الفصل ٦

القياس: المساحة والحجم

التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

أوجد ناتج الضرب: (الدرسان ١-٣، ١-٨)

١ $\frac{١}{٣} \times ٨ \times ١٢$

$\frac{١}{٣} \times ٨ \times \cancel{١٢}^{٤} = ١ \times ٨ \times ٤$ أقسم كل من ٣ و١٢ على العدد ٣

$= ١ \times ٣٢$ أضرب ٨ × ٤

$= ٣٢$ أضرب ١ × ٣٢

٢ $\frac{١}{٣} \times ٤ \times ٢٩$

$\frac{١}{٣} \times ٤ \times ٢٩ = \cancel{٨١}^{٢٧} \times ٤ \times \frac{١}{\cancel{٣}} ^{١}$ أوجد ٢٩ ثم أقسم كل من ٣ و ٨١ على العدد ٣

$= ١ \times ٤ \times ٢٧ = ١ \times ١٠٨$ أضرب ٤ × ٢٧

$= ١٠٨$ أضرب ١ × ١٠٨

٣ **رياضة:** يمارس سلمان رياضة الجري ستة أيام في الأسبوع، حيث يجري ٤ كلم في اليوم الواحد. فإذا قرر أن يجري $\frac{١}{٣}$ هذه المسافة فقط كل يومٍ، فكم يجري في الأسبوع الواحد؟ (الدرس ١-٣)

المسافة التي يجريها سلمان في الأسبوع = مسافة الجري اليومية × عدد أيام الجري في الأسبوع = ٦ × ٤ = ٢٤ كلم.

المسافة التي يجريها بعد أن قرر أن يجري $\frac{١}{٣}$ المسافة اليومية = $\frac{١}{٣}$ × مسافة الجري اليومية × عدد أيام الجري في الأسبوع = $\frac{١}{٣} \times ٦ \times ٤$ = ٢٤ × $\frac{١}{٣}$ = ٨ كلم.

أوجد قيمة ٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أ جـ إذا علمت أن: (مهارة سابقة)

٤ أ = ٥، ب = ٤، جـ = ٨

٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أجـ
= (٢ × ٥ × ٤) + (٢ × ٤ × ٨) + (٢ × ٥ × ٨)
= ٤٠ + ٦٤ + ٨٠
= ١٨٤

أعوض: أ=٥ ، ب = ٤ ، جـ = ٨
أضرب
أجمع

٥ أ = ٢، ب = ٣، جـ = ٩

٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أجـ
= (٢ × ٢ × ٣) + (٢ × ٣ × ٩) + (٢ × ٢ × ٩)
= ١٢ + ٥٤ + ٣٦
= ١٠٢

أعوض: أ=٢ ، ب = ٣ ، جـ = ٩
أضرب
أجمع

٦ أ = ٥,٤ ، ب = ٢,٩ ، جـ = ٧,١

٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أجـ
= (٢ × ٥،٤ × ٢،٩) + (٢ × ٢،٩ × ٧،١) + (٢ × ٥،٤ × ٧،١)
= ٣١،٣٢ + ٤١,٨١ + ٧٦,٦٨
= ١٤٩,١٨

أعوض:أ=٥،٤ ،ب=٢،٩ ،جـ=٧،١
أضرب
أجمع

٧ أ = ٢,٦ ، ب = ٦,٤ ، جـ = ١٠,٨

٢أ ب + ٢ب جـ + ٢أجـ
= (٢ × ٢،٦ × ٦،٤) + (٢ × ٦،٤ × ١٠،٨) + (٢ × ٢،٦ × ١٠،٨)
= ٣٣،٢٨ + ١٣٨,٢٤ + ٥٦,١٦
= ٢٢٧,٦٨

أعوض:أ=٢،٦ ،ب=٦،٤ ،جـ=١٠،٨
أضرب
أجمع

أوجد قيمة كلٍّ من العبارات الجبرية الآتية مستعملًا

ط ≈ ٣,١٤، ومقربًا الجواب إلى أقرب جزء من

عشرة: (مهارة سابقة)

٨ ط × ١٥

ط × ١٥ = ٣,١٤ × ١٥
= ٤٧,١

أعوض: ط = ٣،١٤
أوجد قيمة ٣،١٤ × ١٥

٩ ٢ × ط × ٣,٢

٢ × ط × ٣،٢ = ٢ × ٣,١٤ × ٣,٢

= ٦،٢٨ × ٣،٢

= ٢٠,١

أعوض: ط = ٣،١٤

أوجد قيمة ٢ × ٣،١٤

أوجد قيمة ٦،٢٨ × ٣،٢ وأقرب إلى أقرب جزء من عشرة

١٠ ط × ٧٢

ط × ٧٢ = ٣,١٤ × ٧٢

= ٣،١٤ × ٤٩

= ١٥٣,٩

أعوض: ط = ٣،١٤

أوجد قيمة ٧٢

أوجد قيمة ٣،١٤ × ٤٩ وأقرب إلى أقرب جزء من عشرة

١١ ط × (١٩ ÷ ٢)٢

ط × (١٩ ÷ ٢)٢ = ٣,١٤ × (١٩ ÷ ٢)٢

= ٣,١٤ × (٩،٥)٢

= ٣,١٤ × ٩٠،٢٥

= ٢٨٣,٤

أعوض: ط = ٣،١٤

أوجد قيمة ١٩ ÷ ٢

أوجد قيمة ٩،٥٢

أوجد قيمة ٣,١٤ × ٩٠،٢٥ وأقرب إلى أقرب جزء من عشرة

١٢ **فطائر:** تقدر المسافة الدائرية حول رغيف فطيرة قُطره ١٤ بوصة بالمقدار ط × ١٤، أوجد هذه المسافة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (مهارة سابقة)

ط × ١٤ = ٣,١٤ × ١٤

= ٤٣،٩٦ ≈ ٤٤

أعوض: ط = ٣،١٤

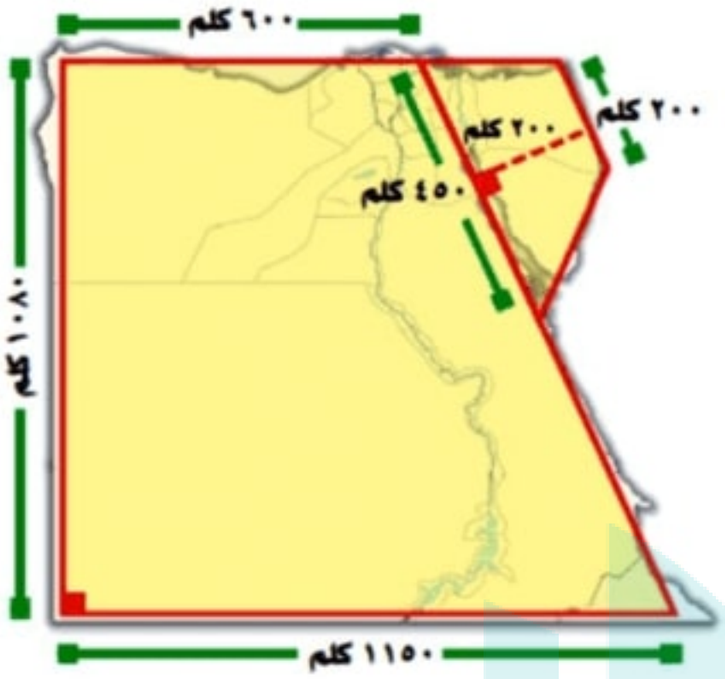
أوجد قيمة ٣،١٤ × ١٤ وأقرب إلى أقرب جزء من عشرة

استكشاف
٦ - ١

معمل القياس

مساحات الأشكال غير المنتظمة

حلل النتائج



١ في الشكل المجاور، قُسمت خريطة مصر إلى مضلعات. اشرح كيف تستعمل المضلعات لتقدير مساحتها.

عند تقسيم الخريطة إلى مضلعات ذات أشكال هندسية معروفة يمكن حينها حساب مساحة هذه المضلعات بسهولة حسب قاعدة مساحة كل منها ثم بجمع مساحات المضلعات نحصل على المساحة التقديرية للخريطة الكلية.

٢ قدّر مساحة كل جزء.

مساحة شبه المنحرف الصغير: (ع يمثل الارتفاع ، ق١ القاعدة الصغيرة ، ق٢ القاعدة القاعدة الكبيرة)

$م_١ = \frac{١}{٢}$ ع (ق١ + ق٢) قانون مساحة شبه المنحرف

$= \frac{١}{٢} \times ٢٠٠ \times (٢٠٠ + ٤٥٠)$ نعوض حيث ع = ٢٠٠ ، ق١ = ٢٠٠ ، ق٢ = ٤٥٠

= ٦٥٠٠٠ كلم^٢. نبسط

مساحة شبه المنحرف الكبير: (ع يمثل الارتفاع ، ق١ القاعدة الصغيرة ، ق٢ القاعدة القاعدة الكبيرة)

$م_٢ = \frac{١}{٢}$ ع (ق١ + ق٢) قانون مساحة شبه المنحرف

$= \frac{١}{٢} \times ١٠٨٠ \times (٦٠٠ + ١١٥٠)$ نعوض حيث ع = ١٠٨٠ ، ق١ = ٦٠٠ ، ق٢ = ١١٥٠

= ٩٤٥٠٠٠ كلم^٢. نبسط

٣ قدّر مساحة الخريطة كاملة.

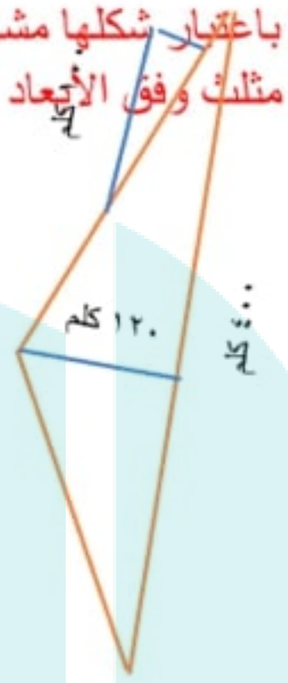
المساحة الكلية = $م_١ + م_٢$ = ٦٥٠٠٠ + ٩٤٥٠٠٠ = ١٠١٠٠٠٠ كلم^٢.

٤ **بحث:** استعمل الإنترنت أو أيَّ مصدر
معرفة آخر لإيجاد المساحة الكلية لمصر، وقارن بينها وبين إجابتك في سؤال (٣).

حسب موقع ويكيبيديا فإن مساحة جمهورية مصر تقدر بـ ١٠١٩٦٠٠ كلم^{٢} وهو قريب من الإجابة التي نتجت معنا آنفاً ١٠١٠٠٠٠ كلم^{٢}.

٥ **بحث:** قدّر مساحة دولة أخرى تختارها، ثم استعمل الإنترنت أ
للمقارنة بين تقديرك والمساحة الفعلية.

تمثل الخريطة المجاورة خريطة فلسطين ويمكن تقدير مساحتها باعتبار شكلها مشابه لمثلثين أحدهما قائم الزاوية كما هو موضح وحساب مساحة كل مثلث وفق الأبعاد الموضحة: حيث ق : القاعدة ع: الارتفاع



مساحة المثلث القائم = $\frac{١}{٢}$ × جداء طولي الضلعين القائمتين

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠٠ × ٤٠ = ٢٠٠٠ كلم^{٢}

مساحة المثلث الكبير = $\frac{١}{٢}$ × ق × ع

= $\frac{١}{٢}$ × ٤٠٠ × ١٢٠ = ٢٤٠٠٠ كلم^{٢}

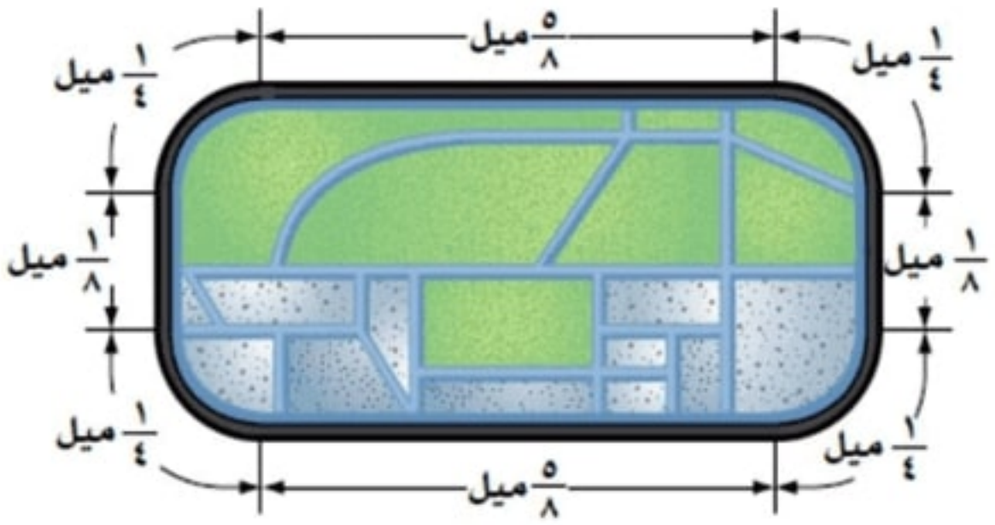
مساحة فلسطين = مساحة المثلث القائم + مساحة المثلث الكبير = ٢٠٠٠ + ٢٤٠٠٠ = ٢٦٠٠٠ كلم^{٢}

حسب موقع ويكيبيديا تقدر مساحة فلسطين بـ ٢٦٩٩٠ كلم^{٢} وهو قريب من الرقم الناتج معنا

٦ - ١ مساحات الأشكال المركّبة

إستعدَّ

سباق سيارات: يظهر الشكل المجاور ميدانًا لسباق سيارات.



١ حدّد بعض المضلعات التي تشكّل ميدان السباق.

مستطيلات وأشباه منحرفات ومثلث وأنصاف دوائر وأقواس دوائر وأرباع دوائر.

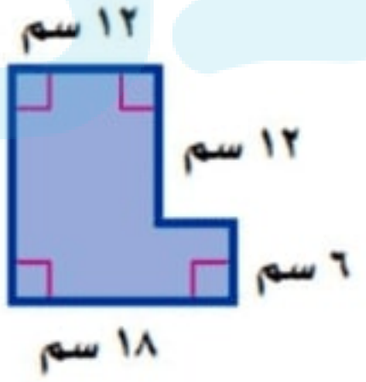
٢ كيف تستعمل المضلعات في إيجاد مساحة الميدان؟

أوجد مساحة كل مضلع وفق القاعدة العامة لحساب مساحة المضلع حسب شكله (مستطيل، مثلث ، شبه منحرف) ثم جمع مساحات المضلعات للحصول على مساحة الميدان.

تحقّق من فهمك:

أوجد مساحة كل شكل مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

أ)



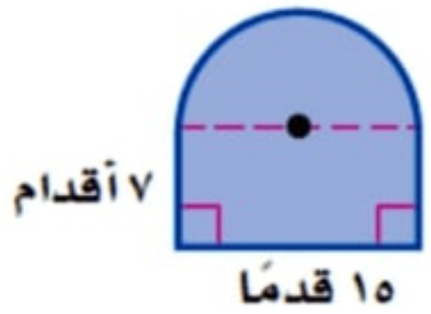
نقسم الشكل إلى مربع ومستطيل

مساحة المربع = (طول الضلع)^{٢} = ١٢ × ١٢ = ١٤٤ سم^{٢}

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٦ × ١٨ = ١٠٨ سم^{٢}

← مساحة الشكل = مساحة المربع + مساحة المستطيل = ١٤٤ + ١٠٨ = ٢٥٢ سم^{٢}

ب)



نقسم الشكل إلى نصف دائرة ومستطيل

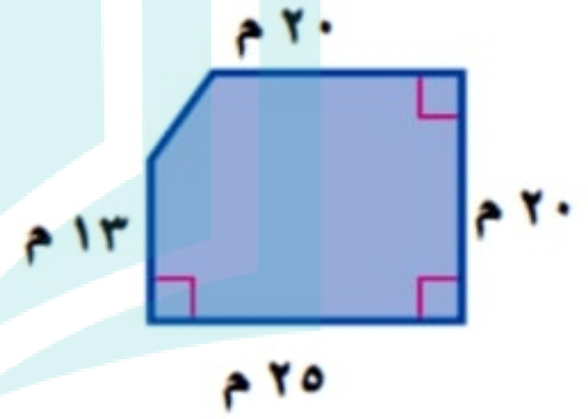
مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٥ × ٧ = ١٠٥ قدم^{٢}

مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٣,١٤ × (٧,٥)^{٢}

= $\frac{١}{٢}$ × ٣,١٤ × ٥٦,٢٥ ≈ ٨٨,٣ قدم^{٢} بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة

← مساحة الشكل = مساحة نصف الدائرة + مساحة المستطيل = ٨٨,٣ + ١٠٥ = ١٩٣,٣ قدم^{٢}

جـ)



نقسم الشكل إلى مربع وشبه منحرف

مساحة المربع = (طول الضلع)^{٢} = ٢٠ × ٢٠ = ٤٠٠ م^{٢}

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ع (ق١ + ق٢)

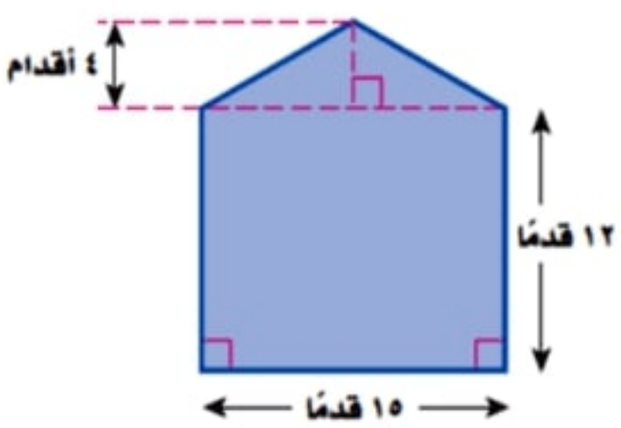
= $\frac{١}{٢}$ × ٥ × (١٣ + ٢٠) حيث ع = ٢٥ − ٢٠ = ٥ م

= ٨٢,٥ م^{٢}

← مساحة الشكل = مساحة المربع + مساحة شبه المنحرف = ٤٠٠ + ٨٢,٥ = ٤٨٢,٥ م^{٢}

تحقّق من فهمك:

د) **أكواخ:** يبين الشكل المجاور الواجهة الخلفية لكوخ خشبي، فكم قدمًا مربعة من الخشب تستعمل في بناء هذه الواجهة؟



نقسم الشكل إلى مستطيل ومثلث

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٢ × ١٥ = ١٨٠ قدم^{٢}

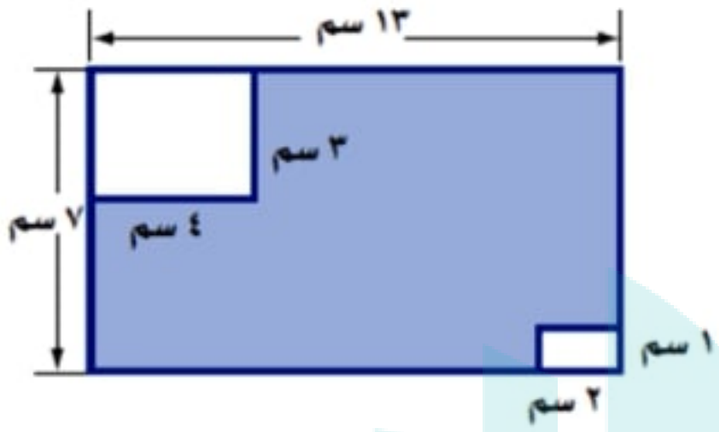
مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٤ = ٣٠ قدم^{٢}

← مساحة الشكل = مساحة المربع + مساحة شبه المنحرف = ٣٠ + ١٨٠ = ٢١٠ قدم^{٢}

← تحتاج الواجهة إلى ٢١٠ قدم^{٢} من الخشب

تحقّق من فهمك:

هـ) قُصّ مستطيلان من مستطيل كما في الشكل المجاور، أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة .



المساحة المظللة = مساحة المستطيل الكبير – (مساحة المستطيل الأيمن + مساحة المستطيل الأيسر)

مساحة المستطيل الكبير = الطول × العرض = ١٣ × ٧ = ٩١ سم^{٢}

مساحة المستطيل الأيسر = ٣ × ٤ = ١٢ سم^{٢}

مساحة المستطيل الأيمن = ٢ × ١ = ٢ سم^{٢}

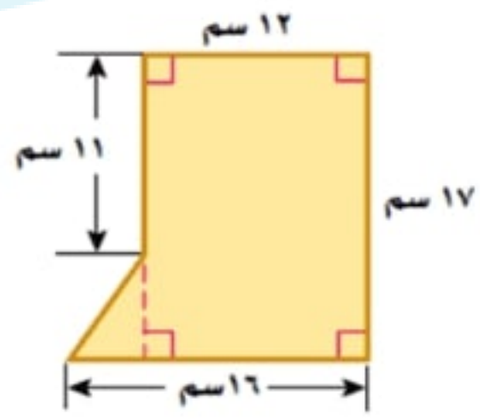
← المساحة المظللة = ٩١ – (١٢ + ٢) = ٩١ – ١٤ = ٧٧ سم^{٢}

تأكّـد

المثال ١

أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

١

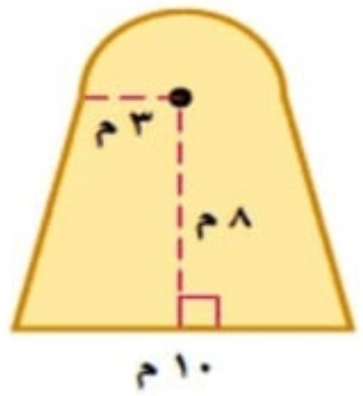


مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٢ × ١٧ = ٢٠٤ سم^{٢}

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٤× ٦ = ١٢ سم^{٢} ق=١٦-١٢=٤سم،ع=١٧-١١=٦سم

← مساحة الشكل = مساحة المستطيل + مساحة المثلث = ٢٠٤ + ١٢ = ٢١٦ سم^{٢}

٢



مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ع (ق١ + ق٢)

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × (١٠ + ٦) = ٦٤ سم^{٢}

مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢}

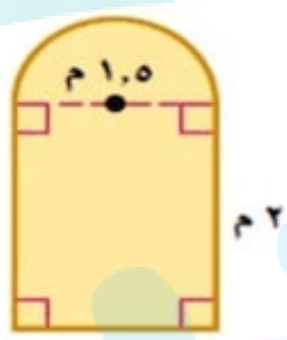
= $\frac{١}{٢}$ × ٣،١٤ × ٩ = ١٤،١٣ ≈ ١٤,١ مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة

← مساحة الشكل = مساحة نصف الدائرة + مساحة شبه المنحرف = ١٤,١ + ٦٤ = ٧٨,١ م^{٢}

المثالان ٢، ٣

٣ نوافذ: صُمّمت نافذة كما في الشكل

أدناه، فما مساحتها بالمتر المربع؟



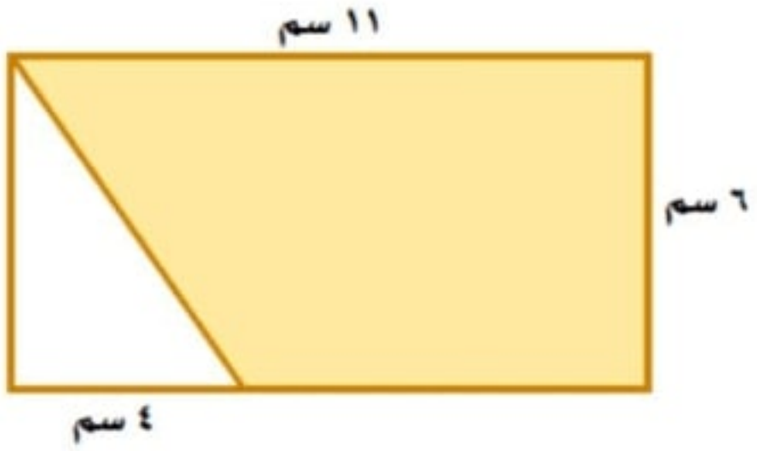
مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٢ × ١,٥ = ٣ م^{٢}

مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢}

= $\frac{١}{٢}$ × ٣،١٤ × (٠,٧٥)^{٢} = ٠,٩ م^{٢}

← مساحة الشكل = مساحة المستطيل + مساحة نصف الدائرة = ٣ + ٠،٩ = ٣،٩ م^{٢}

٤ يبين الشكل أدناه مستطيلًا قُصّ منه مثلث. أوجد مساحة المنطقة المظللة.



مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٦ = ١٢ سم^{٢}

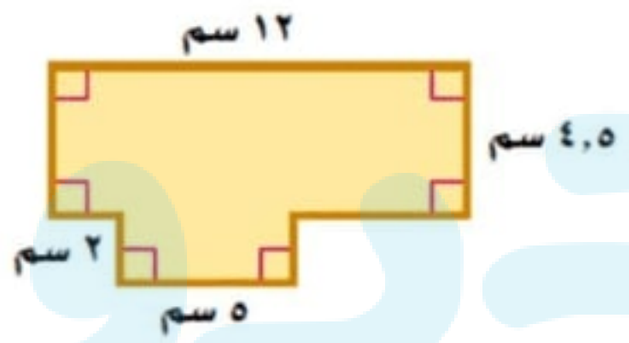
المساحة الكلية = ٦ × ١١ = ٦٦ سم^{٢}

← المساحة المظللة = مساحة المستطيل - مساحة المثلث = ٦٦ − ١٢ = ٥٤ سم^{٢}

تـدرَّب وحلَّ المسائل

أوجد مساحة الأشكال المركّبة الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

٥

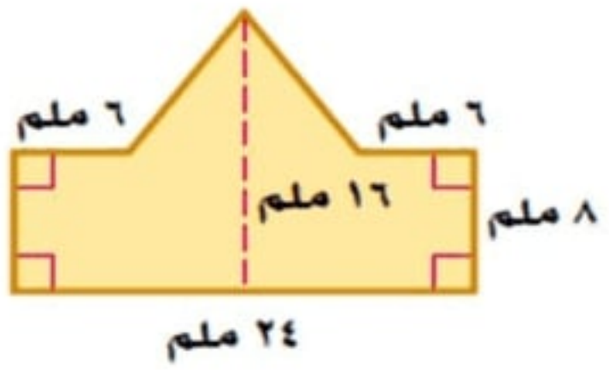


مساحة المستطيل الكبير = الطول × العرض = ٤،٥ × ١٢ = ٥٤ سم^{٢}

مساحة المستطيل الصغير = الطول × العرض = ٥ × ٢ = ١٠ سم^{٢}

← مساحة الشكل = مساحة المستطيل الكبير + مساحة المستطيل الصغير = ٥٤ + ١٠ = ٦٤ سم^{٢}

٦

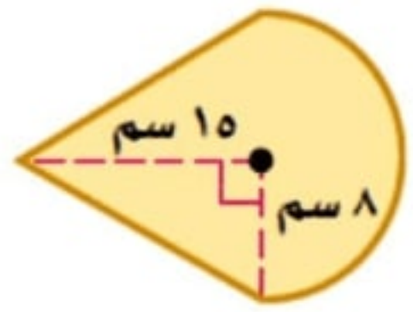


مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٢٤ × ٨ = ١٩٢ ملم^{٢}

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ ق ع = $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ٨ = **٤٨ ملم^{2}** (حيث ع= ١٦ ـ ٨ = ٨ ، ق = ٢٤ ـ ٦ ـ ٦ = ١٢)

← مساحة الشكل = مساحة المستطيل + مساحة المثلث = ٤٨ + ١٩٢ = **٢٤٠ ملم^{2}**

٧

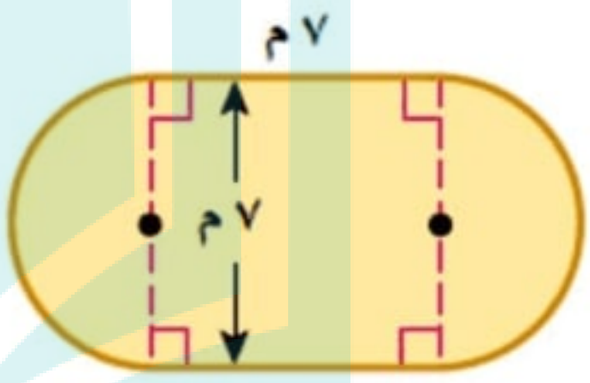


مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ ق ع = $\frac{1}{2}$ × ١٦ × ١٥ = ١٢٠ سم^{2}

مساحة نصف الدائرة = $\frac{1}{2}$ ط نق^{2} = $\frac{1}{2}$ × ٣,١٤ × ٦٤ = ١٠٠,٥ سم^{2} بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة

← مساحة الشكل = مساحة نصف الدائرة + مساحة المثلث = ١٠٠،٥ + ١٢٠ = ٢٢٠،٥ سم^{2}

٨

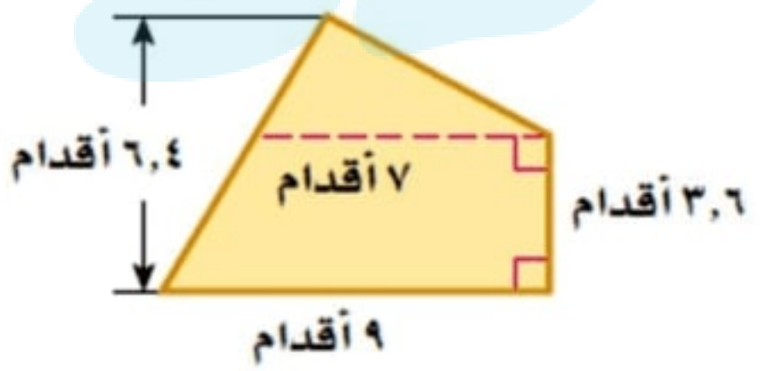


مساحة المربع = (طول الضلع)^{2} = ٧ × ٧ = ٤٩ م^{2}

مساحة نصفي الدائرة = مساحة الدائرة = ط نق^{2} = ٣,١٤ × ٣,٥^{2} = ٣٨,٤ م^{2}

← مساحة الشكل = مساحة الدائرة + مساحة المربع = ٤٩ + ٣٨,٤ = ٨٧,٤ م^{2}

٩



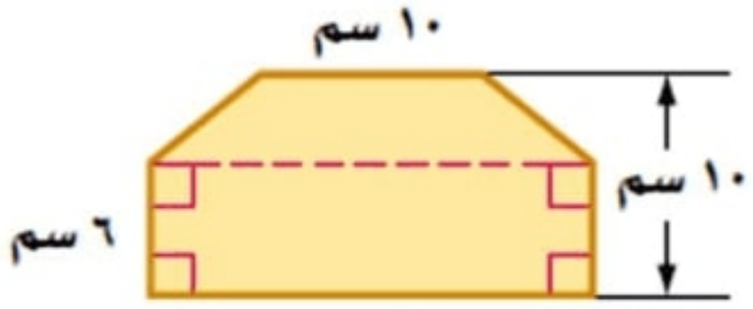
مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ ع (ق$_{1}$ + ق$_{2}$) = $\frac{1}{2}$ × ٣,٦ × (٧ + ٩) = **٢٨,٨ قدم^{2}**

