
 $c = 4s - 5$

أ)  $c = -3s + 11$   
ـ  
 $c = 5s - 9$

## مراجعة تراكمية

حُلّ كل نظام فيما يأتي مستعملاً طريقة الحذف: (الدرس ٤-٥)

٢٥)  $4s + 2c = 10$

٢٤)  $-4s + 2c = 0$

٢٣)  $s + c = 3$

$5s - 3c = 7$

$2s - 3c = 16$

$4s - 4c = 12$

٢٦) حل المتباينة:  $|s - 2| \geq 3$ . (الدرس ٤-٥)

حُلّ كل معادلة فيما يأتي: (الدرس ٣-١)

٢٨)  $19 = 10 - 3s$

٢٧)  $7 = 5 - 4t$

٢٩) حُلّ المعادلة:  $2s + 4 = 6$  بيانياً. (الدرس ٤-٤)



## الاختبار التراكمي

### اختيار من متعدد

٥) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي:

$$\begin{aligned} 3s + 2t &= 2 \\ 2s - 2t &= 18 \end{aligned}$$

ج)  $(-4, 5)$

أ)  $(3, 1)$

د)  $(-3, -2)$

ب)  $(4, 7)$

٦) ما حل الممتباينة  $5 > 2s + 5 > 7$ ؟

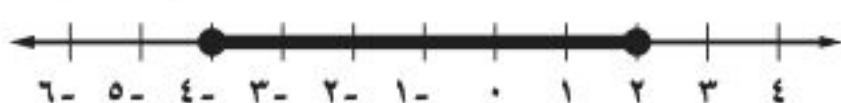
ج)  $0 < s < 4$

أ)  $0 < s < 2$

د)  $0 < s < 1$

ب)  $5 > s > 6$

٧) ما ممتباينة القيمة المطلقة للتัวلي البصاني الآتي؟



ج)  $|s+1| \leq 3$

أ)  $|s+1| > 3$

د)  $|s+1| < 3$

ب)  $|s+1| \geq 3$

٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالًا يريدان أن يشتريا بها دفترين وعدداً من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات وثمن قلم الرصاص ٧٥،٠ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟

ج) ٥

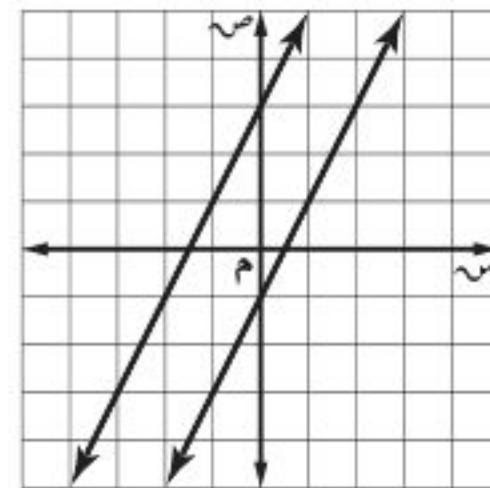
أ) ٣



د) ٦

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانيًّا؟



أ) متسق وغير مستقل

ب) متسق ومستقل

٢) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي:

$$s = 4 - 7t$$

$$3s - 2t = -1$$

ج)  $(5, 3)$

د)  $(1, 4)$

٣) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي:

$$3s - 8t = 50$$

$$3s - 5t = 38$$

ج)  $\left(\frac{4}{9}, -\frac{2}{7}\right)$

أ)  $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{8}\right)$

د)  $(4, 6)$

ب)  $(9, 4)$

٤) ما حل الممتباينة:  $2s \leq -6$ ؟

أ)  $s \leq -3$

ب)  $s \leq -3$



وزارة التعليم

Ministry of Education

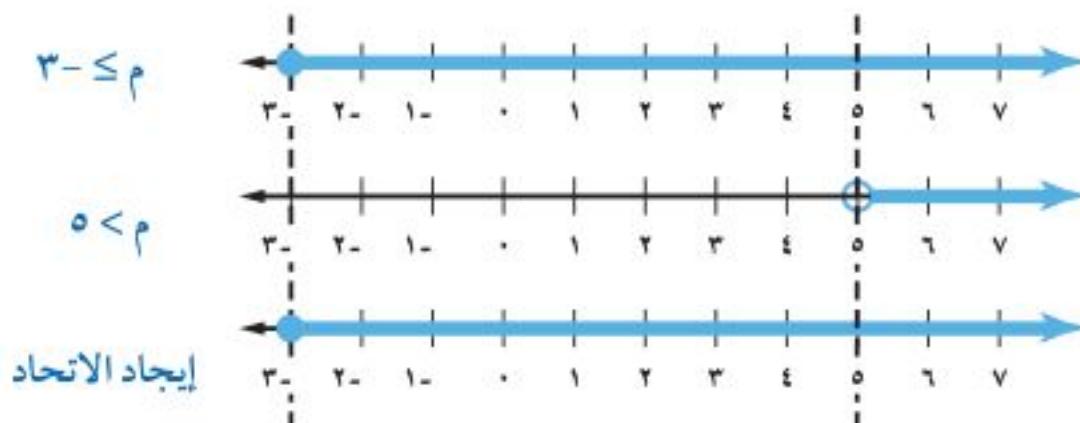
2021 - 1443

### حل المتباينة وتمثيل الاتحاد

مثال ٣

حل المتباينة  $-2 < m + 7 \leq 13$  أو  $5 < m + 12 < 37$ ، ومثل مجموعة الحل بيانياً.

$37 > m + 12$	أو	$13 \geq -2 + m$
$12 - 37 < 12 + m$	اطرح	$7 - 13 \geq -m + 7$
$25 < m$	بسط	$6 \geq -m$
$\frac{25}{5} < \frac{m}{5}$	اقسم	$\frac{6}{2} \leq \frac{-m}{2}$
$m < 5$	بسط	$m \leq -3$



لاحظ أن التمثيل البياني للمتباينة  $m \leq -3$  يحتوي جميع نقاط التمثيل البياني للمتباينة  $m < 5$ . لذا يكون الاتحاد هو التمثيل البياني للمتباينة  $m \leq -3$ ، وتكون مجموعة الحل  $\{m | m \leq -3\}$ .

#### تحقق من فهمك

حل كلاً من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

(ب)  $s \geq 9$  أو  $2 + s > 10$        $3 \leq 1 - a$  أو  $a + 4 > 10$

#### تأكد

المثالان ١، ٢ حل كلاً من المتباينات المركبة الآتية، ومثل مجموعة الحل بيانياً:

(١)  $1 \geq 4 - f$  و  $f - 8 > 2$        $10 - r < 3$

(٢)  $2 \geq c + 4$        $5 < 31 - a$

المثال ٢ (٥) دراجات: ينصح صانعو الدراجات الجبلية ألا يقل ضغط الهواء في الإطارات عن ١٦ كجم للبوصة المربعة الواحدة ولا يزيد على ٣٦ كجم.

فإذا كان ضغط الهواء في إطارات دراجة ١١ كجم للبوصة المربعة الواحدة، فما مدى الضغط الذي ينصح بإضافته إلى الإطارات؟

#### تدريب وحل المسائل

المثالان ١، ٢ حل كلاً من المتباينات المركبة الآتية، ثم مثل مجموعتها الحل بيانياً:

(٦)  $n + 2 \geq 5 - w$  أو  $w + n \leq 6$

(٧)  $s - 1 \leq 7$  أو  $s + 3 > 1$

(٨)  $b + 3 > 5 - w$

(٩)  $m - 3 \geq 4 + 7$

(١٠) سرعة: تبين اللوحتان المجاورتان أقصى سرعة وأدنى سرعة على طريق. عبر عن ذلك بمتباينة، ومثلها بيانياً.

#### ارشادات للدراسة

التقاطع والاتحاد

في المتباينات المركبة حرف (أو) يعني الاتحاد وحرف (و) يعني التقاطع.

٢٣) ناتج جمع ثلاثة أمثال عدد مع أربعة يقع بين ٨ و ١٠.

٢٤) ناتج ضرب عدد في ٥ يزيد على ٣٥ أو يقل عن ١٠.

٢٥) **أعاصير**: تصنف قوّة الأعاصير في ٥ فئات تبعاً لسرعة رياحها كما في الجدول المجاور:

سرعة الرياح ميل / ساعة	الفئة
٩٥-٧٤	١
١١٠-٩٦	٢
١٣٠-١١١	٣
١٥٥-١٣١	٤
< ١٥٥	٥

أ) اكتب متباعدة مركبة تعبر عن سرعة الرياح في إعصار من الفئة ٣، ثم في إعصار من الفئة ٤.

ب) ما تقاطع التمثيلين البيانيين للمتباعدتين اللتين كتبتهما في الفرع أ؟



### الربط مع الحياة

٢٦) **اكتشف الخطأ**: حل كل من سعد ومسفر المتباعدة  $3 > 2 > 5 > 7$ . فأيهما إجابته صحيحة؟ ووضح تبريرك.

**مسفر**

$$7 > 5 > 3$$
$$12 > 3$$
$$\frac{6}{3} > \frac{3}{2}$$

**للحد**

$$7 > 5 > 3$$
$$12 > 8$$
$$4 > 6$$

تحدث معظم الأعاصير في المناطق المدارية. وقد ضربت الولايات المتحدة ٤ أعاصير بين العامين ٢٠٠١م، ٢٠٠٤م، صنفت ثلاثة منها من الفئات ٣، ٤، ٥.

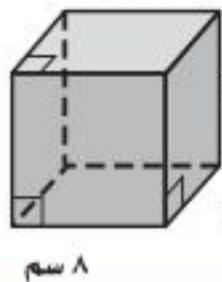
٢٧) **تبرير**: اكتب متباعدة مركبة يكون تمثيلها البياني المجموعة الخالية، ومتباعدة أخرى يكون تمثيلها البياني مجموعة جميع الأعداد الحقيقة.

٢٨) **مسألة مفتوحة**: أعطِ مثلاً لمتباعدة مركبة تحتوي (أو) وحلولها كثيرة وغير منتهية.

٢٩) **اكتب**: أعطِ مثلاً من واقع الحياة يمكن تمثيله بمتباعدة مركبة، ثم حلها.

### تدريب على اختبار

٣١) هندسة: ما مساحة سطح المنشور الرباعي المجاور؟



- (أ) ٣١٣,٦ سم<sup>٢</sup>      (ج) ٢٤٩,٦ سم<sup>٢</sup>  
(ب) ٣٧١,٢ سم<sup>٢</sup>      (د) ٢٧٨,٤ سم<sup>٢</sup>

٣٠) ما مجموعة حل المتباعدة:  $7 > 2 + s > 4$

- (أ)  $\{s | -5 < s < 6\}$       (ج)  $\{s | -9 < s < 2\}$   
(ب)  $\{s | -5 < s < 6\}$       (د)  $\{s | -9 < s < 6\}$

### مراجعة تراكمية

٣٢) يتلقى عامل في مصنع أجراً شهرياً مقداره ٣٠٠٠ ريال بالإضافة إلى ٢٠ ريالاً عن كل ساعة عمل إضافية. فإذا أراد الحصول في هذا الشهر على ٣٤٣٠ ريالاً على الأقل، فما عدد الساعات الإضافية التي يجب أن يعملها؟ (الدرس ٣-٤)

٣٣) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) وميله  $\frac{3}{2}$ . (الدرس ٣-٣)

٣٤) أوجد ميل المستقيم المار بال نقطتين (١، ٦)، (٦، ١). (الدرس ٥-٢)

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

٣٥)  $4b - 2 = 6$

٣٦)  $s + 5 = 18$

٣٧)  $\frac{b+4}{2-17} =$

٣٨)  $11 = 8 - 5s$

٣٧)  $\frac{m}{7} + 1 = 9$

٤٠)  $n - \frac{3}{8} = 20$



## مثال ٢ من واقع الحياة استعمال متباينات القيمة المطلقة

**إنترنت:** أظهرت دراسة مسحية حديثة أن ٩٠٪ من الشباب يستعملون الإنترن트. فإذا كان هامش الخطأ ضمن ٣ نقاط مئوية، فأوجد مدى النسبة المئوية للشباب الذين يستعملون الإنترن트.

بما أن الفرق بين النسبة المئوية الفعلية للذين يستعملون الإنترن트 والنسبة الواردة في الدراسة أقل من أو تساوي ٣٪، فإن  $|s - 90| \leq 3$ ، حيث تمثل  $s$  النسبة المئوية الفعلية.

حل المتباينة في كلتا الحالتين.

$$\text{الحالة ١: } s - 90 \geq -3 \quad \text{و} \quad s - 90 \leq 3$$

$$s - 90 \leq 3 \quad \text{و} \quad s \leq 93$$

إذن مدى النسبة المئوية الفعلية للشباب الذين يستعملون الإنترن트 هو:  $\{s | s \leq 93\}$ .

### تحقق من فهّمك



### الربط مع الحياة

وافق مجلس الوزراء الموقر على إدخال الإنترن트 للمملكة رسمياً عام ١٤١٧هـ وقد بدأت خدمة الإنترن트 فعلياً في المملكة عام ١٤١٩هـ.

المصدر: وحدة خدمات الإنترن트 بمدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتكنولوجيا.

**٢) كيمياء:** درجة انصهار الجليد هي ٠° سيليزية. لكن خالدًا لاحظ في أثناء إجراء تجربة أن درجة انصهار الجليد تتغير ضمن ١° سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي لاحظها خالد.

**متباينات القيمة المطلقة ( $>$ ):** إن المتباينة  $|s| > 3$  تعني أن المسافة بين  $s$  و ٠ أكبر من ٣.



إذن  $s < -3$  أو  $s > 3$ . وتكون مجموعة الحل هي:  $\{s | s < -3 \text{ أو } s > 3\}$ .

وكما هو الحال في المثال السابق يجب أن نأخذ الحالتين الآتيتين في الحساب:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

## مثال ٣ حل متباينات القيمة المطلقة ( $>$ )

حل المتباينة  $|3n + 6| \leq 12$ ، ومثل مجموعة حلها بيانياً.

أعد كتابة المتباينة  $|3n + 6| \leq 12$  في الحالتين ١ ، ٢ أعلاه.

الحالة ١:  $3n + 6 \geq -12$  غير سالبة. أو  $3n + 6 \leq 12$  سالبة.

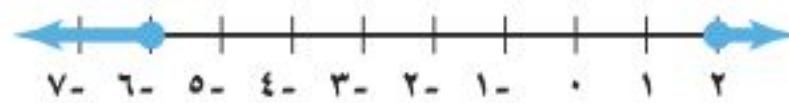
$$-(3n + 6) \leq 12$$

$$3n + 6 \geq -12$$

$$3n \geq -18$$

$$n \geq -6$$

إذن  $n \leq 2$  أو  $n \geq -6$ . ومجموعة الحل هي:  $\{n | n \leq 2 \text{ أو } n \geq -6\}$ .



### إرشادات للدراسة

#### القيمة المطلقة

إن مجموعة حل المتباينة  $|a| \leq b$  حيث  $a$  عبارة خطية بمتغير واحد،  $b$  عدد سالب، هي دائمًا مجموعة الأعداد الحقيقية؛ لأن  $|a|$  أكبر أو يساوي صفرًا دائمًا، وبذلك يكون  $|a|$  دائمًا أكبر من  $b$ .



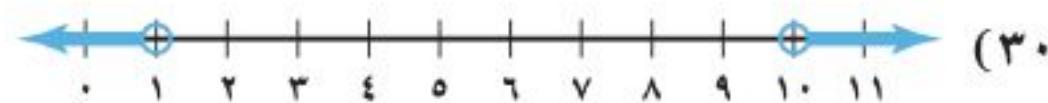
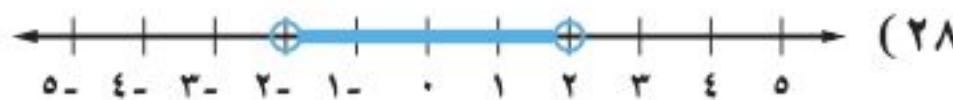
### تحقق من فهّمك

٣) حل كلاً من المتباينات الآتية، ومثل مجموعة الحل بيانياً.

$$(a) |x - 5| \leq 7 \quad (b) |2x + 1| \leq 5$$

٢٧) **كيمياء**: يوجد الماء في حالات ثلاث: صلبة وسائلة وغازية. ويتجدد عند درجة  $0^{\circ}\text{ سيليزية}$ ، ويتبخر عند درجة  $100^{\circ}\text{ سيليزية}$ . اكتب مدى درجات الحرارة التي لا يكون فيها الماء سائلاً.

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:



٣١) **حيوانات**: تبلغ درجة الحرارة الطبيعية لجسم الشاة السليمة  $39^{\circ}\text{ سيليزية}$ ، وقد تزيد أو تقل عن ذلك بمقدار  $1^{\circ}\text{ سيليزية}$ . فما مدى درجة حرارة جسم الشاة السليمة؟

عبر عن كل من العبارتين الآتتين باستعمال متباينة تتضمن قيمة مطلقة:

٣٢) تبلغ درجة الحرارة المثلثى داخل الثلاجة  $38^{\circ}\text{ ف}$  بزيادة أو نقصان لا يتجاوز  $1^{\circ}\text{ ف}$ .



#### الربط مع الحياة

تمثل الأغنام والماعز عصب الشروء الحيوانية في الوطن العربي؛ حيث قُدر عدد الأغنام والماعز في الوطن العربي عام ١٩٩٧م بحوالي ١٨٥ مليون رأس.

٣٣) يحفظ مثبت السرعة سرعة السيارة عند  $88\text{ كيلومتر}/\text{ساعة}$  بزيادة أو نقصان مقداره  $5\text{ كيلومترات}/\text{ساعة}$ .

٣٤) يجب أن تبقى درجة حموضة بركة السباحة  $25^{\circ}\text{ بـ}$  بزيادة أو نقصان لا يتجاوز  $3^{\circ}$ ، اكتب مدى درجة الحموضة المثلالية للبركة.

٣٥) **تمثيلات متعددة**: سوف تكتشف في هذه المسألة التمثيل البياني لمتباينات القيمة المطلقة في المستوى الإحداثي.

أ) **جدولياً**: انقل الجدول الآتي وأكمله، وعوّض في المتباينة قيم  $s$  وقيم  $d(s)$  لكل نقطة، ثم بين هل العبارة الناتجة صحيحة أم خاطئة:

النقطة	$d(s) \leq  s - 1 $	$d(s) \geq  s - 1 $	صحيحة / خاطئة	$s$
$(-4, 2)$				
$(-2, 2)$				
$(0, 2)$				
$(2, 2)$				
$(4, 2)$				

ب) **بيانياً**: مثل الدالة  $d(s) = |s - 1|$  [بيانياً].

ج) **بيانياً**: عين في المستوى الإحداثي جميع النقاط التي تجعل  $d(s) \leq |s - 1|$  عبارة صحيحة بلون أحمر، وعين جميع النقاط التي تجعل  $d(s) \geq |s - 1|$  صحيحة بللون الأزرق.