ارتفاع المثلث = ٦,٤ ـ ٣,٦ = **٢,٨ قدم**

← مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ ق ع = $\frac{1}{2}$ × ٧ × ٢,٨ = **٩,٨ قدم^{2}**

← مساحة الشكل = مساحة شبه المنحرف + مساحة المثلث = ٢٨,٨ + ٩,٨ = **٣٨,٦ قدم^{2}**

١٠



مساحة المستطيل = الطول × العرض = ل ع = ٦ × ٢٠ = ١٢٠ سم^{٢}

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × (٢٠ + ١٠) = ٦٠ سم^{٢} (ع=١٠-٦=٤سم)

← مساحة الشكل = مساحة المستطيل + مساحة شبه المنحرف = ١٢٠ + ٦٠ = ١٨٠ سم^{٢}

١١ **نجارة:** صمّم أحمد طاولة كما في الشكل أدناه. ما مساحة سطحها؟

نقسم سطح الطاولة إلى ٣ أشكال: مستطيل، ٢ شبه منحرف

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ل ع = ١٢ × ٥ = ٦٠ قدم^{٢}

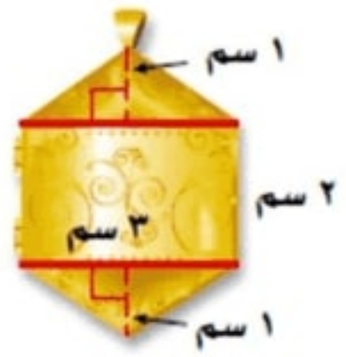
مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_{١}$ +ق$_{٢}$)

= $\frac{١}{٢}$ × ٣,٥ × (٥ + ١٢) = ٢٩,٧٥ قدم^{٢}

مساحة ٢ شبه منحرف = ٥٩,٥ قدم^{٢}

← مساحة سطح الطاولة = مساحة ٢ شبه منحرف + مساحة المستطيل = ٥٩,٥ + ٦٠ = ١١٩،٥ قدم^{٢}

١٢ مجوهرات: يبين الشكل الآتي حِليةً ذهبيةً. ما مساحتها؟



نقسم سطح الحلية إلى ٣ أشكال: مستطيل، مثلثين

مساحة المستطيل = ٢ × ٣ = ٦ سم^{٢}

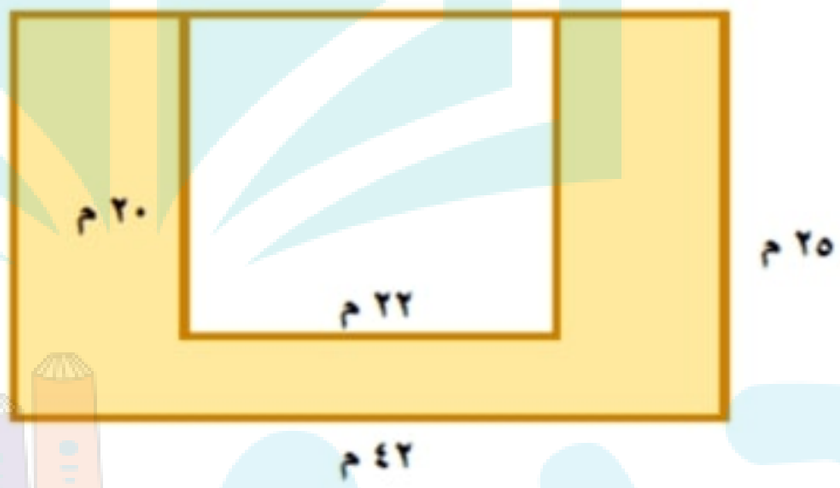
مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ١ = ١،٥ سم^{٢}

بما أن المثلثان متساويا القاعدة والارتفاع ← متساويا المساحة ← مساحة المثلثين = ٢ × ١،٥ = ٣ سم^{٢}

← مساحة الكلية = مساحة المثلثين + مساحة المستطيل = ٣ + ٦ = ٩ سم^{٢}

أوجد مساحة المنطقة المظلّلة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة :

١٣

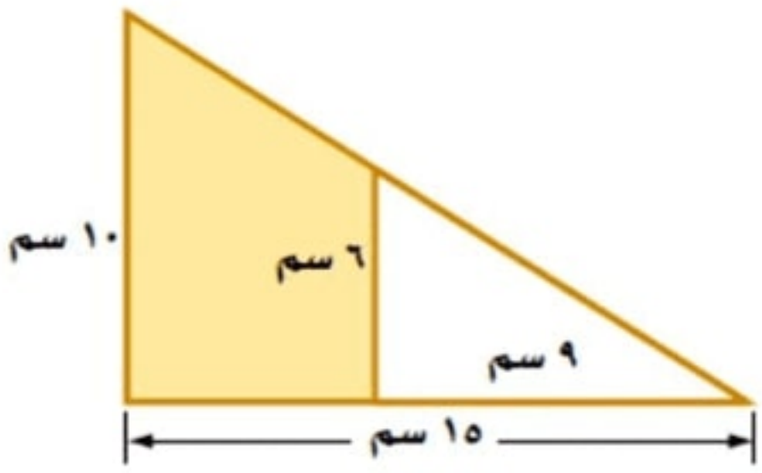


مساحة المستطيل الكبير = الطول × العرض = ل ع = ٢٥ × ٤٢ = ١٠٥٠ م^{٢}

مساحة المستطيل الأبيض = الطول × العرض = ل ع = ٢٢ × ٢٠ = ٤٤٠ م^{٢}

← المساحة المظللة = مساحة المستطيل الكبير – مساحة المستطيل الأبيض = ١٠٥٠ – ٤٤٠ = ٦١٠ م^{٢}

١٤

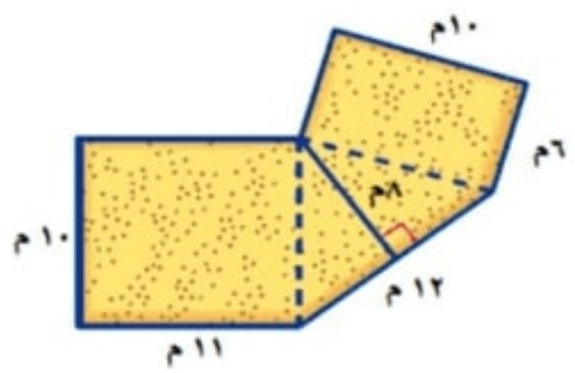


مساحة المثلث الكبير = $\frac{١}{٢}$ ع ق = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ١٠ = ٧٥ سم^{٢}

مساحة المثلث الأبيض = $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ٦ = ٢٧ سم^{٢}

← المساحة المظللة = مساحة المثلث الكبير − مساحة المثلث الأبيض = ٧٥ − ٢٧ = ٤٨ سم^{٢}

١٥ سجاد: ترغب والدة ليان في تغطية أرضية صالة منزلها بالسجاد كما في الشكل المجاور. ما مساحة السجاد المطلوب شراؤه؟



مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ط × نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٨ = ٤٨ م^{٢}

مساحة المستطيل الصغير = ل ع = ٦ × ١٠ = ٦٠ م^{٢}

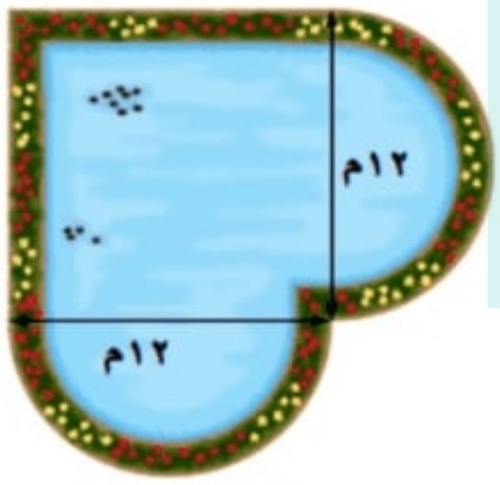
مساحة المستطيل الكبير = ل ع = ١١ × ١٠ = ١١٠ م^{٢}

← مساحة السجادة = مساحة المثلث + مساحة المستطيل الكبير + مساحة المستطيل الصغير

= ١١٠ + ٦٠ + ٤٨ = ٢١٨ م^{٢}

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٦ تحدٍّ: يمثّل الشكل المجاور بركة محاطة بممر من الورد عرضه متران. ما مساحة الممر؟



المساحة الخارجية = مساحة المربع الخارجي + مساحة نصفي الدائرة الخارجيين

مساحة المربع = (طول الضلع)^{٢} = ١٢ × ١٢ = ١٤٤ م^{٢}

مساحة نصفي الدائرة الخارجيتين = مساحة الدائرة الخارجية = ط نق^{٢} = ٣،١٤ × ٦^{٢} = ١١٣،١ م^{٢}

فتكون المساحة الخارجية = ١٤٤ + ١١٣،١ = ٢٥٧،١م^{٢}

المساحة الداخلية = مساحة المربع الداخلي + مساحة نصفي الدائرة الداخليتين

طول ضلع المربع الداخلي = طول ضلع المربع الخارجي − (٢ من كل طرف)

= طول ضلع المربع الخارجي − ٤ = ١٢ − ٤ = ٨ م

مساحة المربع الداخلي = (طول الضلع)^{٢} = ٨ × ٨ = ٦٤ م^{٢}

نصف قطر الدائرة الداخلية = نصف قطر الدائرة الخارجية − ٢ (من طرف واحد) = ٦ − ٢ = ٤ م

مساحة نصفي الدائرة الداخليتين=مساحة الدائرة الداخلية = ط نق^{٢} = ٣،١٤ × ٤^{٢} = ٥٠،٢ م^{٢}

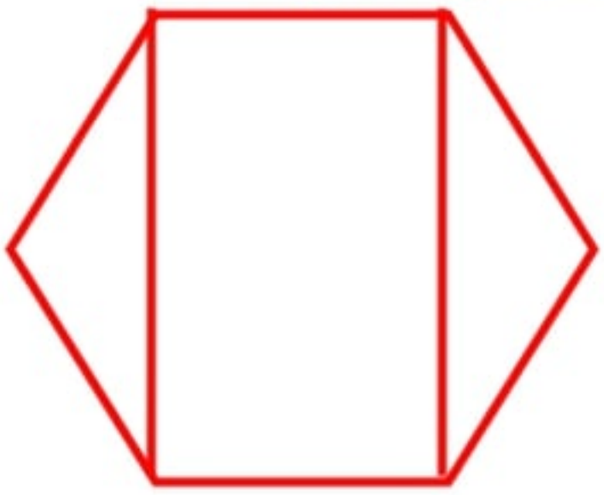
فتكون المساحة الداخلية = ٦٤ + ٥٠،٢ = ١١٤،٢م^{٢}

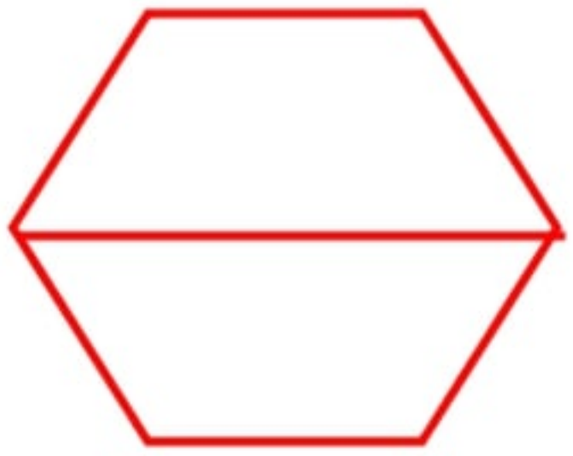
مساحة الممر = المساحة الخارجية − المساحة الداخلية = ٢٥٧،١ − ١١٤،٢ = ١٤٢،٩ م^{٢}

١٧ اكتب اشرح طريقتين مختلفتين على الأقل لإيجاد مساحة السداسي المنتظم، مضمنًا إجابتك رسمًا توضيحيًّا لذلك.

الطريقة الأولى: قسم المضلع السداسي المنتظم إلى شبهي منحرف كما في الشكل الأيمن أدناه ثم أوجد مجموع مساحتيهما.

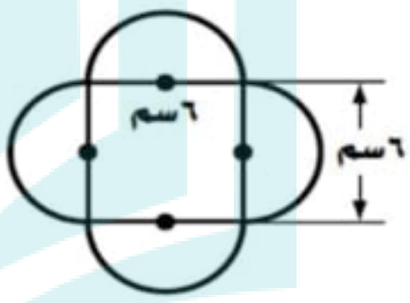
الطريقة الثانية: أقسم المضلع السداسي المنتظم إلى مثلثين ومستطيل كما في الشكل الأيسر أدناه وأوجد مساحة كل شكل منها ثم بجمع مساحات المضلعات الثلاثة أوجد مساحة المضلع السداسي المنتظم؟





تدريب على اختبار

١٨ ما المساحة الكلية للشكل أدناه؟



أ) ٩٢,٩ سم^{٢} ج) ٥٦,٥ سم^{٢}

ب) ٦٤,٣ سم^{٢} د) ٣٦,٠ سم^{٢}

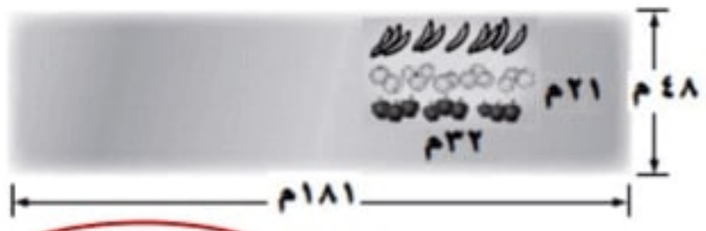
مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ ط (٣)^{٢} ≈ ١٤,١٣ سم^{٢}

وبما أنه يوجد ٤ أنصاف للدائرة ← مساحة أنصاف الدوائر = ٤ × ١٤,١٣ ≈ ٥٦,٥٢ سم^{٢}

مساحة المربع = (طول الضلع)^{٢} = (٦)^{٢} = ٣٦ سم^{٢}

← مساحة الشكل = ٥٦,٥٢ + ٣٦ = ٩٢,٥٢ سم^{٢} ← الإجابة الأقرب هي أ) ٩٢،٩ سم^{٢}

١٩ يبيّن الشكل أدناه مزرعة خضراوات مستطيلة الشكل طولها ١٨١م، وعرضها ٤٨م، زُرع منها جزء مستطيل الشكل طوله ٣٢م وعرضه ٢١م بالفواكه . ما مساحة الجزء المزروع بالخضراوات؟



أ) ٨٦٨٨ م٢

ب) ٨٦٣٥م٢

جـ) ٨٠١٦ م٢

د) ٢٨٢ م٢

مساحة المستطيل (المزرعة كلها) = الطول × العرض = ١٨١× ٤٨ = ٨٦٨٨ م٢

مساحة المستطيل (الجزء المزروع بالفواكه) = الطول × العرض = ٣٢ × ٢١ = ٦٧٢ م٢

مساحة المنطقة المزروعة بالخضراوات = مساحة المزرعة كلها – مساحة الجزء المزروع بالفواكه

= ٨٦٨٨ – ٦٧٢ = ٨٠١٦ م٢ ← الإجابة الصحيحة جـ) ٨٠١٦ م٢

الاستعداد للدرس اللاحق

٢٠ **مهارة سابقة :** لُوحظ تناقص أسعار الآلات الحاسبة ، ففي عام ١٤٢٥هـ كان سعر آلة حاسبة من نوع ما ١٢٥ ريالًا ، وأصبح ١٠٧ ريالاتٍ عام ١٤٣٠هـ ، ثم ٨٩ ريالًا عام ١٤٣٥هـ ، إذا استمر تناقص سعر الآلة الحاسبة بالمعدل نفسه، فاستعمل استراتيجية البحث عن نمط في ايجاد سعر آلة حاسبة من النوع نفسه عام ١٤٤٠هـ.

فكر:

المعطيات: تناقص أسعار الآلة الحاسبة

١) ١٢٥ ريال عام ١٤٢٥ هـ

٢) ١٠٧ ريال عام ١٤٣٠ هـ

٣) ٨٩ ريال عام ١٤٣٥ هـ

المطلوب إيجاد سعر الآلة الحاسبة من النوع نفسه عام ١٤٤٠ هـ

خطط: استعمل استراتيجية البحث عن نمط

حل:

نلاحظ أنه كل ٥ سنوات يتناقص سعر الآلة الحاسبة بمقدار ١٨ ريال لأن:

١٢٥ – ١٠٧ = ١٨ ريال

١٠٧ – ٨٩ = ١٨ ريال

← إذا استمر النمط نفسه من التناقص في سعر الآلة الحاسبة ← في عام ١٤٤٠هـ سيكون:

ثمن الآلة الحاسبة = ٨٩ ـ ١٨ = ٧١ ريال

تحقق:

أبدأ من ٧١ وأجمع ١٨ بشكل متكرر فأصل إلى العدد ١٢٥ ← الإجابة صحيحة.

٦ - ٢ استراتيجية حلّ المسألة

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية " حل مسألة أبسط".

حلّل الاستراتيجية

١ اشرح لماذا يُعد حل مسألة أبسط مفيدًا للبراء.

لأن المسألة الأبسط أسهل للحل وأقل تعقيداً وتمكنه من إيجاد نمط لمعرفة حلة المسائل الأكثر تعقيداً.

٢ **اكتب** مسألة حياتيّة تحتاج في حلِّها إلى حل مسألة أبسط، ثم حل المسألة.

يحتاج سعيد إلى ٤ ساعات لإنهاء طباعة ١٠٠٠ صفحة وتلوين ٣٠٠ صفحة منها فكم ساعة عمل يحتاج لطباعة ١٠ الاف صفحة وتلوينها؟

مسائل متنوعة

استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط" لحل المسائل ٣-٦:

٣ **نجارة:** ثلاثة نجارين يصنع كل واحد منهم ثلاثة كراسيّ في ثلاثة أيام، فكم كرسيًّا يمكن لـ ٧ نجارين أن يصنعوا في ٣٠ يومًا، إذا عملوا بالمعدل نفسه؟

افهم:

المعطيات: ٣ نجارين يصنع كل واحد ٣ كراسي في ٣ أيام.

المطلوب: إيجاد كم كرسي يصنع ٧ نجارين في ٣٠ يوم

خطط: أستعمل خطة حل مسألة أبسط.

حل:
نجار واحد خلال ٣ أيام يصنع ٣ كراسي
← عدد الكراسي التي يصنعها ٧ نجارين في ٣ أيام = عدد كراسي النجار الواحد خلال ٣ أيام × ٧
= ٣ × ٧ = ٢١ كرسي

الكراسي	٢١	٤٢	٦٣	٨٤	١٠٥	١٢٦	١٤٧	١٦٨	١٨٩	٢١٠
الأيام	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧	٣٠

يبين الجدول عدد الكراسي التي ينتجها ٧ نجارين في ٣٠ يوم ويعادل ٢١٠ كرسي

.

تحقق:
عدد الكراسي في ٣٠ يوم = عدد الكراسي في ٣ أيام × ١٠ = ٢١ × ١٠ = ٢١٠ كرسي ← الإجابة صحيحة.

٤ **طاولات:** يوجد في مطعم مدرسة ١٥ طاولة مربعة الشكل، تم وضعها متراصة جانبيًا لتكون طاولة واحدة طويلة لحفلة الصف، فإذا علمت أن طالبًا واحدًا فقط يمكنه أن يجلس على كل جانب من الطاولة المربعة، فما عدد الطلاب الذين يمكنهم الجلوس حول الطاولة الطويلة؟

افهم:
المعطيات:
١) يوجد ١٥ طاولة مربعة متراصة جانبياً لتكون طاولة واحدة.
٢) كل طالب يجلس على جانب واحد من الطاولة المربعة.
المطلوب: إيجاد كم طالب يجلس على الطاولة الطويلة.
خطط: أستعمل خطة حل مسألة أبسط.
حل:
عند وضع الطاولات بشكل متراص جانبياً وكل طاولة لها ٤ جوانب ← سوف يظهر لكل طاولة جانبان فقط ماعدا الطاولة الأخيرة من كل ناحية سيكون لكل منهما ٣ جوانب.

عدد الطاولات التي يظهر منها جانبين فقط = ١٥ طاولة – ٢ على الجوانب = ١٣ طاولة لكل منها جانبان فقط يظهران ← عدد جوانب هذه الـ ١٣ طاولة = ١٣ × ٢ = ٢٦ جانب

وبما أن كل جانب يجلس عليه طالب واحد ← يجلس ٢٦ طالب على ١٣ طاولة ويجلس ٣ طلاب على كل طاولة من الطاولتين على كل جانب.
فيكون مجموع الطلاب = ٢٦ + ٣ + ٣ = ٣٢ طالب.
تحقق:

برسم شكل تخطيطي للطاولة وحساب عدد الطلاب عليها.

٥ **مطويات:** تحتاج مدرسة إلى ٢٥٠ نسخة من مطوية إرشادية، فإذا كانت المطبعة تضعها في مغلفات تتسع الواحدة لـ ٣٠ أو ٨٠ نسخة، فما عدد المغلفات التي يجب أن تشتريها المدرسة من كل نوع ؟

افهم:

المعطيات:

١) تحتاج مدرسة ٢٥٠ نسخة ارشادية

٢) تضع المطبعة النسخ في مغلفات تتسع الواحدة ل ٣٠ أو ٨٠ نسخة.

المطلوب إيجاد عدد المغلفات التي يجب أن تشتريها المدرسة.

خطط: باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل:

٣ مغلفات من النوع الذي يتسع إلى ٣٠ نسخة فيكون الناتج = ٩٠.

٢ مغلف من النوع الذي يتسع إلى ٨٠ نسخة فيكون الناتج = ٢ × ٨٠ = ١٦٠.

٩٠ + ١٦٠ = ٢٥٠ ← وهو عدد النسخ المطلوب ← يجب أن تشتري المدرسة ٣ مغلفات يتسع كل منها لـ ٣٠ نسخة و ٢ مغلف يتسع كل منها لـ ٨٠ نسخة

تحقق:

١٦٠ + ٩٠ = ٢٥٠ نسخة، إذن الإجابة صحيحة.

٦ **حِرَف:** يستعمل محمد منشارًا لقص أنبوب طويل إلى ٢٥ قطعة صغيرة، فكم مرة سيستعمل المنشار؟

افهم:

المعطيات: يحتاج نجار لتقطيع أنبوب طويل إلى ٢٥ قطعة.

المطلوب إيجاد عدد المرات التي سيستعمل فيها النجار المنشار.

خطط: باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل:

عند تقسيم القطعة إلى قطعتين ← استخدام المنشار مرة واحدة

عند تقسيم القطعة إلى ٣ قطع ← استخدام المنشار مرتين واحدة

عند تقسيم القطعة إلى ٤ قطع ← استخدام المنشار ٣ مرات

نلاحظ أن عدد مرات استخدام المنشار أقل من عدد القطع المطلوبة بـ ١ ← يستعمل المنشار ٢٤ مرة لتقطيع الأنبوب إلى ٢٥ قطعة لأنه سيتبقى قطعة أخيرة بعد ٢٤ مرة قطع وتكون هي القطعة ٢٥.

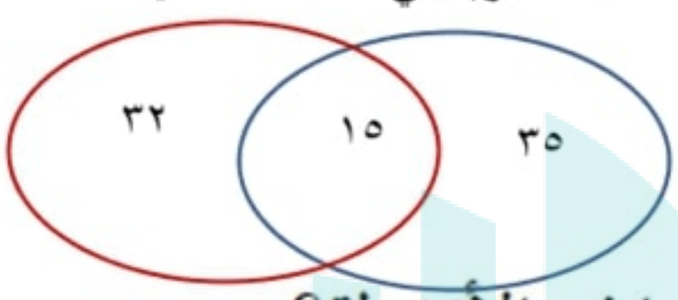
تحقق:

تمثيل المسألة نتحقق من الإجابة.

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٧–١٣ :

من استراتيجيات حل المسألة
- البحث عن نمط
- استعمال أشكال ڤن
- حل مسألة أبسط

نشاط : استعمل المعلومات الآتية في حل المسألتين ٧ ، ٨ :
أراد ٣٥ طالبًا من الصف الثاني المتوسط الانضمام إلى النشاط الرياضي، و٣٢ إلى النشاط العلمي، و١٥ إلى النشاطين معًا.



٧ مثّل المسألة باستعمال شكل ڤن.

٨ ما عدد طلاب الصف الذين اشتركوا في الأنشطة؟

عدد الطلاب = عدد الذين اشتركوا في النشاط العلمي فقط + عدد الذين اشتركوا في النشاط الرياضي فقط + عدد الذين اشتركوا في النشاطين معاً = ٣٢ + ١٥ + ٣٥ = ٨٢ طالباً.

٩ **متطوعون :** تطوع ٥ طلاب للاشتراك في عمل اجتماعي، حيث عمل كل طالب ٥ ساعات خلال خمسة أيـام، فكم ساعة يتطوع بها ١١ طالبًا في ١٥ يومًا بحسب هذا المعدل؟

افهم:

المعطيات:

١) تطوع ٥ طلاب في عمل اجتماعي.

٢) عمل كل طالب ٥ ساعات في ٥ أيام.

المطلوب: إيجاد كم ساعة يتطوع بها ١١ طالب في ١٥ يوم.

خطط:

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل:

الطالب الواحد عمل ٥ ساعات خلال ٥ أيام ← في اليوم الواحد يعمل كل طالب ساعة

الطالب الواحد عمل ١٥ ساعة خلال ١٥ يوم

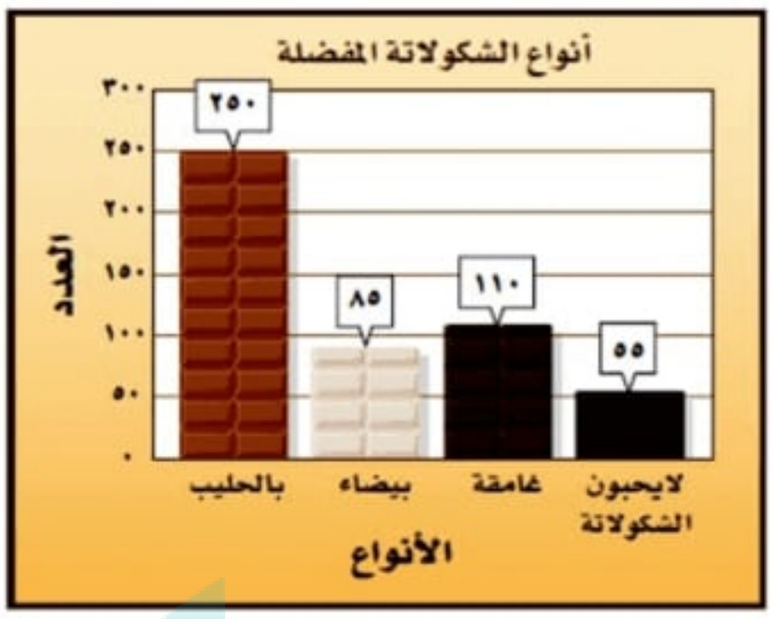
١١ طالب يعمل ١١ ساعة في اليوم

١١ طالب يعمل ١١ × ١٥ = ١٦٥ ساعة خلال ١٥ يوم.

تحقق:

١٦٥ ÷ ١١ = ١٥ يوم، إذن الإجابة صحيحة.

١٠ **تحليل الرسوم:** يظهر الشكل الآتي مسحًا لنوعية الشكولاتة التي يفضلها الطلاب. ما نسبة الطلاب الذين يفضلون الشكولاتة الغامقة؟



افهم:

المعطيات:

١) ٢٥٠ طالب يفضل الشيكولاته بالحليب.

٢) ٨٥ طالب يفضل الشيكولاته البيضاء.

٣) ١١٠ طالب يفضل الشيكولاته الغامقة.

٤) ٥٥ لا يحبون الشكولاته.

المطلوب: نسبة الطلاب الذين يفضلون الشكولاتة الغامقة

خطط:

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل:

عدد الطلاب = ٢٥٠ + ٨٥ + ١١٠ + ٥٥ = ٥٠٠ طالب

١١٠ طالب يفضل الشيكولاته الغامقة من بين ٥٠٠ طالب.

← النسبة = (١١٠ ÷ ٥٠٠) = ٠,٢٢ ← نسبة الطلاب الذين يفضلون الشكولاتة الغامقة = ٢٢%

تحقق:

نسبية بقية الطلاب = ٣٩٠ ÷ ٥٠٠ = ٠،٧٨ ← ٧٨% بما أن ٧٨% + ٢٢% = ١٠٠% فالإجابة صحيحة

٢١ **فطائر:** ما أكبر عدد من القطع ينتج عن استعمال خمس تقطيعات مستقيمة في الفطيرة؟

٣ تقطيعات ٤ تقطيعات

افهم:

المعطيات:

١) ٣ تقطيعات تعطي ٧ قطع

٢) ٤ تقطيعات تعطي ١١ قطعة

المطلوب إيجاد أكبر عدد من القطع ينتج عن استعمال خمسة تقطيعات مستقيمة في الفطيرة.

خطط:

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل:

٣ تقطيعات = ٧

٤ تقطيعات = ١١

← كلما ازدادت تقطيعة زاد عدد القطع الناتجة بمقدار ٤ قطع ← ٥ تقطيعات = ١٥

تحقق: بالرسم نجد أن الإجابة منطقية.

١٢ **خضار:** يبين الجدول أدناه أسعار الكيلو جرام الواحد من بعض أصناف الخضار، فهل يكفي ٤٠ ريالًا ليشتري عبدالله ٤ كجم من الطماطم، وكيلو جرامًا واحدًا من الجزر، و٨ كجم من البصل؟

الصنف	السعر (ريال)
طماطم	٦,٥
بصل	١,٥
جزر	٣,٧٥

افهم:

المعطيات:

١) مع عبد الله ٤٠ ريال ويريد أن يشتري ٤ كجم طماطم، ١ كجم جزر، ٨ كجم بصل.

٢) الأسعار كما المبين بالجدول السابق.

المطلوب معرفة هل سيكفي المبلغ للشراء أم لا.

خطط:

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل:

٤ كيلو طماطم = ٤ × ٦,٥ = ٢٦ ريال.

كيلو من الجزر = ٣,٧٥ ريال.

٨ كيلو من البصل = ٨ × ١,٥ = ١٢ ريال.

إذن المجموع = ٢٦ + ٣،٧٥ + ١٢ = ٤١,٧٥ ريال.

يملك عبد الله ٤٠ ريال فقط ← المبلغ الذي مع عبد الله لا يكفي للشراء

تحقق:

٤٠ < ٤١,٧٥، ← الإجابة صحيحة.

١٣ **هواتف:** تتقاضَى إحدى شركات الهاتف الجوّال ٣٠ ريالًا قيمة الاشتراك الشهري، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل دقيقة، فإذا كانت قيمة فاتورة هاتف مهند الشهرية ١٢٠ ريالًا، فكم دقيقة بلغت مكالماته؟

افهم:

المعطيات:

١) قيمة فاتورة مهند الشهرية = ١٢٠ ريال.