د) **منطقياً**: كون تخميناً حول شكل التمثيل البياني للمتباينتين  $d(s) \leq |s - 1|$ ،  $d(s) \geq |s - 1|$ ، وأضف إلى الجدول نقاطاً جديدة للتحقق من صحة تخمينك.

ه) **بيانياً**: استعمل ما اكتشفته في هذه المسألة لتمثيل المتباينة  $d(s) \leq |s - 3|$  [بيانياً].



حُلَّ كُلُّا من المتباينتين المركبتين الآتتين، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$(10) \text{ ص} - 8 > 3 - \text{أو } \text{ص} + 5 < 19$$

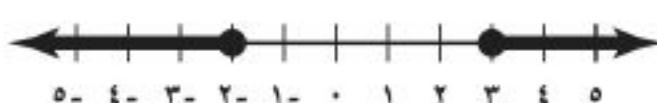
$$(11) 13 \geq 11 - 5 \geq 11 - 2 \text{ هـ}$$

عُرِفَ المترغير في كل مما يأتي، واتكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

$$(12) \text{ عدد ناقص } 4 \text{ لا يزيد على } 8.$$

$$(13) \text{ تسعة أمثال عدد ناقص أربعة يساوي ثلاثة وعشرين على الأقل.}$$

(14) اختيارات متعددة: أي المتباينات المركبة الآتية حلها مثل على خط الأعداد أدناه؟



$$(ج) \text{ س} > 2 - \text{أو } \text{س} \leq 3$$

$$(ب) \text{ س} \geq 2 - \text{أو } \text{س} \leq 3 \quad (د) \text{ س} > 2 - \text{أو } \text{س} \geq 3$$

حُلَّ كُلُّا من المتباينات الآتية، ومثل مجموعه حلها بيانياً:

$$(15) |ب - 5| > 3 \quad (16) |ف + 2| \leq 21$$

$$(17) |م - 4| \geq 15 \quad (18) \left| \frac{\text{س} - 3}{4} \right| < 5$$

(19) بيع بالتجزئة: عرض أحد المتاجر خصمًا قدره ١٥ ريالاً على أي زوج من الأحذية.

أ) إذا كان أعلى ثمن لزوج من الأحذية ١٤٩,٩٥ ريالاً، وأقل ثمن ٨٤,٩٥ ريالاً. فما مدى أثمان الأحذية بعد الخصم؟

ب) إذا خير شخص عند شراء زوج من الأحذية ثمنه ١٠٩,٩٥ ريالات بين أن يحصل على خصم مقداره ١٥ ريالاً أو خصم بنسبة ١٥٪، فأي العرضين أفضل له؟



حُلَّ كُلُّا من المتباينتين الآتتين، ومثل مجموعه حلها على خط الأعداد:

$$(1) \text{ س} - 9 > 4$$

$$(2) 6 \leq ب - 3$$

(3) اختيار من متعدد: لدى سعد ٣١ كتاباً ولدى خالد ٥٨ كتاباً. فكم كتاباً يجب أن يضيف سعد إلى مجموعته ليصبح لديه عدد من الكتب أكبر مما لدى خالد؟

أ) ٢١ على الأكثر

ب) ٢٧

ج) ٢٨ على الأقل

د) أكثر من ٣٠

حُلَّ كُلُّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة حلها:

$$(4) \frac{1}{5} هـ < 3$$

$$(5) 42 \geq ع$$

$$(6) 36 > م - 9$$

$$(7) \frac{ق}{4} + 9 \geq 3$$

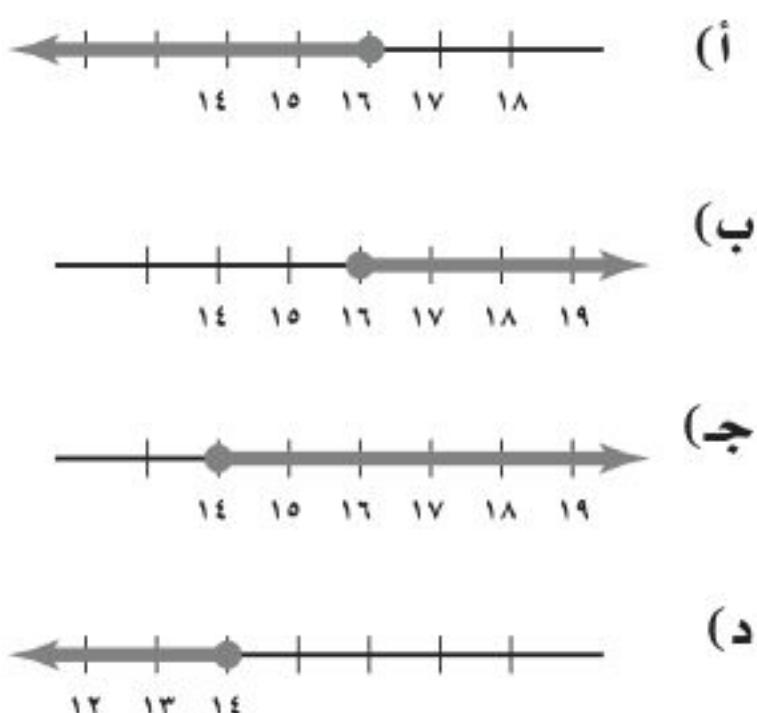
$$(8) 13 - (س - 4) < 5 \text{ س} -$$

(9) مدينة الألعاب: زار أحمد مدينة الألعاب خلال عيد الأضحى المبارك. وقرر أن يصرف مبلغاً لا يزيد على ٤٠ ريالاً. إذا كانت أجرة اللعبة الواحدة تكلف ٧ ريالات، فاكتتب متباينة تمثل هذا الموقف.

# الاختبار التراكمي

## اختيار من متعدد

٤) قرأت مها في اليوم الأول ١٤ صفحة من قصة، إذا كان مجموع ما قرأته مها في اليومين الأول والثاني على الأقل ٣٠ صفحة، فأيُّ من التمثيلات التالية يعبر عمّا قرأته مها في اليوم الثاني؟



٥) أيُّ المستقيمات التالية ميلها غير معروف؟

أ)  $s = 5$

ب)  $s = 5$

ج)  $2s + 3c = 1$

د)  $2s + 3c = 0$

١) مع يزيد ١٠٠ ريال دفع منها ٣٨ ريالاً ثمناً لوجبة الغداء، واشترى عدداً من الهدايا لأصدقائه، عبر عن المتباينة التي تمثل عدد الهدايا التي اشتراها يزيد، إذا كان ثمن الهدية الواحدة ١٢ ريالاً.

أ)  $n \leq 5$

ب)  $n \geq 5$

٢) يتلقى موظف أجراً عن كل ساعة عمل بحسب الجدول أدناه.

الشرط	الأجر عن كل ساعة (ريال)
أول ٤٠ ساعة	١٢٨
بعد ٤٠ ساعة	١٩٢

إذا كان هدف الموظف جمع مبلغ ٦٠٠٠ ريال خلال الأسبوع القادم، فما أقل عدد من الساعات يمكن أن يعمله الموظف؟

أ) ٤٣ ساعة

ب) ٤٥ ساعة

تنبيه للاختبار

سؤال ٢: يمكن أن تتحقق من إجابتك من خلال حساب الأجر الذي يتلقاه الموظف حسب عدد ساعات العمل.

٣) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله  $-\frac{2}{3}$ ، ومقطعه الصادي يساوي ٦ .

أ)  $c = 6s + \frac{2}{3}$

ب)  $c = -\frac{2}{3}s - 6$

ج)  $c = -\frac{2}{3}s + 6$

د)  $c = 6s - \frac{2}{3}$



## عدد الحلول

عندما تكتب كل من المعادلتين على الصيغة  $ص = مس + ب$ ، فإن قيمة  $م$ ،  $ب$  تحدد عدد الحلول.

الحالة	المقارنة بين قيم $م$ ، $ب$
١	قيمتان مختلفتان
لا يوجد	قيمتان متساويتان، وقيمتان مختلفتان.
لأنهائى	قيمتان متساويتان، وقيمتان متساويتان.

## مثال ١ عدد الحلول

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان النظام الآتي متلقاً أم غير متلق، ومستقلاً أم غير مستقل.

أ)  $ص = ٣ - ٢س$

$ص = س - ٥$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متلقاً ومستقلاً.

ب)  $ص = ٣ - ٢س$

$ص = ٣ + ٢س$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متلق.

## تحقق من فهمك

أ)  $ص = س - ٥$

$ص = ٣ - ٢س$

أ)  $ص = ٣ + ٢س$

$ص = ٣ - ٢س$

**الحل بالتمثيل البياني:** من الطرائق المستعملة في حل نظام من معادلتين تمثيلهما بيانيًا في المستوى البياني نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان التي تمثل حل النظام.

## مثال ٢ الحل بالتمثيل البياني

مثل كل نظام مما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

أ)  $ص = ٣ - ٣س + ١٠$

$ص = س - ٢$

يظهر من التمثيل البياني أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة  $(١, ٣)$ ، ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن  $س = ٣$ ، وعن  $ص = ١$ .

تحقق  $ص = ٣ - ٣س + ١٠$

المعادلة الأصلية  $١ = ٣ - ٣(٣) + ١٠$

عرض  $١ = ١$

اضرب  $١ = ١$

$\checkmark ١ = ١$

المعادلة الأصلية  $ص = س - ٢$

عرض  $٢ - ٣ = ١$

اضرب  $\checkmark ١ = ١$

إذن للنظام حل واحد، هو  $(٣, ١)$ .