٢) يدفع قيمة اشتراك ٣٠ ريال.

٣) يدفع عن كل دقيقة ٠,٢٥ ريال.

المطلوب: كم دقيقة بلغت مكالماته

خطط:

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل:

١٢٠ريال – ٣٠ريال قيمة الاشتراك = ٩٠ ريال.

٩٠ ريال ÷ ٠،٢٥ عن كل دقيقة = ٣٦٠ دقيقة.

تحقق:

٣٦٠ × ٠,٢٥ = ٩٠ ريال.

٩٠ + ٣٠ قيمة الاشتراك = ١٢٠ ريال، ← الإجابة صحيحة.

٦ - ٣ الأشكال الثلاثية الأ

إستعدَّ

عمارة: الأشكال المستوية لها بُعدان فقط (طول وعرض) أمّا المجسّمات أو الأشكال الثلاثية الأبعاد كمنارة المسجد فلها ثلاثة أبعاد: طول وعرض وارتفاع.

١ سمِّ الأشكال المستوية التي تكوّن جوانب المنارة.

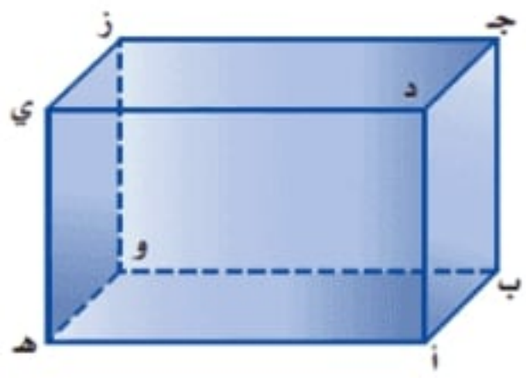
مثلثات ومستطيلات وأشباه منحرف.

٢ إذا نظرت إلى المنارة من الأعلى فما الشكل الذي تراه؟

مربع.

٣ ما العلاقة بين الأشكال المستوية والمجسّمات؟

أوجه المجسمات هي أشكال مستوية ← المجسمات هي مجموعة أشكال مستوية.



تحقّق من فهمك:

أ) مستعملًا الشكل أعلاه، حدّد تقاطع المستويين أ ب جـ ، جـ د ي.

يتقاطع المستويان في الضلع المشترك جـ د.

تحقّق من فهمك:

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

ب)

منشور رباعي: ٦ أوجه جميعها مستطيلات، ١٢ حرفا، ٨ رؤوس.

جـ)

هرم ثلاثي: ٤ أوجه كلها مثلثات، ٦ أحرف، ٤ رؤوس.

د)

منشور سداسي: ٨ أوجه اثنان منها سداسيان، و٦ متوازيات أضلاع، ١٨ حرف و١٢ رأساً.

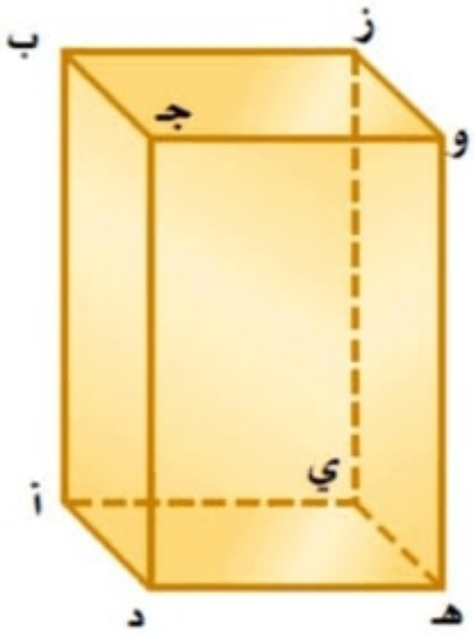
تحقّق من فهمك:

هـ) **صندوق:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للصندوق في الصورة المجاورة.

تأكَّـد

الأمثلة ١-٣

استعمل الشكل المجاور لتحدد كلًّا مما يأتي:



١ مستويين متوازيين.

مستويان متوازيان: أ ب ز، د هـ و.

٢ مستقيمين متخالفين.

مستقيمان متخالفان: و ز ، أ ب (لا يتقاطعان ولا يقعان في نفس المستوي)

٣ نقطتين تشكّلان قطرًا عند الوصل بينهما.

نقطتان تشكلان قطراً: و، أ.

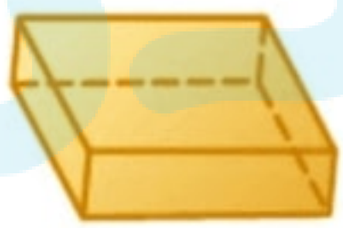
٤ مستويين متقاطعين.

مستويان متقاطعان: ز و جـ ، د هـ و

المثالان ٤، ٥

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

٥



القاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما مستطيل ← منشور رباعي: ٦ أوجه كلها مستطيلات، ١٢ حرف، ٨ رؤوس.

٦

القاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما مثلث ← منشور ثلاثي: ٥ أوجه (٢ مثلثات، ٣ مستطيلات)، ٩ أحرف، ٦ رؤوس.

٧

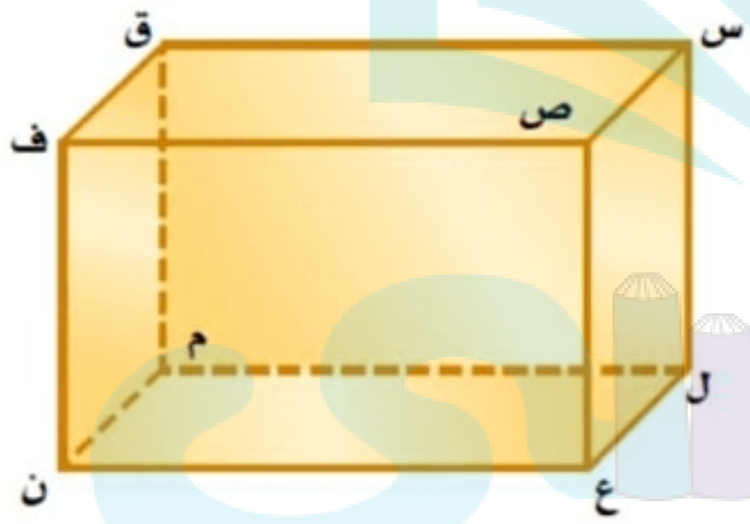
قاعدة واحدة وهي مضلع رباعي ← هرم رباعي: ٥ أوجه، (مستطيل، ٤ مثلثات) ، ٨ أحرف، ٥ رؤوس.

المثال ٦

٨ **حوض أسماك:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي لحوض الأسماك المجاور.

تـدرَّب وحلّ المسائل

استعمل الشكل المجاور لتحدد كلًّا مما يأتي:



٩ مستويين متوازيين.

مستويان متوازيان: ع ص ف ، ل س ق.

١٠ مستقيمين متخالفين.

مستقيمان متخالفان: ق م ، ص ف (لا يتقاطعان وغير متوازيين لأنهما لا يقعان على نفس المستوي)

١١ نقطتين تشكّلان قطرًا عند الوصل بينهما.

نقطتان تشكلا قطرا: س ، ن

١٢ مستويين متقاطعين.

مستويان متقاطعان: ل ع ن ، ص س ل.

حدّد اسم كل مجسّم ممّا يأتي، وبيِّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:

١٣

قاعدة واحدة وهي مثلث ← هرم ثلاثي: ٤ أوجه جميعها مثلثات و٦ أحرف و٤ رؤوس.

١٤

قاعدة واحدة وهي مضلع سداسي ← هرم سداسي: ٧ أوجه، (مضلع سداسي و٦ مثلثات)، ١٢ حرف، ٧ رؤوس.

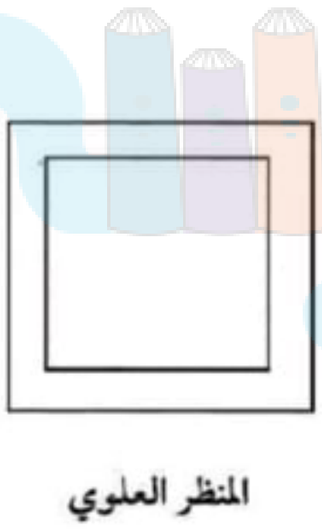
١٥

القاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما مثلث ← منشور ثلاثي: ٥ أوجه (مثلثان و٣ مستطيلات)، ٩ أحرف، ٦ رؤوس.

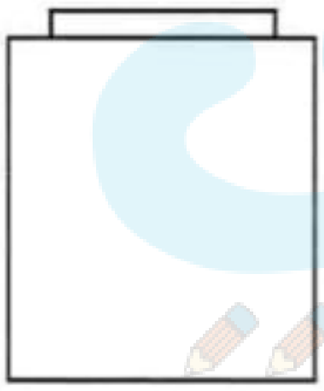
١٦

القاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما مضلع رباعي ← منشور رباعي: ٦ أوجه جميعها مستطيلات، ١٢ حرف، ٨ رؤوس.

١٧ **بنايات:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للبناية في الصورة أدناه.



المنظر العلوي



المنظر الأمامي والجانبي

١٨ **خزانة:** تمثّل الصورة أدناه خزانة خشبية لحفظ الملفات. ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي للخزانة.

المنظر العلوي

المنظر الأمامي

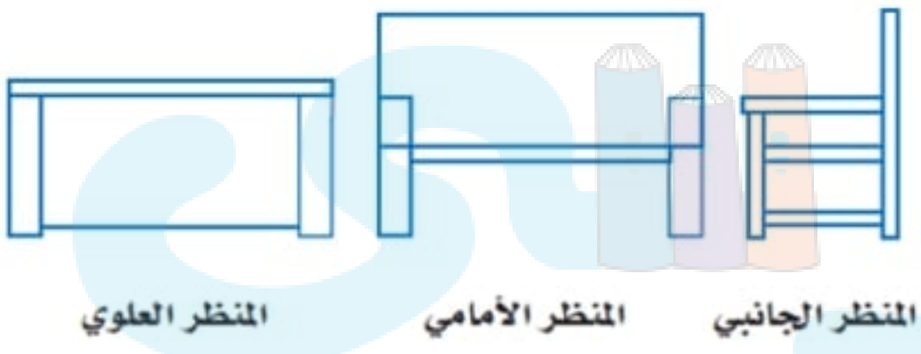
المنظر الجانبي

١٩ قرّر ما إذا كان التخمين الآتي صحيحًا أو خاطئًا، واذكر مثالًا مضادًّا إذا كان خطأً:
"يمكن لمستويين في الفضاء أن يتقاطعا في نقطة".

خطأ: حين يتقاطع المستويان في نقطة فإن هذه النقطة تنتمي لمستقيم مشترك بين المستويين لأن المستويين يتقاطعان في مستقيم مكون من عدد لا نهائي من النقاط

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٠ **مسألة مفتوحة:** اختر مجسَّمًا من واقع الحياة مثل كرسي أو طاولة، وارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي له.



تحدٍّ: حدد ما إذا كانت العبارات الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا:

٢١ للمنشور قاعدتان وَ ٤ جوانب.

صحيحة أحياناً: المنشور الرباعي فقط هو الذي له قاعدتان كل منهما بشكل مضلع رباعي و ٤ جوانب أما المنشور الثلاثي مثلاً له قاعدتان وثلاث جوانب والمنشور الخماسي له قاعدتان و٥ جوانب.

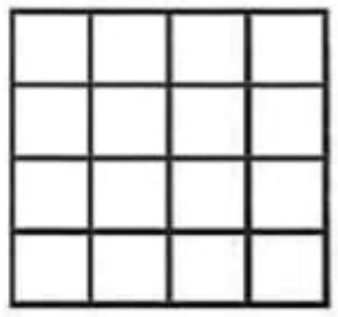
٢٢ يوجد للهرم جوانب متوازية.

غير صحيحة أبداً: إذا وجدت فيه جوانب متوازية أصبح منشوراً والجانبان المتوازيان تسميان قاعدتين أما الهرم فتتقاطع جميع أوجهه ما عدا القاعدة في نقطة الرأس.

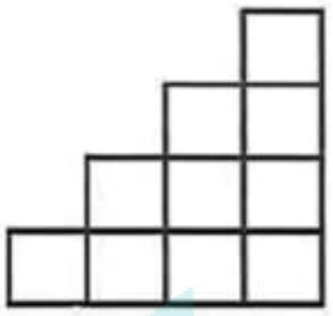
٢٣ **اكتب** وضّح لماذا لا يعطي (أحيانًا) المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمجسمٍ معلومات كافية لرسم الشكل؟ واذكر مثالًا يؤكّد ذلك.

لا يعطي أحياناً المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمجسم معلومات كافية لرسم الشكل؛ لأنه من الممكن رسم أشكال متعددة للمنظر العلوي والأمامي والجانبي نفسه. والمثال الآتي يوضح ذلك:

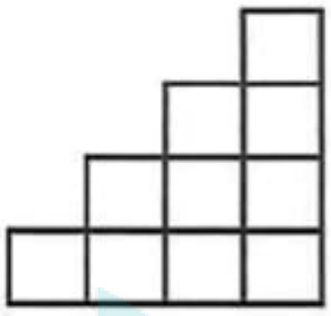
المنظر العلوي



المنظر الأمامي



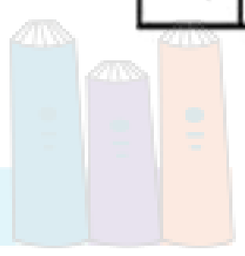
المنظر الجانبي



٤	٣	٢	١
٣	١	١	١
٢	١	١	١
١	١	١	١

٤	٣	٢	١
٣	٢	٢	١
٢	٢	٢	١
١	١	١	١

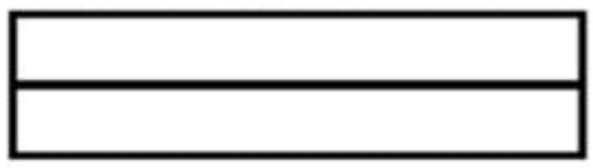
٤	٣	٢	١
٣	٣	٢	١
٢	٢	٢	١
١	١	١	١



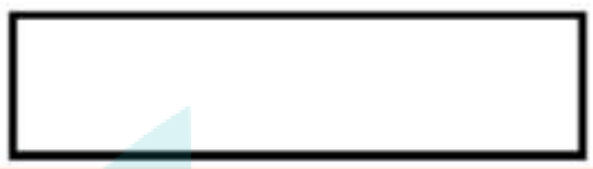
٢٤ استقبلت العنود هديةً داخل صندوقٍ كما في الشكل:

أيُّ الأشكال أدناه يمثل المنظر العلوي للصندوق؟

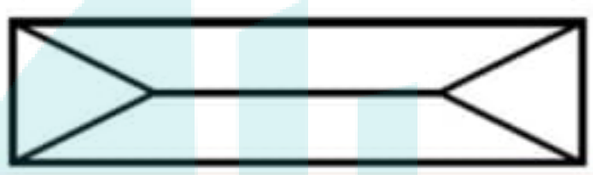
أ)



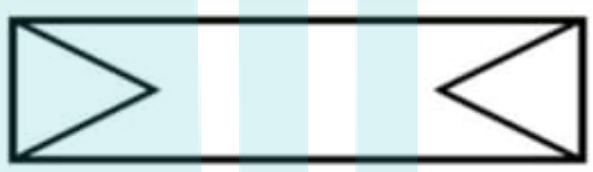
ب)



جـ)



د)

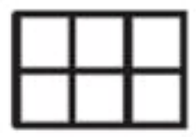


الهدية بشكل منشور ثلاثي له ٥ وجوه مثلثان و٣ مستطيلات عند النظر إليها من الأعلى ستظهر القاعدتان بشكل مثلثين والوجه المستندة عليه بشكل مستطيل والوجهان الباقيان بشكل شبه منحرف ← الإجابة الصحيحة جـ)

دروسي

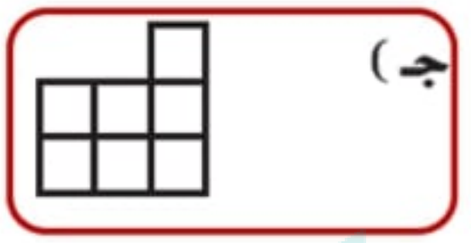
٢٥ أيُّ الأشكال التالية يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟

أ)



ب)

ج)

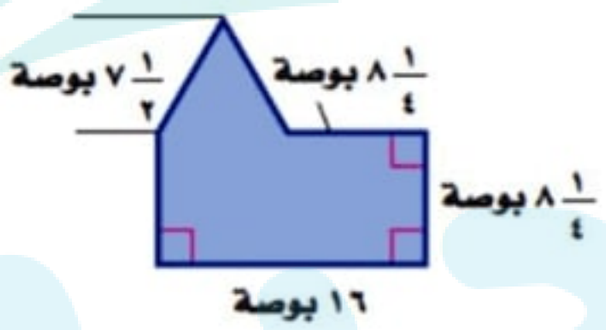


د)

مراجعة تراكمية

أوجد مساحة كل شكلٍ ممَّا يأتي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ إذا لزم الأمر : (الدرس ٦ - ١)

٢٦



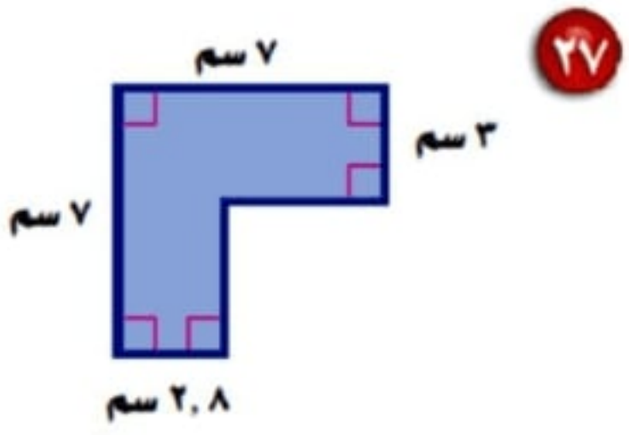
مساحة المستطيل = الطول × العرض = ل ع = $٨\frac{١}{٤} \times ١٦ = ١٣٢$ بوصة^{٢}

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times ٧\frac{١}{٢} \times ٧,٧٥ = ٢٩,١$ بوصة^{٢} (حيث ق = ١٦ ـ ٨،٢٥ = ٧،٧٥ بوصة)

← مساحة الشكل = مساحة المستطيل + مساحة المثلث = ١٣٢ + ٢٩,١ = ١٦١,١ سم^{٢}

٢٧

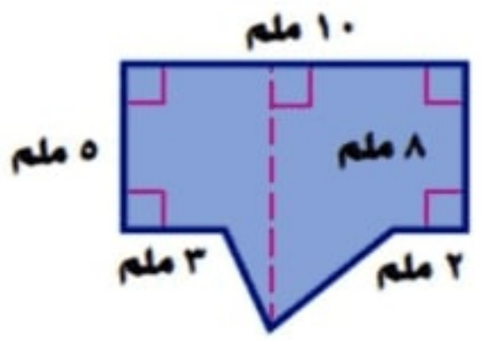


مساحة المستطيل العلوي = الطول × العرض = ل ع = ٣ × ٧ = ٢١ سم^{٢}

مساحة المستطيل السفلي = الطول × العرض = ل ع = ٤ × ٢,٨ = ١١,٢ سم^{٢} (حيث ل = ٧ – ٣ = ٤ سم)

مساحة الشكل = مساحة المستطيل العلوية + مساحة المستطيل السفلي = ١١,٢ + ٢١ = ٣٢,٢ سم^{٢}

٢٨



مساحة المستطيل = ل ع = ٥ × ١٠ = ٥٠ سم^{٢}

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٣ = ٧,٥ سم^{٢}

(حيث ق = ١٠ – ٢ – ٣ = ٥ سم ، ع = ٨ – ٥ = ٣ سم)

مساحة الشكل = مساحة المستطيل + مساحة المثلث = ٥٠ + ٧,٥ = ٥٧,٥ سم^{٢}

٢٩ **نماذج:** لدى محمد ١٠٠ مكعب صغير ، استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط؛ لتحديد أبعاد أكبر مكعب يمكن إنشاؤه باستعمال المكعبات الصغيرة. (الدرس ٦ - ٢)

فكر:

المعطيات: لدى محمد ١٠٠ مكعب صغير يريد أن يشكل منها مكعب كبير

المطلوب: تحديد أبعاد أكبر مكعب يمكن إنشاؤه باستعمال المكعبات الصغيرة

خطط: استخدم استراتيجية حل مسألة أبسط

حل:

عند استخدام مكعب واحد صغير لكل ضلع ← النتيجة مكعب ١

عند استخدام مكعبين صغيرين لكل ضلع ← النتيجة ٨ مكعبات لتشكيل مكعب كبير واحد

عند استخدام ٣ مكعبات صغيرة لكل ضلع ← النتيجة ٢٧ مكعب لتشكيل مكعب كبير واحد

نجد أن النمط المعبر عن عدد المكعبات الصغيرة في المكعب الكبير = (عدد مكعبات الضلع)^{٣}

نرسم جدول يوضح النمط:

عدد مكعبات الضلع	١	٢	٣	٤	٥
عدد المكعبات الصغيرة في المكعب الكبير	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥

← أكبر عدد ممكن من المكعبات الصغير الـ ١٠٠ يمكن استخدامه لصنع مكعب كبير واحد هو ٦٤ مكعب والأبعاد هي: ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

تحقق:

بالتأكد من خطوات الحل نجد أن الحل منطقي

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية:

٣٠ طول القاعدة : ٣ بوصاتٍ ؛ الارتفاع : ١٠ بوصاتٍ.

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ١٠ = ١٥ بوصة^{٢}

٣١ طول القاعدة : ٨ أقدامٍ ؛ الارتفاع : ٧ أقدامٍ.

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٧ = ٢٨ قدم^{٢}

٣٢ طول القاعدة : ٥ سم ؛ الارتفاع : ١١ سم.

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ١١ = ٢٧,٥ سم^{٢}

٦ - ٤ حجم المنشور والأسطوانة

نَشاطٌ

حجم المنشور الرباعي المجاور يساوي ١٢ وحدة مكعبة.

الخطوة ١ كوّن ثلاثة أشكال للمنشور الرباعي حجم كلٍّ منها ١٢ وحدة مكعبة.

الخطوة ٢ انسخ الجدول الآتي وأكمله:

المنشور	الطول (وحدة)	العرض (وحدة)	الارتفاع (وحدة)	مساحة القاعدة (وحدة مربعة)
أ	٤	١	٣	٤
ب				
جـ				
د				

١ صف العلاقة بين حجم المنشور (ح) وأبعاده الثلاثة: الطول (ل)، والعرض (ض)، والارتفاع (ع).

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع = حاصل ضرب أبعاده الثلاثة الطول والعرض والارتفاع.

٢ صف العلاقة بين مساحة القاعدة (م) والارتفاع (ع) من جهة، وحجم المنشور (ح) من جهة أخرى.

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع.

تحقّق من فهمك:

أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي:

أ)

ح = م ع

ح = (ل × ض) × ع

ح = ١٣ × ٣ × ٨,٥

ح = ٣٣١,٥ م^{٣}.

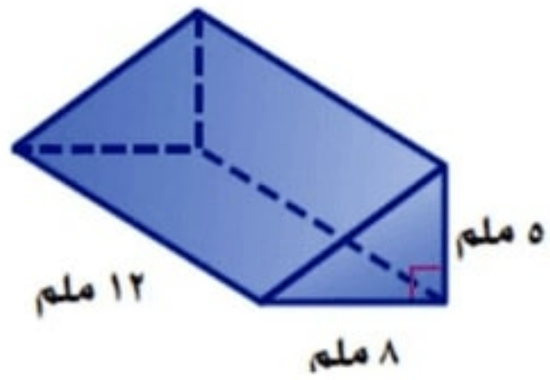
حجم المنشور

مساحة قاعدة المنشور (م = ل × ض)

(ل = ١٣ ، ض = ٣ ، ع = ٨،٥)

أبسط

ب)



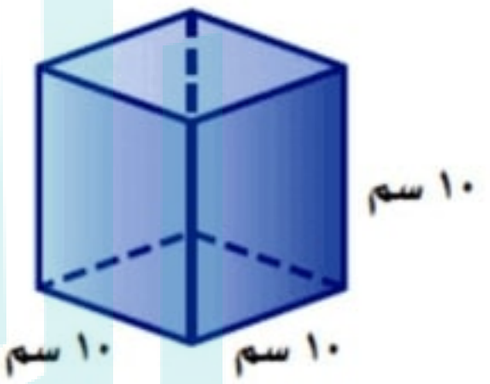
ح = م ع — حجم المنشور

ح = (١/٢ ق × ت) × ع — مساحة قاعدة المنشور (م = ١/٢ ق × ت (حيث ت: ارتفاع المثلث)

ح = ١/٢ × ٨ × ٥ × ١٢ — (ق = ٨ ، ت = ٥ ، ع = ١٢)

ح = ٢٤٠ ملم^{٣}. — أبسط

جـ)



ح = م ع — حجم المنشور

ح = (ل × ض) × ع — مساحة قاعدة المنشور (م = ل × ض)

ح = ١٠ × ١٠ × ١٠ — (ل = ١٠ ، ض = ١٠ ، ع = ١٠)

ح = ١٠٠٠ سم^{٣}. — أبسط

تحقّق من فهمك:

أوجد حجم كلٍّ من الأسطوانات الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

د) نصف القطر ٢ م، والارتفاع ٧ م.

ح = (ط نق^{٢}) × ع — حجم الاسطوانة

ح = ٣،١٤ × ٢^{٢} × ٧ — (ط = ٣,١٤ ، نق = ٢ م ، ع = ٧ م)

ح = ٨٧,٩ م^{٣} — أبسط مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة

هـ) القطر ١٨ سم، والارتفاع ٥ سم.

ح = (ط نق^{٢}) × ع — حجم الاسطوانة

ح = ٣،١٤ × ٩^{٢} × ٥ — (ط = ٣,١٤ ، نق = ٩ م ، ع = ٥ م)

ح = ٣,١٤ × ٨١ × ٥ = ١٢٧١,٧ سم^{٣}. — أبسط مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة

تحقّق من فهمك:

و) **طيور:** صمَّم نجار قفصًا للطيور الصغيرة كما في الشكل المجاور، أوجد حجم القفص.

حجم المنشور الرباعي = م ع = ٤ × ٦ × ٨ = ١٩٢ بوصة^{٣}

حجم المنشور الثلاثي = م ع = $(\frac{١}{٢}$ ق ت) ع = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣ × ٦ = ٣٦ بوصة^{٣}

← حجم القفص = حجم المنشور الرباعي + حجم المنشور الثلاثي

= ٣٦ + ١٩٢ = ٢٢٨ بوصة^{٣}.

تأكَّـد

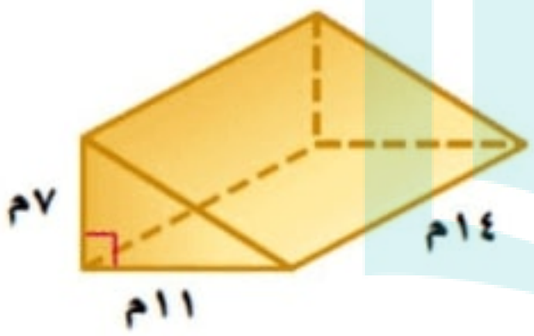
المثالان ١، ٢

أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

١

ح = م ع = ل ض ع = ٣ × ٢ × ٦ = ٣٦ قدم^{٣}

٢

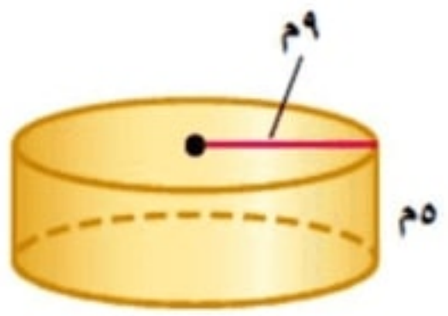


ح = م ع = $\frac{١}{٢}$ ق ت ع = $\frac{١}{٢}$ (١١ × ٧) × ١٤ = ٥٣٩م^{٣}

المثال ٣

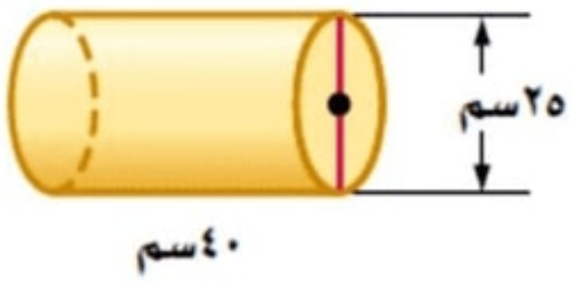
أوجد حجم كل أسطوانة ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

٣



ح = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ٨١ × ٥ = ١٢٧١,٧ م^{٣}

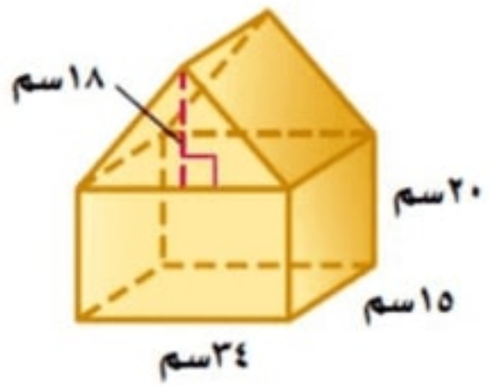
٤



ح = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ١٢,٥^{٢} × ٤٠ = ١٩٦٢٥ سم^{٣}

حيث نق = ١٢,٥سم.

المثال ٤



٥ ألعاب: أُهدي بيت الدمية المجاور لأخت منال الصغرى. فما حجمه؟

حجم المنشور الرباعي = م ع = ل ض ع = ٣٤ × ١٥ × ٢٠ = ١٠٢٠٠ سم^{٣}

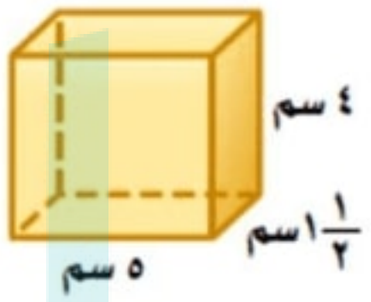
حجم المنشور الثلاثي = م ع = $(\frac{١}{٢}$ ق ت) ع = $\frac{١}{٢}$ × ٣٤ × ١٨ × ١٥ = ٤٥٩٠ سم^{٣}

← حجم بيت الدمية = حجم المنشور الرباعي + حجم المنشور الثلاثي = ١٠٢٠٠ + ٤٥٩٠ = ١٤٧٩٠ سم^{٣}

تـدرَّب وحلَّ المسائل

أوجد حجم كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

٦



ح = م ع = ل ض ع

= ٥ × ١,٥ × ٤ = ٣٠ سم^{٣}.