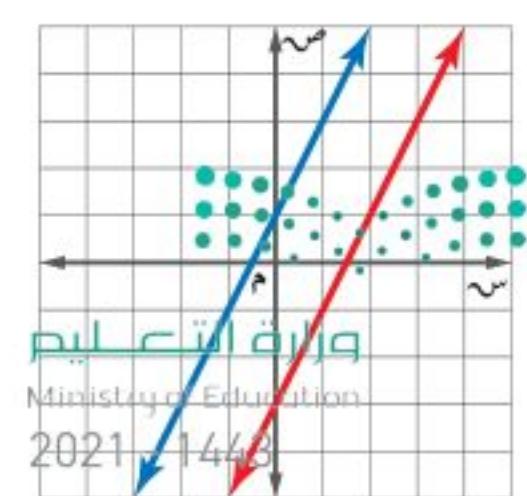
ب)  $٢س - ص = ١ - ٤$

$٤س - ٢ص = ٦$

بما أن للمعادلتين الميل نفسه، وقطعهاهما الصاديان مختلفان، فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان، وبما أنهما لا يتقاطعان في أي نقطة فلا يوجد حل لهذا النظام.

## مراجعة المفردات

المستقيمات المتوازية لا تتقاطع أبداً، ولها الميل نفسه.



**مثال ٢** ١٨) **هوايات:** يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعاً، ويضيف إليها أسبوعياً ٤ طابعاً، ولدى سعود ٥٠ طابعاً، ويضيف إليها ٣٠ طابعاً كل أسبوع.

أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

ب) مثل كل معادلة بيانياً.

ج) بعد كم أسبوع يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

مثل كل نظام فيما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$17 - ص = 2s \quad (٢٠)$$

$$ص = s - 10$$

$$\frac{1}{3}s = 2s - 17 \quad (١٩)$$

$$s = 2s - 10$$

$$2s - 8s = 6 \quad (٢٢)$$

$$s - 4s = 3$$

$$2s - 3s = 4 \quad (٢١)$$

$$s - 4s = 7$$

$$2s + 3s = 10 \quad (٢٤)$$

$$4s + 6s = 12$$

$$4s - 6s = 12 \quad (٢٣)$$

$$-2s + 3s = 6$$

$$\frac{3}{4}s + \frac{1}{2}s = \frac{1}{4} \quad (٢٦)$$

$$\frac{1}{2}s + \frac{1}{3}s = \frac{1}{6}$$

$$3s + 2s = 10 \quad (٢٥)$$

$$2s + 3s = 10$$

٢٧) **تصوير:** افترض أن  $s$  تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)،  $s$  تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠هـ. إذا كانت المعادلة  $s = 12, 5 + 10, 9s$  تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المبيعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠هـ، والمعادلة  $s = 1, 1s + 78, 8s$  تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المبيعة.



الربط مع الحياة

تتيح آلات التصوير الرقمية للمصورين فرصة مشاهدة الصورة وإمكانية معالجتها وتعديلها ونقلها إلى الحاسوب وطباعتها.

أ) مثل كل معادلة بيانياً.

ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية؟

ج) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟

مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$6 - \frac{3}{8}s = 1, 2s \quad (٢٩)$$

$$4 = \frac{2}{3}s + \frac{1}{4}s$$

$$2s - 10 = 1, 2s \quad (٢٨)$$

$$4s = 2, 4s$$

٣٠) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة طائقاً متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

أ) جبرياً، حل المعادلة  $\frac{1}{3}s + 3 = -s + 12$  جبرياً.

ب) بيانياً، حل نظام المعادلتين  $s = \frac{1}{3}s + 3$ ،  $s = -s + 12$  بيانياً.

ج) تحليلياً، ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟



## مسائل مهارات التفكير العليا

(٣١) **تحدد:** استعمل التمثيل البياني لحل النظام  $2s+3c=5$  ،  $3s+4c=6$  ،  $4s+5c=7$ .

(٣٢) **تبرير:** بين هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكل كل من النقطتين  $(0, 0)$  ،  $(2, 2)$  حل له، تكون له حلول أخرى أحياناً أم دائماً أم ليس له أي حلول أخرى.

(٣٣) أيُّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسر إجابتك:

$$4s - c = 5$$
$$2s + c = 1$$

$$-s + 4c = 8$$
$$3s - 6c = 6$$

$$4s + 2c = 14$$
$$12s + 6c = 18$$

$$3s - 2c = 1$$
$$2s + 3c = 18$$

(٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثالث معادلات تشکل مع المعادلة  $s=5$  - أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسلق، متسلق ومستقل، متسلق وغير مستقل على الترتيب.

(٣٥) **أكتب:** صفات مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية.

## تدريب على اختبار

(٣٧) هندسة: قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ سنتيراً إلى قطع متساوية، ثم أقصت من نهاياتها لتشكل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟

ج)  $1158 \text{ سم}^3$

أ)  $294 \text{ سم}^3$

د)  $2744 \text{ سم}^3$

(٣٦) إجابة قصيرة: يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٩:٠٠ صباحاً ٤٥٠٠ ، فكم يصبح عند الساعة ١٢:٠٠ ظهراً؟

## مراجعة تراكمية

الدرجة	الاختبار
٩١	١
٩٥	٢
٨٨	٣

(٣٨) **اختبار:** يبيّن الجدول المجاور درجات هيشم في ٣ اختبارات للرياضيات، وبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (الدرس ٣-٤)

أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف.

ب) إذا أراد هيشم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟

ج) هل إجابتك معقولة؟ فسر ذلك.

(٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(-1, 3)$  ، والمعامد للمستقيم  $c = \frac{1}{3}s + 2$ . (الدرس ٤-٣)

## استعد للدرس اللاحق

### مهارة سابقة :

حل كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

$$(40) 15(n+6) = 165 ; \{3, 4, 5, 6\}.$$

$$(41) 36 = \frac{9-9}{2} ; \{78, 79, 80, 81\}.$$

إذا كانت  $A = 2$  ،  $B = -3$  ،  $C = 11$  ، فاحسب قيمة كل عبارة فيما يأتي:

$$(42) A + B$$

$$(43) 7 - AB$$

$$(44) (2B + C) \div A$$





## ١-٥

## حل نظام من معادلتين خطيتين

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI-nspire لتمثيل نظام من معادلتين وحله.

## نشاط ١ حل نظام من معادلتين خطيتين

حل النظام الآتي مقرباً إلى أقرب جزء من مئة:

$$5,23s + c = 7,48$$

$$6,42s - c = 2,11$$

**الخطوة ١:** حل كل معادلة بالنسبة للمتغير  $s$  لإدخالها في الحاسبة.

المعادلة الأولى

$$7,48s + c = 5,23$$

طرح  $5,23s$  من كلا الطرفين

$$7,48s - 5,23s = 7,48 - 5,23$$

بسط

$$2,11s = 7,48 - 5,23$$

المعادلة الثانية

$$6,42s - c = 2,11$$

طرح  $6,42s$  من كلا الطرفين

$$6,42s - 2,11s = 6,42 - 2,11$$

بسط

$$-4,31s = 6,42 - 2,11$$

اضرب كلا الطرفين في  $(-1)$

$$(-c) = (-1)(6,42 - 2,11)$$

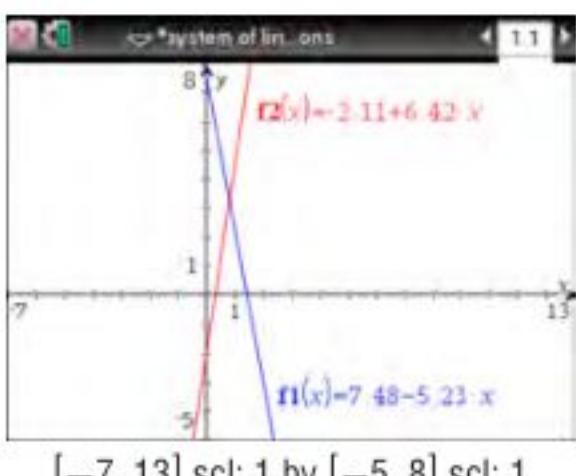
بسط

$$c = 2,11 - 6,42$$

**الخطوة ٢:** مثل كلاً من المعادلتين بيانياً.



افتح الآلة الحاسبة بالضغط على ، ثم اختر من الشاشة ١ مستند جديد .



اختر ٢: إضافة تطبيق الرسوم البيانية فتظهر الشاشة المجاورة.

اكتب المعادلة الأولى  $f1(x) = 7.48 - 5.23x$

ثم اضغط المفتاح فيظهر التمثيل البياني.

اضغط المفتاح ثم اكتب المعادلة الثانية

$f2(x) = -2.11 + 6.42x$  ثم اضغط ليظهر التمثيل البياني المجاور.

أظهر الجزء المطلوب من التمثيل البياني على الشاشة، بالضغط على مفتاح ومنها

اختر ٤: تكبير/تصغير النافذة ١: [إعدادات النافذة]؛ لتحديد التدريج المناسب لكل من  $s$ ،  $c$ .

**الخطوة ٣:** إيجاد نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

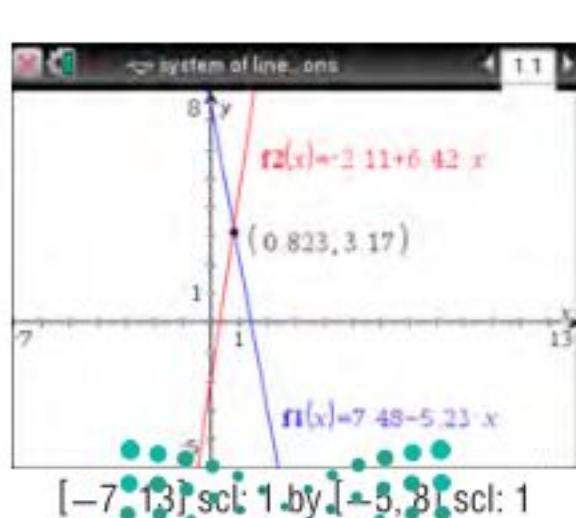
استعمل ميزة نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

اضغط واختر منها ٦: تحليل الرسم البياني ثم ،

وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع

(0.823, 3.17) التي هي حل النظام.