٧

ح = م ع = ل ض ع

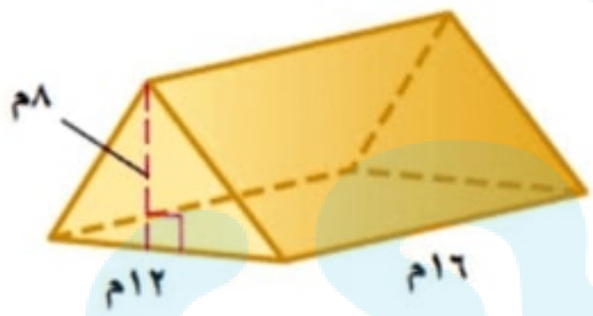
= ٦ × ٦ × ٦ = ٢١٦ ملم^{٣}.

٨

ح = م ع = $\frac{١}{٢}$ ق ت ع

= $\frac{١}{٢}$ × ٧ × ١٠ × ١٥ = ٥٢٥ قدم^{٣}.

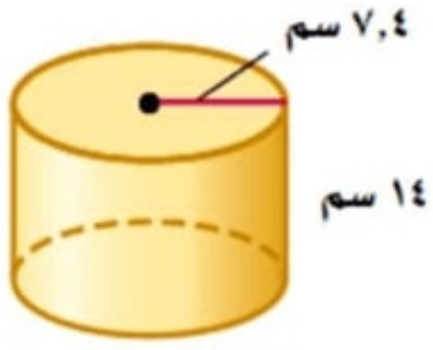
٩



ح = م ع = $\frac{١}{٢}$ ق ت ع

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٨ × ١٦ = ٧٦٨ م^{٣}.

١٠



ح = ط نق^{٢} ع

= ٣,١٤ × ٧,٤ ^{٢} × ١٤ = ٢٤٠٧,٢ سم^{٣}.

١١

ح = ط نق^{٢} ع

= ٣,١٤ × ١,٤ ^{٢} × ٩ = ٥٥,٤ م^{٣}.

١٢ منشور رباعي: طوله ٤ سم، وعرضه ٦ سم، وارتفاعه ١٧ سم.

ح = م ع = ل × ض × ع = ٤ × ٦ × ١٧ = ٤٠٨ سم^{٣}.

١٣ منشور ثلاثي: ارتفاعه $\frac{١}{٢}$ ٨م، وقاعدته مثلثة الشكل ارتفاعها ١٤ م، وطول قاعدتها ٥م.

ح = م ع = $\frac{١}{٢}$ × ق × ت × ع = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ١٤ × ٨،٥ = ٢٩٧,٥ م^{٣}.

١٤ أسطوانة: نصف قطر قاعدتها ٢٥ ملم، وارتفاعها ٢٠ ملم.

ح = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ٢٥^{٢} × ٢٠ = ٣٩٢٥٠ ملم^{٣}.

١٥ أسطوانة: قطر قاعدتها ٢ , ٧ بوصات، وارتفاعها ٨ , ٥ بوصات.

ح = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ٣,٦^{٢} × ٥,٨ ≈ ٢٣٦ بوصة^{٣}.

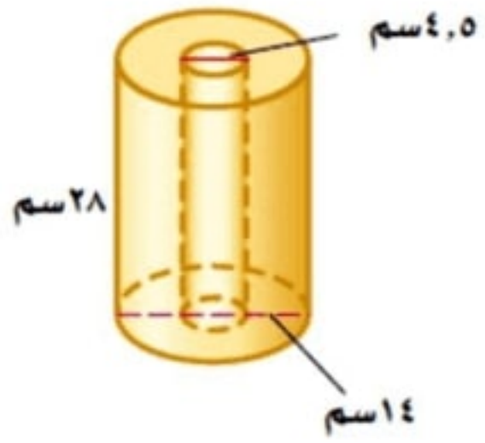
١٦ **صندوق:** أوجد حجم صندوق المجوهرات الموضح أدناه؟

حجم المنشور الرباعي = م ع = ل ض ع = ١٥ × ٧ × ٩ = ٩٤٥ بوصة^{٣}.

حجم نصف الأسطوانة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢} ع = $\frac{١}{٢}$ (٣,١٤ × ٣,٥^{٢} × ١٥) = ٢٨٨,٥ بوصة^{٣}.

إذن حجم الصندوق = ١٢٣٣,٥ بوصة^{٣}.

١٧ **مناشف:** يبين الشكل أدناه أبعاد لفة مناشف ورقية جديدة. فما حجمها؟

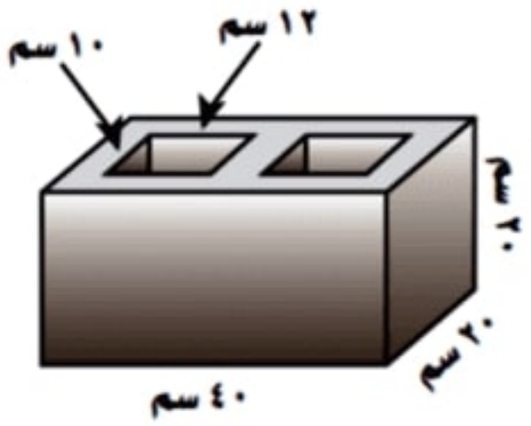


حجم الأسطوانة الكبيرة = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ٧^{٢} × ٢٨ ≈ ٤٣٠٨,١ سم^{٣}.

حجم الأسطوانة الصغيرة = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ٢,٢٥^{٢} × ٢٨ ≈ ٤٤٥،١ سم^{٣}.

حجم اللفة = حجم الأسطوانة الكبيرة – حجم الأسطوانة الصغيرة = ٤٣٠٨،١ – ٤٤٥،١ = ٣٨٦٣ سم^{٣}.

١٨ **بناء:** طوب بناء خرساني على شكل منشور رباعي فيه ثقبان متساويان كما في الشكل المجاور، ما حجم مادة الخرسانة في طوب البناء؟



حجم المنشور (الطوب كاملاً) = م ع

القاعدة مستطيل ← م = الطول × العرض = ٢٠ × ٤٠٠ = ٨٠٠ سم^{٢}

حجم المنشور = ٨٠٠ × ٢٠ = ١٦٠٠٠ سم^{٣}

بما أن الثقبان متساويان ← حجم الثقبان = ٢ م ع = ٢ ل ض ع = ٢(١٢ × ١٠ × ٢٠) = ٤٨٠٠سم^{٣}

حجم مادة الخرسانة = حجم المنشور (الطوب) – حجم الثقبين = ١٦٠٠٠ – ٤٨٠٠ = ١١٢٠٠سم^{٢}

١٩ أوجد ارتفاع منشور رباعي طوله ٦,٨ م، وعرضه ١,٥ م، وحجمه ٩١,٨ م^{٣}.

ارتفاع المنشور = الحجم ÷ مساحة القاعدة = ٩١,٨ ÷ (٦,٨ × ١,٥) = ٩ م.

مساحة القاعدة = ل ض = ٦،٨ × ١،٥

٢٠ أوجد ارتفاع أسطوانة طول نصف قطرها ٤ سم، وحجمها ٣٠١,٦ سم^{٣}.

ارتفاع الأسطوانة = الحجم ÷ مساحة القاعدة = ٣٠١,٦ ÷ (٣,١٤ × ٤ × ٤) = ٦ سم.

مساحة القاعدة = ط نق^{٢} = ٣,١٤ × ٤ × ٤

٢١ **تجارة:** اشترى تاجر كمية من السمسم حجمها ٢٥٠٠ بوصة مكعبة، ثم وزَّعها في علب أبعادها ٢ × ٦ × ٨ بوصاتٍ، فإذا باع ٢٠ علبة منها، فكم يبقى من كمية السمسم؟

حجم السمسم ٢٥٠٠ بوصة مكعبة،

وزعت على علب ← حجم العلبة = م ع = ل ض ع = ٢ × ٦ × ٨ = ٩٦ بوصة مكعبة.

باع ٢٠ علبة وحجم العلبة ٩٦ ← حجم الكمية المباعة = ٢٠ × ٩٦ = ١٩٢٠ بوصة مكعبة.

الكمية المتبقية = حجم السمسم الكلي – حجم العلب المباعة = ٢٥٠٠ – ١٩٢٠ = ٥٨٠ بوصة مكعبة

← بقي من السمسم ٥٨٠ بوصة مكعبة.

٢٢ **تغليف:** يبين الشكل المجاور علبةكرتونية، إذا قررت الشركة المصنِّعة استعمال تصميم جديد للعلبة بالحجم والارتفاع نفسه، ولكن بشكل أسطواني، فما طول قطر قاعدة الشكل الجديد الذي يمكن استعماله؟

الحجم = ٨ × ٣ × ٩ = ٢١٦ بوصة^{٣}.

حجم الشكل الأسطواني = ح = ط نق^{٢} ع.

← نق^{٢} = ح ÷ (ط × ع) = ٢١٦ ÷ (٣,١٤ × ٩) = ٧,٦ ← نق = $\sqrt{7.6}$ ≈ ٢،٨بوصة

← طول قطر قاعدة الأسطوانة = ٢،٨ × ٢ = ٥,٦ بوصة.

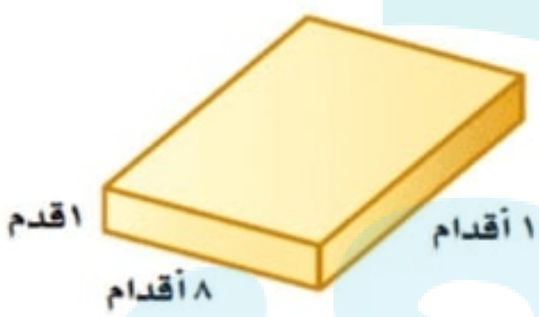
٢٣ **برك:** قرر أحمد حفر بِرْكة سباحة لأطفاله بطول ٢٠ قدمًا، وعرض ١١ قدمًا، وعمق ٢,٥ قدم، وسينقل التراب الناتج عن الحفر بعربة تتسع لـ ٩ أقدام مكعبة من التراب، فكم مرة تستعمل العربة لنقل التراب من الموقع؟

حجم البركة = م ع = ل ض ع = ٢٠ × ١١ × ٢,٥ = ٥٥٠ قدم^{٣}.

العربة تتسع لـ ٩ أقدام ← عدد مرات النقل = حجم البركة ÷ حجم العربة = ٥٥٠ ÷ ٩ ≈ ٦١ مرة تقريباً.

٢٤ **حدائق:** يعمل إبراهيم حوضًا لزراعة الخضراوات بالقياسات المبينة. واستعمل لذلك أكياس تراب سعة الواحد منها ٠,٥ ياردة مكعبة، فكم كيسًا يحتاجها لملء الحوض؟

(**إرشاد:** ١ ياردة مكعبة = ٣×٣×٣ = ٢٧ قدمًا مكعبة)

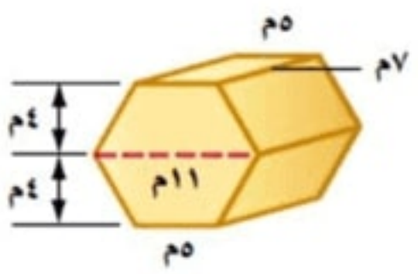


حجم الحوض = م ع = ل ض ع = ٨ × ١٠ × ١ = ٨٠ قدم^{٣}.

حجم الكيس = ٠,٥ ياردة^{٣} = ٠,٥ × ٢٧ = ١٣،٥ قدم^{٣}.

← عدد الأكياس لملء الحوض = حجم الحوض ÷ حجم الكيس = ٨٠ ÷ ١٣,٥ ≈ ٦ أكياس.

٢٥ **هندسة:** اشرح كيف يمكنك إيجاد حجم المنشور السداسي المجاور، ثم أوجد حجمه.

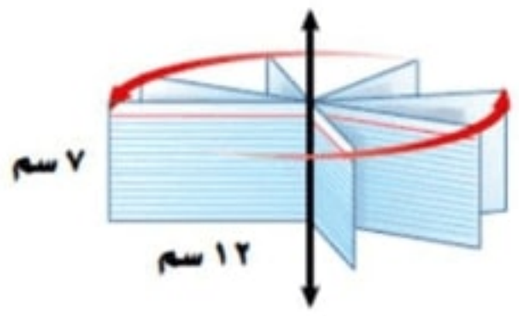


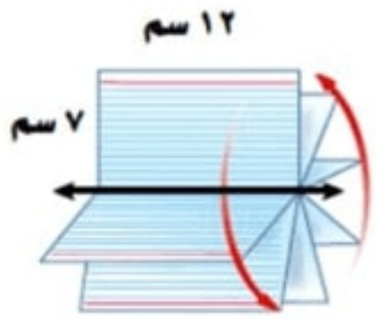
لإيجاد حجم المنشور نوجد مساحة قاعدته ثم نضرب الناتج بالارتفاع وقاعدة هذا المنشور هي مضلع سداسي ←

مساحة المضلع السداسي = مساحة شبهي منحرف = ٢ × $\frac{١}{٢}$ ع (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) = ع (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) = ٤ (١١ + ٥) = ٦٤ م^{٢}

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع = ٦٤ × ٧ = ٤٤٨ م^{٣}

٣٦ افترض أن لديك بطاقة ملاحظات مستطيلة الشكل بُعداها ٢١ سم × ٧ سم، إذا دوّرت البطاقة حول ضلعها الأطول ، ثم حول ضلعها الأقصر كما في الشكل أدناه، فكوّنت أسطوانتين مختلفتين . أيّ الأسطوانتين حجمها أكبر ؟ فسّر إجابتك.





حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع = ط نق^{٢} ع

حجم الأسطوانة (١) = ط نق^{٢} × ١٢ = ٣،١٤ × ٧^{٢} × ١٢ = ١٨٤٦,٣٢ سم^{٣}

حجم الأسطوانة (٢) = ط نق ^{٢} × ٧ = ٣،١٤ × ١٢^{٢} × ٧ = ٣١٦٥,١٢ سم^{٣}

حجم الأسطوانة (٢) التي نصف قطرها ١٢هي الأكبر ← الأسطوانة الأكبر حجماً هي التي نصف قطرها أكبر

مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدٍّ: للأسئلة (٢٧-٣٠) صِفْ كيف يتأثر حجم كل مجسم مما يأتي بعد إجراء التغيير المذكور في أبعاده.

٣٧ مضاعفة أحد أبعاد المنشور المستطيلي.

ح١ = م ع = ل ض ع ← عند مضاعفة أحد الأبعاد ← ح٢ = ٢ ل ض ع = ٢ م ع = ٢ ح١ ← يصبح الحجم مثلي الحجم الأصلي عند مضاعفة أحد أبعاد المنشور المستطيلي.

٣٨ مضاعفة بُعدين من أبعاد المنشور المستطيلي.

ح١ = م ع = ل ض ع ← عند مضاعفة بعدين ← ح٢ = ٢ × ٢ ل ض ع = ٤ م ع = ٤ ح١ ← يصبح الحجم ٤ أمثال الحجم الأصلي عند مضاعفة بعدين من أبعاد المنشور المستطيلي.

٣٩ مضاعفة جميع أبعاد المنشور المستطيلي.

ح١ = م ع = ل ض ع ← عند مضاعفة جميع الأبعاد ← ح٢ = ٢ × ل × ٢ × ض × ٢ × ع = ٨ م ع = ٨ ح١ ← يصبح الحجم ٨ أمثال الحجم الأصلي عند مضاعفة جميع أبعاد المنشور المستطيلي.

٤٠ مضاعفة نصف قطر قاعدة الأسطوانة.

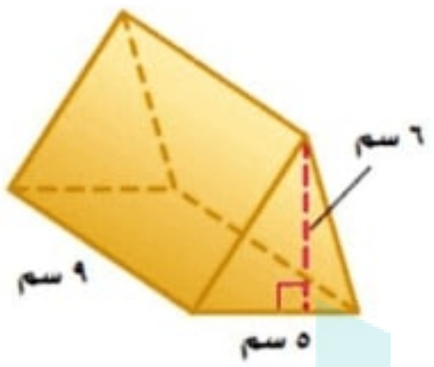
ح١ = م ع = ط نق^{٢} ع ← عند مضاعفة نصف قطر قاعدة الأسطوانة ← ح٢ = ط (٢ نق)^{٢} × ع
= ٤ ط نق^{٢} × ع = ٤ م ع = ٤ ح١ ← يصبح الحجم ٤ أمثال الحجم الأصلي عند مضاعفة قطر قاعدة الأسطوانة.

٣١ **مسألة مفتوحة :** اختر مجسمًا أسطوانيًّا، ثم أوجد حجمه، وتحقق من استعمال وحدات مناسبة، وفسّر إجابتك.

بفرض المجسم الأسطواني كالآتي:

← حجمه = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ١,٤^{٢} × ٩ = ٥٥,٤ م^{٣}.

٣٢ **اكتشف الخطأ:** أوجد كلٌّ من زيد ولؤي حجم المنشور المجاور، فأيّهما توصّل للجواب الصحيح؟



زيد

ح = م × ع
ح = (٥ × ٩) × ٦
ح = ٢٧٠ سم^{٣}

لؤي

ح = م × ع
ح = $\frac{١}{٢}$ (٥ × ٦) × ٩
ح = ١٣٥ سم^{٣}

ح = م ع = $\frac{١}{٢}$ ق ت ع = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٦ × ٩ = ١٣٥ سم^{٣} ← إجابة لؤي هي الصحيحة: لأن قاعدة المنشور هي مثلث أما زيد فلم يضرب بـ $\frac{١}{٢}$

٣٣ **اكتب** اكتب صيغتين يمكنك استعمالهما لإيجاد حجم المنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات)، واذكر الصيغة التي تفضلها ، وبين سبب ذلك.

الصيغة ١: ح = م × ع،

الصيغة ٢: ح = ل × ض × ع

وأفضل الصيغة الثانية لأنها أوضح وأقل عرضة للخطأ بالحل حيث لا تحتاج إلى حسابات خارجية للمساحة كما في الصيغة الأولى.

تدريب على اختبار

٣٤ أسطوانة طول قطرها ١٢ بوصةً، وارتفاعها ٣٠ بوصةً، قدر حجم الأسطوانة بالأقدام المكعبة؟

(ارشاد: ١ قدم = ١٢ بوصةً)

أ) ١ قدم مكعبة　　جـ) ٣ أقدام مكعبة

ب) ٢ قدم مكعبة　　د) ٤ أقدامٍ مكعبة

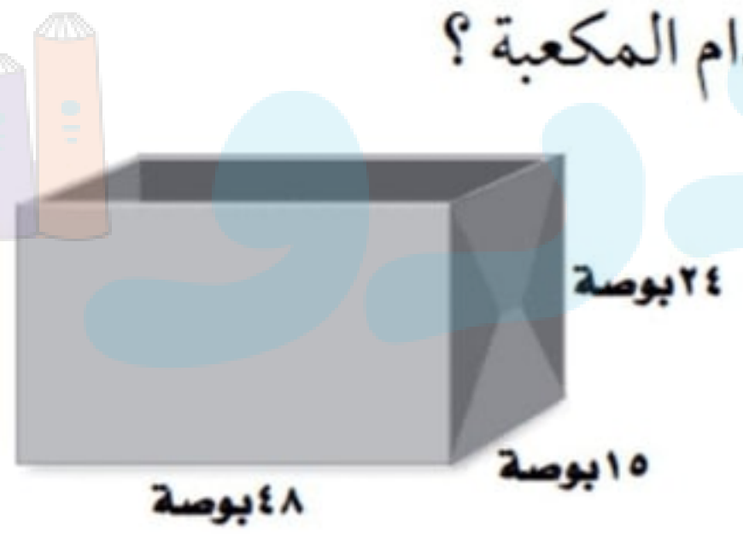
حجم الأسطوانة = م ع = ط نق^{٢} ع

قطر الأسطوانة = ١٢ بوصة = $\frac{٢١}{٢١}$ = ١ قدم

الارتفاع = ٣٠ بوصة = $\frac{٠٣}{٢١}$ قدم

← حجم الأسطوانة (١) = ط نق^{٢} × $\frac{٠٣}{٢١}$ = ٣،١٤ × (٠،٥)^{٢} × $\frac{٠٣}{٢١}$ ≈ ٢ قدم مكعبة ← الإجابة الصحيحة هي ب) ٢ قدم مكعبة

٣٥ **إجابة قصيرة:** صندوق مصنوع من الكرتون أبعاده موضحة على الشكل أدناه. ما حجم الصندوق بالأقدام المكعبة ؟



حجم المنشور = م ع = ل × ض × ع = ٤ × $\frac{٥١}{٢١}$ × ٢ = ١٠ قدم^{٣}

ل = ٤٨ بوصة = ٤٨ ÷ ١٢ = ٤ قدم

ض = ١٥ بوصة = $\frac{٥١}{٢١}$ قدم

ع = ٢٤ بوصة = ٢٤ ÷ ١٢ = ٢ قدم

مراجعة تراكمية

٣٦ ما عدد أحرف الهرم الثماني؟ (الدرس ٦ - ٣)

القاعدة فيها ٨ أحرف والوجوه فيها ٨ أحرف ← عدد الأحرف = ٨ + ٨ = ١٦ حرف

عدد أحرف الهرم الثماني = ١٦حرف.

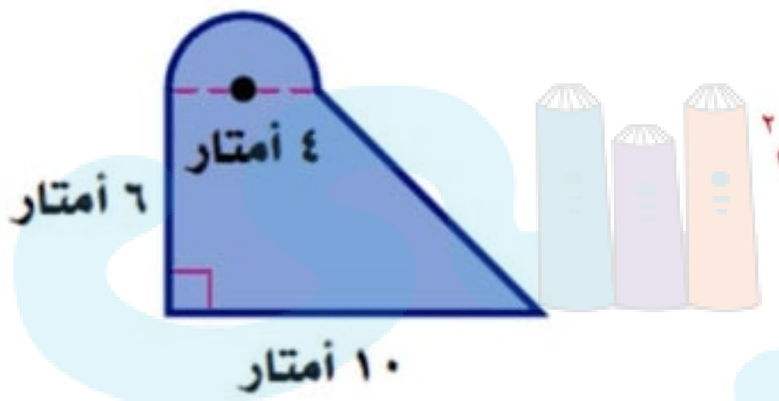
٣٧ **كرة السلة:** يبين الشكل المجاور منطقة مستطيلة الشكل من ملعب كرة سلة تحت المرمى تسمى المنطقة المحرّمة ، حيث لا يسمح للاعبين البقاء فيها من ملعب الخصم لأكثر من ٣ ثوان دون الاستحواذ على الكرة، كذلك يظهر في الشكل نصف دائرة تحوى خط الرمية الحرّة وتسمى دائرة الرمية الحرة . أوجد مساحة هذين الجزأين. (الدرس ٦ - ١)

مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٣،١٤ × (٦)^{٢} = ٥٦,٥٢ قدم^{٢}

مساحة المستطيل = ل ع = ١٩ × ١٢ = ٢٢٨ قدم^{٢}

مساحة الشكل = مساحة نصف الدائرة + مساحة المستطيل = ٥٦,٥٢ + ٢٢٨ = ٢٨٤,٥٢ قدم^{٣}

٣٨ أوجد مساحة الشكل المركب المجاور. (الدرس ٦ - ١)



مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢}

مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ × ٣،١٤ × (٢)^{٢} = ٦,٢٨ م^{٢}

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ع (ق١ + ق٢)

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (١٠ + ٤) × ٦ = ٤٢ م^{٢}

مساحة الشكل = ٦,٢٨ + ٤٢ = ٤٨,٢٨ م^{٢}

٣٩ سقط ضفدع في حفرة عمقها ٨ أقدام ، إذا تمكن الضفدع من التسلق على حافة الحفرة ٣ أقدام نهار كل يوم، ولكنه ينزلق إلى أسفل قدمين بالليل ، فكم يومًا يحتاج الضفدع حتى يخرج من الحفرة ؟ استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط". (الدرس ٦ - ٢)

فكر:

المعطيات:

١) عمق الحفرة ٨ أقدام

٢) يتسلق الضفدع ٣ اقدام كل يوم في النهار وينزلق قدمين بالليل ← كل يوم يتسلق ٣ – ٢ = ١ قدم.

المطلوب: كم يوم يحتاج حتى يخرج من الحفرة

خطط: استخدم استراتيجية حل مسألة أبسط

حل:

بما الضفدع يصعد ٣ أقدام وينزلق ٢ قدم ← كل يوم يصعد ١ قدم ← حتى يصعد الحفرة التي عمقها ٨ أقدام يحتاج لـ ٨أيام.

تحقق:

بالتأكد من خطوات الحل نجد أن الحل منطقي

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد ناتج الضرب في كلّ مما يلي :

٤٠ $\frac{١}{٣} \times ٦ \times ١٠$

$\frac{١}{٣} \times ٦ \times ١٠ = ١٠ \times \frac{٦}{٣} = ١٠ \times ٢ = ٢٠$

٤١ $\frac{١}{٣} \times ١٥ \times ٧$

$\frac{١}{٣} \times ٧ \times ١٥ = ٧ \times \frac{٥١}{٣} = ٧ \times ٥ = ٣٥$

٤٢ $\frac{١}{٣} \times ٤^{٢} \times ٩$

$\frac{١}{٣} \times ٤^{٢} \times ٩ = ٩ \times ١٦ \times \frac{١}{٣} = ٩ \times \frac{٩}{٣} \times ١٦ = ٤٨$

٤٣ $\frac{١}{٣} \times ٦^{٢} \times ٢٠$

$\frac{١}{٣} \times ٢٦ \times ٢٠ = ٢٠ \times ٣٦ \times \frac{١}{٣} = ٢٠ \times ١٢ = ٢٤٠$

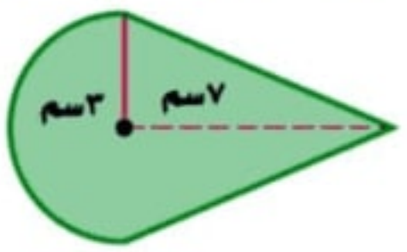
الفصل ٦

اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٦-١ إلى ٦-٤

أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ - ١)

١

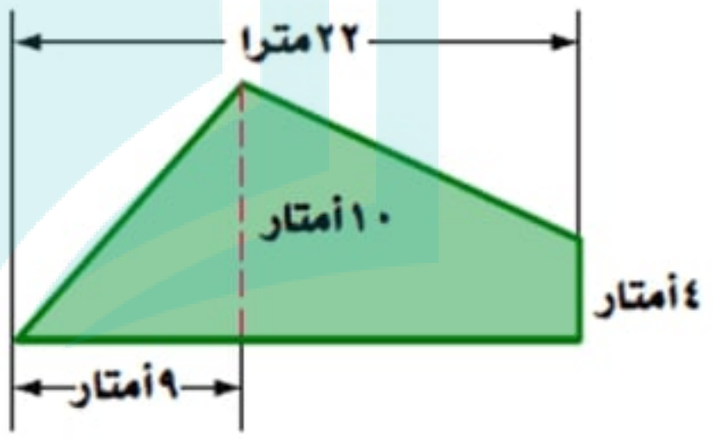


مساحة نصف الدائرة = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٣،١٤ × (٣)^{٢} = ١٤,١٣ سم^{٢}

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٧ = ٢١ سم^{٢}

← مساحة الشكل = مساحة المثلث + مساحة نصف الدائرة = ١٤,١٣ + ٢١ = ٣٥,١٣ سم^{٢}

٢



٢٠٠

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٩ × ١٠ = ٤٥ م^{٢}

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ع (ق١ + ق٢) = $\frac{١}{٢}$ × ١٣ × (١٠ + ٤) = ٩١ م^{٢}

حيث: ع = ٢٢ ـ ٩ = ١٣ م

← مساحة الشكل = مساحة المثلث + مساحة شبه المنحرف = ٤٥ + ٩١ = ١٣٦ م^{٢}

٣ ما رقم الآحاد في العدد٣ ؟

(استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط) (الدرس ٦ - ٢)

العدد ١ رقم آحاده ١ لأنه رقم وحيد لا يوجد ارقام على يمينه أو يساره ← ٢ رقم آحاده = ٢ لنفس السبب ← عندما يوجد العدد بمفرده تكون آحاده العدد نفسه ←٣ رقم آحاده = ٣ لأنه لوحده لا يوجد أرقام على يمينه أو يساره

٤ **حفلات:** تُباع البالونات في أكياس سعة كلٍّ منها ١٥ بالونةً أو ٣٥ بالونةً، وتحتاج ريم إلى ١٩٥ بالونة لتزيين مكان حفل، فكم كيسًا من كل نوع على ريم أن تشتري؟ (استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط).

(الدرس ٦ – ٢)

فكر:

المعطيات:

١) بالونات في أكياس سعة كل منها ١٥ أو ٣٥ بالونة
٢) تحتاج ريم إلى ١٩٥ بالونة

المطلوب: كم كيس من كل نوع تحتاج

خطط: استخدم استراتيجية حل مسألة أبسط

حل:

كيس صغير + كيس كبير = ١٥ + ٣٥ = ٥٠ بالونة

٢ كيس صغير + ٢ كيس كبير = ٣٠ + ٧٠ = ١٠٠ بالونة

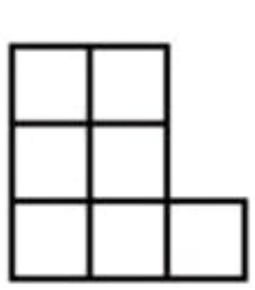
٣ كيس صغير + ٣ كيس كبير = ٤٥ + ١٠٥ = ١٥٠ بالونة ← يزيد ١٩٥ ـ ١٥٠ = ٤٥ بالونة والعدد ٤٥ يقبل القسمة على ١٥ ولا يقبل القسمة على ٣٥ ولو طرحنا منه ٣٥ يتبقى ١٠ ولا يوجد كيس فيه ١٠ بالونات ← ٤٥ ÷ ١٥ = ٣ أكياس صغيرة ← ٦ كيس صغير + ٣ كيس كبير = ٩٠ + ١٠٥ = ١٩٥ بالونة.

← تحتاج ريم لـ ٦أكياس سعتها ١٥بالونة و٣ أكياس سعتها ٣٥ بالونة.

تحقق:

بالتأكد من خطوات الحل نجد أن الحل منطقي

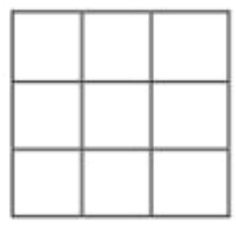
٥ يمثل الشكل أدناه مخططا لمجسمٍ صُنع من المكعبات ، فأي منظر لهذا المجسم يمثله الشكل أدناه : الأمامي أم الجانبي أم العلوي؟ **(الدرس ٦ – ٣)**



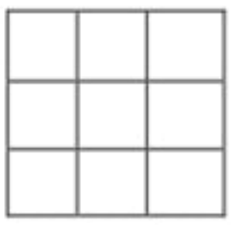
الشكل الأيسر يمثل المنظر الجانبي للمجسم

٦ **ألعاب:** ارسم كلًّا من المنظر العلوي والأمامي والجانبي لمكعب الألغاز المجاور. (الدرس ٦ - ٣)

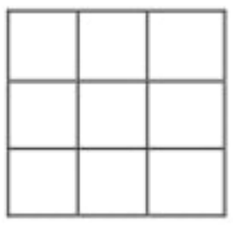
العلوي:



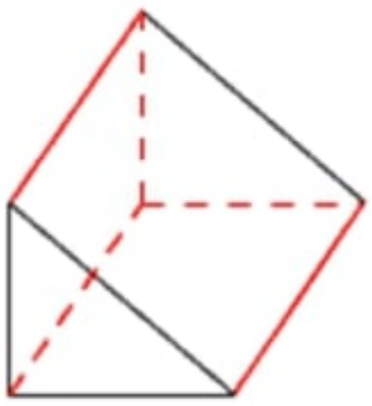
الأمامي:



الجانبي:



٧ **اختيار من متعدد:** أرادت مها رسم جميع أوجه منشور ثلاثي. فما الأشكال التي ستظهر في ورقتها؟ (الدرس ٦ - ٢)



أ) مربعان ومثلثان.