وعليه يكون حل النظام إلى أقرب جزء من مئة هو (٣, ١٧، ٠, ٨٢).





## حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

### لماذا؟



في إحدى السنوات أنتجت مزرعة ناصر ١٦ طنًا من التمور، بينما أنتجت مزرعة محمد ٢٠ طنًا. ثم بدأ إنتاج المزرعتين يتناقص سنويًا، فبلغ في السنة التالية ١٣ طنًا لمزرعة ناصر و ١٦ طنًا لمزرعة محمد.

إذا استمر تناقص إنتاج كل من المزرعتين وفق المعدل نفسه، فمتى يتساوى الإنتاج السنوي للمزرعتين؟

**الحل بالتعويض:** يمكنك استعمال نظام مكون من معادلتين لإيجاد متى يتساوى إنتاج المزرعتين، وإحدى طرائق الحل الدقيق لنظام المعادلات التعويض.

### فيما سبق

درست حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً.

### والأآن

- أحل نظاماً مكوناً من معادلتين بالتعويض.
- أحل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظاماً من معادلتين) باستعمال التعويض.

### المفردات

#### التعويض

#### مطوية

#### الحل بالتعويض

#### مفهوم أساسى

- الخطوة ١: حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضروريًا.
- الخطوة ٢: عرض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.
- الخطوة ٣: عرض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، وكتب الحل في صورة زوج مرتب.

### مثال ١ حل نظام من معادلتين بالتعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

$s = 2s + 1$  → الخطوة ١: إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة إلى  $s$ .

$$3s + s = 9$$

الخطوة ٢: عرض  $2s + 1$  بدلاً من  $s$  في المعادلة الثانية.

$$\text{المعادلة الثانية: } 3s + \cancel{s} = 9$$

$$\text{عرض عن } s \rightarrow 3s + 1 = 9$$

$$\text{اجمع الحدود المتشابهة: } 9 - 1 = 8$$

$$\text{اطرح (١) من كلا الطرفين: } 8 = 10 - 5$$

$$\text{اقسم كلا الطرفين على ٥: } 2 = 2$$

الخطوة ٣: عرض  $2 - 1$  بدلاً من  $s$  في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة  $s$ .

$$s = 2 - 1$$

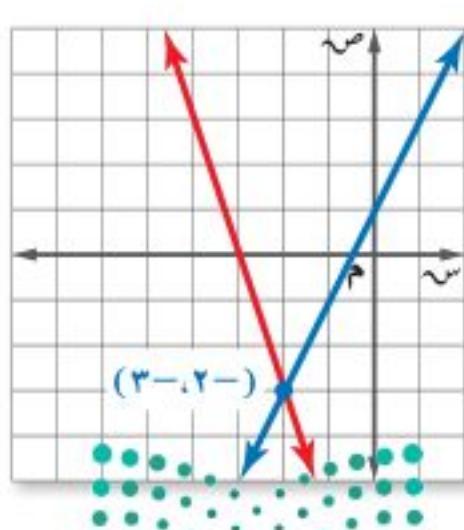
$$1 = 1$$

$$3 = 3$$

إذن الحل هو:  $(2, 1)$ .

#### ارشادات للدراسة

تحقق من صحة حلك بعد إيجاد قيم المتغيرين، عرض بهما في كلتا المعادلتين لتحقق من صحة الحل.



#### تحقق من فهمك

$$(1) s = 4s - 6$$

$$5s + 3s = 1$$

$$(1) 2s + 5 = 1$$

$$s = 3s + 10$$

وإذا لم يكن أحد المتغيرين مكتوباً وحده في طرف إحدى المعادلتين في النظام، فحل إحدى المعادلتين أولاً بالنسبة لهذا المتغير، ثم عرض لحل النظام.

### مثال ٢ الحل ثم التعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

$$س + ٢ ص = ٦$$

$$٣ س - ٤ ص = ٢٨$$

**الخطوة ١:** حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير  $س$  لأن معامل  $س$  = ١.

المعادلة الأولى

$$س + ٢ ص = ٦$$

اطرح ٢ ص من كلا الطرفين.

بسط

$$س + ٢ ص - ٢ ص = ٦ - ٢ ص$$

$$س = ٦ - ٢ ص$$

**الخطوة ٢:** عرض عن  $س$  بـ  $(٦ - ٢ ص)$  في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة  $ص$ .

عرض عن  $س$  بـ  $(٦ - ٢ ص)$

$$٢٨ = ٣ - (٦ - ٢ ص)$$

خاصية التوزيع

$$٢٨ = ١٨ - ٦ ص - ٤ ص$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$٢٨ = ١٠ - ١٠ ص$$

اطرح ١٨ من كلا الطرفين

$$١٨ - ٢٨ = ١٨ - ١٠ ص$$

بسط

$$١٠ = ١٠ - ١٠ ص$$

اقسم كلا الطرفين على - ١٠

$$ص = ١ -$$

**الخطوة ٣:** أوجد قيمة  $س$  بالتعويض في المعادلة الأولى.

المعادلة الأولى

$$س + ٢ ص = ٦$$

عرض عن  $ص$  بـ  $(١ - ص)$

$$س + ٢ (١ - ص) = ٦$$

بسط

$$س = ٦ - ٢ ص$$

أضف ٢ إلى كلا الطرفين

$$س = ٨$$

الحل هو  $(٨, ١ - ص)$

**تحقق من فهمك**

$$٢) ب) س - ٣ ص = ٩ -$$

$$١٢) ٤ س + ٥ ص = ١١$$

$$٧ = ٥ س - ٢ ص$$

$$١٣ = ٣ س -$$

وبصورة عامة، إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة خطأ مثل  $٣ = ٢ - ٢ ص$ ، فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة، أما إذا كانت النتيجة متطابقة مثل  $٣ = ٣$  فهناك عدد لا نهائي من الحلول.

### مثال ٣ عدد لا نهائي من الحلول، أو لا يوجد للنظام حل

حل النظام الآتي مستعملاً التعويض:

$$ص = ٢ س - ٤$$

$$٦ س + ٣ ص = ١٢ -$$

عرض عن  $ص$  بـ  $(٢ س - ٤)$  في المعادلة الثانية.

المعادلة الثانية

$$٦ س + ٣ ص = ١٢ -$$

عرض عن  $ص$  بـ  $(٢ س - ٤)$

$$٦ س + ٣ (٢ س - ٤) = ١٢ -$$

خاصية التوزيع

$$٦ س + ٦ س - ١٢ = ١٢ -$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$١٢ = ١٢ -$$

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

### ارشادات للدراسة

صيغة الميل والمقطع

إذا كُتب كل من

المعادلتين بصيغة

الميل والمقطع

$(ص = م س + ب)$ ، فيمكن

مساواتهما معاً، ثم إيجاد

قيمة  $س$ ، وتعويضها

لإيجاد قيمة  $ص$ .

### ارشادات للدراسة

النظام غير المستقل

هناك عدد لا نهائي

من الحلول للنظام في

المثال ٣؛ لأنه عند

كتابة المعادلتين بصيغة

الميل والمقطع تكونان

متكافئتين، ولهمما التمثيل

البيانى نفسه.



$$\begin{array}{l} \text{أ) } 4s + 3s = 22 \\ \text{ب) } 3s - 4s = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3s - 4s = 11 \\ 4s - 5s = 5 \end{array}$$

يمكنك استعمال طريقة الحذف لإيجاد عددين محددين يرتبان معاً بعلاقة.

### مثال ٢ كتابة نظام من معادلتين وحله

عددان، سالب ثلاثة أمثال الأول مضافاً إليه خمسة أمثال الثاني يساوي ١١ ، وثلاثة أمثال الأول مضافاً إليه سبعة أمثال الثاني يساوي ١ . فما العددان؟

سالب ثلاثة أمثال العدد الأول زائد خمسة أمثال العدد الثاني يساوي ١١ .

$$11 - 3s = 5s + 3s$$

١ - سبعة أمثال العدد الأول زائد ثلاثة أمثال العدد الأول يساوي ١ .

$$1 - 7s = 3s + 3s$$

**الخطوة ١ :** اكتب المعادلتين رأسياً، ثم اجمعهما.

$$11 - 3s + 5s = 1 - 3s + 7s$$

$$11 - 1 = 4s$$

حذف المتغير الأول  $s$ .

$$\frac{11 - 1}{12} = \frac{4s}{12}$$

قسم كلا الطرفين على ١٢

$$s = \frac{1}{3}$$

بسط.

**الخطوة ٢ :** عرض عن  $s = 1$  في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة  $s$ .

$$3s + 7s = 1 - 3s$$

$$3s + 7s = 1 - 7s$$

بسط.

$$10s = 1 - 7s$$

$$10s = 1 - 7s$$

بسط.

$$17s = 1$$

$$s = \frac{1}{17}$$

قسم كلا الطرفين على ١٧

بسط.

$$s = \frac{1}{17}$$

بسط.

$$s = \frac{1}{17}$$

العدنان هما ٢ ، ١ .

**تحقق:**  $11 - 3s = 1 - 3s + 7s$

عرض عن  $s = 1$  ، وعن  $s = -\frac{1}{3}$

$$11 - 11 = 11 - 11$$

بسط.

$$0 = 0$$

المعادلة الأولى

المعادلة الثانية

عرض عن  $s = 1$  ، وعن  $s = -\frac{1}{3}$

$$1 - 1 = 1 - 1$$

بسط.

$$0 = 0$$



٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي ١٠ ، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢ .

### قراءة الرياضيات

**الحذف:** إذا أدى جمع أو طرح معادلتين إلى أن يكون ناتج معاملي أحد المتغيرين صفرًا، يقال عندئذ إنه تم حذف هذا المتغير.

### ارشادات للدراسة

#### معاملات:

عندما يتساوى معاملاً متغير، يؤدي طرح المعادلتين إلى حذفه، وعندما يكون أحد المعاملين معكوساً للأخر، يؤدي جمع المعادلتين إلى حذفه أيضاً.

**الحذف باستعمال الطرح:** يمكنك أحياناً حذف متغير بطرح معادلة من أخرى.

### الحذف باستعمال الطرح

### مثال ٣ من اختبار

$$\begin{array}{l} 5r + 2t = 6 \\ 22r + 2t = 9 \end{array}$$

د)  $(\frac{2}{5}, 4)$       ج)  $(7, -4)$

ب)  $(\frac{8}{9}, 7)$       أ)  $(-15, 7)$

### اقرأ الفقرة:

بما أن كلتا المعادلتين تشتمل على  $t$ ، فيمكن حل النظام بالحذف باستعمال الطرح.

### حل الفقرة:

**الخطوة ١:** اطرح المعادلتين.

أكتب نظام المعادلتين على أن تكون الحدود المتشابهة بعضها تحت بعض.

حذف المتغير  $t$   
بسط

$$\begin{array}{r} 5r + 2t = 6 \\ (-) 22r + 2t = 9 \\ \hline -16r = -3 \end{array}$$

$$r = \frac{3}{16}$$

**الخطوة ٢:** عوض عن  $r = \frac{3}{16}$  في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة  $t$ .

المعادلة الأولى

$r = \frac{3}{16}$   
بسط

$$5(4) + 2t = 6$$

$$20 + 2t = 6$$

اطرح  $20$  من كلا الطرفين

بسط

$$20 - 6 = 20 - 2t$$

$$14 = 2t$$

بسط

$$7 = t$$

فيكون الحل  $(4, 7)$ ، والإجابة الصحيحة هي ج.

### تحقق من فهمك

د)  $(1, 1, 5)$       ج)  $(1, 1, 75)$       ب)  $(1, 1, 75)$       أ)  $(1, 1, 5)$



### الربط مع الحياة

### مثال ٤ من واقع الحياة كتابة نظام من المعادلات وحله

**وظائف:** يعمل كل من عبدالعزيز وعبدالرحمن في متجر، فيحصل عبدالعزيز على  $5$  ريالات في الساعة، وعبدالرحمن على  $7$  ريالات في الساعة، ويبلغ مجموع ما حصل عليه خلال يومين  $299$  ريالاً، وفي اليومين التاليين ضاعف عبدالرحمن عدد ساعات عمله فحصل على  $42$  ريالاً، فما عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين؟



**فهم:** أنت تعلم مقدار ما يحصل عليه كل منهما في الساعة ومجموع ما حصل عليه معاً.

اهتم الإسلام بالعمل اليدوي المهني والتقني، فمارسه الرسول - صلى الله عليه وسلم - والصحابة والتابعون بوصفه وسيلة إنتاجية وقيمة مهمة تؤدي إلى تطور البلاد وبناء حياة الإنسان والمجتمع.

**المثالان ١، ٢**

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف:

$$17) -4s + 5c = 17$$

$$7) sc + z = 4$$

$$6) -f + w = 7$$

$$4s + 6c = 6$$

$$sc - z = 8$$

$$f + w = 1$$

$$11) 6s - 2c = 1$$

$$10) 9s + 6c = 78$$

$$9) a + 4b = 4$$

$$10) s - 2c = 5$$

$$3) s - 6c = 30$$

$$1) a + 10b = 16$$

**مثال ٢** ما العددان اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟

١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي -٣.

**مثال ٤** **شحن سيارات:** يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجرة شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة.

الأجرة الكلية (ريال)	عدد السيارات الكبيرة	عدد السيارات الصغيرة
٣٨٠٠	٥	٢
٢٦٠٠	٣	٢

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف:

$$17) \frac{1}{2}s + \frac{2}{3}c = 6$$

$$16) \frac{2}{3}s + \frac{1}{2}c = 8$$

$$15) 4(s + 2c) = 6$$

$$3) s + 3c = 7$$

$$6) \frac{1}{2}s - \frac{2}{3}c = 12$$

$$4) s + 4c = 12$$

١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجي المملكة والفيصلية معاً ٥٦٧ متراً، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ متراً.

أ) ما ارتفاع برج المملكة؟

ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟



الربط مع الحياة

افتُتح مهرجان جازان الشتوي الأول الذي تنظمه لجنة التنشيط السياحي بالمنطقة في عام ١٤٢٧ هـ، ويشتمل على ألعاب ترفيهية وعروض ومسابقات فنية ورياضية.

١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقاً في سباق الدراجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠.

أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار.

ث) اكتب نظاماً من معادلتين يمثل هذا الموقف.

ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام.

ج) فسر الحل في سياق هذا الموقف.

د) مثل هذا النظام بيانياً للتأكد من صحة الحل.



حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً التعويض، وبيّن ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٢٠٥)

$$29) \quad s = 5c + 6$$

$$28) \quad s = 3c$$

$$27) \quad s = 6c$$

$$s = 5c - 2$$

$$45) \quad 2s + 3c = 2$$

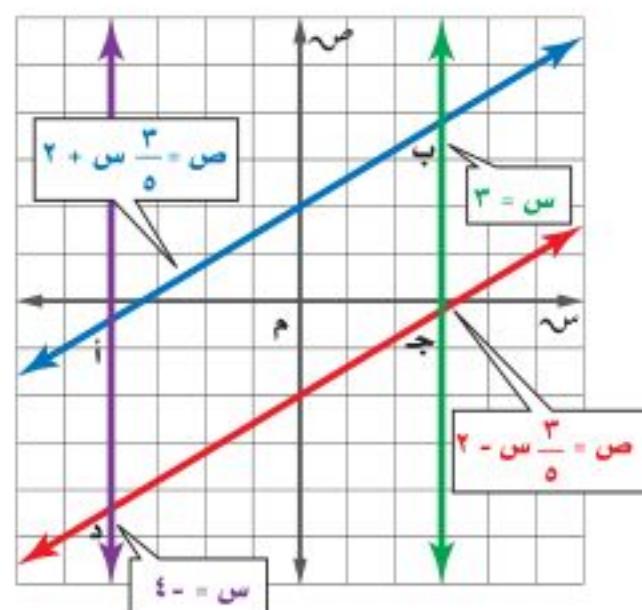
$$40) \quad 2s + 3c = 40$$

٣٠) **توفير:** يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفر وائل حتى الآن ٣٥ ريالاً ويخطط لتوفير ١٠ ريالات كل أسبوع. أما رياض فلديه الآن ٢٦ ريالاً ويخطط لتوفير ١٣ ريالاً في الأسبوع. (الدرس ١٠٥)

أ) بعد كم أسبوع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوياً؟

ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟

٣١) **هندسة:** بيّن ما إذا كان الشكل أَبْ جَدْ متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (الدرس ٤٠٣)



حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٢٠١)

$$32) \quad 6j = -48 \quad 33) \quad 1 = \frac{2}{3}a$$

### استعد للدرس اللاحق

#### مهارة سابقة:

بسط كلاً من العبارات الآتية:

$$35) \quad 7s^2 - 9s + 4s^2$$

$$34) \quad 6l - 3b + b + 1$$

$$36) \quad 10(2+r) + 3r$$



# الفصل اختبار منتصف الفصل

الدروس ١-٥ إلى ٣٠



- ١٣) حديقة الحيوان:** الجدول الآتي يبيّن، تكلفة دخول عائلتين لحديقة الحيوان في إحدى المدن. (الدرس ٢-٥، ٣-٥)

العائلة	المجموعة	التكلفة الإجمالية
أ	٤ كبار وطفلان	١٨٤ ريالاً
ب	٤ كبار و٣ أطفال	٢٠٠ ريال

- أ) عرف المتغيرات التي تمثل ثمن التذكرة للكبار وثمن التذكرة للأطفال.
- ب) اكتب نظاماً من معادلتين لإيجاد ثمن كلّ من تذكرة الكبار والأطفال.
- ج) حل النظم، ووضح ماذا يعني الحل.
- د) ما تكلفة دخول مجموعة مكونة من ٣ كبار و٥ أطفال لحديقة الحيوان؟

- ١٤) اختبار من متعدد:** تريد أسماء شراء ١٢ قطعة من الشوكولاتة والمصاص؛ إذا كان مع أسماء ١٦ ريالاً، وكان ثمن قطعة الشوكولاتة ريالين، وثمن قطعة المصاص ريالاً، فكم قطعة من كل نوع ستشتري؟ (الدرس ٢-٥، ٣-٥)

- أ) ٦ قطع شوكولاتة، ٦ قطع مصاص.
- ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص.
- ج) ٧ قطع شوكولاتة، ٥ قطع مصاص.
- د) ٣ قطع شوكولاتة، ٩ قطع مصاص.