ب) مثلثان وثلاثة مستطيلات.

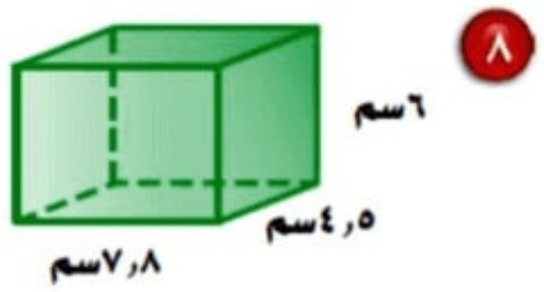
جـ) ثلاث مثلثات.

د) مثلث ، وثلاث مستطيلات.

المنشور الثلاثي قاعدتاه مثلثان متطابقان ومتوازيان وبقية أوجهه ٣ مستطيلات كما يظهر في الشكل ← الإجابة الصحيح هي: ب) مثلثان وثلاثة مستطيلات.

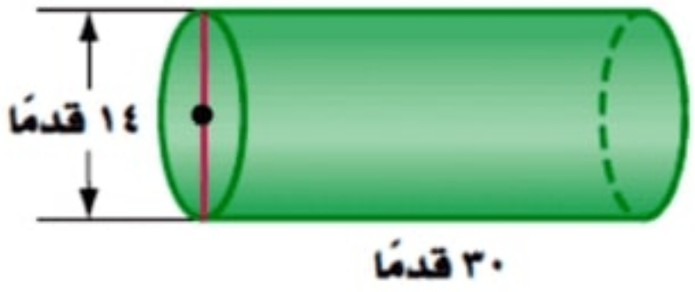
أوجد حجم كل مجسم مما يلي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ - ٤)

٨



حجم المنشور = م ع = ل ض ع = ٤,٥ × ٧,٨ × ٦ = ٢١٠,٦ سم^{٣}

٩



حجم الأسطوانة = ط نق^{٢} ع = ٣،١٤ × (٧)^{٢} × ٣٠ ≈ ٤٦١٥,٨ قدم مكعبة

١٠ **اختيار من متعدد:** ما حجم صندوق مكعب الشكل، طول حرفه ١٥ بوصةً ؟ (الدرس ٦ - ٤)

أ) ٢٢٥ بوصة مكعبة جـ) ١٣٥٠ بوصة مكعبة

ب) ٩٠٠ بوصة مكعبة د) ٣٣٧٥ بوصة مكعبة

ح = ل^{٣} = ١٥^{٣} = ٣٣٧٥ بوصة مكعبة ← الإجابة الصحيحة هي: د) ٣٣٧٥ بوصة مكعبة

١١ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) حجمه ٨٨,٤ م^{٣}، ما عرض قاعدة المنشور إذا كان طولها ٧,٦ م وارتفاع المنشور ٨ م ؟ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

(الدرس ٦ - ٤)

حجم المنشور = مساحة القاعدة (مستطيل)× الارتفاع = م ع = ل ض ع

← ض = ح ÷ (ل ع) = ٨٨،٤ ÷ (٧,٦ × ٨) = ٨٨،٤ ÷ ٦٠،٨ ≈ ١,٥ م

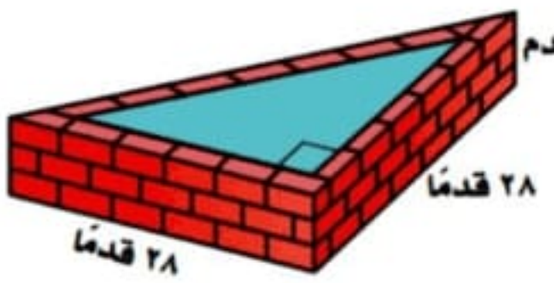
١٢ **شمع:** قطر شمعة اسطوانية الشكل ١٠ سم، وارتفاعها ٢١ سم، إذا تم إذابتها وتحويلها إلى قطع متساوية كل منها على هيئة منشور أبعاده ٤سم × ٦سم × ٨سم، فكم قطعة ينتج ؟ (الدرس ٦ - ٤)

حجم الأسطوانة = ط نق^{٢} ع

حجم الأسطوانة = ٣،١٤ × (٥)^{٢} × ٢١ ≈ ١٦٤٨,٥ سم^{٣}

حجم المنشور = م ع = ل ض ع = ٤ × ٦ × ٨ = ١٩٢ سم^{٣}

عدد القطع = حجم الأسطوانة ÷ حجم المنشور = $\frac{٤٦١٨.٥}{٢٩١}$ = ٨،٦ قطعة ← يتم صنع ٨ قطع كاملة على شكل منشور بالأبعاد المذكورة ويزيد كمية بسيطة أكثر بقليل من نصف منشور إضافي



١٣ **برك:** بركة لأسماك الزينة على شكل منشور ثلاثي تقع في أحد المجمعات التجارية، استعمل الشكل أدناه لإيجاد حجم البركة. (الدرس ٦ - ٤)

حجم المنشور = مساحة القاعدة (مثلث)× الارتفاع

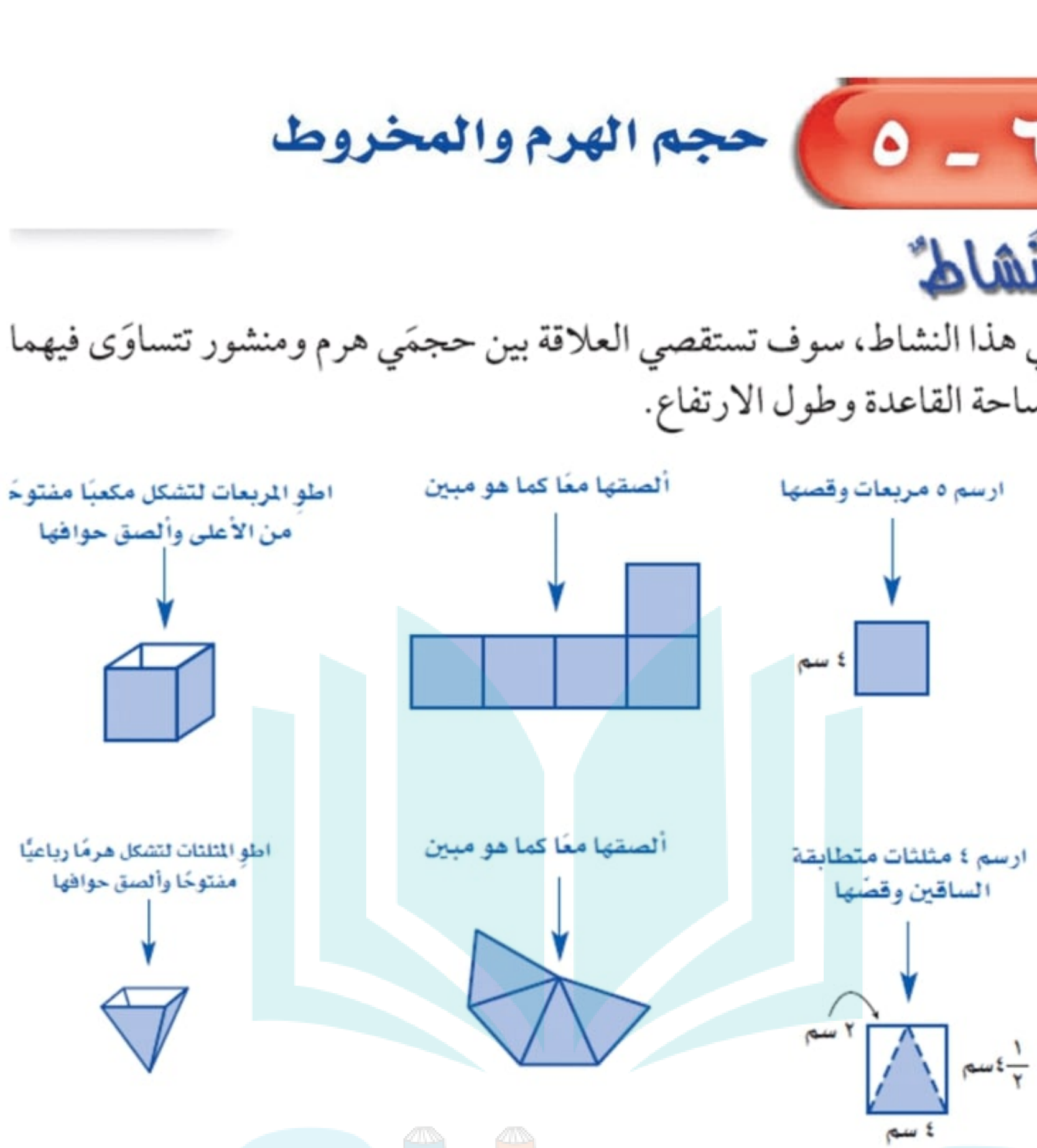
مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع = $\frac{١}{٢}$ × ٢٨ × ٢٨ = ٣٩٢ قدم^{٢}

حجم المنشور = ٣٩٢ × ٢ = ٧٨٤ قدم^{٣}

٦ ـ ٥ حجم الهرم والمخروط

نَشاطٌ

في هذا النشاط، سوف تستقصي العلاقة بين حجمَي هرم ومنشور تتساوَى فيهما مساحة القاعدة وطول الارتفاع.



١ قارن بين كلٍّ من مساحتَي القاعدتين والارتفاع في الشكلين.

الارتفاع في المنشور الرباعي = ٤ سم ← مساحة القاعدة = (طول الضلع)^{٢} = ٤ × ٤ = ١٦ سم^{٢}

الارتفاع في الهرم ← حسب فيثاغورس: ٤،٥^{٢} = ٢^{٢} + ع^{٢} ← ع^{٢} = ٢٠،٢٥ ـ ٤ = ١٦،٢٥ ← ع = ٤ سم.

← مساحة الهرم = (طول الضلع)^{٢} = ٤ × ٤ = ١٦ سم^{٢}

← مساحة القاعدة والارتفاع في كلا الشكلين واحدة.

٢ املأ الهرم بالرمل، وامسح أعلاه بمسطرة لتسوية السطح، ثم فرّغ الرمل في المكعب، وكرر العملية حتى يمتلئ المكعب. كم مرة قمت بتعبئة الهرم لملء المكعب؟

ثلاث مرات.

٣ ما الكسر من المكعب الذي يملؤه هرم واحد؟

الكسر = $\frac{١}{٣}$ أي كل هرم يملأ ثلث المكعب

تحقّق من فهمك:

أ) أوجد حجم هرم ارتفاعه ٥ م، وقاعدته مربع طول ضلعه ٢م.

ح = $\frac{١}{٣}$ م ع	حجم الهرم
= $\frac{١}{٣}$ (٢ × ٢) × ٥	م = (طول الضلع)^{٢} = ٢ × ٢
= ٦,٧ م^{٣}	أبسط

تحقّق من فهمك:

ب) **براعة:** صنع ماجد شمعة على شكل هرم، حجمها ٨٦٤ سم^{٣}، ومساحة قاعدتها ١٤٤ سم^{٢}، فما ارتفاعها؟

بما أن ح = $\frac{١}{٣}$ م ع ← ع = ٣ ح ÷ م = ٣ × ٨٦٤ ÷ ١٤٤ = ١٨ سم.

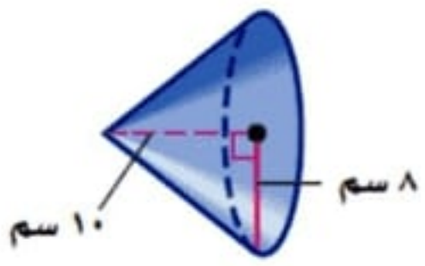
تحقّق من فهمك:

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

جـ)

ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع	حجم المخروط
= $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ٢^{٢} × ١٧	نق = ٢ قدم ، ع = ١٧ قدم
≈ ٧١,٢ قدم^{٣}	أبسط مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة

د)



ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

حجم المخروط

= $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ٨^{٢} × ١٠

نق = ٨ سم ، ع = ١٠ سم

≈ ٦٦٩,٩ سم^{٣}

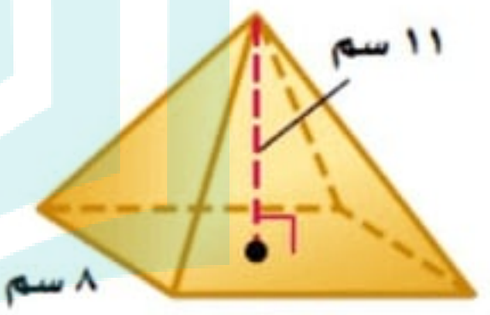
أبسط مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة

تأكَّـد

المثال ١

أوجد حجم كل هرم ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١



ح = $\frac{١}{٣}$ م ع

حجم الهرم

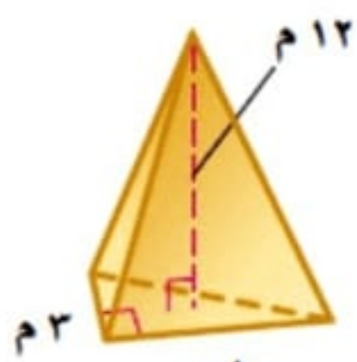
= $\frac{١}{٣}$ × ١٤ × ٨ × ١١

م = ل ض = ١٤ × ٨ ، ع = ١١

= ٤١٠,٧ سم^{٣}

أبسط

٢



ح = $\frac{١}{٣}$ م ع

حجم الهرم

= $\frac{١}{٣}$ × ($\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٣) × ١٢

م = $\frac{١}{٢}$ ق ت = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٣ ، ع = ١٢

= ٦٠ م^{٣}

أبسط

٣ أوجد حجم هرم ارتفاعه ١٧ مترًا، وقاعدته مربعة طول ضلعها ٢٢ مترًا.

$ح = \frac{1}{3}$ م ع — حجم الهرم

$= \frac{1}{3}$ (٢٢ × ٢٢) × ١٧ — م = (طول الضلع)^{٢} = ٢٢ × ٢٢

= ٢٧٤٢,٧ م^{٣} — أبسط مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة

المثال ٢

٤ آثار: هرم (منقرع) هو أحد أهرامات مصر القديمة، ارتفاعه الحالي ٦٥,٥ م، وحجمه ٢٥٤٦٦٤م^{٣} تقريبًا، فما طول كل جانب من قاعدته المربعة؟

ع = ٦٥,٥ م، ح = ٢٥٤٦٦٤ م^{٣}

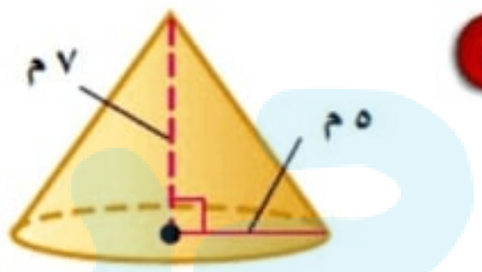
$ح = \frac{1}{3}$ م ع ← م = ٣ ح ÷ ع = ٣ × ٢٥٤٦٦٤ ÷ ٦٥,٥ = ١١٦٦٤ م^{٢}

بما أن القاعدة مربعة ← م = (طول الضلع)^{٢} ← طول كل جانب من قاعدته = $\sqrt{م}$ = $\sqrt{١١٦٦٤}$ = ١٠٨ م

المثال ٣

أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٥

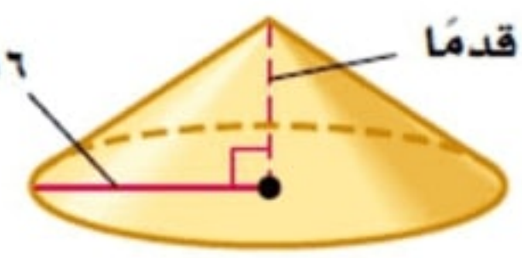


$ح = \frac{1}{3}$ ط نق^{٢} ع — حجم المخروط

$= \frac{1}{3}$ × ٣,١٤ × ٢٥ × ٧ — نق = ٥ م ، ع = ٧ م

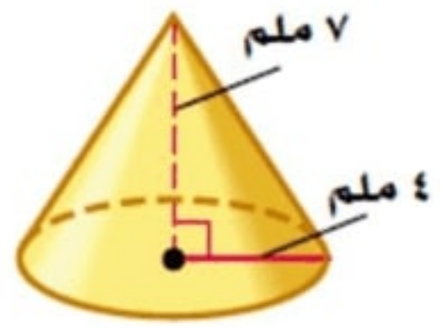
≈ ١٨٣,٢ م^{٣} — أبسط مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة

٦



$ح = \frac{1}{3}$ ط نق^{٢}ع = $\frac{1}{3}$ × ٣,١٤ × ٢٥٦ × ١١ = ٢٩٤٧,٤ قدم^{٣}.

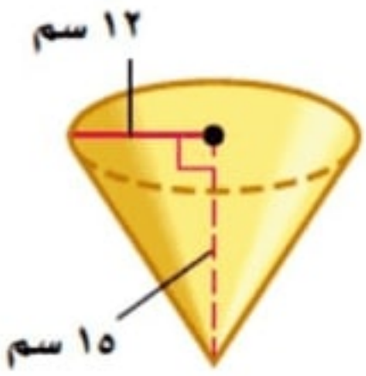
٧



ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع = $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ١٦ × ٧

= ١١٧,٢ ملم^{٣}

٨



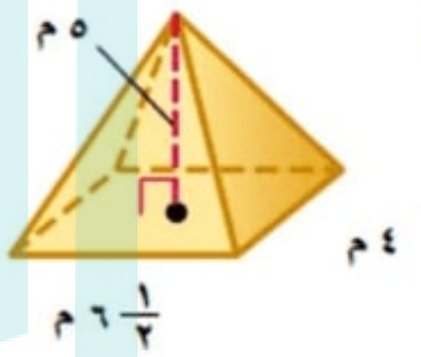
ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع = $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ١٤٤ × ١٥

= ٢٢٦٠,٨ سم^{٣}

تـدرَّب وحلَّ المسائل

أوجد حجم كل هرم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

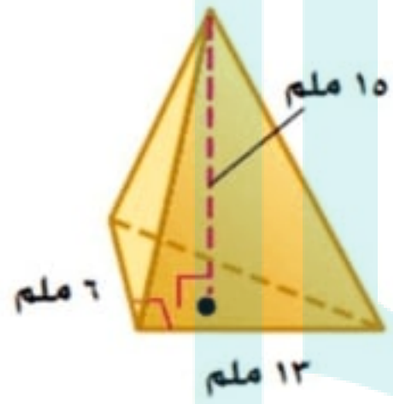
٩



ح = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × ٤ × ٦,٥ × ٥

= ٤٣,٣ م^{٣}

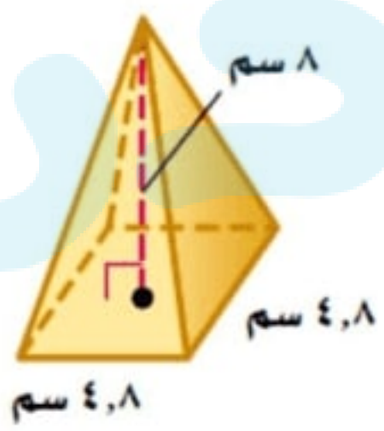
١٠



ح = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ × ١٣ × ٦ × ١٥

= ١٩٥ ملم^{٣}

١١



ح = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × ٤,٨ × ٤,٨ × ٨ = ٦١,٤ سم^{٣}

١٢ هرم ثلاثي: قاعدته على شكل مثلث طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٧ سم، وارتفاع الهرم ١٥ سم.

ح = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٧ × ١٥ = ١٧٥ سم^{٣}

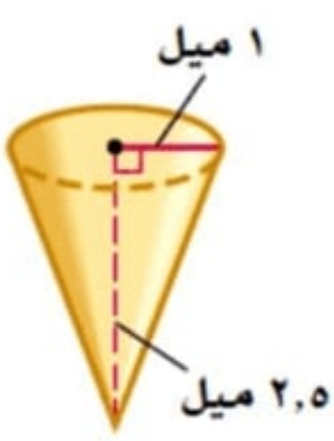
أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١٣

ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع = $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ٨١ × ٢٢

= ١٨٦٥,٢ قدم مكعب.

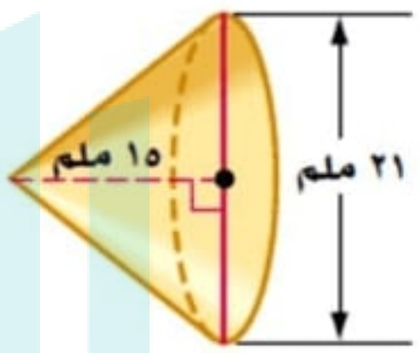
١٤



ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع = $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ١ × ٢,٥

= ٢,٦ ميل مكعب.

١٥



ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع = $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ١١٠,٢٥ × ١٥ = ١٧٣٠,٩ ملم^{٣}

١٦ مخروط: قطر قاعدته ١٢م، وارتفاعه ٥ م.

ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع = $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ٣٦ × ٥ = ١٨٨,٥ م^{٣}

١٧ **علوم:** أُنشئ نموذج جبل بركاني؛ ليكون مشروعًا في مادة العلوم على شكل مخروط طول قطر قاعدته ٨ سم، فإذا كان حجم النموذج ٢٠١سم^{٣} تقريبًا، فما ارتفاعه؟

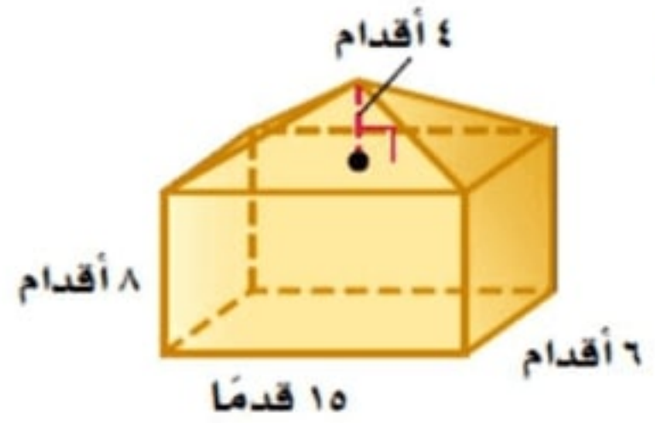
الحجم = ٢٠١ سم^{٣}، نق = ٤

بما أن ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع ← ع = ٣ ح ÷ ط نق^{٢} = ٣ × ٢٠١ ÷ (٣,١٤ × ١٦) = ١٢ سم.

← ارتفاع الجبل البركاني ١٢ سم.

أوجد حجم كل مجسم، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

١٨

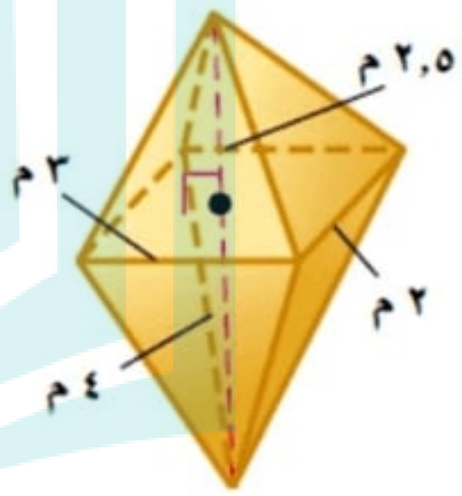


حجم المنشور = ٦ × ١٥ × ٨ = ٧٢٠ قدم^{٣}

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ (١٥ × ٦) × ٤ = ١٢٠ قدم^{٣}

إذن حجم المجسم = ٧٢٠ + ١٢٠ = ٨٤٠ قدم مكعب.

١٩

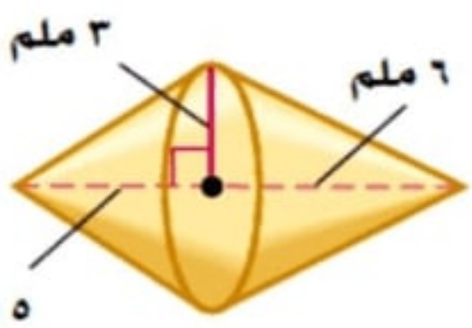


حجم الهرم الأعلى = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × (٢× ٣) × ٢,٥ = ٥ م^{٣}

حجم الهرم الأسفل = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × (٢ × ٣) × ٤ = ٨ م^{٣}

إذن حجم المجسم = حجم الهرم الأعلى + حجم الهرم الأسفل = ٥ + ٨ = ١٣م^{٣}

٢٠



حجم المخروط الأول = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

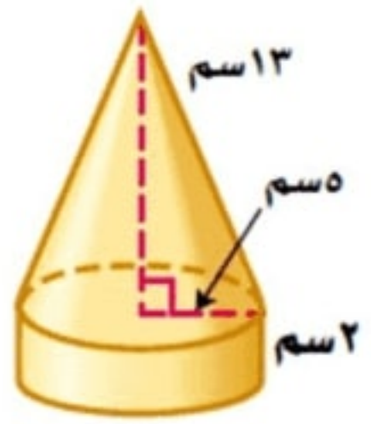
= $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ٩ × ٦ = ٥٦,٥٢ ملم^{٣}

حجم المخروط الثاني = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

= $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ٩ × ٥ = ٤٧,١ ملم^{٣}

إذن حجم المجسم = حجم المخروط الأول + حجم المخروط الثاني = ٥٦,٥٢ + ٤٧,١ ≈ ١٠٣,٦ ملم^{٣}

٢١



حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ × ٣،١٤ × ٢٥ × ١٣ ≈ ٣٤٠،٢ سم^{٣}

حجم الأسطوانة = ط نق^{٢} ع

حجم الأسطوانة = ٣،١٤ × ٢٥ × ٢ = ١٥٧ سم^{٣}

← حجم المجسم = حجم المخروط + حجم الأسطوانة = ٣٤٠،٢ + ١٥٧ ≈ ٤٩٧،٢ سم^{٣}

٢٢ **قبعات:** يريد مهرج أن يملأ قبعته رملًا، استعمل الرسم المجاور لتحديد كم تسع قبعته من الرمل.

حجم القبعة = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

= $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × ١٦ × ٦ = ١٠٠,٤٨ بوصة مكعبة.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٣ **تحدّ:** ماذا يحدث لارتفاع مخروط عند ضرب نصف القطر في ثلاثة مع المحافظة على الحجم نفسه ؟

ح$_{١}$ = $\frac{١}{٣}$ ط (نق$_{١}$)^{٢} ع$_{١}$ ←

ح$_{٢}$ = $\frac{١}{٣}$ ط (نق$_{٢}$)^{٢} ع$_{٢}$

بما أن ح$_{١}$ = ح$_{٢}$ ← $\frac{١}{٣}$ ط (نق$_{١}$)^{٢} ع$_{١}$ = $\frac{١}{٣}$ ط (نق$_{٢}$)^{٢} ع$_{٢}$

ولكن بما أن نق$_{٢}$ = ٣ نق$_{١}$

← $\frac{1}{3}$ ط (نق١)^{2} ع١ = $\frac{1}{3}$ ط (٣ نق١)^{2} ع٢

(نق١)^{2} ع١ = ٩ (نق١)^{2} ع٢

← ع١ = ٩ ع٢ ← ع٢ = $\frac{1}{9}$ ع١ ← يقل الارتفاع إلى التسع $\frac{1}{9}$ عندما ضرب نصف القطر بـ ٣ مع بقاء الحجم نفسه

٢٤ **الحسّ العددي:** أيُّهما له تأثير أكبر في حجم المخروط: مضاعفة نصف قطره ، أم مضاعفة ارتفاعه ؟ برِّر إجابتك.

عند مضاعفة نصف القطر يتضاعف الحجم ٤ أمثال بسبب تربيع نصف القطر عند حساب مساحة القاعدة أما عند مضاعفة الارتفاع فيتضاعف الحجم مثلين ← مضاعفة نصف القطر لها تأثير أكبر في حجم المخروط.

٢٥ **اكتب** موقفًا من واقع الحياة يمكن أن يُحل بإيجاد حجم المخروط.

إيجاد كمية آيس كريم في علبة مخروط الشكل.

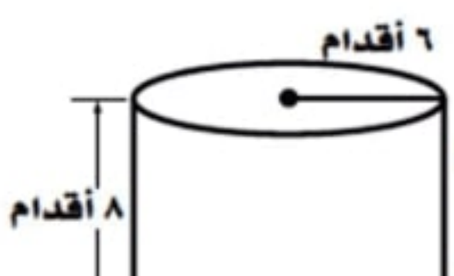
تدريب على اختبار

٢٦ هرم قاعدته مستطيلة الشكل، بُعداها ١٨ بوصة × ٣٠ بوصة، وارتفاعه ٣٦ بوصة. أيٌّ مما يأتي أقرب إلى حجم الهرم بالأقدام المكعبة؟
(إرشاد : ١ قدم = ١٢ بوصة)

أ) ٢,٥ قدم مكعبة
جـ) ٤ أقدام مكعبة
ب) ٣ أقدام مكعبة
د) ٥,٥ أقدام مكعبة

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

= $\frac{1}{3}$ × $\frac{81}{21}$ × $\frac{30}{21}$ × $\frac{63}{21}$ = ٣,٧٥ ≈ ٤ أقدام مربعة ← الإجابة الصحيحة هي: جـ) ٤ أقدام مكعبة



٢٧ ما حجم الأسطوانة المجاورة؟ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

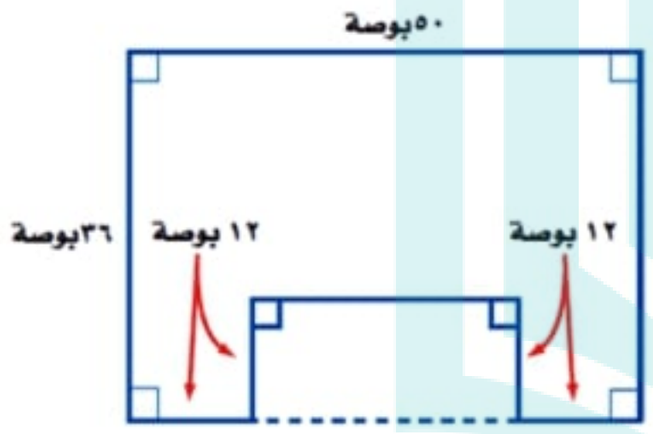
أ) ٤٨ قدمًا مكعبة
جـ) ٢٨٨ قدمًا مكعبة
ب) ١٥٠,٣ قدمًا مكعبة
د) ٩٠٤,٨ أقدام مكعبة

حجم الأسطوانة = ط نق ^{٢} ع

حجم الأسطوانة = ٣،١٤ × (٦) ^{٢} × ٨ = ٩٠٤،٣ أقدام مربعة ← الإجابة الصحيحة هي: د) ٩٠٤،٨ أقدام مكعبة

مراجعة تراكمية

٢٨ **أثاث:** يبين الشكل المجاور سطح طاولة . ما مساحة سطح الطاولة؟ (الدرس ٦ - ١)



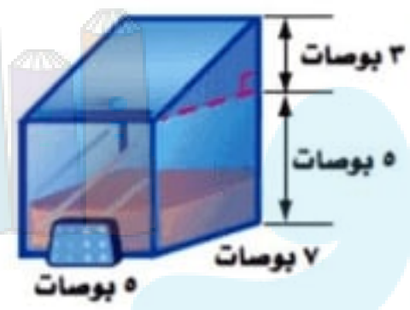
مساحة سطح الطاولة = مساحة المستطيل الكبير – مساحة الصغير

= (٥٠ × ٣٦) – (١٢ × ٢٦) = ١٤٨٨ بوصة مربعة

حيث عرض المستطيل الصغير = ١٢ بوصة،

وطول المستطيل الصغير = ٥٠-١٢-١٢=٢٦ بوصة

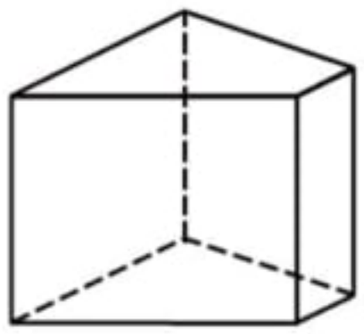
٢٩ **صابون:** أوجد حجم علبة الصابون السائل في الشكل المجاور. (الدرس ٦ - ٤)



حجم المنشور = مساحة القاعدة (مستطيل) × الارتفاع

حجم المنشور = ل × ض × ع = ٧ × ٥ × ٨ = ٢٨٠ بوصة مكعبة

٣٠ حدِّد اسم المجسم المجاور، وبيّن عدد أوجُهِهِ وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه. (الدرس ٦ - ٣)



المجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان كل منهما شبه منحرف (مضلع رباعي) ← الشكل هو منشور رباعي
له ٦ أوجه (٤ مستطيلات وشبهي منحرفين) و ١٢ حرف ٨ رؤوس.