حُلَّ كُلُّ من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً طريقة الحذف: (الدرس ٣-٥)

$$١٥) س + ص = ٩$$

$$س - ص = ٣$$

$$١٦) س + ٣ ص = ١١$$

$$س + ٧ ص = ١٩$$

$$١٧) س - ٤ ص = ٦$$

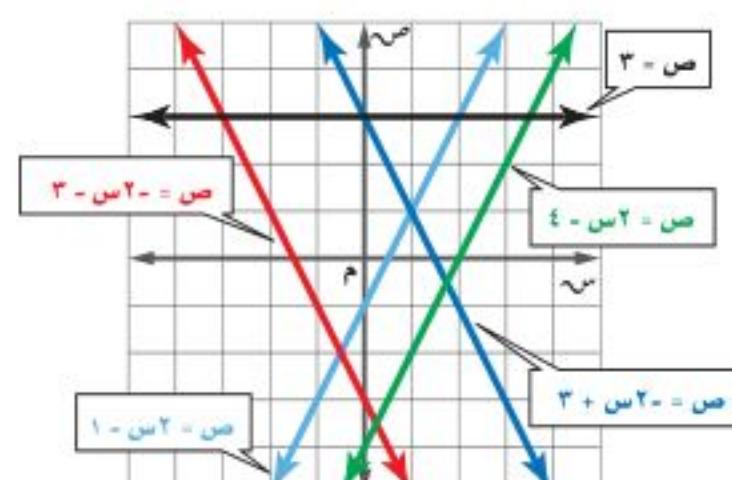
$$٣ س + ٤ ص = ١٠$$

$$١٨) ١١ - س - ٥ ص = ٢$$

$$٥ س - ٧ ص = ١$$



مستعملاً التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من حيث كونه متسقاً أم غير متسق، ومستقل أم غير مستقل: (الدرس ١-٥)



$$١) ص = ٣ - ٢ س$$

$$ص = ٣ + ٢ س$$

مثل كل نظام فيما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه: (الدرس ١-٥)

$$٤) س + ص = ٦$$

$$س - ص = ٤$$

$$٣) ص = ٣ - ٢ س$$

$$ص = ٤ + س$$

$$٥) س + ص = ٨$$

$$ص = ٢٤ - ٣ س$$

$$٧) ٣ س + ٢ ص = ١٢$$

$$٣ س + ٢ ص = ٦$$

حُلَّ كُلُّ من الأنظمة الآتية مستعملاً التعويض: (الدرس ٢-٥)

$$١٠) ص = ٣ - ٢ س$$

$$س + ص = ٩$$

$$٤ ص + س = ص$$

$$٦ س + ٣ ص = ٦$$

$$١١) س + ص = ٦$$

$$٦ س - ص = ٣٠$$

$$٨ = ص - س$$



## ٤ - ٥

## حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

**المادة**

باعت مكتبة ٧٠ قلماً بـ ٢٦٠ ريالاً. وبناءً على القائمة أدناه يمكن كتابة المعادلتين الآتىتين لإيجاد عدد الأقلام المبيعة من كل نوع:

٤ رياضات	قلم حبر
ريالان	قلم رصاص

$$\begin{aligned} س + ص &= ٧٠ \\ ٤ س + ٢ ص &= ٢٦٠ \end{aligned}$$

**الحذف باستعمال الضرب:** لا يمكن حذف أي من المتغيرين بالجمع أو الطرح في النظام أعلاه، إلا أنه يمكن حذف أحد المتغيرين باستعمال الضرب في مثل هذه الحالة.

**فيما سبق**

درست حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف  
باستعمال الجمع أو الطرح.

**والآن**

- أحل نظاماً من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب.
- أحل مسائل من واقع الحياة تتضمن أنظمة من معادلتين.



**الخطوة ١:** اضرب إحدى المعادلتين على الأقل في عدد ثابت للحصول على معادلتين فيها حدان أحدهما معكوس للأخر.

**المفهوم أساسى****الحل بالحذف**

**الخطوة ٢:** اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

**الخطوة ٣:** عوّض عن قيمة المتغير الناتجة في الخطوة (٢) في إحدى المعادلتين، وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتبه الحل في صورة زوج مرتب.

**مثال ١ ضرب معادلة لحذف أحد المتغيرين**

استعمل الحذف لحل النظام:

$$س + ٦ ص = ٨ - ٥$$

$$٢ س + ٣ ص = ٥ - ٢$$

**الخطوات ١ و ٢:**  $س + ٦ ص = ٨ - ٥$

اضرب كل حد في (٢-٥) ← اجمع

$$\begin{array}{r} ٥ س + ٦ ص = ٨ - ٥ \\ (+) - ٤ س - ٦ ص = ١٠ - ٢ \\ \hline س = ٢ \end{array}$$

المعادلة الثانية

$$٢ س + ٣ ص = ٥ - ٢$$

**الخطوة ٣:**

$$(٢) + ٣ ص = ٥ - ٢$$

بسط

$$٤ + ٣ ص = ٥ - ٤$$

اطرح ٤ من كلا الطرفين

$$٣ ص = ١$$

اقسم كلا الطرفين على ٣

$$ص = \frac{1}{3}$$

الحل هو (٢،  $\frac{1}{3}$ ).

**تحقق من فهمك**

$$١) ٦ س - ٢ ص = ١٠$$

$$٣ ر + ٢ ك = -٤$$

$$١) ٦ س - ٢ ص = ١٠$$

$$٣ س - ٧ ص = ١٩ -$$

## مسائل مهارات التفكير العليا

- ١٩) **تبرير:** وضح كيف يمكنك تعريف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.
- ٢٠) **اكتشف الخطأ:** حل كل من سعيد وحسين نظاماً من معادلتين، فأيهما إجابت صحيحة؟ فسر إجابتك.

حللدين	للسعيد
$2r + 7t = 11$	$2r + 7t = 11$
$7 - r - 9t = 0$	$r - 9t = 0$
$r = 18$	$11 = 2r + 7t$
$11 = 2r + 7t$	$14 - 2r - 18t = 0$
$11 = 2(18) + 7t$	$25 = 25t$
$11 = 36 + 7t$	$t = 1$
$7t = 25 - 11$	$11 = 2r + 7t$
$\frac{7}{7}t = \frac{25 - 11}{7}$	$11 = 2(1) + 7t$
$t = 3,6$	$11 = 2 + 7t$
$الحل (18, 3,6)$	$4 = r$
	$\frac{4}{2} = 2$
	$r = 2$
	$الحل (1, 2)$

- ٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظاماً من معادلتين يمكن حلها بضرب إحدى معادلتيه في  $-3$ ، ثم جمع المعادلتين معاً.

- ٢٢) **تحدد:** إذا كان حل النظام:  $s + 5t = 4$ ،  $2s - 2t = b$  هو  $(3, 1)$ ، فأوجد قيمة كل من: أ، ب موضحاً خطوات الحل التي استعملتها.

- ٢٣) **اكتب:** وضح كيف تحدد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

## تدريب على اختبار

- ٢٥) **احتمال:** يبيّن الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد  $3$ ؟

النتائج						الناتج	الناتج
٦	٥	٤	٣	٢	١		
١	٢	٣	٤	٥	٦	٣	٣

- ٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلَّ النظام الآتي؟

$$2s - 3t = 9$$

$$-s + 3t = 6$$

أ)  $(3, 3)$

ب)  $(-3, 3)$

ج)  $(1, 3)$

د)  $(-1, 3)$



## تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

### لماذا؟



قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ متراً تقريباً، وكانت مسافة طوافه كاملة متساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة:  $s + c = 3100$ ، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة  $c = \frac{1}{7}s$  حيث  $s$  تمثل مسافة السعي،  $c$  مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

### فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض أو بالحذف.

### والآن

- أحدد أفضل الطرق لحل نظام من معادلتين.
- أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.

**تحديد أفضل طريقة:** تعلمت سابقاً خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسى	حل نظام مكون من معادلتين خطيتين	مطويتك
الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها	
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلاً دقيقاً.	
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو -١.	
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوساً جمعياً للآخر.	
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معاملاً أحد المتغيرين في المعادلتين متساوين.	
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (-١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.	

تعد طریقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقه الجبرية عددها **عدّة** **أفضل** الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمتناسب لتقدير الحل.

## مثال ١ اختيار أفضل طريقة

حدّد أفضل طريقة لحل النظام الآتي، ثم حلّه:

$$4s - 4c = 8$$

$$19s + c = -8$$

**افهم:** لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، انظر إلى معاملى كل حد.

**خطط:** بما أن معاملى كل من المتغيرين  $s$ ،  $c$  في المعادلتين ليسا متساوين أو متعاكسيين، إذن لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين، وبما أن معامل  $s$  في المعادلة الثانية هو (١) إذن يمكنك استعمال التعويض.

**حل:** حل المعادلة الثانية بالنسبة إلى  $s$  أولاً.

$$\text{المعادلة الثانية} \quad 19s + c = -8$$

$$19s + c + 8s = -8 + 19s \quad \text{أضف } 8s \text{ إلى كلا الطرفين.}$$

$$c = 19 + 8s \quad \text{بسط.}$$

والآن، عوّض عن المتغير  $c$  في المعادلة الأولى بـ  $19 + 8s$ .

$$\text{المعادلة الأولى} \quad 4s - 4c = 8$$

$$4s - 4(19 + 8s) = 8 \quad \text{عوّض}$$

$$4s - 76 - 32s = 8 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$8 = 76 - 28s \quad \text{بسط.}$$

$$76 + 8 = 76 - 28s \quad \text{أضف } 76 \text{ إلى كلا الطرفين}$$

$$84 = 28s \quad \text{بسط}$$

$$\frac{84}{28} = \frac{28s}{28} \quad \text{اقسم كلا الطرفين على } -28$$

$$3 = s \quad \text{بسط}$$

والآن عوّض عن المتغير  $s$  في المعادلة الثانية بـ -3.