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد محيط كل دائرة مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٣١ قطرها ٩ بوصات

محيط الدائرة = ٢ط نق ← مح = ٢ × ٣،١٤ × ٤،٥ ≈ ٢٨،٣ بوصة

٣٢ قطرها ٥ , ٥ أقدام

محيط الدائرة = ٢ط نق ← مح = ٢ × ٣،١٤ × $\frac{٥،٥}{٢}$ ≈ ١٧،٣ قدم

٣٣ نصف قطرها ٢م

محيط الدائرة = ٢ط نق ← مح = ٢ × ٣،١٤ × ٢ ≈ ١٢،٦ م

٣٤ نصف قطرها ٣,٨ سم

محيط الدائرة = ٢ط نق ← مح = ٢ × ٣،١٤ × ٣،٨ = ٢٣،٩ سم٢

استكشاف ٦-٦

معمل القياس
مساحة سطح الأسطوانة

حلّل النتائج

١ صِفِ الأجزاء المستوية التي تكوّن مخطط الوعاء الأسطواني.

دائرتان ومستطيل.

٢ أوجد مساحة كل جزءٍ منها، ومجموع تلك المساحات.

مساحة الدائرين = ٢ ط نق^{٢}

مساحة المستطيل = ٢ ط نق × ع

مجموع المساحة = ٢ ط نق ^{٢} + ٢ ط نق × ع

٣ أوجد قطر الجزء الأعلى للوعاء الأسطواني، واستعمله في إيجاد محيط ذلك الوجه.

المحيط = ٢ ط نق

٤ اضرب المحيط في ارتفاع الوعاء، فماذا تشكل هذه النتيجة؟

المحيط × ارتفاع الوعاء = ٢ ط نق ع = ط ق ع= المساحة الجانبية للأسطوانة (أي مساحة المستطيل لأن محيط قاعدة الأسطوانة يمثل طول المستطيل وارتفاع الأسطوانة يمثل عرضه)

٥ اجمع النتيجة من سؤال ٤ إلى مجموع مساحة القاعدتين الدائريتين.

ط ق ع + ٢ ط نق^{٢} = مساحة سطح الأسطوانة كاملة (مساحة السطح الجانبي مع مساحتي القاعدتين)

٦ قارن بين إجابتَيك عن التمرينين ٢ ، ٥ .

إجابات متشابهة .

٧ **خمّن:** اكتب طريقة لإيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة عُلِم قياس كلٍّ من ارتفاعها وقطر إحدى قاعدتَيها.

١) أحسب مساحة إحدى الدائرتين (القاعدتين) باستعمال نصف القطر الذي يساوي القطر مقسوماً على ٢

٢) ثم اضرب الناتج في ٢ لحساب مساحة القاعدتين

٣) ثم أضف إليه مساحة السطح الجانبي، الذي يساوي محيط إحدى القاعدتين مضروباً في ارتفاع الأسطوانة وبذلك أحصل على مساحة السطح الجانبي مع مساحتي القاعدتين والذي يساوي مساحة سطح الأسطوانة كاملة.

٦ - ٦ مساحة سطح المنشور والأسطوانة

نشاط

١ أوجد مساحة كل وجه، ثم مجموع تلك المساحات.

٢ اضرب محيط قاعدة الصندوق في ارتفاعه. ماذا يمثل ناتج الضرب؟

١) الأوجه هي عبارة عن مستطيلات مساحة كل منها تساوي جداء الطول بالعرض م = ل × ع ثم نجمع المساحات الناتجة.

٢) جداء محيط القاعدة بالارتفاع يعطي مساحة السطح الجانبي للصندوق.

٣ اجمع ما حصلت عليه في السؤال ٢ إلى مجموع مساحة القاعدتين.

٤ قارن بين الإجابتين في ١ و ٣ .

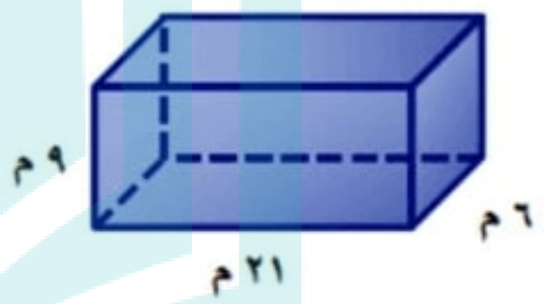
٣) ناتج الجمع يعطي مساحة كامل سطح الصندوق

٤) إجابات السؤالين الأول والثالث متساويتان لأن مساحة السطح الجانبي مع مساحة القاعدتين تعطي مساحة كامل سطح الصندوق.

تحقّق من فهمك:

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل منشور فيما يأتي:

أ)



المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع = مح × ع

مح = ٢ × (الطول + العرض) = ٢ (٢١ + ٦) = ٥٤ م

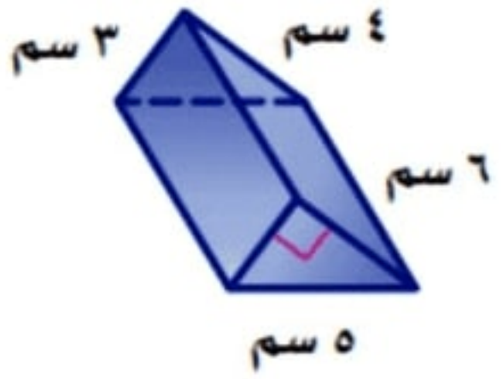
المساحة الجانبية = ٥٤ × ٩ = ٤٨٦ م^{٢}

المساحة الكلية = مح ع + ٢م

م = ل ع = ٦ × ٢١ = ١٢٦ م^{٢}

← المساحة الكلية = ٤٨٦ + ١٢٦ × ٢ = ٧٣٨ م^{٢}

ب)



المساحة الجانبية = مح ع = (٥ + ٤ + ٣) × ٦ = ٧٢ سم^{٢}

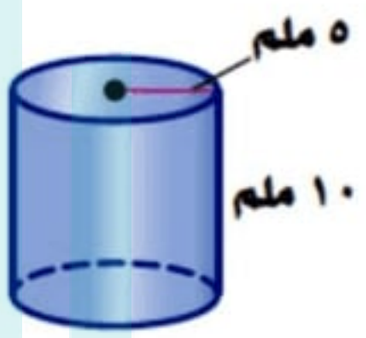
مساحة القاعدة = م = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٤ = ٦ سم^{٢}

المساحة الكلية = مح ع + ٢ م = ٧٢ + ٢×٦ = ٨٤ سم^{٢}

تحقّق من فهمك:

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل أسطوانة مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر:

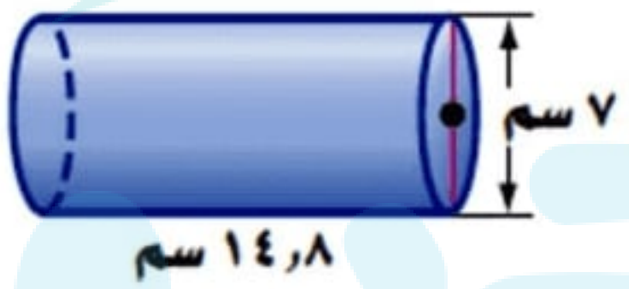
جـ)



المساحة الجانبية = جـ = مح ع = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ٥ × ١٠ = ٣١٤ ملم^{٢}

المساحة الكلية = جـ + ٢ ط نق^{٢} = ٣١٤ + (٢ × ٣,١٤ × ٢٥) = ٤٧١ ملم^{٢}

د)



المساحة الجانبية = جـ = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ٣,٥ × ١٤,٨ = ٣٢٥,٣ سم^{٢}

المساحة الكلية = جـ + ٢ ط نق^{٢} = ٣٢٥,٣ + (٢ × ٣,١٤ × ١٢,٢٥) = ٤٠٢,٢٣ سم^{٢}

تأكّـد

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

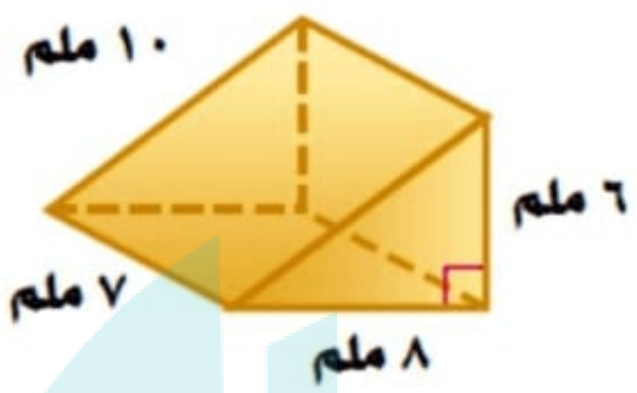
المثالان ١، ٢

١

المساحة الجانبية = جـ = محـ ع = ٢(٣+ ٥) × ٤ = ١٦ × ٤ = ٦٤ سم^{٢}

المساحة الكلية = ك = جـ + ٢م = ٦٤ + ٢(٣×٥) = ٦٤ + ٣٠ = ٩٤ سم^{٢}

٢

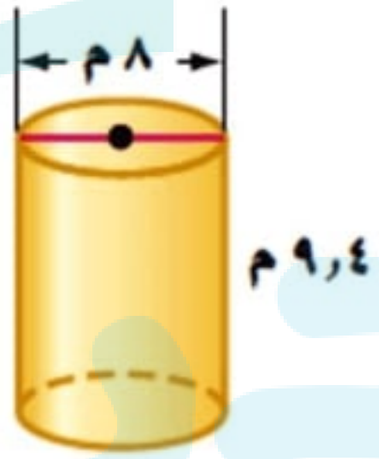


المساحة الجانبية = جـ = (٦ + ٨ + ١٠) × ٧ = ١٦٨ ملم^{٢}

المساحة الكلية = ك = جـ + ٢م = ١٦٨ + ٢($\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٦) = ١٦٨ × ٤٨ = ٢١٦ ملم^{٢}

المثال ٣

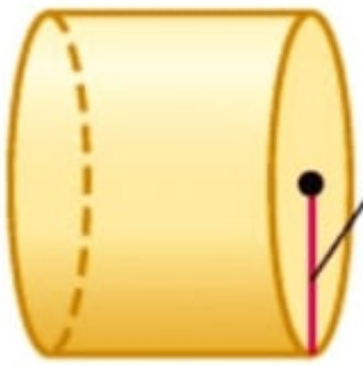
٣



المساحة الجانبية = جـ = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ٤× ٩,٤ = ٢٣٦,١ م^{٢}

المساحة الكلية = ك = جـ + ٢ط نق^{٢} = ٢٣٦,١ + ٢(٣,١٤ × ١٦) = ٣٣٦,٥٨ م^{٢}

٤



المساحة الجانبية = جـ = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ١٦ × ٢٥ = ٢٥١٢ قدم^{٢}

المساحة الكلية = ك = جـ + ٢ط نق^{٢} = ٢٥١٢ + (٢ ×٣,١٤ × ٢٥٦) ≈ ٤١١٩,٧ قدم^{٢}

المثال ٤

٥ تغليف: تغلف بعض علب العصير الأسطوانية الشكل بورق كما في الشكل المجاور. أوجد مساحة ورقة تغليف علبة العصير.

المساحة الكلية = ك = جـ + ٢ط نق^{٢}

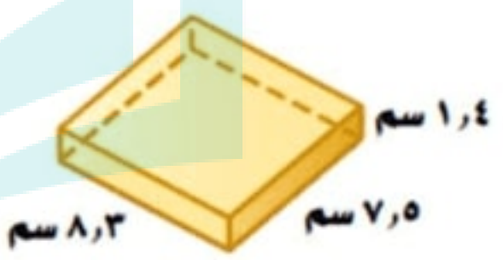
بما أن جـ = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ١,٥ × ٥ = ٤٧,١ بوصة مربعة

إذن ك = ٤٧,١ + (٢ ×٣,١٤ × ٢,٢٥) = ٦١,٢٣ بوصة مربعة

تدرَّب وحلَّ المسائل

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسّم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

٦



المساحة الجانبية = جـ = ٢(٧,٥ + ٨,٣) × ١,٤ = ٤٤,٢٤ سم^{٢}

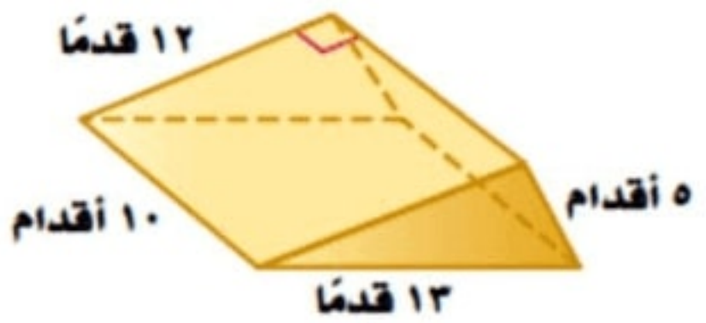
المساحة الكلية = ك = جـ + ٢ م = ٤٤,٢ + ٢(٧,٥ × ٨,٣) = ١٦٨,٧ سم^{٢}

٧

ج = ٢(٤ + ٣,٥) × ٢ = ٣٠ بوصة^{٢}

ك = ٣٠ + ٢(٤ ×٣,٥) = ٥٨ بوصة^{٢}

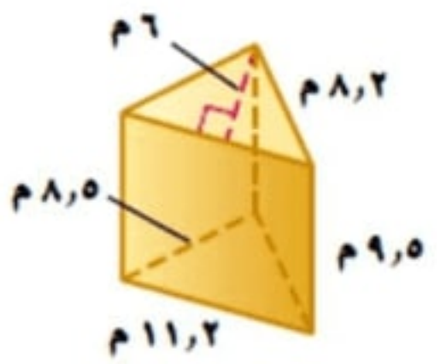
٨



جـ = مح ع = (٥ + ١٣ + ١٢) × ١٠ = ٣٠٠ قدم^{٢}

ك = جـ + ٢م = ٣٠٠ + ٢($\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٥) = ٣٦٠ قدم^{٢}

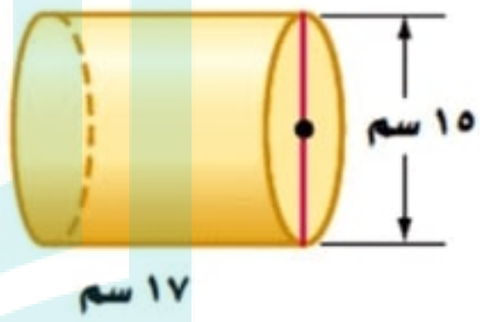
٩



جـ = مح ع = (٨,٢ + ٨,٥ + ١١,٢) × ٩,٥ = ٢٦٥,١ م^{٢}

ك = جـ + ٢ م = ٢٦٥,١ + ٢ ($\frac{١}{٢}$ × ١١,٢ × ٦) = ٣٣٢,٣ م^{٢}

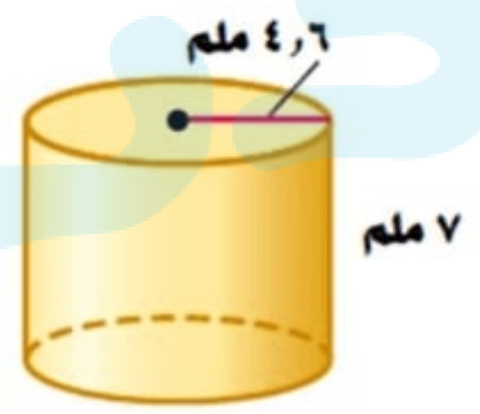
١٠



جـ = مح ع = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ٧,٥ × ١٧ = ٨٠٠,٧ سم^{٢}

ك = جـ + ٢ ط نق^{٢} = ٨٠٠,٧ + ٢ (٣,١٤ × ٥٦,٢٥) = ١١٥٣,٩٥ سم^{٢} ≈ ١١٥٤ سم^{٢}

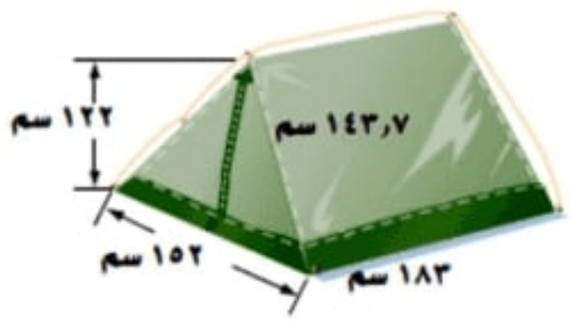
١١



جـ = مح ع = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ٤,٦ × ٧ = ٢٠٢,٢ ملم^{٢}

ك = جـ + ٢ ط نق^{٢} = ٢٠٢,٢ + ٢(٣,١٤ × ٢١,٢) = ٣٣٥,١ ملم^{٢}

١٢ **خيام :** يُنتج مصنع خيامًا بلاستيكية كما في الشكل المجاور. فما مساحة قطعة البلاستيك التي تلزم لصنع خيمة؟

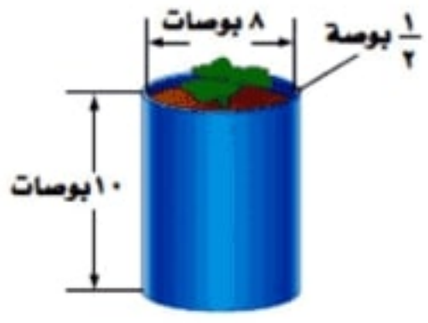


ك = ج + ٢م.

بما أن المثلث متساوي الساقين ←

جـ = (١٥٢ + ١٤٣,٧ + ١٤٣,٧) × ١٨٣ = ٨٠٤١٠,٢ سم^{٢}

ك = ٨٠٤٢٣,٣ + ٢ ($\frac{١}{٢}$ × ١٥٢ × ١٢٢) = ٩٨٩٥٤,٢ سم^{٢}



١٣ **فن:** اشترت هناء وعاء النبات المجاور، فإذا كان طول قطره الداخلي ٨ بوصات، وارتفاعه ١٠ بوصات، وسمك الإناء $\frac{١}{٢}$ بوصة، وأرادت هناء طلاء قاعدة الوعاء وسطحه من الداخل والخارج، فكم بوصة مربعة من الإناء يجب أن تُطلَى؟

مساحة السطح الخارجية (نق= ٤بوصة)

جـ = ٢ × ٣,١٤ × ٤ × ١٠ = ٢٥١,٢ بوصة^{٢}

ك = ٢٥١,٢ + (٣,١٤ × ١٦) = ٣٠١,٤٤ بوصة^{٢} (حيث أضفنا مساحة قاعدة واحدة لأن الوعاء مفتوح من الأعلى)

مساحة السطح الداخلي (نق = ٤ - ٠,٥ = ٣,٥ بوصة)

جـ = ٢ × ٣,١٤ × ٣,٥ × ١٠ = ٢١٩,٨ بوصة^{٢}

ك = ٢١٩,٨ + (٣,١٤ × ١٢,٢٥) = ٢٥٨,٢٦٥ بوصة^{٢} (حيث أضفنا مساحة قاعدة واحدة لأن الوعاء مفتوح من الأعلى)

المساحة التي يجب أن تطلى = المساحة الخارجية + المساحة الداخلية

= ٣٠١,٤٤ + ٢٥٨,٢٦٥ = ٥٥٩,٧٠٥ بوصة^{٢}

١٤ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) طوله ١٢سم ، وعرضه ٤ سم، ومساحته الكلية تساوي ٥٧٦ سم^{٢}، فما ارتفاعه؟

ك = جـ + ٢م ← جـ = ك − ٢م

٢م = ٢× ل ع = ٢ × ١٢ × ٤ = ٩٦ سم^{٢}

← جـ = ٥٧٦ − ٩٦ = ٤٨٠ سم^{٢}

جـ = مح ع ← ع = جـ ÷ مح

مح = ٢ (ل + ع) = ٢(١٢ + ٤) = ٣٢ سم

ع = جـ ÷ مح = ٤٨٠ ÷ ٣٢ = ١٥ سم

١٥ **تغليف:** صُمّم وعاءان من الكرتون لأحد أنواع الحبوب كما في الشكل المجاور، فإذا كان الحجمان متساويين تقريبًا، فأي الوعائين يحتاج إلى كميةٍ أقل من الكرتون؟ فسِّر إجابتك.

المساحة الكلية للمنشور = ك = جـ + ٢م.

جـ = مح ع = ٢(٤+٧) × ١٢ = ٢٦٤ بوصة^{٢}.

ك = ٢٦٤ + ٢(٤×٧) = ٣٢٠ بوصة^{٢}

المساحة الكلية للاسطوانة = ك = جـ + ٢م

ج = ٢ ط نق ع = ٢ × ٣,١٤ × ٣ × ١٢ = ٢٢٦,١ بوصة^{٢}.

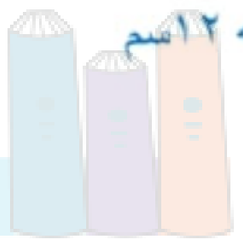
ك = جـ + ٢ ط نق^{٢} = ٢٢٦,١ + (٢ × ٣,١٤ × ٩) = ٢٨٢,٦ بوصة^{٢}

← تحتاج الأسطوانة لكمية أقل من الكرتون.

مسائل
مهارات التفكير العليا

١٦ **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًا: "إذا تساوَى حجما منشورين مستطيلين فإنه يكون لهما المساحة الكلية نفسها".

خاطئة: فمثلاً على فرض منشور الرباعي الذي طوله ٢ سم عرضه ٤ سم وارتفاعه ٦ سم له الحجم نفسه للمنشور الرباعي الذي طوله ٢ سم عرضة ٢ سم وارتفاعه ١٢سم



حجم المنشور الأول = ٢ × ٤ × ٦ = ٤٨ سم^{٣}

حجم المنشور الثاني = ٢ × ٢ × ١٢ = ٤٨ سم^{٣}

أما المساحة الكلية للمنشور الأول = ٢ × (٢ + ٤) × ٦ + ٢ × ٢ × ٤ = ٨٨ سم^{٢}

بينما المساحة الكلية للمنشور الثاني = ٢ × (٢ + ٢) × ١٢ + ٢ × ٢ × ٢ = ١٠٤ سم^{٢}

← تساوي حجمي منشورين لا يعني بالضرورة تساوي مساحتيهما الكلية

١٧ **تحدٍّ:** أيُّ الحالتين تزداد عندها المساحة الكلية لسطح الأسطوانة بشكل أكبر: مضاعفة الارتفاع مرة أم مضاعفة نصف القطر مرة؟ فسر إجابتك.

ك = جـ + ٢ م = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢} ← عند مضاعفة الارتفاع مرة ستتضاعف المساحة الجانبية فقط أما عند مضاعفة نصف القطر فستتضاعف المساحة الجانبية إلى مثلي ما كانت عليه وستزداد مساحة كل قاعدة إلى ٤ أمثال ما كانت ← تزداد المساحة الكلية بشكل أكبر عند مضاعفة نصف القطر مرة أكثر من مضاعفة الارتفاع مرة.

١٨ **الحس العددي:** إذا زدت نصف قطر أسطوانة إلى ثلاثة أمثاله، ففسر كيف يؤثر ذلك في المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة الجديدة بالنسبة لسطح الأسطوانة الأولى.

جـ$_{١}$ = ٢ ط نق$_{١}$ ع

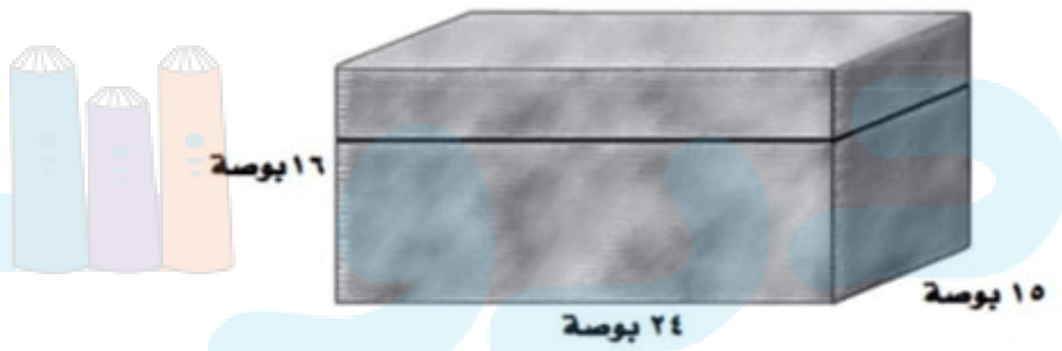
جـ$_{٢}$ = ٢ ط نق$_{٢}$ ع

بما أن: نق$_{٢}$ = ٣ نق$_{١}$ ← جـ$_{٢}$ = ٢ ط ٣ نق$_{١}$ ع = ٣ × ٢ ط نق$_{١}$ ع = ٣ جـ$_{١}$

← عند زيادة نصف قطر أسطوانة إلى ثلاثة أمثاله تزداد المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة إلى ثلاثة أمثال المساحة الجانبية الأولى

تدريب على اختبار

١٩ قام فيصل بطلاء الصندوق الموضح بالشكل أدناه من الخارج ، فكم المساحة السطحية التي سيقوم فيصل بدهانها بالبوصات المربعة؟



أ) ٣٣٠ بوصة مربعة

ب) ٣٩٩ بوصة مربعة

جـ) ١٩٦٨ بوصة مربعة

د) ٥٧٦٠ بوصة مربعة

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

محيط القاعدة = (الطول + العرض) × ٢

محيط القاعدة = (١٥ + ٢٤) × ٢ = ٧٨

المساحة الجانبية = ٧٨ × ١٦ = ١٢٤٨ بوصة

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين

مساحة القاعدة = الطول × العرض = ١٥ × ٢٤ = ٣٦٠

المساحة الكلية = ١٢٤٨ + (٢٢ × ٣٦٠) = ١٩٦٨ بوصة مربعة

← الإجابة الصحيحة هي: جـ) ١٩٦٨ بوصة مربعة

٢٠ فرشاة دهان أسطوانية كما في الشكل أدناه.

كم بوصة مربعة مساحة الجزء الذي تغطيه دورة الفرشاة مرّة واحدة من الدهان على الحائط، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟

أ) ١,١١٣ بوصة مربعة جـ) ٢٨,٣ بوصة مربعة

ب) ٥٦,٥ بوصة مربعة د) ١٨,٠ بوصة مربعة

المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع

محيط القاعدة = ٢ط نق = ٢ ط (١) = ٦،٢٨

المساحة الجانبية للأسطوانة = ٦،٢٨ × ٩ = ٥٦،٥٤ بوصة مربعة ← الإجابة الصحيحة هي: ب) ٥٦،٥ بوصة مربعة.

مراجعة تراكمية

أوجد حجم كل مجسَّم مما يأتي ، مقرّبًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم ذلك: (الدرس ٦ - ٥)

٢١ **هرم رباعي:** قاعدته على شكل مستطيل طوله ١٤ م، وعرضه ١٢ م، وارتفاع الهرم ٧ م.

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × ١٤ × ١٢ × ٧ = ٣٩٢ م^{٣}

٢٢ **مخروط:** قطر قاعدته ٢٢ سم ، وارتفاعه ٢٤ سم.

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × ط × $(\frac{22}{2})^2$ × ٢٤ ≈ ٣٠٣٩،٥ سم^3

٣٣ **صحة:** ثلاجة في مختبر مركز صحي أبعادها الداخلية ١٧ بوصة × ١٨ بوصة × ٤٢ بوصة ، إذا وصل إلى المختبر عينات حجمها يزيد على ٨ أقدام مكعبة لحفظها في الثلاجة، فهل تتسع الثلاجة للعينات؟ فسّر إجابتك. (الدرس ٦ - ٤)

١ قدم = ١٢ بوصة

حجم الثلاجة = مساحة القاعدة × الارتفاع

حجم الثلاجة = $\frac{81}{21} \times \frac{71}{21} \times \frac{24}{21}$ = ٧،٤ قدم مكعبة

حجم العينات = ٨ أقدام مكعبة ← لا تتسع الثلاجة لحفظ العينات

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يلي:

٣٤ $\frac{1}{2} \times 2,8$

$\frac{1}{2} \times 2،8$ = ١،٤

٣٥ $\frac{1}{2} \times 10 \times 23$

$\frac{1}{2} \times 10 \times 23$ = ١١٥

٣٦ $\frac{1}{2} \times 2,5 \times 16$

$\frac{1}{2} \times 2،5 \times 16$ = ٢٠

٣٧ $\frac{1}{2}(3\frac{1}{2})(20)$

$\frac{1}{2}(3\frac{1}{2})(20)$ = ٣٥

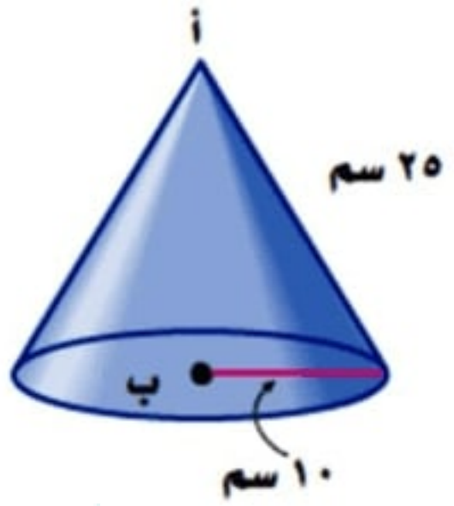
توسّع ٦-٦

معمل القياس
مخطط المخروط

حلل النتائج:

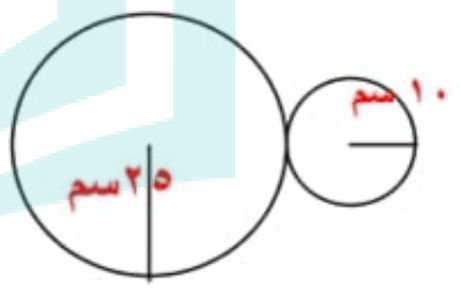
أوجد الزاوية المركزية لكل مخروط ممَّا يأتي، ثم كوّن مخططًا له:

١



الخطوة ١

استعمل الفرجار لرسم دائرتين متماستين من الخارج، نصف قطر إحداهما ٢٥ سم ونصف قطر الأخرى ١٠ سم.