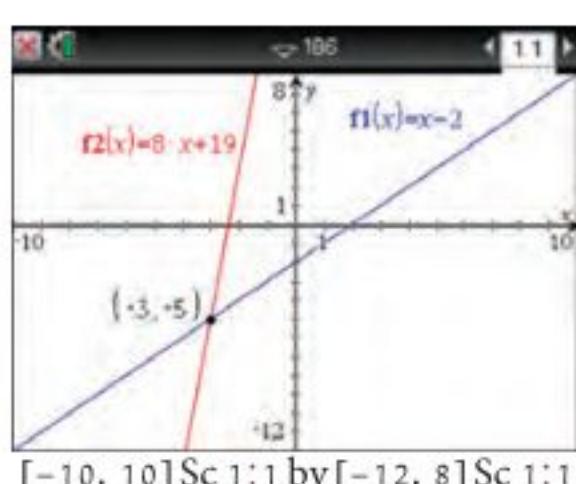
$$\text{المعادلة الثانية} \quad 19s + c = -8$$

$$19(-3) + c = -8 \quad 19(-3) = -57$$

$$c = 57 \quad \text{بسط}$$

فيكون حل هذا النظام هو (-3, 5).

**تحقق:** استعمل الحاسبة البيانية TI-nspire للتحقق من صحة الحل، وإن كانت طريقةك الجبرية في الحل صحيحة، فإن التمثيل البياني للمعادلتين سيتقاطع في النقطة (-3, 5).



### تحقق من فهمك

١(ب)  $3s - 4c = 10$

١(أ)  $5s + 7c = 2$

$5s + 8c = 2$

$2s + 7c = 9$

١(د)  $5s - c = 17$

١(ج)  $s - c = 9$

$3s + 2c = 5$

$7s + c = 7$

### إرشادات للدراسة

#### طريقة بديلة

يمكن حل النظام في المثال (١)؛ بالحذف باستعمال الضرب، وذلك بضرب المعادلة الأولى في (٢)، ثم جمع المعادلتين لحذف المتغير  $s$ .

**تطبيق أنظمة المعادلات الخطية:** من الضروري تفسير كل حل في سياق الموقف الذي تعرضه المسألة، عند تطبيق أنظمة المعادلات الخطية في المسائل.

### مثال ٢ من واقع الحياة تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

**بطاريق:** هناك ١٧ نوعاً من البطاريق في العالم، أكبرها بطريق الإمبراطور، وأصغرها بطريق جالاباجوس، ويبلغ مجموع طولي هذين النوعين ١٦٩ سنتيمتراً، ويزيد طول بطريق الإمبراطور على مثلي طول بطريق جالاباجوس بمقدار ٢٢ سنتيمتراً. أوجد طول كل منها.

يعبر عن الطول الكلي للنوعين بالمعادلة  $ج + ق = 169$ ؛ حيث  $ج$  طول بطريق الإمبراطور،  $ق$  طول بطريق جالاباجوس، والآن اكتب معادلة تمثل طول بطريق الإمبراطور.



الربط مع الحياة

مثلي طول جالاباجوس	زيادة على	$22$ سم	$=$	طول بطريق الإمبراطور	التعبير اللفظي
				المتغيرات	
				المعادلة	

$$\text{ليكن } ج = \text{ طول الإمبراطور، } ق = \text{ طول جالاباجوس}$$

$$ج + 22 = 169$$

هناك أربعة أنواع من البطاريق ضمن القائمة المعرضة لخطر الانقراض، وهي التي تعيش بالقرب من المناطق المعمورة.

أولاً: أعد كتابة المعادلة الثانية:

$$ج - 22 = 22$$

$$\text{اطرح } 22 \text{ من كلا الطرفين} \quad ج - 22 = 22$$

والآن، يمكنك استعمال الحذف بالطرح لحل نظام المعادلتين.

$$\text{المعادلة الأولى} \quad ج + 22 = 169$$

$$\text{اطرح المعادلة الثانية} \quad \underline{ج - 22 = 22}$$

$$147 = 3Q$$

$$\frac{147}{3} = \frac{3}{3}$$

$$Q = 49$$

والآن، عُوض عن  $Q$  بـ ٤٩ في إحدى المعادلتين.

$$\text{المعادلة الثانية} \quad ج = 22 + 22Q$$

$$Q = 49 \quad (49)2 + 22 =$$

$$\text{بسط.} \quad 120 =$$

وبذلك يكون طول بطريق الإمبراطور ١٢٠ سم، وطول بطريق جالاباجوس ٤٩ سم.

هل هذا الحل منطقي في سياق المسألة؟

تحقق من ذلك وفق المعطيات، مجموع طولي النوعين  $= 49 + 120 = 169$  سم،  $(49)2 + 22 = 120$  سم.

### تحقق من فهمك

٢) **تطوع:** تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع: اكتب نظاماً من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساوياً.

# الفصل ٥ اختبار الفصل

١٠) اختيار من متعدد: ما الزوج المترتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟

- |                              |                           |
|------------------------------|---------------------------|
| $6s - 4c = 6$ $-6s + 3c = 0$ | ج) (١٠، ٥)      أ) (٦، ٥) |
| د) (٤، ٨)      ب) (٣، ٦)     |                           |

مُثُل كُلًا من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وحدَّد عدد حلوله، وإن كان له حل واحد فاكتبه:

$$1) c = 2s$$

$$s = 6 - c$$

$$2) s = c - 3$$

$$c = 2s + 9$$

$$3) s - c = 4$$

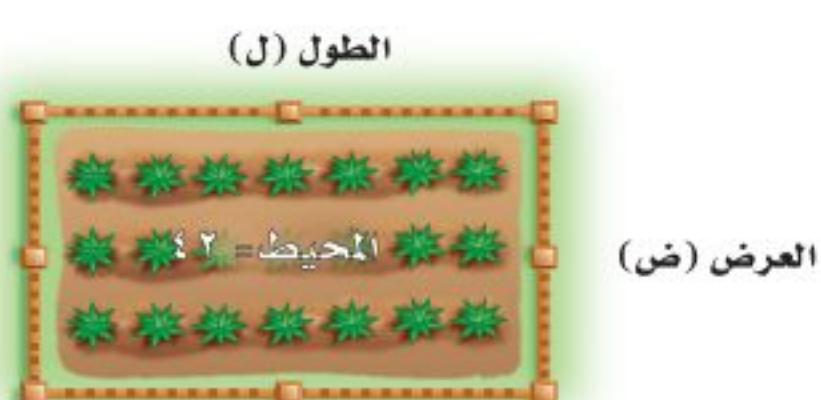
$$s + c = 10$$

$$4) 2s + 3c = 4$$

$$2s + 3c = 1$$

١١) **تسوق:** اشتري فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالاً. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالاً، وثمن المجلة ٢٠ ريالاً، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟

١٢) **حدائق:** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حدائقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار، فعرّف المتغيرات، واكتب نظاماً من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.



حُلَّ كُلًا من النظامين الآتىين بالتعويض:

$$5) c = s + 8$$

$$2s + c = 10$$

$$6) s = -4c - 3$$

$$3s - 2c = 5$$

حُلَّ كُلًا من أنظمة المعادلات الآتية بالحذف:

$$7) s + c = 13$$

$$s - c = 5$$

$$8) 3s + 7c = 2$$

$$3s - 4c = 13$$

$$9) s + c = 8$$

$$s - 3c = -4$$

١٣) **مجلات:** اشتراك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرّف المتغيرات، واكتب نظاماً من معادلتين لإيجاد عدد المجلات من كل نوع.



إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلومترًا ليصبح ما قطعه مساوياً على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلومترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟

١٠) يقدم متجرٌ خصمًا قيمته ١٥ ريالاً على جميع السلع، فإذا أراد سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالاً و٨٩ ريالاً، فكم يتوقع أن يدفع ثمناً لها؟

١١) عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩، فما العددان؟

١٢) حل الممتباينة  $2s \leq 10$ ، ثم مثل الحل بيانياً.

١٣) حل الممتباينة  $|3s - 11| \geq 8$ ، ثم مثل الحل بيانياً.

ج) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشتري شطيرتين وعلبة عصير؟

١٤) حل الممتباينة  $1 < k - 5 \geq 13$ ، ثم مثل الحل بيانياً.

إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحاً خطوات الحل:

١٥) **وجبات:** يبيّن الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الثمن (ريال)	الوجبة
١٣	٣ شطائر ، علبتا عصير
١٤	٤ شطائر ، علبة عصير

أ) اكتب نظاماً من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

ب) حلَّ النظام الذي كتبته، وفسّره في سياق المسألة.

ج) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشتري شطيرتين وعلبة عصير؟

إذا لم تجب عن السؤال	للمساعدة ..
١٥	١٤
١٣	١٢
١٢	١١
١١	١٠
١٠	٩
٩	٨
٨	٧
٧	٦
٦	٥
٥	٤
٤	٣
٣	٢
٢	١
١	
٥-٥	٤-٤
٤	٣-٤
٣-٤	٢-٥
٢-٥	٤-٤
٤-٤	٣-٤
٣-٤	٢-٤
٢-٤	٢-٥
٢-٥	٤-٤
٤-٤	٣-٤
٣-٤	٢-٤
٢-٤	٣-٤
٣-٤	٢-٥
٢-٥	٣-٥
٣-٥	٢-٤
٢-٤	٣-٥
٣-٥	٢-٥
٢-٥	١-٥
١-٥	
فراجع الدرس ..	
Ministry of Education	
وزارة التعليم	
٢٠٢١	
١٤٤٣	



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443