الخطوة ٢

فكر: ما الجزء من محيط الدائرة أ الذي يساوي محيط الدائرة ب؟

افرض أن س هي نسبة محيط الدائرة الصغرى إلى الكبرى.

س(٥٠ط) = ٢٠ ط

محيط الدائرة أ = ٥٠ط

محيط الدائرة ب = ٢٠ ط

س = ٠,٤

لذا تحتاج إلى ٠,٤ من محيط الدائرة أ

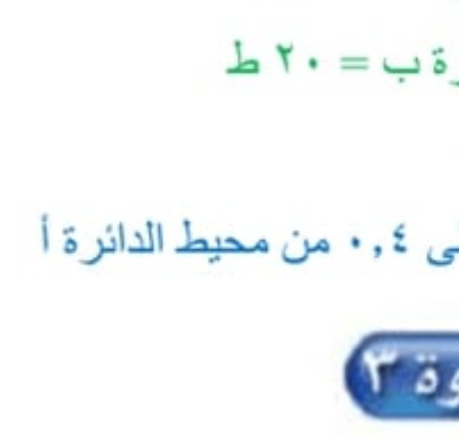
الخطوة ٣

أوجد قياس الزاوية المركزية التي يجب أن تقطع من الدائرة أ

٠,٤ × ٣٦٠ = ١٤٤ °

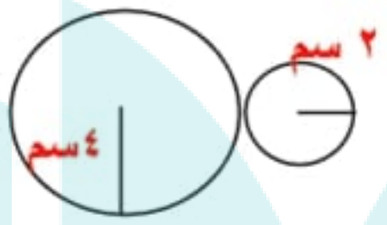
اقطع زاوية مركزية قياسها ١٤٤ ° من الدائرة أ، واعمل مخروطاً.

٢



الخطوة ١

استعمل الفرجار لرسم دائرتين متماستين من الخارج، نصف قطر إحداهما ٤ سم ونصف قطر الأخرى ٢ سم.



الخطوة ٢

فكر: ما الجزء من محيط الدائرة أ الذي يساوي محيط الدائرة ب؟

افرض أن س هي نسبة محيط الدائرة الصغرى إلى الكبرى.

س(٨ط) = ٤ ط

محيط الدائرة أ = ٨ط

محيط الدائرة ب = ٤ ط

س = ٠,٥

لذا تحتاج إلى ٠,٥ من محيط الدائرة أ

الخطوة ٣

أوجد قياس الزاوية المركزية التي يجب أن تقطع من الدائرة أ.

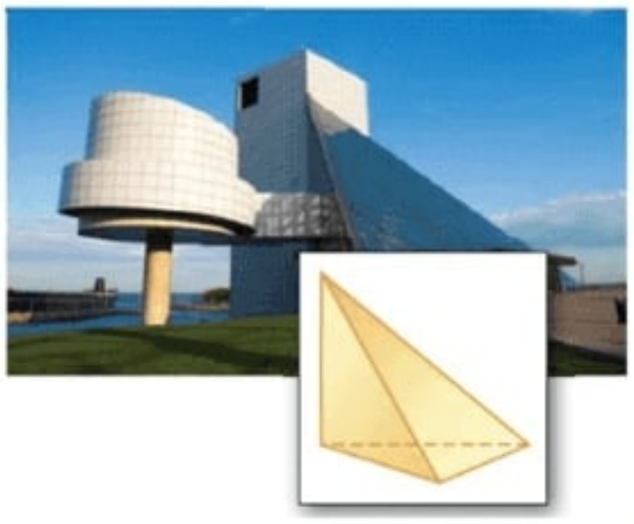
٠,٥ × ٣٦٠ = ١٨٠°

اقطع زاوية مركزية قياسها ١٨٠° من الدائرة أ، واعمل مخروطاً.

٦ - ٧ مساحة سطح الهرم

إستعدَّ

بناء: المبنى في الصورة المجاورة صُمِّم على شكل هرم.



١ ما عدد أوجه الهرم (باستثناء القاعدة)؟ وما شكل كل وجه منها؟

ثلاثة أوجه جانبية كل منها مثلث (٣ مثلثات)

٢ كيف يختلف الهرم عن المنشور؟

١) المنشور له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان أما الهرم له قاعدة واحدة

٢) الأوجه الجانبية للمنشور متوازيات أضلاع أما الهرم الأوجه الجانبية له هي مثلثات.

٣ كيف يمكنك إيجاد مساحة الزجاج المستعمل في هذا المبنى؟

أحسب مساحة كل مثلث من المثلثات الجانبية، ثم أجمع المساحات معاً.

تحقّق من فهمك:

أ) أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٨م، وطول ضلع قاعدته المربعة ١١م.

جـ = $\frac{١}{٢}$ محـ ل = $\frac{١}{٢}$ × ٤٤ × ١٨ = ٣٩٦م^{٢}

ك = جـ + م = ٣٩٦ + (١١ × ١١) = ٥١٧ م^{٢}

تحقّق من فهمك:

فن العمارة: استعمل المعلومات إلى اليمين لإيجاد المساحة الجانبية لهرم خفرع إذا علمت أن ارتفاعه الجانبي ١٧٨م.

ب) أوجد المساحة الكلية لسطح هرم خفرع.

الربط بالحياة:

يبلغ ارتفاع هرم خفرع في مصر،

جـ = $\frac{1}{2}$ محـ ل = $\frac{1}{2}$ × (٤ × ٢١٥) × ١٧٨ = ٧٦٥٤٠ م^{٢}

ك = جـ + م = ٧٦٥٤٠ + (٢١٥×٢١٥)

= ٧٦٥٤٠ + ٤٦٢٢٥ = ١٢٢٧٦٥ م^{٢}

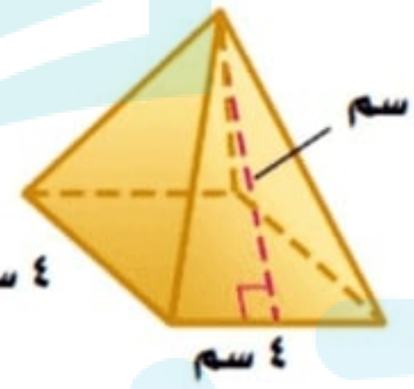
مساحة القاعدة المربعة = ٢١٥^{٢} = ٤٦٢٢٥ م^{٢}

تأكَّـد

المثال ١

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر:

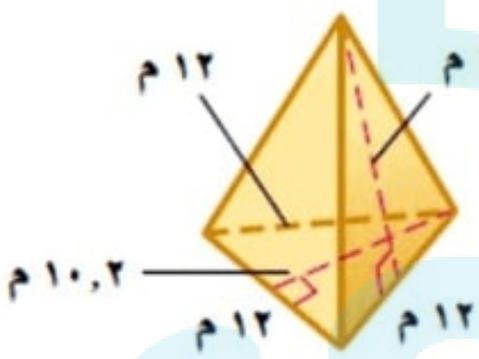
١



ج = $\frac{1}{2}$ محـ ل = $\frac{1}{2}$ × ١٦ × ٦ = ٤٨ سم^{٢}

ك = ج + م = ٤٨ + ١٦ = ٦٤ سم^{٢}

٢



ج = $\frac{1}{2}$ محـ ل = $\frac{1}{2}$ (١٢ + ١٢ + ١٢) × ١٥ = ٢٧٠ م^{٢}

ك = ج + م = ٢٧٠ + ($\frac{1}{2}$ × ١٢ × ١٠,٢) = ٣٣١,٢ م^{٢}

المثال ٢

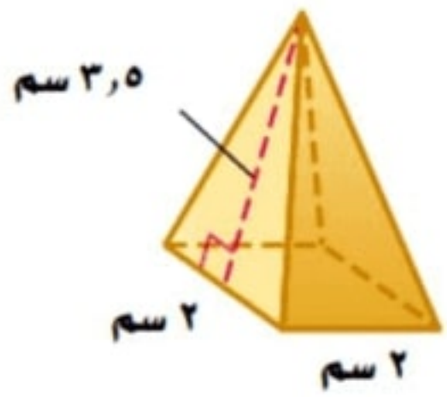
٣ أهرامات: هرم أرينا في ممفيس في الولايات المتحدة هرم رباعي منتظم، طول قاعدة كل وجه له ٦٠٠ قدمٍ، وارتفاعه ٤٧٧ قدمًا، أوجد المساحة الجانبية له.

المساحة الجانبية لهرم أرينا = جـ = $\frac{1}{2}$ محـ ل = $\frac{1}{2}$ (٤ × ٦٠٠) × ٤٧٧ = ٥٧٢٤٠٠ قدم^{٢}

تـدرَّب وحلَّ المسائل

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم الأمر:

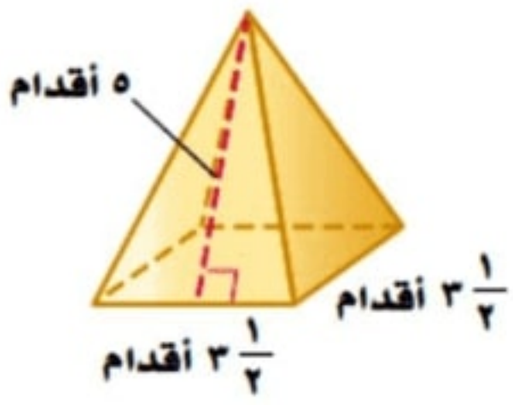
٤



ج = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٣,٥ = ١٤ سم^{٢}

ك = ١٤ + ٤ = ١٨ سم^{٢}

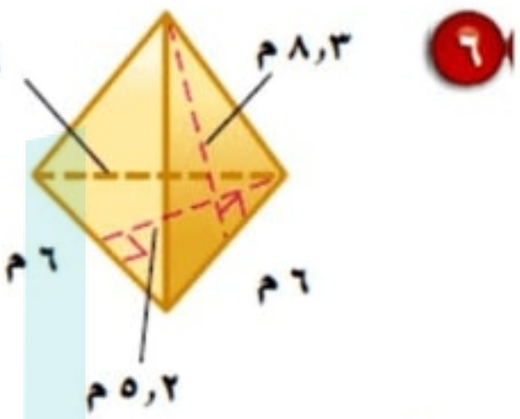
٥



ج = $\frac{١}{٢}$ × ١٤ × ٥ = ٣٥ قدم^{٢}

ك = ٣٥ + ١٢,٢٥ = ٤٧,٣ قدم^{٢}

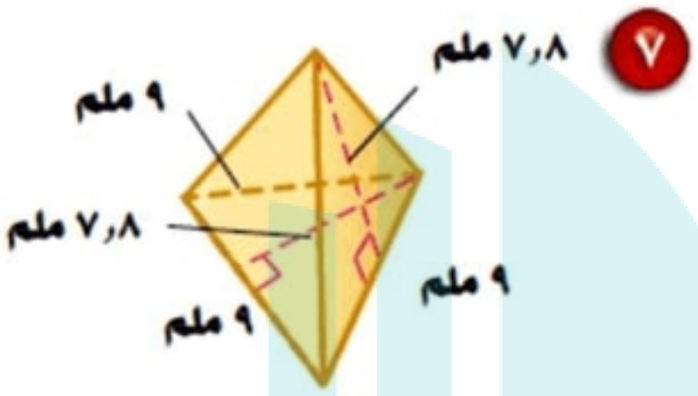
٦



ج = $\frac{١}{٢}$ (٦ + ٦ + ٦) × ٨,٣ = ٧٤,٧ م^{٢}

ك = ٧٤,٧ + ($\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٥,٢) = ٩٠,٣ م^{٢}

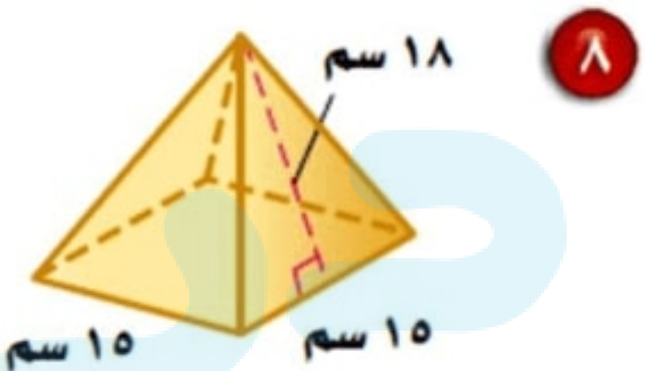
٧



ج = $\frac{١}{٢}$ (٣×٩) × ٧,٨ = ١٠٥,٣ ملم^{٢}

ك = ١٠٥,٣ + ($\frac{١}{٢}$ × ٩ × ٧,٨) = ١٤٠,٤ ملم^{٢}

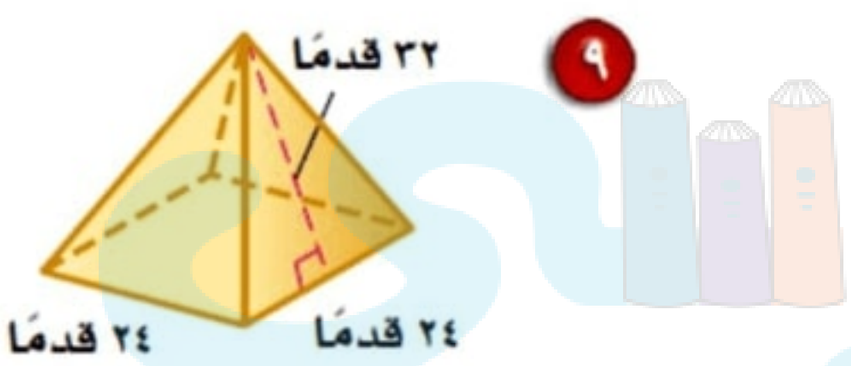
٨



ج = $\frac{١}{٢}$ × ٦٠ × ١٨ = ٥٤٠ سم^{٢}

ك = ٥٤٠ + ٢٢٥ = ٧٦٥ سم^{٢}

٩



ج = $\frac{١}{٢}$ × ٩٦ × ٣٢ = ١٥٣٦ قدم^{٢}

ك = ١٥٣٦ + ٥٧٦ = ٢١١٢ قدم^{٢}

١٠ **أسقف:** سقف خشبي على شكل هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٦ قدمًا، وقاعدته مربع طول ضلعه ٤٠ قدمًا، ما مساحة الخشب الذي تحتاج إليه لتغطية السقف؟

ج = $\frac{1}{2}$ مح ل = $\frac{1}{2}$ × ١٦٠ × ١٦ = ١٢٨٠ قدم^{٢}

ك = ج + م = ١٢٨٠ + ١٦٠٠ = ٢٨٨٠ قدم^{٢}

١١ **مخطط:** هرم رباعي منتظم مساحته الجانبية ١٠٧,٢٥ سم^{٢} وطول ارتفاعه الجانبي ٨,٢٥سم، أوجد طول ضلع من قاعدته.

ج = ١٠٧,٢٥ ، ل = ٨,٢٥

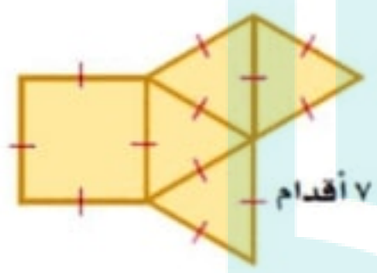
بما أن ج = $\frac{1}{2}$ مح ل ← مح = ٢ ج ÷ ل = ٢ × ١٠٧,٢٥ ÷ ٨,٢٥ = ٢٦ سم^{٢}

مح = ٤س ← س = مح ÷ ٤ ← س = ٢٦ ÷ ٤ = ٦,٥ سم ← طول ضلع قاعدة الهرم هو ٦,٥ سم

١٢ **فن العمارة:** يبلغ الارتفاع الجانبي لهرم الشمس في المكسيك ١٣٢,٥م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٢٢٣,٥م، أوجد مساحته الجانبية .

ج = $\frac{1}{2}$ مح ل = $\frac{1}{2}$ × ٨٩٤ × ١٣٢,٥ = ٥٩٢٢٧,٥ م^{٢}

١٣ **مخطط:** يمثل الشكل المجاور مخططًا لهرم منتظم، احسب المساحة الكلية للهرم.



بما أن كل مثلث من المثلثات متساوي الأضلاع ← الارتفاع فيه منصف للضلع ← حسب فيثاغورس

ل^{٢} = ٧^{٢} − ٣,٥^{٢} ≈ ٣٦ ← ل ≈ ٦

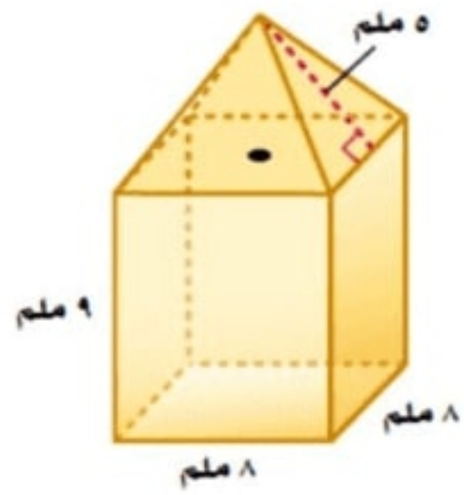
ج = $\frac{1}{2}$ مح ل = $\frac{1}{2}$ × ٢٨ × ٦ = ٨٤ قدم^{٢}

ك = ج + م = ٨٤ + (٧×٧) = ١٣٣ قدم^{٢}

أو : المساحة الكلية= ٤× مساحة المثلث الواحد+ مساحة المربع= ٤×$\frac{1}{2}$ × ٧ × ٦ + ٧×٧= ١٣٣ قدم^{٢}

أوجد المساحة الجانبية والكلية لكل مجسم مما يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

١٤



جـ للهرم = $\frac{1}{2}$ مح ل = $\frac{1}{2}$ × (٨×٤) × ٥ = ٨٠ ملم^{٢}

ج للمكعب = مح ع = ٣٢ × ٩ = ٢٨٨ملم^{٢}

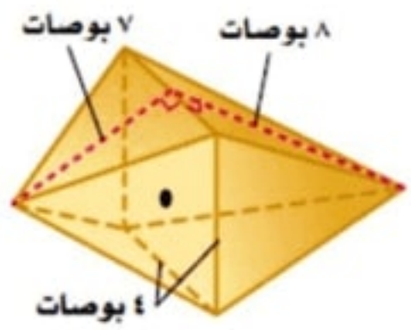
ج الكلية = جـ الهرم + ج للمكعب = ٨٠ + ٢٨٨ = ٣٦٨ ملم^{٢}

ك للمكعب = ج + ٢م = ٢٨٨ + ٢(٦٤) = ٤١٦ ملم^{٢}

ك الكلية = ك للمكعب + جـ للهرم = ٤١٦ + ٨٠ = ٤٩٦ ملم^{٢}

جمعنا المساحة الكلية للمكعب مع المساحة الجانبية للهرم حتى لا يتكرر حساب مساحة قاعدة الهرم التي هي أيضاً قاعدة المنشور مرتين.

١٥



ج للهرم الأول = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ٧ = ٥٦ بوصة^{٢}

ج للهرم الثاني = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ٨ = ٦٤ بوصة^{٢}

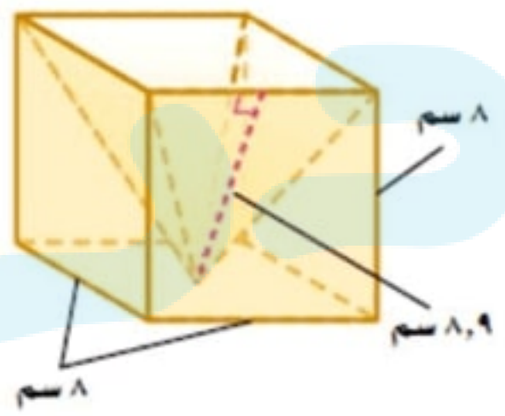
ج الكلية = ج للهرم الأول + ج للهرم الثاني = ٦٤ + ٥٦ = ١٢٠ بوصة^{٢}

ك للهرم الأول = ٥٦ + ١٦ = ٧٢ بوصة^{٢}

ك الكلية = ك الهرم الأول + ج الهرم الثاني = ٧٢ + ٦٤ = ١٣٦ بوصة^{٢}

جمعنا المساحة الكلية للهرم الأول مع المساحة الجانبية للهرم الثاني حتى لا يتكرر حساب مساحة القاعدة المشتركية بين الهرمين مرتين.

١٦



ج للمكعب = مح ع = ٣٢ × ٨ = ٢٥٦ سم^{٢}

ج للهرم = $\frac{١}{٢}$ × ٣٢ × ٨,٩ = ١٤٢,٤ سم^{٢}

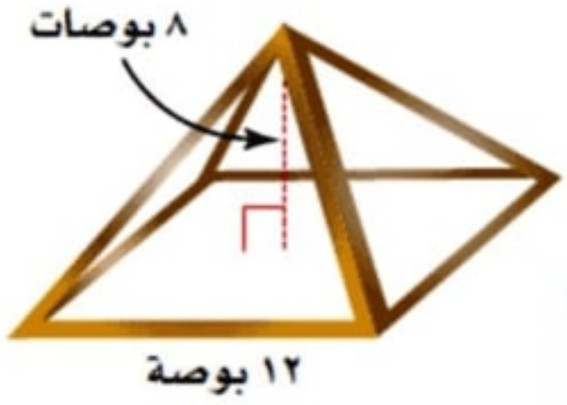
ج الكلية = ج للمكعب + ج للهرم = ٢٥٦ + ١٤٢,٤ = ٣٩٨,٤ سم^{٢}

ك للمكعب = ج + م = ٢٥٦ + (٦٤) = ٣٢٠ سم^{٢}

جمعنا مع المساحة الجانبية للمكعب نثبتمساحة قاعدة واحدة للمكعب لأن القاعدة الثانية فارغة وغير موجودة

ك الكلية = ك للمكعب + ج للهرم = ٣٢٠ + ١٤٢،٤ = ٤٦٢،٤ سم^{٢}

جمعنا المساحة الكلية للمكعب مع المساحة الجانبية للهرم لأن قاعدة الهرم فارغة وغير موجودة وهي نفسها تمثل القاعدة الثانية للمكعب.



١٧ مصباح مكتبي: اشترى عمر مصباحًا مكتبيًّا على شكل هرم منتظم، احسب المساحة الجانبية للمصباح.

(**إرشاد:** استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد الارتفاع الجانبي).

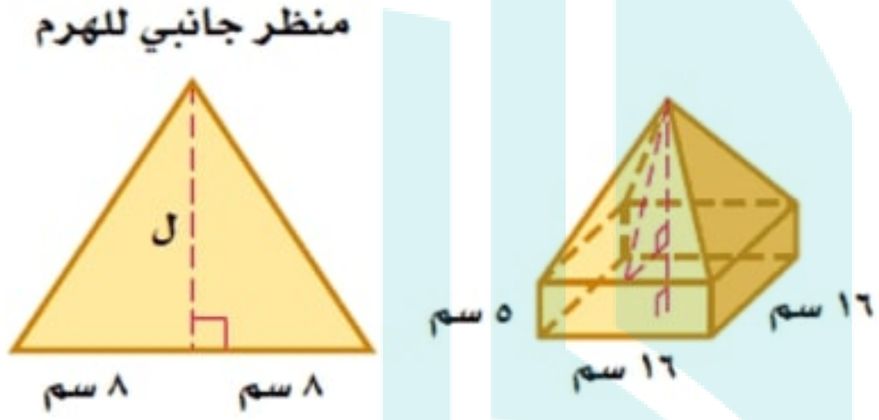
← حسب فيثاغورس:

ل^{٢} = ٦^{٢} + ٨^{٢} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ ← ل = ١٠

ج = $\frac{١}{٢}$ (٤ × ١٢) × ١٠ = ٢٤٠ بوصة^{٢}

مسائل
مهارات التفكير العليا

تحدّ : استعمل الشكل المجاور لحل الأسئلة ١٨ – ٢٠، علمًا بأن الارتفاع الكلي له ٢٠سم.



١٨ أوجد ارتفاع الهرم (ع).

الارتفاع الكلي = ٢٠، ارتفاع المنشور = ٥

← ارتفاع الهرم = الارتفاع الكلي – ارتفاع المنشور

= ٢٠ – ٥ = ١٥سم

١٩ استعمل ارتفاع الهرم لإيجاد الارتفاع الجانبي (ل).

حسب فيثاغورس:

الارتفاع المائل = $\sqrt{}$[ارتفاع الهرم]^{٢} + [طول ضلع القاعدة ÷ ٢]^{٢}

ل = $\sqrt{}$٥٢٢ + ٤٦ = ١٧ سم

٢٠ أيّ الشكلين مساحة سطحه أكبر؛ الهرم أم المنشور؟ برر إجابتك.

جـ للهرم = $\frac{١}{٢}$ م ل = $\frac{١}{٢}$ × ٦٤ × ١٧ = ٥٤٤ سم^{٢}

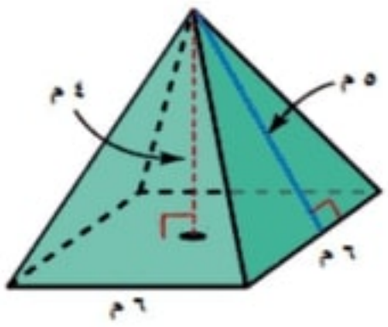
ك للهرم = جـ + م = ٥٤٤ + (١٦ × ١٦) = ٨٠٠ سم^{٢}

جـ للمنشور = مح ع = ٦٤ × ٥ = ٣٢٠ سم^{٢}

ك للمنشور = جـ + ٢م = ٣٢٠ + ٢(١٦ × ١٦) = ٨٣٢ سم^{٢}

← المساحة الكلية لسطح المنشور أكبر من المساحة الكلية لسطح الهرم.

٣١ اكتشف الخطأ : أوجد كلٌّ من حمد ونواف المساحة الكلية للهرم المنتظم المجاور ، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟ فسِّر تبريرك.



حمدٌ

ك = $\frac{1}{2}$ مح ل + م
= $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ × ٥ + ٦²
= ٩٦ م²

نوافٌ

ك = $\frac{1}{2}$ مح ل + م
= $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ × ٤ + ٦²
= ٨٤ م²

حمد هو صاحب الجواب الصحيح: لأن المساحة الجانبية للهرم تنتج من حاصل ضرب $\frac{1}{2}$ × محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي وليس ارتفاع الهرم كما فعل نواف.

٣٢ مسألة مفتوحة : هرم قاعدته مربعة، طول ضلعها ٣ سم، وطول ارتفاعه الجانبي ٤ سم، فما الأبعاد الممكنة لمنشور مستطيلي له مساحة سطح الهرم نفسها؟

جـ للهرم = $\frac{1}{2}$ مح ل = $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ٤ = ٢٤ سم²

ك للهرم = جـ + م = ٢٤ + (٣ × ٣) = ٣٣ سم²

ك للمنشور = مح ع + ٢ م = ٢ (ل + ض) ع + ٢ (ل ض) = ٣٣ سم²

يمكن للأبعاد التالية أن تكون مناسبة للمنشور ليكون له نفس مساحة سطح الهرم:

ض = ٢سم ، ل = ٣ سم ، ع = ٢,١ سم.

ك للمنشور = مح ع + ٢ م = ٢ (٣ + ٢) ٢،١ + ٢ (٣ × ٢) = ٣٣ سم²

٣٣ تحدٍّ : أوجد المساحة الكلية للهرم الرباعي المنتظم الذي حجمه ٤٠٠ سم³ ، وطول ضلع قاعدته ١٠ سم.

ح = $\frac{1}{3}$ م ع ← ع = ٣ ح ÷ م ← ع = ٣ × ٤٠٠ ÷ ١٠٠

← ع = ١٢

الارتفاع المائل = $\sqrt{[\text{ارتفاع الهرم}]^2 + [\text{طول ضلع القاعدة} \div 2]^2}$

ل = $\sqrt{٤٤١ + ٥٢}$ = ١٣

ك = $\frac{1}{2}$ مح ل + م = $\frac{1}{2}$ × ٤٠ × ١٣ + ١٠٠ = ٣٦٠ سم²

٢٤ **اكتب** كيف يمكنك استعمال ارتفاع هرم لإيجاد طول ارتفاعه الجانبي؟

إذا كنت تعرف طول ضلع القاعدة، يمكنك استعمال نظرية فيثاغورس إيجاد الارتفاع المائل للهرم الرباعي.

الارتفاع المائل = $\sqrt{[\text{ارتفاع الهرم}]^٢ + [\text{طول ضلع القاعدة} \div ٢]^٢}$

تدريب على اختبار

٢٥ ما أفضل تقدير للمساحة السطحية للهرم في الشكل أدناه ؟

أ) ١٠٧ أقدام مربعة جـ) ٤٢٩ قدمًا مربعة

ب) ١٨٠ قدمًا مربعة د) ٦٠٧ أقدام مربعة

المساحة الجانبية = $\frac{١}{٢}$ مح × ع

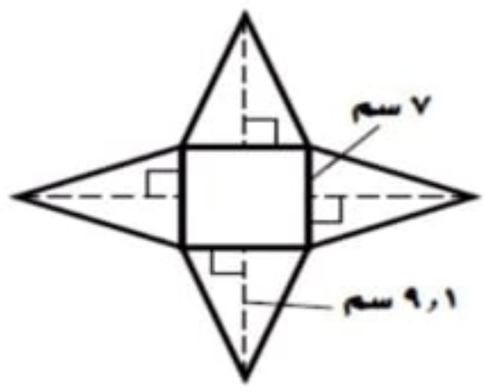
المساحة الجانبية = $\frac{١}{٢}$ [(١٣،٤ × ٤] × ١٦ = ٤٢٨،٨ قدم مربعة

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

المساحة الكلية = ٤٢٨،٨ + (١٣،٤ × ١٣،٤) = ٦٠٨،٣٦ قدم مربعة

← الإجابة الصحيحة هي: د) ٦٠٧أقدام مربعة

٣٦ تمثِّل الشبكة أدناه هرمًا رباعيًّا منتظمًا، مقرّبًا إلى أقرب عدد صحيح؟ ما المساحة الجانبية لسطح الهرم ؟



أ) ٣٢ سم^{٢}

ب) ٤٩ سم^{٢}

جـ) ١٢٧ سم^{٢}

د) ١٧٦ سم^{٢}

المساحة الجانبية للهرم = $\frac{١}{٢}$ محـ × ع

المساحة الجانبية للهرم = $\frac{١}{٢}$ × ٤ (٧) × ٩،١ = ١٢٧،٤ سم^{٢} ← الإجابة الصحيحة هي: جـ) ١٢٧سم^{٢}

مراجعة تراكمية

٢٧ **تغليف:** أوجد المساحة السطحية لعلبة اسطوانية قطرها ٣ بوصات ، وارتفاعها ٥ بوصات. (الدرس ٦-٦)

المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع

محيط القاعدة = ٢ط نق = ٢ × ٣،١٤ × (١،٥) ≈ ٩،٤٢ بوصة

المساحة الجانبية للأسطوانة = ٩،٤٢ × ٥ = ٤٧،١ بوصة مربعة

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحتي القاعدتين

المساحة الكلية = ٤٧،١ + ٢(٣،١٤ (١،٥)^{٢}) ≈ ٦١،٢٣ بوصة مربعة

٢٨ **جبال:** قام سعد بإنشاء نموذج جبل من الطين على شكل مخروط، إذا كان ارتفاع الجبل ٤ أقدام، ونصف قطر قاعدته قدمان ، فما حجم المادة الطينية اللازمة لإنشاء الجبل ؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك. (الدرس ٦-٥)

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} × ع

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ × ٣،١٤ × (٢)^{٢} × ٤ ≈ ١٦،٧ قدم مكعبة ← حجم المادة الطينية اللازمة لإنشاء الجبل هي ١٦،٧ قدم مكعبة

الفصل ٦ اختبار الفصل

١ **اختيار من متعدد:** ركض فارس حول مضمار دائري مرتين، فإذا كان نصف قطر المضمار ٢٥م، فما المسافة التي ركضها الفارس؟

أ) ٣١٤م

ب) ١٥٧م

جـ) ٧٨,٥م

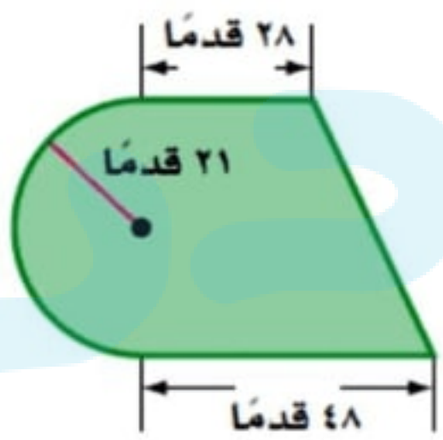
د) ٥٠م

ركض مرتين = ٢ محيط الدائرة = ٢× ٢ ط نق = ٤ × ٣،١٤ × ٢٥ = ٣١٤ م.

← الإجابة الصحيحة هي: أ) ٣١٤ م

أوجد مساحة كل شكل فيما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٢



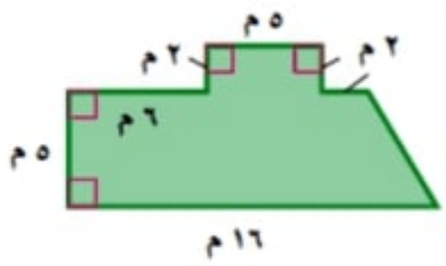
المساحة الكلية = مساحة شبه المنحرف + $\frac{١}{٢}$ مساحة الدائرة

م١ = $\frac{١}{٢}$ ع (ق١+ ق٢) = $\frac{١}{٢}$ × ٤٢ (٢٨ + ٤٨) = ١٥٩٦ قدم^{٢} وهي تمثل مساحة شبه المنحرف

م٢ = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٣,١٤ × ٤٤١ = ٦٩٢,٣٧ قدم^{٢} وهي تمثل مساحة نصف الدائرة

م الكلية = ٢٢٨٨،٤ قدم^{٢}

٣



المساحة الكلية = مساحة المستطيل الصغير الأعلى م١+ مساحة المستطيل الكبيرم٢+ مساحة شبه المنحرف م٣

م١ = ٥×٢ = ١٠ م^{٢}

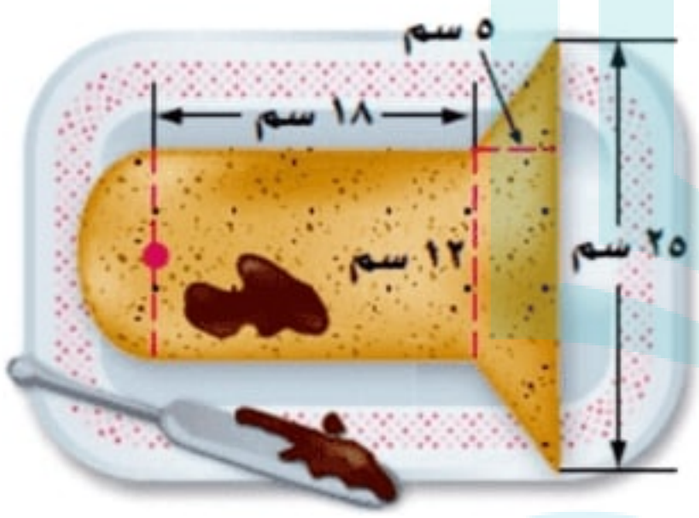
م٢ = ٥× ٦ = ٣٠ م^{٢}

م٣ = $\frac{١}{٢}$ ع (ق١+ ق٢) = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × (٧ + ١٠) = ٤٢,٥ م^{٢}

م = ١٠ + ٣٠ + ٤٢,٥ = ٨٢,٥ م^{٢}

٤ قالب حلوى: صنعت مها قالب حلوى على شكل مصباح كهربائي كما في الشكل أدناه وتريد تزيينه. فإذا كان الوعاء الواحد من مادة التزيين يغطّي ٢٥٠ سم^{٢} من قالب الحلوى، فكم وعاءً تحتاج لتزيين القالب كاملًا؟

المساحة الكلية = مساحة شبه المنحرف م١+ مساحة نصف الدائرة م٢+ مساحة المستطيل م٣



م١ = $\frac{١}{٢}$ ع (ق١+ ق٢) = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٣٧ = ٩٢,٥ سم^{٢}

م٢ = $\frac{١}{٢}$ ط نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٣,١٤ × ٣٦ = ٥٦,٥ سم^{٢}

م٣ = ١٢ × ١٨ = ٢١٦ سم^{٢}

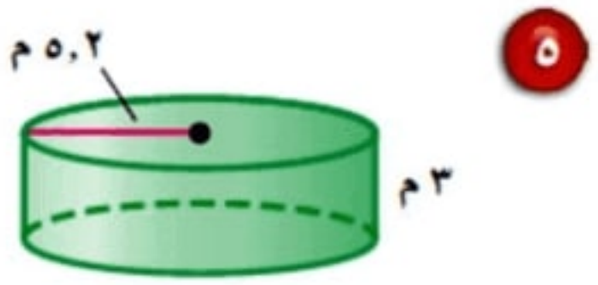
م الكلية = ٩٢,٥ + ٥٦,٥ + ٢١٦ = ٣٦٥ سم^{٢}

إذن عدد الأوعية = المساحة الكلية ÷ المساحة التي يغطيها كل وعاء = ٣٦٥ ÷ ٢٥٠ = ١,٤٦

← تحتاج إلى وعائين تقريباً.

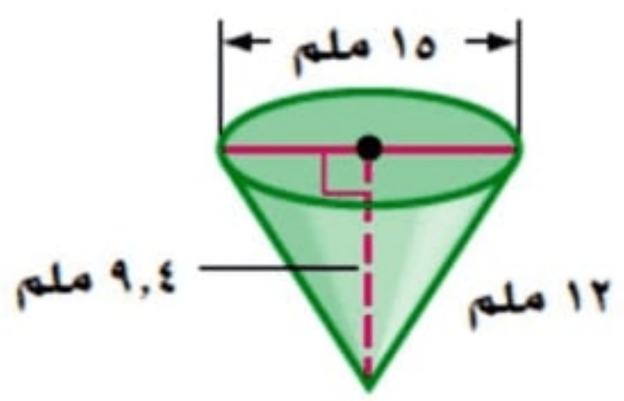
أوجد حجم كل مجسّم، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٥



ح = م ع = ط نق^{٢} ع = ٣,١٤ × ٢٧,٠٤ × ٣ = ٢٥٤,٧ م^{٣}

٦

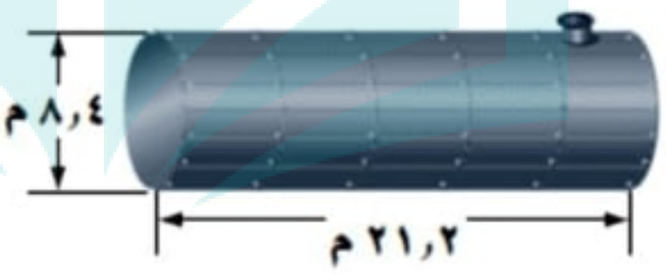


ح = $\frac{1}{3}$ ط نق^{2} ع = $\frac{1}{3}$ × ٣,١٤ × ٥٦,٢٥ × ٩,٤ = ٥٥٣,٤ ملم^{3}

٧ **هندسة:** حدِّد نوع الشكل، واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم عدد أحرفه ورؤوسه.

الشكل له قاعدة واحدة بشكل مضلع رباعي ← الشكل هو هرم رباعي: قاعدته شبه منحرف له ٥ أوجه (أحدها شبه منحرف، و٤ مثلثات)، ٨ أحرف، و٥ رؤوس.

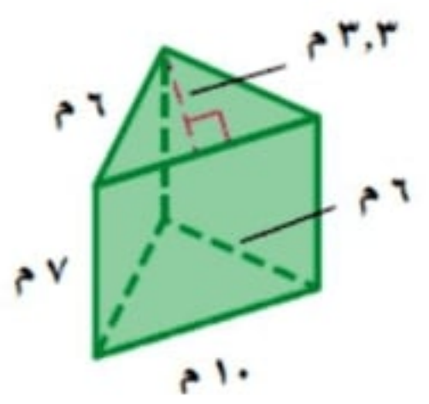
٨ **وقود:** صهريج (خزان) وقود أسطواني الشكل كما في الشكل أدناه. احسب حجم الصهريج؟ مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



ح = م ع = ط نق^{2} ع = ٣,١٤ × (٤,٢)^{2} × ٢١,٢ = ١١٧٤,٣ م^{3}

أوجد حجم كل مجسّم ومساحة سطحه الكلية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

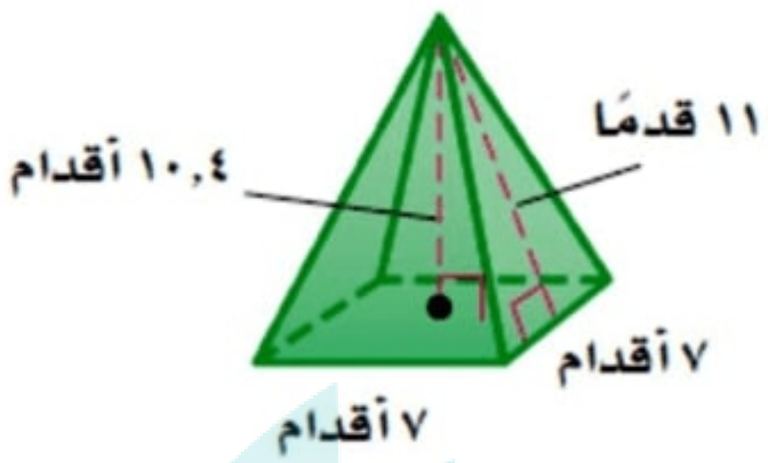
٩



ك = مح ع + ٢م = (١٠ + ٦ + ٦) × ٧ + ٢ × $\frac{1}{2}$ (١٠ × ٣,٣) = ١٨٧ م^{2}

ح = $\frac{1}{3}$ م ع = $\frac{1}{3}$ × $\frac{1}{2}$ (١٠ × ٣,٣) × ٧ = ٣٨,٥ م^{3}

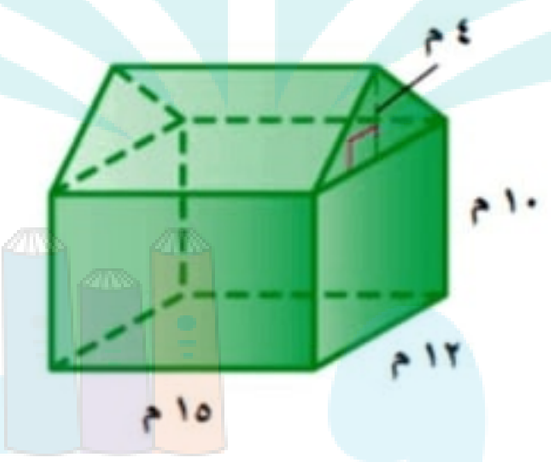
١٠



ك = $\frac{١}{٢}$ محـ ل + م = $\frac{١}{٢}$ × ٢٨ × ١١ + ٤٩ = ٢٠٣ قدم^{٢}

ح = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × ٤٩ × ١٠,٤ = ١٦٩,٩ قدم^{٣}

١١ اختيار من متعدد: أوجد حجم المجسم أدناه.



أ) ٢١٦٠ م^{٣}

ب) ٢٥٢٠ م^{٣}

جـ) ٣٦٠٠ م^{٣}

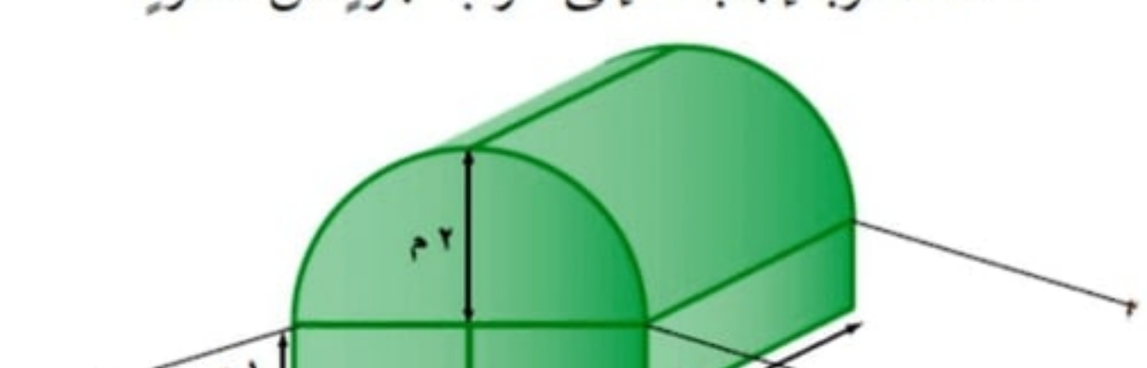
د) ٧٢٠٠ م^{٣}

ح المنشور الثلاثي = م ع = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٤ × ١٥ = ٣٦٠ م^{٣}

ح المنشور الرباعي = م ع = ١٢ × ١٥ × ١٠ = ١٨٠٠ م^{٣}

ح الكلية = ح المنشور الثلاثي + ح المنشور الرباعي = ٣٦٠ + ١٨٠٠ = ٢١٦٠ م^{٣} ← الإجابة الصحيحة هي أ) ٢١٦٠ م^{٣}

١٢ خيام: احسب مساحة سطح الخيمة في الشكل أدناه، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ.



ك للمنشور = مح ع + ٢م = ١٨ × ١ + ٤٠ = ٥٨ م^{٢}

ك لنصف الأسطوانة = $\frac{١}{٢}$ (مح ع + ٢م)

= $\frac{١}{٢}$ [(٢× ٣,١٤ × ٢ × ٥) + (٢ × ٣,١٤ × ٤)]

= $\frac{١}{٢}$ [(٦٢،٨) + (٢٥،١٢)] ≈ ٤٤ م^{٢}

مساحة سطح الخيمة = ك للمنشور + الأسطوانة ≈ ١٠٢ م^{٢}

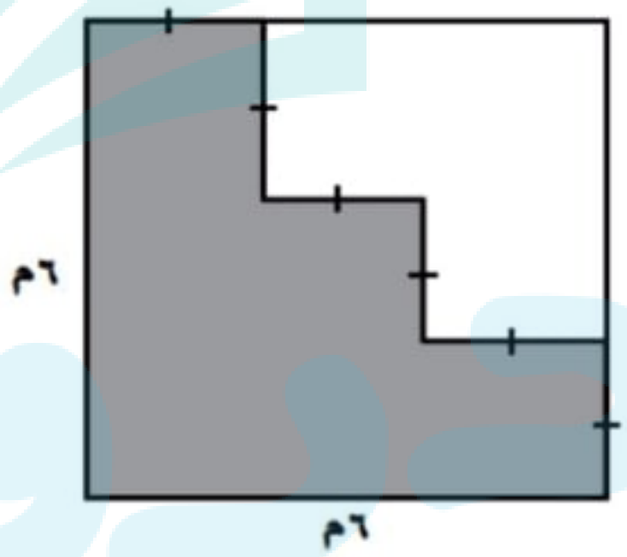
الفصل ٦

الاختبار التراكمي (٦)

الجزء ١ الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

١ ما مساحة الجزء المظلل من الشكل أدناه؟



أ) ٢٠ م^{٢}

ب) ٢٤ م^{٢}

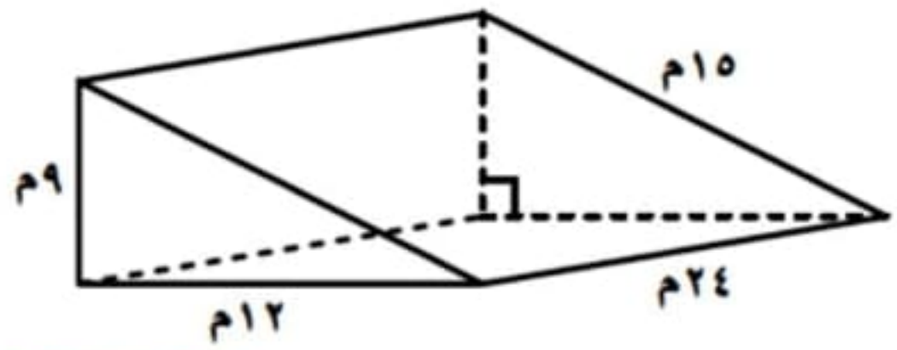
جـ) ٢٦ م^{٢}

د) ٣٠ م^{٢}

مساحة المستطيل الكبير = ٦ × ٦ = ٣٦ سم^{٢}

مساحة المستطيل المظلل = ٣٦ – (٢ × ٤ + ٢ × ٢) = ٢٤ م^{٢} ← الإجابة الصحيحة هي: ب) ٢٤م^{٢}

٢ ما حجم المنشور الثلاثي في الشكل أدناه؟



أ) ٨١٠ م^{٣}

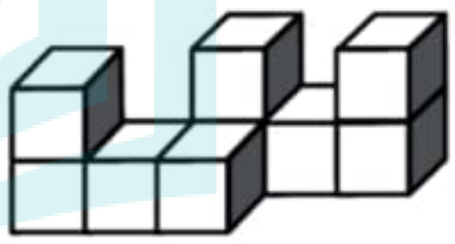
ب) ٢٥٩٢ م^{٣}

ج) ١٢٩٦ م^{٣}

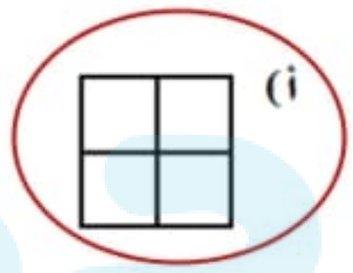
د) ٩٧٢ م^{٣}

حجم المنشور = م ع = $(\frac{١}{٢} \times ١٢ \times ٩) \times ٢٤ = ١٢٩٦$ م^{٣}

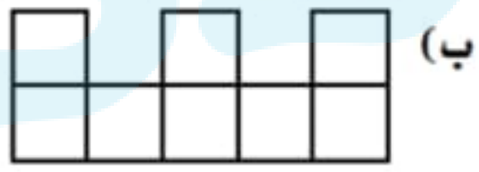
٣ أيٌّ مما يأتي يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



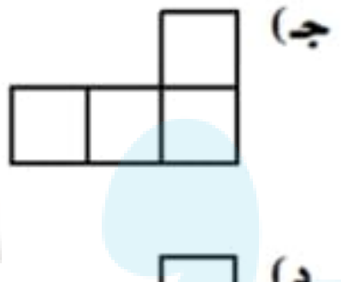
أ)



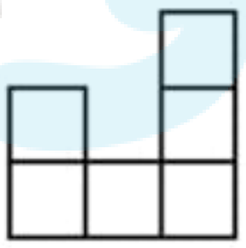
ب)



ج)



د)



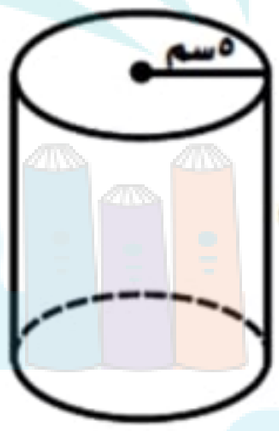
٤ ما المساحة السطحية لصندوق حوض الغسيل في الشكل أدناه؟

أ) ٢٠٠ بوصة مربعة جـ) ٤٠٠ بوصة مربعة

ب) ٢٢٤ بوصة مربعة د) ٤٤٨ بوصة مربعة

ك = مح ع + ٢ م = ٢ (٨ + ١٤) × ٤ + ٢ (٨ × ١٤) = ٤٠٠ بوصة مربعة ← الإجابة الصحيحة هي:
جـ) ٤٠٠ بوصة مربعة

٥ ما حجم الأسطوانة في الشكل أدناه؟



أ) ١٠٠ سم^{٣}

ب) ١٥٧ سم^{٣}

جـ) ٣١٤ سم^{٣}

د) ٧٨٥ سم^{٣}

حجم الأسطوانة = ط نق^{٢} ع

حجم الأسطوانة = ٣،١٤ (٥)^{٢} × ١٠ = ٧٨٥ سم٣ ← الإجابة الصحيحة هي: د) ٧٨٥ سم^{٣}

٦ ما حجم المخروط القائم الـذي قطر قاعدته ٨ بوصاتٍ، وارتفاعه ١٢ بوصةً؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

أ) ٢٠١ بوصة مكعبة

ب) ٤٨١ بوصة مكعبة

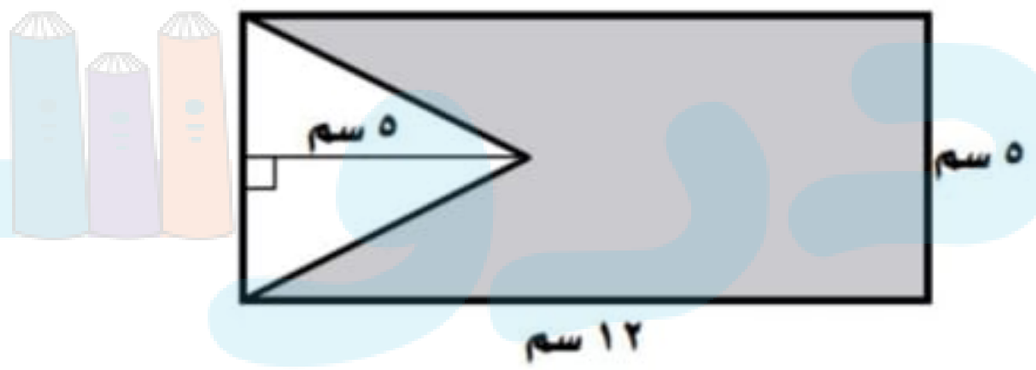
جـ) ٦٠٣ بوصات مكعبة

د) ٨٠٤ بوصات مكعبة

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ × ٣،١٤ × ١٦ × ١٢ ≈ ٢٠١ بوصة مكعبة ← الإجابة الصحيحة هي: أ) ٢٠١ بوصة مكعبة

٧ تمَّ قصُّ مثلث متطابق الضلعين من مستطيل كما في الشكل أدناه. ما مساحة الجزء المتبقِّي من المستطيل؟



أ) ٦٠ سم^{٢}

ب) ٥٥ سم^{٢}

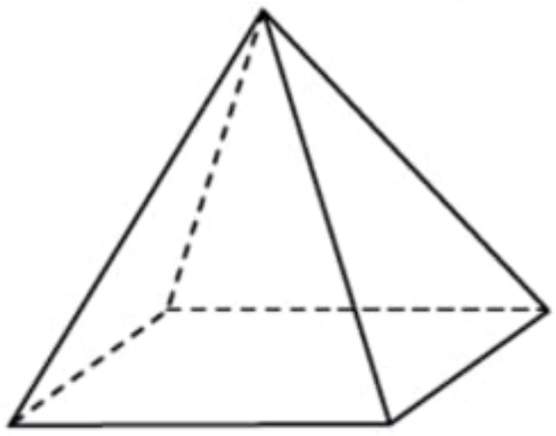
جـ) ٤٧,٥ سم^{٢}

د) ٣٥ سم^{٢}

مساحة المستطيل – مساحة المثلث = الجزء المتبقي

الجزء المتبقي = (٥ × ١٢) – ($\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٥) = ٤٧،٥ سم^{٢} ← الإجابة الصحيحة هي: جـ) ٤٧،٥ سم^{٢}

٨ ما عدد أوجه المجسم أدناه؟



أ) ٢

ب) ٣

جـ) ٤

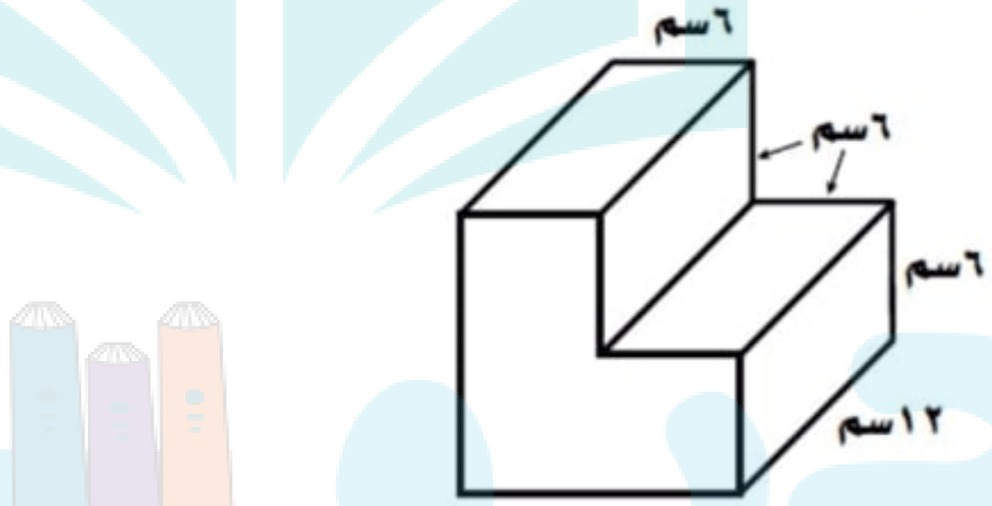
د) ٥

هرم رباعي ← عدد الأوجه ٥ أوجه (قاعدة مربعة و ٤ وجوه مثلثية الشكل) ← الإجابة الصحيحة هي: د) ٥

الجزء ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

٩ رُتبت قطع خشبية بعضها فوق بعض، فكوَّنت الشكل أدناه، ما حجم المجسم الناتج عن ترتيب القطع الخشبية؟



يمكن تقسيم المجسم إلى ٣ منشورات متطابقة الحجوم أبعاد الواحد منها ٦ × ٦ × ١٢

حجم المجسم = ٣ × حجم المنشور = ٣ م ع = ٣ × ٦ × ٦ × ١٢ = ١٢٩٦ سم^{٣}

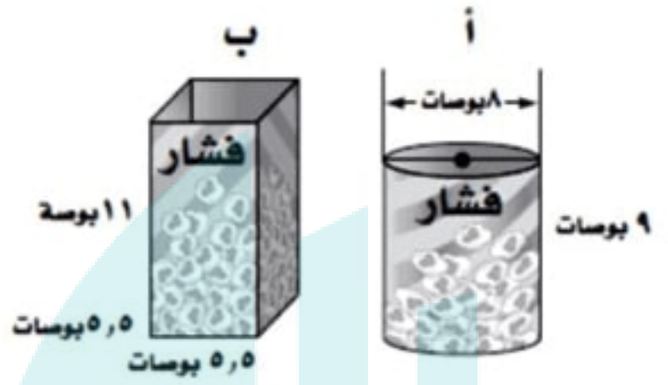
١٠ أوجد حجم الهرم الرباعي المنتظم الذي طول ضلع قاعدته ٧ بوصاتٍ، وارتفاعه ٤ بوصاتٍ، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ.

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ م ع = $\frac{١}{٣}$ × (٧ × ٧) × ٤ ≈ ٦٥،٣٣ بوصة

الجزء ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضّحًا خطوات الحل:

١١ يباع الفشار في شكلين من العلب المبيَّنة أدناه، ويرغب صاحب محل أن يختار أحد الشكلين ليستعمله في بيع الفشار.



أ) أيُّ العلبتين تتسع لأكبر كمية من الفشار؟ فسِّر إجابتك.

حجم العبلة بشكل الأسطوانة = م ع = ط نق^{٢} ع = ٣،١٤ × ١٦ × ٩ = ٤٥٢،١٥ بوصة مكعبة

حجم العلبة بشكل المنشور = م ع = ٥،٥ × ٥،٥ × ١١ = ٣٣٢،٧٥ بوصة مكعبة

العلبة التي بشكل أسطوانة تتسع لكمية أكبر من الفشار.

ب) أيُّ العلبتين تحتاج إلى كمية أقل من الكرتون لصنعها؟ فسِّر إجابتك.

المساحة الجانبية للعلبة الأولى(الاسطوانة) = مح × ع = ٢ ط نق ع

المساحة الجانبية = ٢ × ٣،١٤ × ٤ × ٩ = ٢٢٦،٢ بوصة مربعة

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة قاعدة واحدة (لأن القاعدة الثانية مفتوحة لأنه كيس)

المساحة الكلية = ج + ط نق^{٢} = ٢٢،٦ + (٣،١٤ × ١٦) = ٢٧٦،٥ بوصة مربعة

المساحة الجانبية للعلبة الثانية(المنشور) = مح × ع

المساحة الجانبية = ٤ (٥،٥) × ١١ = ٢٤٢ بوصة مربعة

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة قاعدة واحدة (لأن الكيس له قاعدة واحدة والطرف الثاني مفتوح)

المساحة الكلية = ٢٤٢ + (٥،٥× ٥،٥) = ٢٧٢،٢٥ بوصة مربعة

← بما أن المساحة الكلية لسطح العلبة الأولى ٢٧٦،٥ بوصة مربعة أكبر من المساحة الكلية لسطح العلبة الثانية ٢٧٢،٢٥ بوصة مربعة ← العلبة الثانية تحتاج كمية أقل من الكرتون لصنعها.